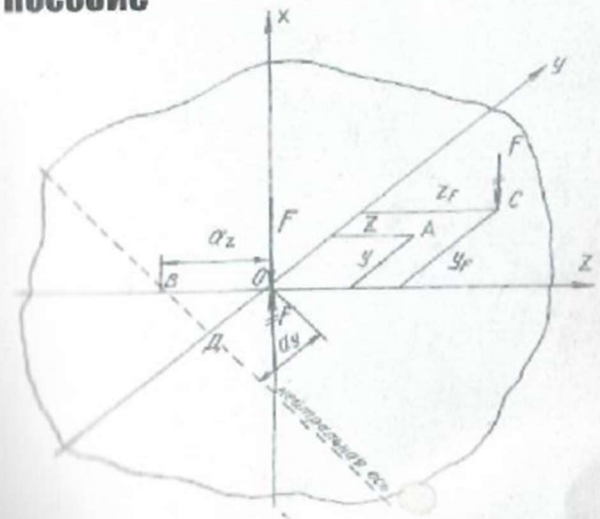
ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 43D659E81F59110FB2CEBF5795FF2768
Владелец: Зубов Владимир Владимирович
Действителен: с 20.08.2025 до 13.11.2026

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Учебное пособие



Екатеринбург - 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Уральский государственный горный университет»

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Утверждено Редакционно-издательским советом
Уральского государственного горного университета
в качестве учебного пособия

Издание второе, исправленное и дополненное

Екатеринбург – 2012

УДК 620.10
М 74

Рецензенты: Таугер В. М., профессор кафедры мехатроника УрГУПС, канд. техн. наук, доцент; Раевская Л. Т., зав. кафедрой сопротивления материалов и теоретической механики УГЛТУ, канд. техн. наук, доцент.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

М 74 **Сопротивление материалов в примерах и задачах:** учебное пособие / 2-е изд., испр. и доп. Екатеринбург Н. В. Мокрушин, С. А. Ляпцев, Л. Д. Чучманова, К. В. Середа; Уральский гос. горный университет.– Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012.– 184 с.
ISBN 978-5-8019-0185-5

Учебное пособие отражает опыт проведения практических занятий по дисциплине «Сопротивление материалов» в Уральском государственном горном университете. В пособии приведены примеры расчетов стержней, валов, балок, испытывающих простые и сложные виды деформаций. Для самостоятельной работы представлены задания по основным темам дисциплины.

Учебное пособие предназначено для студентов очного и заочного обучения.

Рис. 42. Табл. 22. Библ. 21 наим.

УДК 620.10

ISBN 978-5-8019-0185-5

© Уральский государственный
горный университет, 2008, 2012
© Мокрушин Н. В., Ляпцев С. А.,
Чучманова Л. Д., Середа К. В., 2008, 2012

ПРЕДИСЛОВИЕ

Введение в учебную программу высших технических учебных заведений новых дисциплин, отражающих современное состояние науки и техники, при ограниченных сроках обучения привело к существенному сокращению количества лекционных часов по курсу сопротивления материалов.

Восполнение появившихся в результате этого пробелов в знании студентами вузов сопротивления материалов может быть достигнуто в известной мере за счет самостоятельного изучения ими необходимых разделов этого важного для будущего инженера курса. Данное учебное пособие составлено в соответствии с программой курса по сопротивлению материалов. По каждой теме предмета в пособии даны краткие теоретические сведения и основные формулы. Приведены примеры расчетов стержней на растяжение и сжатие (глава 1), примеры по определению главных моментов инерции поперечных сечений различного профиля (глава 2), рассмотрены примеры расчета вала на кручение (глава 3). В главе 4 рассмотрены примеры расчетов балок, испытывающих деформацию поперечного изгиба, на прочность и жесткость. С применением метода сил в главе 5 приведены примеры расчетов статически неопределимых неразрезных балок и плоских статически неопределимых рам. Виды сложного сопротивления (косой изгиб, внецентренное растяжение и сжатие, изгиб с кручением) рассмотрены в главе 6. Рассмотрение деформации продольного изгиба и расчеты на устойчивость гибких стержней приведены в главе 7.

Более подробное изложение теоретического материала приведено в работах [1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 18].

Для самостоятельного выполнения расчетно-графических работ по каждой теме составлены задания с необходимыми рисунками и таблицами. Для расчетов рекомендуется следующая литература [2, 8, 11, 14, 15, 16].

При выполнении практических расчетов используются следующие основные характеристики материалов [17]:

модули продольной упругости: стали $E_{\text{с}} = 2 \cdot 10^{11}$ Па; дюраля (и алюминия) $E_{\text{д}} = 0,7 \cdot 10^{11}$ Па; меди $E_{\text{м}} = 1 \cdot 10^{11}$ Па; чугуна $E_{\text{ч}} = 1,2 \cdot 10^{11}$ Па; дерева $E_{\text{д}} = 1 \cdot 10^{10}$ Па;

модуль сдвига стали: $G = 0,8 \cdot 10^{11}$ Па;

коэффициенты теплового линейного расширения: стали $\alpha_{\text{с}} = 1,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; дюраля $\alpha_{\text{д}} = 2,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; меди $\alpha_{\text{м}} = 1,65 \cdot 10^{-5}$ 1/град;

коэффициент Пуассона для стали: $\nu = 0,30$.

Глава 1

ПРОДОЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ

Растяжением называют такой вид деформации, при котором в каждом его поперечном сечении возникают только продольные внутренние усилия.

Продольное усилие F в любом поперечном сечении численно равно алгебраической сумме проекций на ось стержня внешних сил, приложенных к части стержня, расположенной по одну сторону от сечения. Усилие считается положительным, если вызывает растяжение рассматриваемого участка.

При растяжении (сжатии) в сечении возникают только нормальные напряжения, которые определяются по формуле (1.1):

$$\sigma = \frac{F}{A}, \tag{1.1}$$

где F – продольное усилие, кН; A – площадь поперечного сечения, м^2.

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{max} \le \sigma_{adm}, \tag{1.2}$$

где σ_{adm} – допускаемое нормальное напряжение материала стержня, МПа.

Абсолютная деформация Δl однородного участка (постоянные сечение и материал) определяется **по закону Гука**:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}\ , \tag{1.3}$$

где l – длина участка, м; E – модуль продольной упругости материала (модуль Юнга), Па.

Для наглядного представления строятся эпюры. Эпюрами продольных сил и нормальных напряжений называют графики, показывающие законы изменения сил и напряжений в поперечных сечениях по длине стержня. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений строятся в выбранном масштабе с учетом знаков.

Пример 1.1.

К узлу C кронштейна ABC (рис. 1.1, *а*) приложена сила F = 100 кН. Стержень AC – стальной, круглого сечения диаметром d = 30 мм; стержень BC – дюралюминиевый, квадратного сечения со стороной a = 40 мм. Определить напряжения в стержнях, а также горизонтальное, вертикальное и полное перемещения узла C.

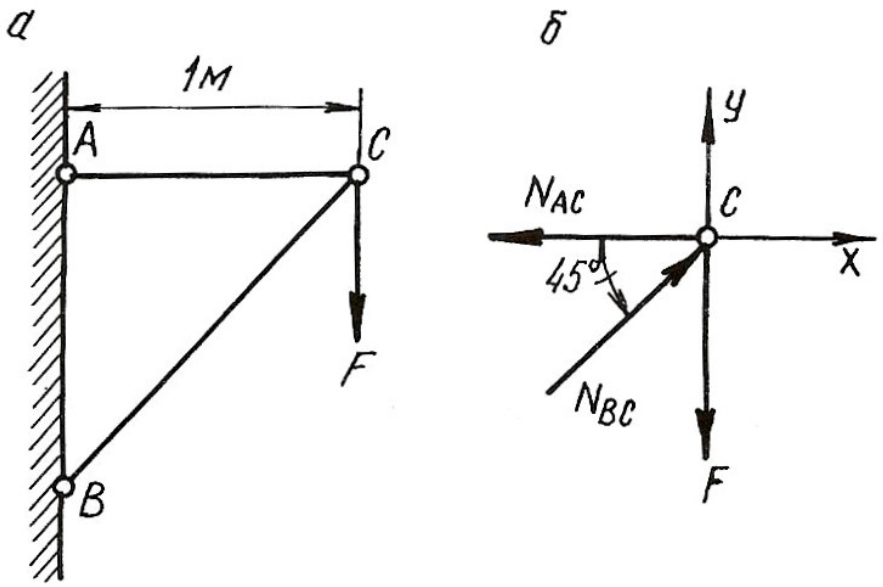


Рис. 1.1.

Решение.

Для определения продольных сил в стержнях AC и BC условно вырезаем узел C, заменяем действие стержней на узел усилиями и составляем уравнение равновесия для узла C (рис. 1.1, *б*)

$$\sum X = 0; \quad -N_{AC} + N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad N_{BC} \cdot \sin 45^\circ - F = 0.$$

Откуда

$$N_{BC} = \frac{F}{\sin 45^\circ} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,707} = 141 \cdot 10^3 \text{ Н} = 141 \text{ кН},$$

$$N_{AC} = N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 141 \cdot 10^3 \cdot 0,707 = 100 \cdot 10^3 \text{ Н} = 100 \text{ кН}.$$

Стержень AC растянут, а стержень BC сжат. Определяем площади поперечных сечений стержней

$$A_{AC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 706 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$A_{BC} = a^2 = (40 \cdot 10^{-3})^2 = 1600 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Напряжения в поперечных сечениях стержней AC и BC

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3}{706 \cdot 10^{-6}} = 141 \cdot 10^6 \text{ Па} = 141 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{BC} = -\frac{N_{BC}}{A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3}{1600 \cdot 10^{-6}} = -88 \cdot 10^6 \text{ Па} = -88 \text{ МПа}.$$

Знак минус указывает на то, что в стержне BC возникает деформация сжатия.

Находим удлинения стержней:

$$\Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} \cdot l_{AC}}{E_{\text{ст}} \cdot A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 706 \cdot 10^{-6}} = 0,71 \cdot 10^{-3} \text{м} = 0,71 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{BC} = -\frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E_{\text{дюр}} \cdot A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3 \cdot 1,41}{7 \cdot 10^{10} \cdot 1600 \cdot 10^{-6}} = -1,77 \cdot 10^{-3} \text{м} = -1,77 \text{ мм},$$

где $l_{BC} = \frac{l_{AC}}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{0,707} = 1,41$ м; $E_{\text{ст}}$, $E_{\text{дюр}}$ – модули продольной упругости стального и дюралюминиевого стержней, Па.

Для определения перемещения точки C мысленно разъединим стержни в этом шарнире и отметим их новые длины AC_1 и BC_2 (рис. 1.2, *а*). Для того, чтобы найти новое положение точки C, необходимо деформированные стержни свести вместе путем их вращения вокруг шарниров A и B. Точки C_1 и C_2 будут перемещаться по дугам, которые вследствие их малости могут быть приняты за прямые C_1C_3 и C_2C_3, перпендикулярные к стержням AC и BC. Точка пересечения этих перпендикуляров (точка C_3) и даст положение узла C после деформации. На рис. 1.2, *б* изображена диаграмма перемещений в большом масштабе.

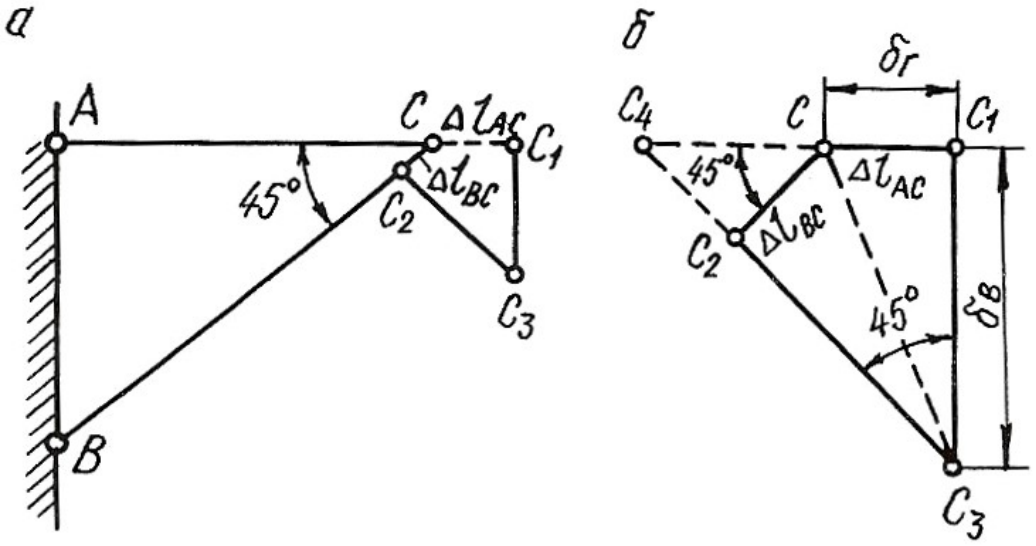


Рис. 1.2.

Горизонтальное перемещение узла C равно $\delta_{\text{г}} = \Delta l_{\text{AC}} = 0,71$ мм.

Для удобства определения вертикального перемещения произведем дополнительное построение. Продолжим линии C_1C и C_3C_2 до их пересечения в точке C_4.

Вертикальное перемещение узла C

$$\delta_в = C_1C_3 = \frac{C_1C_4}{\text{tg}45^o} = C_1C_4 = C_1C + CC_4 = \Delta l_{AC} + \frac{\Delta l_{BC}}{\cos 45^o};$$

$$\delta_в = 0,71 + \frac{1,77}{0,707} = 3,21 \text{ мм}.$$

Полное перемещение узла C

$$\delta = CC_3 = \sqrt{\delta_г^2 + \delta_в^2} = \sqrt{0,71^2 + 3,21^2} = 3,29 \text{ мм}.$$

1.1. Влияние собственного веса на напряжения и перемещения

Если ось в стержне вертикальна, то его собственный вес вызывает центральное растяжение или сжатие. Если вертикальный брус закреплен верхним концом, то от собственного веса он растягивается, а при закреплении нижнего конца – сжимается. Собственный вес вертикального бруса можно рассматривать как продольную (осевую) внешнюю нагрузку, распределенную вдоль оси бруса.

Рассмотрим брус постоянного сечения, закрепленный верхним концом. Продольная сила от собственного веса в поперечном сечении бруса на расстоянии x от его нижнего конца равна весу нижележащей части бруса

$$N_x = \rho g A x, \tag{1.4}$$

где N_x – продольная сила от собственного веса, Н; ρ – плотность материала, кг/м^3; g – ускорение свободного падения, м/с^2; A – площадь поперечного сечения бруса, м^2; x – расстояние от нижнего конца стержня, м.

Напряжение от собственного веса определяется по формуле:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} = \rho g x. \tag{1.5}$$

По формулам (1.4) и (1.5) строятся эпюры N и σ с учетом знаков. Если на стержень действует дополнительная сила F, то продольная сила и нормальное напряжение определяются по формулам:

$$N_x = F + \rho g A x; \tag{1.6}$$

$$\sigma_x = \frac{F}{A} + \rho g x. \tag{1.7}$$

Полное удлинение (укорочение) стержня постоянного сечения от собственного веса определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{\rho g l^2}{2E}, \tag{1.8}$$

где l – длина стержня, м; E – модуль продольной упругости материала, Па.

При действии внешней силы F и собственного веса удлинение стержня определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{\rho g l^2}{2E}. \qquad (1.9)$$

В формулах (1.7) и (1.9) физический смысл первого слагаемого – напряжение и удлинение от внешней силы, второго – напряжение и удлинение от собственного веса.

Перемещение любого поперечного сечения бруса, закрепленного верхним концом, равно удлинению части бруса, лежащей над сечением, и равно сумме удлинений под действием собственного веса верхней части, нижней части бруса и внешней силы.

Рассмотрим подробнее решение типовой задачи.

Пример 1.2.

Для стального бруса переменного сечения (рис. 1.3, *а*) с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F требуется:

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.
2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса.
3. Определить перемещение сечения I-I.

Исходные данные: $A = 20$ см^2; $a = 1{,}0$ м; $b = 1{,}5$ м; $c = 1{,}0$ м; $F = 40$ кН.

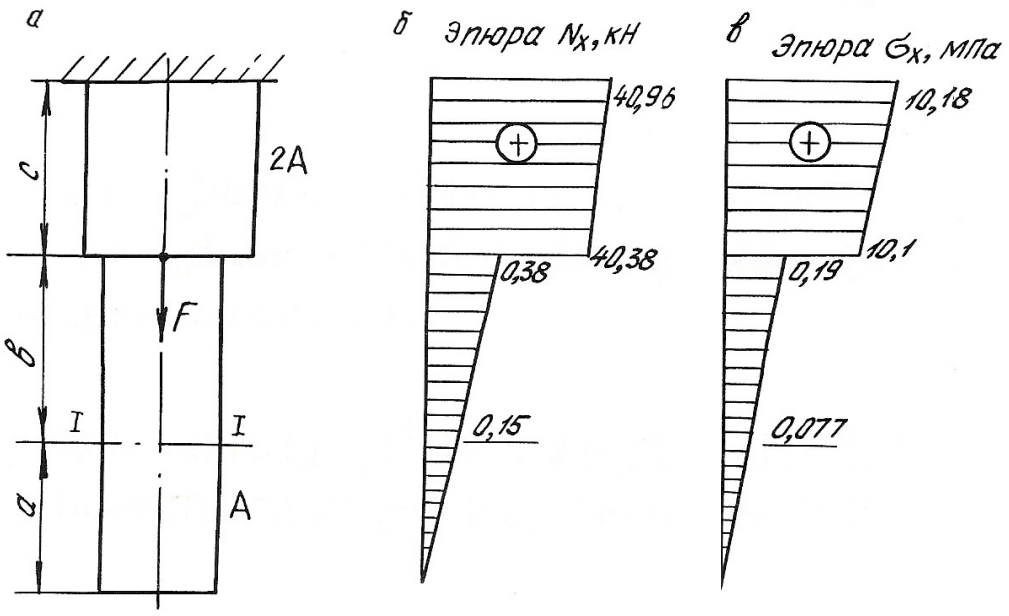


Рис. 1.3.

Решение.

Определим продольную силу и нормальное напряжение в поперечном сечении по формулам (1.6) и (1.7):

а) на участке длиной a (нижний участок): $0 \le x \le 1{,}0$ м;

$$N_x = \rho g A x;$$

$$\sigma_x = \rho g x.$$

При $x = 0$ $\quad N_x = 0,$

$\sigma_x = 0.$

При $x = 1$ м $\quad N_x = 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 150$ Н $= 0{,}15$ кН;

$\sigma_x = 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1 = 80000$ Па $= 0{,}08$ МПа.

б) на участке длиной b (средний участок): $1{,}0 \le x \le 2{,}5$ м;

$$N_x = Q_a + \rho g A (x - a);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a}{A} + \rho g (x - a);$$

где $Q_a = \rho g A a = 0{,}15$ кН – вес нижнего участка бруса; для среднего участка он играет роль внешней силы.

При $x = 1{,}0$ м; $\quad N_x = Q_a = 0{,}15$ кН;

$\sigma_x = 0{,}08$ МПа.

При $x = 2{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}38$ кН;

$\sigma_x = 0{,}08 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-6} = 0{,}19$ МПа.

в) на участке длиной c (верхний участок): $2{,}5 \le x \le 3{,}5$ м;

$$N_x = Q_a + Q_b + F + \rho g 2A (x - a - b);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a + Q_b + F}{2A} + \rho g (x - a - b),$$

где $Q_b = \rho g A b = 0{,}23$ кН – вес среднего участка бруса.

При $x = 2{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 0{,}23 + 40 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 10^{-7} = 40{,}38$ кН;

$\sigma_x = 10{,}1$ МПа.

При $x = 3{,}5$ м; $\quad N_x = 0{,}15 + 0{,}23 + 40 + 7850 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-7} = 40{,}96$ кН;

$\sigma_x = 10{,}18$ МПа.

Строим эпюры $\boldsymbol{N}_x$ (рис. 1.3, *б*) и σ_x (рис. 1.3, *в*).

Определим полное удлинение стержня по формуле (1.9). Полное удлинение складывается из удлинений каждого участка бруса под действием внешних сил и собственного веса.

$$\Delta l = \Delta a + \Delta b + \Delta c \ ;$$

где $\Delta a = \dfrac{\rho g a^2}{2E} = \dfrac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 0{,}19 \cdot 10^{-6}$ м;

$$\Delta b = \frac{Q_a \cdot b}{EA} + \frac{\rho g b^2}{2E} = \frac{0{,}15 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 0{,}56 \cdot 10^{-6} + 0{,}43 \cdot 10^{-6} = 0{,}99 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta c = \frac{(Q_a + Q_b + F)c}{E \cdot 2A} + \frac{\rho g c^2}{2E} = \frac{(0{,}15 + 0{,}23 + 40) \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9{,}81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 50{,}48 \cdot 10^{-6} + 0{,}19 \cdot 10^{-6} = 50{,}67 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = 0{,}19 \cdot 10^{-6} + 0{,}99 \cdot 10^{-6} + 50{,}67 \cdot 10^{-6} = 51{,}85 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Перемещение сечения I-I равно удлинению лежащей над сечением части бруса, т. е.

$$\delta_{\text{I-I}} = \Delta c + \Delta b = 0{,}99 \cdot 10^{-6} + 50{,}67 \cdot 10^{-6} = 51{,}66 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

1.2. Напряженное состояние материала в точке

Напряженным состоянием называют совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проведенным через данную точку. В различных точках тела напряженное состояние неоднородно и определить все значения возникающих напряжений затруднительно. В связи с этим в сопротивлении материалов точку рассматривают в виде элементарного параллелепипеда с гранями $dx \cdot dy \cdot dz$. При этом считается, что возникающие напряжения на гранях и в наклонных сечениях распределяются равномерно. Нормальные напряжения на гранях обозначаются: σ_x, σ_y, σ_z, а касательные: τ_{xy}, τ_{yx}, τ_{zy}, τ_{yz}, τ_{xz}, τ_{zx}. Двойной индекс при касательных напряжениях указывает на направление и плоскость, где они действуют. Например, индексы при напряжении τ_{xy} означают, что x – направление действия этого напряжения по оси x; y – это напряжение возникает в плоскости, нормаль к которой параллельна оси y.

Во взаимно перпендикулярных сечениях касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку. Это свойство касательных напряжений называется **законом парности касательных напряжений**

$$-\tau_{xy} = \tau_{yx}.$$

Рассматриваемый параллелепипед в теле стержня можно сориентировать таким образом, что по его граням будут действовать только нормальные напряжения, а касательные будут равны нулю. В этом случае грани будут называться главными площадками, а действующие на них нормальные напряжения – главными напряжениями. По количеству главных напряжений, возникающих одновременно на главных площадках, различают три вида напряженного состояния точки упругого тела: линейное, плоское и объемное. Главные напряжения обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Принято считать, что $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Наиболее часто встречается плоское напряженное состояние материала.

Для правильной оценки опасности, угрожающей прочности стержня, необходимо знать полностью его напряженное состояние. Это требует умение вычислять напряжения не только по сечениям, перпендикулярным оси стержня, но и по наклонным сечениям.

Напряжения в наклонных сечениях, нормаль к которым с осью x составляет угол α, определяются по следующим формулам:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha; \qquad (1.10)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha, \qquad (1.11)$$

Для сечений, проходящих под углом $\beta = \alpha + 90^\circ$, возникающие напряжения определяются по формулам:

$$\sigma_\beta = \sigma_x \sin^2\alpha + \sigma_y \cos^2\alpha + \tau_{yx} \sin 2\alpha; \qquad (1.12)$$

$$\tau_\beta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cos 2\alpha, \qquad (1.13)$$

Угол α положительный, если он отсчитан в направлении от оси x к оси y по кратчайшему угловому пути, против хода часовой стрелки.

Нормальное напряжение σ_α считается положительным, если его направление совпадает с направлением внешней нормали к наклонной площадке. Положительное направление τ_α образовано поворотом внешней нормали к наклонной площадке на угол 90^o по ходу часовой стрелки.

Противоположные направления σ_α и τ_α следует считать отрицательными.

Площадки, где действуют экстремальные нормальные напряжения и нет касательных напряжений, называются главными площадками, а напряжения, действующие на главных площадках – главными напряжениями. Они обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ и определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]; \qquad (1.14)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]. \qquad (1.15)$$

Положение главных площадок определяется углом наклона α_0

$$\mathrm{tg}2\alpha_0 = \frac{-2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}, \qquad (1.16)$$

Наибольшие касательные напряжения действуют на площадках под углом 45^o

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\ . \qquad (1.17)$$

Пример 1.3.

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние: $\sigma_x = 80$ МПа; $\alpha = 30^o$; $\tau_{xy} = 10$ МПа (рис. 1.4). Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных τ_α напряжений, действующих на площадках, нормаль, к которой составляет угол α с горизонтальной осью x. Показать на чертеже заданный элемент и направление соответствующих напряжений.

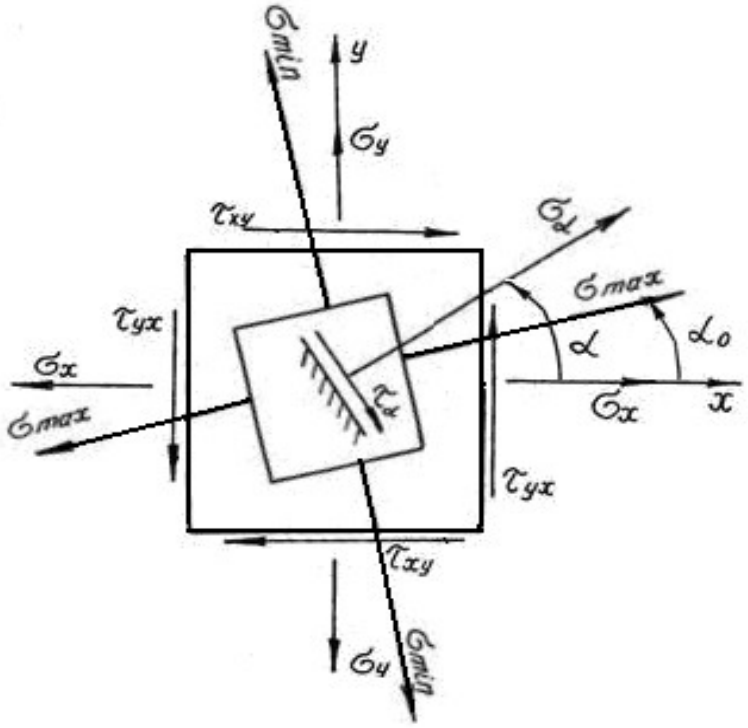


Рис. 1.4.

Решение.

Определим главные напряжения

$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\right] = \frac{1}{2}\left[(80+20) + \sqrt{(80-20)^2 + 4\cdot 10^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[100 + 63,6\right] = 81,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}\right] = \frac{1}{2}\left[(80+20) - \sqrt{(80-20)^2 + 4\cdot 10^2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[100 - 63,6\right] = 18,2 \text{ МПа}.$$

Найдем положение главных площадок

$$\operatorname{tg}2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2\cdot(-10)}{80-20} = 0,333; \qquad 2\alpha_0 = 18^o 24'; \qquad \alpha_0 = 9^o 12'.$$

Определим аналитически величины σ_α и τ_α, действующие на площадке, нормаль к которой составляет угол 30^o с горизонтальной осью (см. рис. 1.4.)

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_{yx}\sin 2\alpha = 80\cdot 0,866^2 + 20\cdot 0,5^2 - (-10)\cdot 0,866 =$$

$$= 73,65 \text{ МПа};$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{yx}\cos 2\alpha = \frac{80-20}{2}0,866 + (-10)\cdot 0,5 = 20,98 \text{ МПа}.$$

Вектор максимальных главных напряжений σ_{max} всегда проходит через те четверти осей координат, в которых стрелки касательных напряжений сходятся.

1.3. Статически неопределимые стержневые системы

Статически неопределимыми системами называют такие системы, у которых реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях их элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений равновесия статики.

Равновесие плоской стержневой системы обеспечивается тремя опорными направлениями. Всякое закрепление сверх трех опорных направлений является «лишним» с точки зрения равновесия системы, что делает ее *статически неопределимой*. Термин «лишние» является условным. Постановка дополнительных опорных закреплений производится с целью уменьшения деформации, веса конструкции или с целью увеличения ее грузоподъемности.

Расчет статически неопределимой системы начинается с определения степени статической неопределимости системы, которая равна числу «лишних» связей (число неизвестных сил минус три – число уравнений статики для плоской системы).

Определение усилий в статически неопределимой системе связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости стержневой системы.

Уравнения совместности деформаций устанавливают геометрические зависимости между упругими перемещениями отдельных элементов при соблюдении равновесия всей системы в целом.

Геометрическая схема деформаций должна рассматриваться не с точки зрения обычной геометрии, а на основе кинематики малых перемещений, с учетом того, что траектории отдельных точек элементов являются прямыми линиями.

Решение статически неопределимых систем необходимо производить в следующей последовательности:

1. Заданную систему освободить от наложенных на нее связей, действие которых заменяется реакциями, и составить уравнения статики;
2. Определить степень статической неопределимости системы;
3. По числу «лишних» неизвестных составить дополнительные уравнения из условия совместности деформаций. В уравнениях упругие деформации выразить через усилия по закону Гука в развернутом виде по формуле (1.3);
4. Решить совместно уравнения равновесия статики и дополнительные уравнения, определяя усилия в элементах конструкций;
5. Исходя из условия задачи и на основании условия прочности, определить поперечные размеры стержней.

Рассмотрим подробнее пример расчета статически неопределимой системы.

Пример 1.4.

Для статически неопределимой системы (рис. 1.5), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется:

1. Определить усилия, возникающие в стержне от действия силы F.
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков, каждое при $A_2 : A_1 = 2$; $F = 180$ кН; $a = 2{,}0$ м; $b = 1{,}0$ м; $h = 2{,}0$ м.

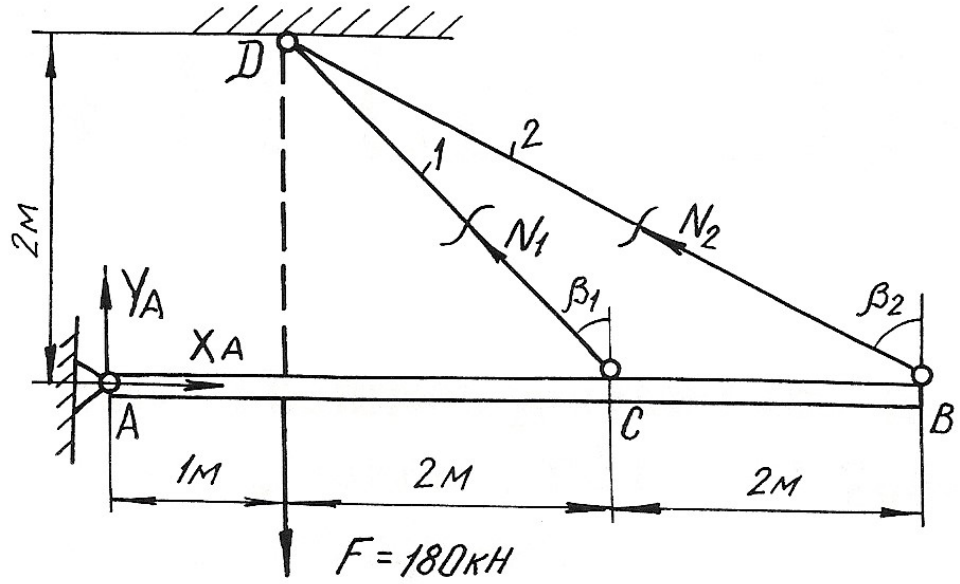


Рис. 1.5.

Решение.

Перед началом решения по приведенному плану определяем геометрические параметры системы

$$l_1 = DC = \sqrt{4+4} = 2{,}83 \text{ м}; \quad \beta_1 = 45°;$$

$$l_2 = DB = \sqrt{4+16} = 4{,}47 \text{ м}; \quad \sin\beta_2 = \frac{4}{4{,}47} = 0{,}89;$$

Далее освобождаем брус AB от наложенных связей, заменяя их действие реакциями X_A, Y_A, N_1, N_2. Так как на балку AB действуют четыре неизвестные силы, то одна связь «лишняя», т. е. задача является однажды статически неопределимой.

Из трех уравнений равновесия достаточно записать только одно уравнение, не содержащее X_A, Y_A, определение которых не ставится в задаче,

$$\sum M_A = 0; \qquad -F \cdot 1 + N_1 \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2 \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0;$$

$$-180 + N_1 \cdot 0{,}707 \cdot 3 + N_2 \cdot 0{,}45 \cdot 5 = 0 \qquad (1.18)$$

В уравнении статики два неизвестных, поэтому нужно записать еще одно дополнительное уравнение из условия совместности деформаций стержней DB и DC. Рассматривая геометрическую схему деформаций этих стержней, считаем перемещение точек B и C балки вертикальными (рис. 1.6). Из подобия треугольников ACC_1 и ABB_1 имеем:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1} = \frac{3}{5}.$$

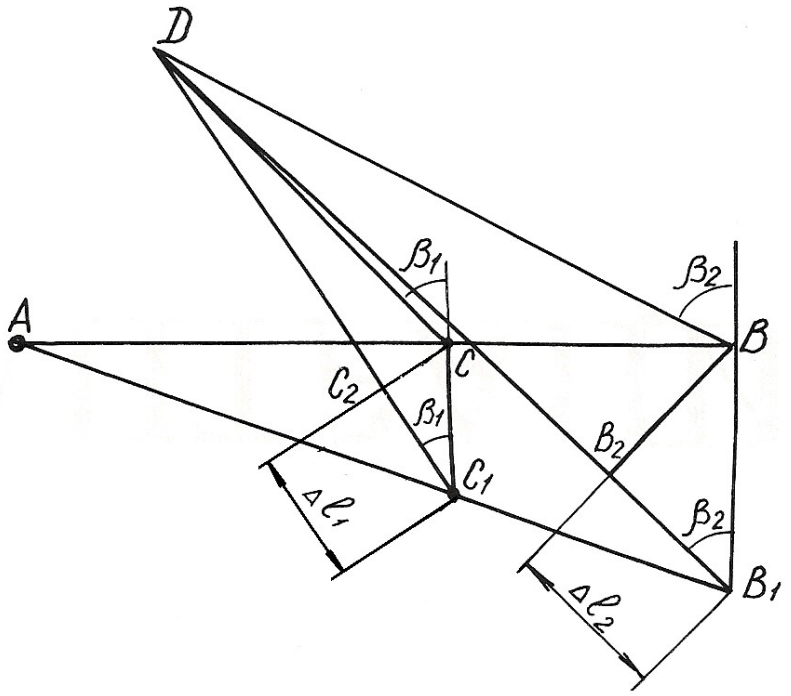


Рис. 1.6.

Учитывая, что $\begin{cases} CC_1 = \dfrac{CC_1}{\cos\beta_1} = \dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}; \\ BB_1 = \dfrac{B_1B_2}{\cos\beta_2} = \dfrac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}, \end{cases}$

получим $\dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1} = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{\Delta l_2}{\cos\beta_2}$; откуда

$$\Delta l_1 = 0{,}94 \cdot \Delta l_2 . \qquad (1.19)$$

Равенство (1.19) и есть условие совместности деформации стержней 1 и 2. Выразим деформации через усилия по закону Гука

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot 2{,}83}{EA_1}; \qquad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot 4{,}74}{E \cdot 2A_1}.$$

Подставим полученные выражения в формулу (1.19)

$$\frac{N_1 \cdot 2{,}83}{EA_1} = 0{,}94 \frac{N_2 \cdot 4{,}74}{E \cdot 2A_1}.$$

Отсюда получим

$$2{,}83 \cdot N_1 - 2{,}10 \cdot N_2 = 0. \qquad (1.20)$$

Теперь можно определить усилия N_1 и N_2, решая совместно систему уравнений (1.18) и (1.20),

$$\begin{cases} 2{,}12 \cdot N_1 + 2{,}25 \cdot N_2 - 180 = 0; \\ 2{,}83 \cdot N_1 - 2{,}10 \cdot N_2 = 0. \end{cases}$$

Получаем $N_1 = 34{,}94$ кН; $N_2 = 47{,}08$ кН.

Подбираем сечение стержней из условий прочности:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{\sigma_{adm}} = \frac{34{,}94 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2{,}18 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 2{,}18\ \text{см}^2;$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{\sigma_{adm}} = \frac{47{,}08 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2{,}94 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 2{,}94\ \text{см}^2.$$

Для площадей задано условие $A_2{:}A_1 = 2$. Если принять $A_1 = 2{,}18$ см^2, тогда $A_2 = 4{,}36$ см^2. Условие $A_2 \geq 2{,}94$ см^2 выполняется.

Сечение подбираем из двух равнобоких уголков по ГОСТ 8509-93 (табл. П. 3).

Для первого стержня подбираем два уголка №2 (20х20х3 мм) с площадью сечения 1,13 см^2. Для второго стержня принимаем два уголка №4 (40х40х3 мм) с площадью сечения 2,35 см^2.

Полные площади сечений будут равны $A_1 = 2{,}26$ см^2; $A_2 = 4{,}70$ см^2.

Проверим отношение площадей:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4{,}70}{2{,}26} = 2{,}08.$$

Отклонение $\delta = \dfrac{2{,}08 - 2}{2} 100\ \% = 3{,}98\ \%.$

Погрешность допустимая.

Пример 1.5. Монтажная задача

Для статически неопределимой системы (рис. 1.7), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м при $A_2 : A_1 = 2$; a =2,0 м; $b = 1{,}0$ м; $h = 2{,}0$ м.

При сборке стержни деформируются: стержень 2 – растянется, стержень 1 – сожмется. В соответствии с этим покажем направления дополнительных усилий N_1' и N_2' (см. рис. 1.7), возникающих после сборки конструкции.

Для определения усилий воспользуемся уравнением статики

$$\sum \text{M}_A = 0; \qquad -N_1' \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2' \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0;$$

$$-2{,}12 N_1' + 2{,}25 N_2' = 0. \qquad (1.21)$$

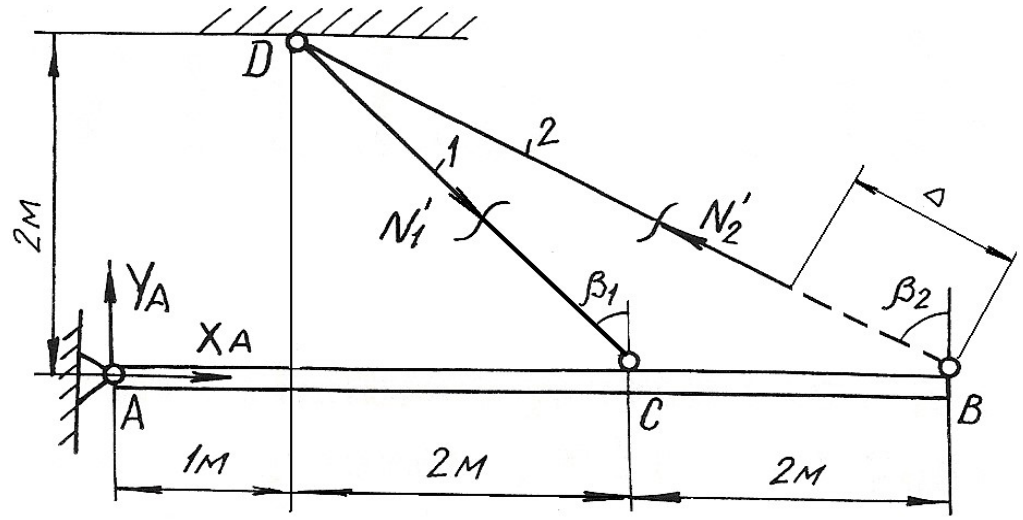


Рис. 1.7.

Уравнение одно, неизвестных два, следовательно, система один раз статически неопределима. Запишем дополнительно условие совместности деформаций. Рассмотрим картину деформаций стержней (см. рис. 1.8). Из подобия треугольников AC_1C и AB_1B получим $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{C_1C}{B_1B}=\dfrac{3}{5}$.

Учитывая соотношение $C_1C=\dfrac{CC_2}{\cos\beta_1}=\dfrac{\Delta l_1}{\cos\beta_1}$; $B_1B=\dfrac{B_2B}{\cos\beta_2}=\dfrac{\Delta-\Delta l_2}{\cos\beta_2}$,

получаем $\dfrac{\Delta l_1}{0{,}707}=\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{\Delta-\Delta l_2}{0{,}45}$; $\Delta l_1=0{,}94(\Delta-\Delta l_2)$. (1.22)

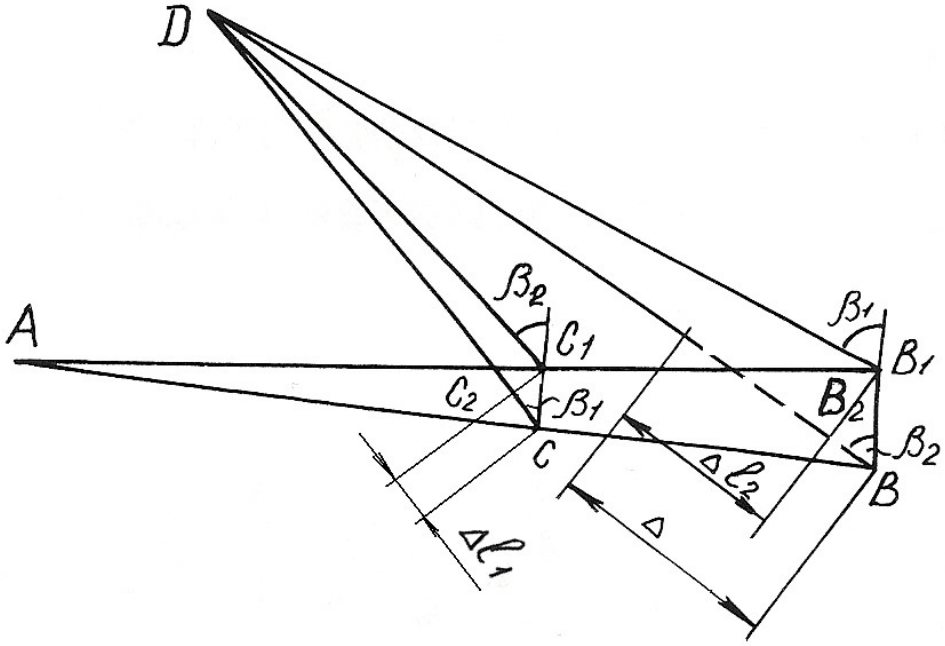


Рис. 1.8.

Выражение (1.22) – условие совместности деформаций стержней 1 и 2. Выражая деформацию через усилия по закону Гука, получим

$$\frac{N_1' l_1}{EA_1} + \frac{0{,}94 \cdot N_2' l_2}{EA_2} = 0{,}94 \cdot \Delta$$

или

$$1{,}25 \cdot N_1' + 0{,}894 \cdot N_2' = 94 \qquad (1.23)$$

Решая совместно систему уравнений (1.21) и (1.23), определяем усилия N_1' и N_2'

$$N_1' = 42{,}75 \text{ кН}; \; N_2' = 45{,}36 \text{ кН}.$$

Пример 1.6.

Стержень длиной l = 800 мм, защемленный обоими концами, подвергается действию двух сосредоточенных сил F_1=100 кН и F_2=150 кН (рис. 1.9, *а*). Определить напряжения, возникающие в различных сечениях стержня, и проверить его прочность, если допускаемое напряжение σ_{adm}=140 МПа. Площадь поперечного сечения A = 10 см^2, l_1 = 200 мм и l_2 = 600 мм.

Решение.

Обозначим реакции в заделках стержня через R_A и R_B. На стержень действует система сил, направленных вдоль одной прямой. Для такой системы статика дает одно уравнение равновесия

$$\sum Y = 0; \quad R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0,$$

откуда $R_A + R_B = F_1 + F_2$. (1.24)

Для составления уравнения совместности деформаций мысленно отбросим нижнюю заделку и заменим ее действие на стержень реакцией R_B, т. е. приложим к сечению B (к нижнему торцовому сечению) такую силу, которая оказывает на стержень воздействие, полностью аналогичное воздействию заделки. Таким образом, изображенная система эквивалентна заданной системе и, поскольку в заданной системе перемещение сечения B равно нулю, то и для второй системы (рис.1.9, *б*) должно соблюдаться то же условие

$$\delta_B = 0. \qquad (1.25)$$

Для определения вида левой части записанного равенства используем принцип независимости действия сил, т. е. вычислим перемещение сечения B как сумму перемещений, вызванных каждой силой F_1, F_2 и R_B в отдельности

$$\delta_B = \delta_{F_1} + \delta_{F_2} + \delta_{R_B}.$$

Под действием одной лишь силы F_1 деформируется только верхняя часть стержня, нижняя и средняя части перемещаются как твердое тело. Таким образом, перемещение сечения B, вызванное силой F_1, равно удлинению верхней части стержня

$$\delta_{F_1} = \frac{F_1 l_1}{EA}.$$

Аналогично установим, что перемещение сечения B от действия силы F_2, равно удлинению верней и средней частей

$$\delta_{F_2} = \frac{F_2 l_2}{EA}.$$

Наконец, перемещение сечения B от действия силы R_B равно укорочению всего стержня

$$\delta_{R_B} = \frac{R_B l}{EA}.$$

Суммируя полученные величины и приравнивая сумму нулю согласно равенству (1.25), получим уравнение совместности деформаций,

$$\frac{F_1 l_1}{EA} + \frac{F_2 l_2}{EA} - \frac{R_B l}{EA} = 0,$$

откуда $R_B = \dfrac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \dfrac{100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6}{0,8} = 137,5$ кН.

Подставив значение реакции R_B в уравнение равновесия (1.24), определим значение реакции в точке A:

$$R_A = F_1 + F_2 - R_B = F_1 + F_2 - \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \frac{(F_1 + F_2) l - (F_1 l_1 + F_2 l_2)}{l} =$$

$$= \frac{(100 + 150) \cdot 0,8 - (100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6)}{0,8} = 112,5 \text{ кН}.$$

На рис. 1.9, *в* приведена эпюра продольных сил, в соответствии с которой определяем напряжения на различных участках стержня.

В поперечных сечениях верхней части стержня

$$\sigma^{(1)} = \frac{N_1}{A} = \frac{112,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 112,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 112,5 \text{ МПа};$$

в поперечных сечениях средней части

$$\sigma^{(2)} = \frac{N_2}{A} = \frac{12,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 12,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12,5 \text{ МПа},$$

а в нижней части

$$\sigma^{(3)} = \frac{N_3}{A} = -\frac{137,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -137,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -137,5 \text{ МПа}.$$

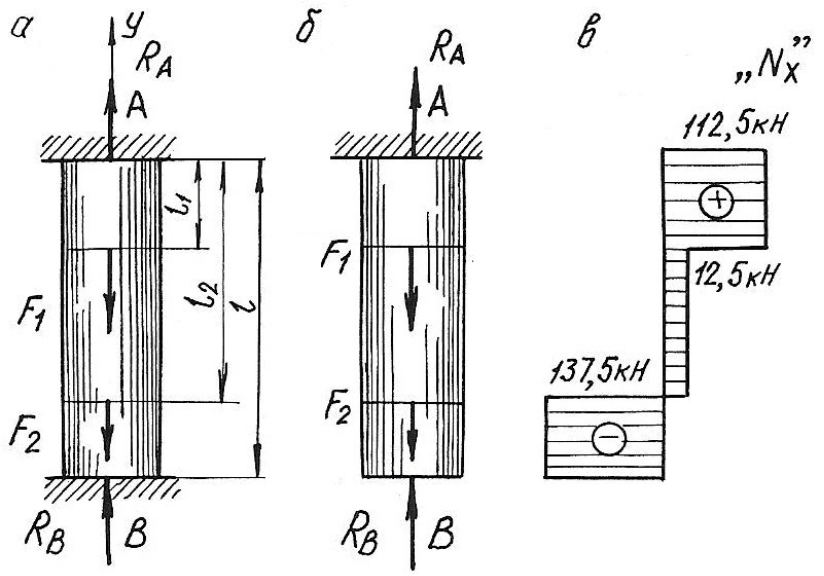


Рис. 1.9.

Наиболее напряженными, как видно из расчетов, являются поперечные сечения нижней части стержня. Это напряжение используем для проверки стержня на прочность:

$$\left|\sigma^{(3)}\right| = 137{,}5 \text{ МПа} < \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

Пример 1.7. Температурная задача

Определить допускаемое повышение температуры составного стержня (рис. 1.10.) из условия, чтобы напряжения сжатия не превышали в стальной части $\sigma_c = 120$ МПа, в медной $\sigma_м = 60$ МПа и в алюминиевой $\sigma_a = 70$ МПа. (линейные размеры на рисунке приведены в мм).

Решение.

Площади поперечных сечений ступеней стержня

$$A_м = \frac{\pi(50\cdot10^{-3})^2}{4} = 1963\cdot10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_a = \frac{\pi(40\cdot10^{-3})^2}{4} = 1257\cdot10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_c = \frac{\pi(30\cdot10^{-3})^2}{4} = 707\cdot10^{-6} \text{ м}^2.$$

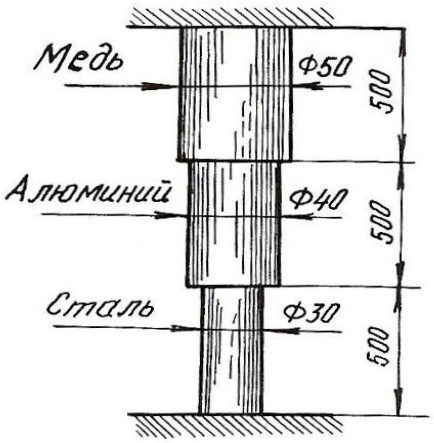


Рис. 1.10.

Продольные силы, при которых напряжения в ступенях будут равны заданным величинам, должны быть следующими:

$$N_{\text{м}} = A_{\text{м}} \cdot \sigma_{\text{м}} = 1963 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 10^{6} = 118000 \text{ Н} = 118 \text{ кН};$$

$$N_{\text{а}} = A_{\text{а}} \cdot \sigma_{\text{а}} = 1257 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^{6} = 88000 \text{ Н} = 88 \text{ кН};$$

$$N_{\text{с}} = A_{\text{с}} \cdot \sigma_{\text{с}} = 707 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot 10^{6} = 84800 \text{ Н} = 84{,}8 \text{ кН}.$$

Величина продольной силы не одинакова для всего стержня, следовательно, в качестве допускаемой продольной силы должно быть принято меньшее из трех полученных значений, а именно $N = N_{\text{с}} = 84{,}8$ кН.

Длина стержня в результате защемления обоих концов остается при изменении температуры неизменной. Следовательно, удлинение стержня в результате повышения температуры должно равняться полученному упругому укорочению

$$\Delta l_t = \Delta l = l_{\text{м}} \alpha_{\text{м}} \Delta t + l_{\text{а}} \alpha_{\text{а}} \Delta t + l_{\text{с}} \alpha_{\text{с}} \Delta t = l(\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}) \Delta t,$$

где $\alpha_{\text{м}}$, $\alpha_{\text{а}}$, $\alpha_{\text{с}}$ – соответствующие коэффициенты теплового линейного расширения.

$$\Delta l = \Delta l_{\text{м}} = \Delta l_{\text{а}} = \Delta l_{\text{с}} = \frac{N l_{\text{м}}}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{N l_{\text{а}}}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{N l_{\text{с}}}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}} = Nl\left(\frac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right);$$

$$l(\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}) \Delta t = Nl\left(\frac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \frac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \frac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right),$$

откуда $\Delta t = \dfrac{N\left(\dfrac{1}{E_{\text{м}} A_{\text{м}}} + \dfrac{1}{E_{\text{а}} A_{\text{а}}} + \dfrac{1}{E_{\text{с}} A_{\text{с}}}\right)}{\alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{а}} + \alpha_{\text{с}}}.$

Подставим численные значения величин и произведем вычисления

$$\Delta t = \frac{84800\left[\dfrac{1}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1963 \cdot 10^{-6}} + \dfrac{1}{0{,}7 \cdot 10^{11} \cdot 1257 \cdot 10^{-6}} + \dfrac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 707 \cdot 10^{-6}}\right]}{16{,}5 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-6} + 12{,}5 \cdot 10^{-6}} = 36^{\circ}.$$

Далее определим напряжения в поперечных сечениях стержня при повышении температуры на 36°

$$\sigma_{\text{м}} = -\frac{N}{A_{\text{м}}} = -\frac{84800}{1963 \cdot 10^{-6}} = -43 \cdot 10^{6} \text{ Па} = -43 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\text{а}} = -\frac{N}{A_{\text{а}}} = -\frac{84800}{1257 \cdot 10^{-6}} = -67{,}5 \cdot 10^{6} \text{ Па} = -67{,}5 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\text{с}} = -120 \text{ МПа}.$$

1.4. Задания для расчетов стержней с учетом собственного веса

Для стального бруса с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F (табл. 1.1.) требуется по указанной схеме (табл. 1.2.):

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.

2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса для геометрических размеров, приведенных в табл. 1.1. Плотность стали ρ=7850 кг/см^3; ускорение силы тяжести g = 9,81 м/с^2, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

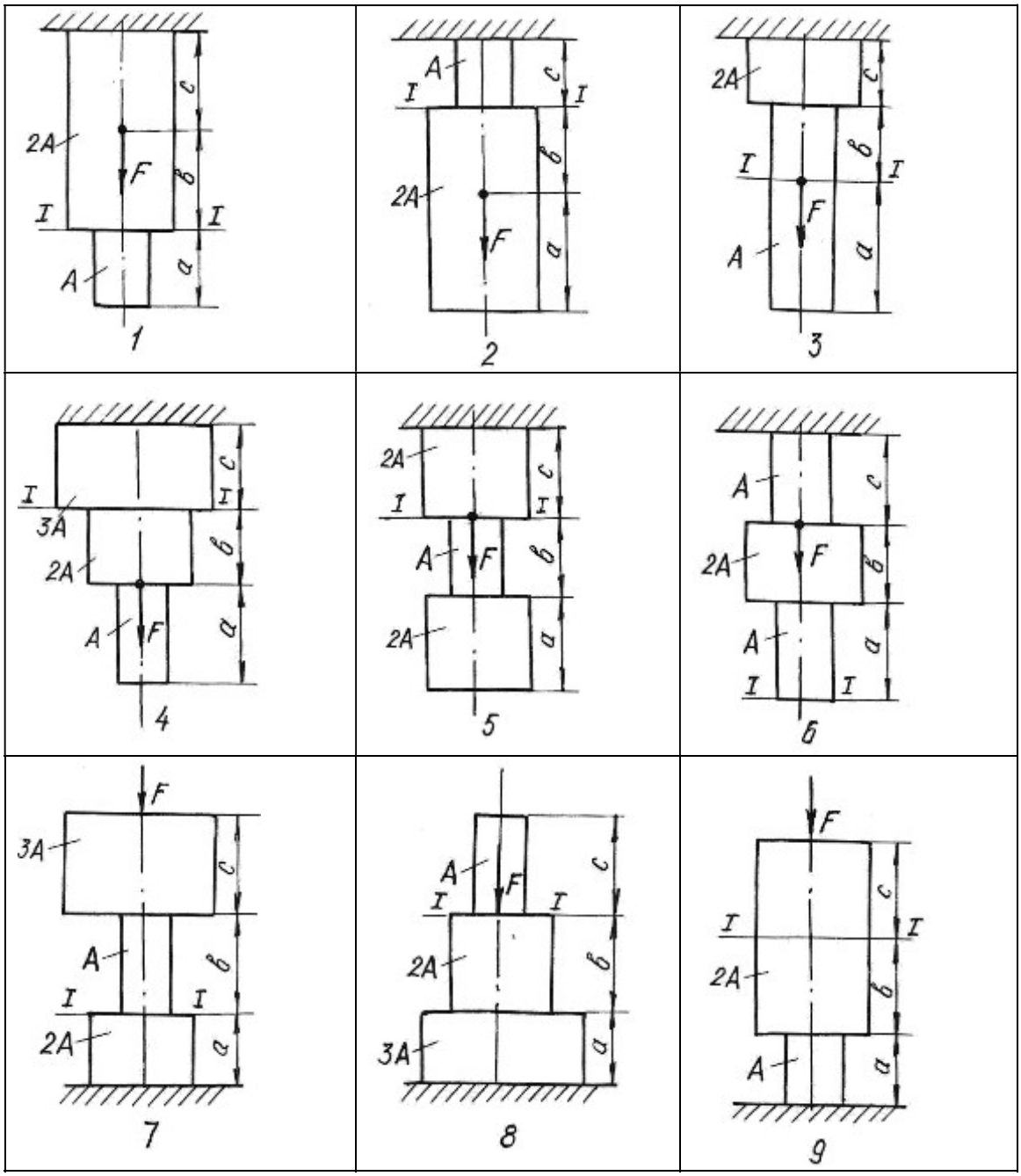
3. Определить перемещение сечений I-I.

Таблица 1.1

Номер варианта	a, м	b, м	c, м	F, кН	A, см²
1	1,5	1,0	2,0	30	20
2	1,0	1,5	2,0	40	30
3	2,0	1,0	2,0	50	40
4	2,0	1,0	1,5	60	18
5	2,0	1,5	1,5	20	24
6	1,5	1,0	2,0	40	28
7	1,5	1,0	1,0	50	30
8	1,0	1,5	2,0	50	32
9	1,5	1,0	1,5	60	12
10	2,0	1,0	1,5	70	14
11	1,0	2,0	1,0	20	15
12	2,0	2,0	1,0	40	18
13	1,0	1,5	1,0	30	20
14	1,4	1,0	1,0	40	24
15	1,0	3,0	1,0	50	28
16	1,0	2,0	1,0	40	30
17	1,2	1,0	2,4	70	32
18	2,0	1,5	2,0	60	20
19	2,6	1,0	1,7	60	18
20	2,0	1,0	1,5	50	22
21	1,5	1,8	1,4	40	15
22	2,0	1,0	1,4	30	16
23	1,2	1,2	1,2	20	20
24	1,5	1,0	2,0	10	16
25	1,4	2,0	1,0	40	18

Таблица 1.2

Расчетные схемы бруса



1.5. Задания для определения напряжений при плоском напряженном состоянии

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (рис. 1.11.). Показать на рисунке элемент и направления напряжений в соответствии с вариантом задания.

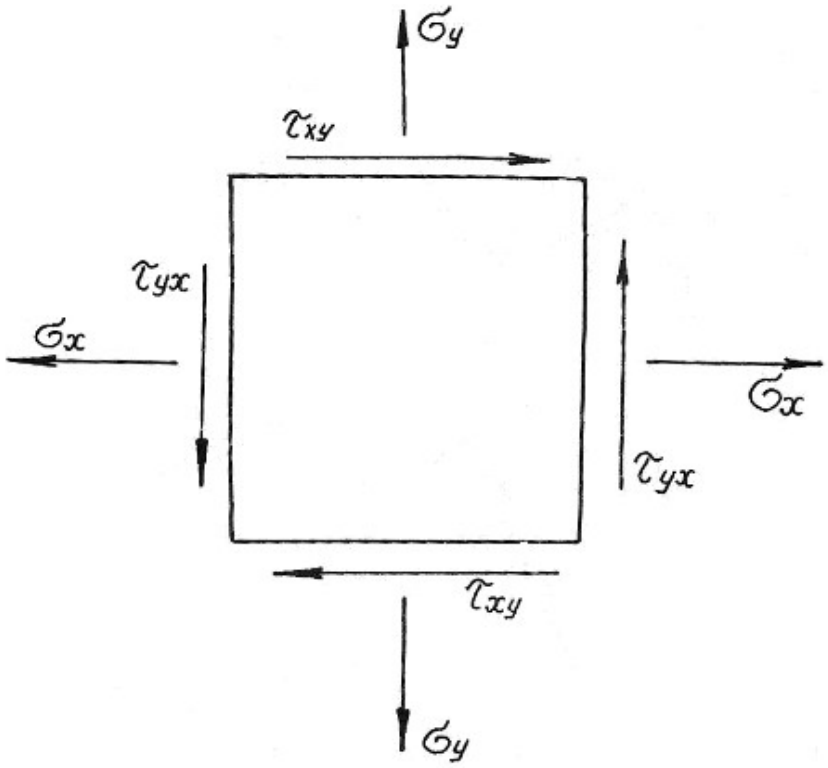


Рис. 1.11.

Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных напряжений τ_α, действующих на площадках, нормаль к которым составляет угол α с горизонтальной осью x.

Данные приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Номер варианта	σ_x , МПа	σ_y , МПа	τ_{xy} , МПа	α, град
1	40,0	-20,0	-10,0	30
2	12,0	10,0	-80,0	-45
3	-10,0	-14,0	-12,0	15
4	15,0	12,0	90,0	30
5	20,0	-40,0	80,0	15
6	-12,0	10,0	-80,0	45
7	20,0	-2,0	10,0	-30
8	80,0	10,0	-60,0	45
9	12,0	14,0	10,0	30
10	-14,0	-10,0	50,0	15
11	20,0	10,0	-80,0	-45
12	30,0	-50,0	-10,0	60
13	-25,0	10,0	50,0	15
14	16,0	80,0	10,0	30
15	18,0	-10,0	10,0	-30
16	22,0	12,0	-90,0	45
17	-16,0	-12,0	10,0	20
18	10,0	80,0	-60,0	-20
19	25,0	-25,0	10,0	30
20	-10,0	10,0	60,0	60
21	12,0	10,0	-60,0	20
22	18,0	-10,0	-12,0	45
23	-40,0	30,0	20,0	30
24	50,0	-60,0	10,0	-30
25	45,0	35,0	15,0	-45

1.6. Задания для расчета статически неопределимых стержневых систем

Для статически неопределимой системы, состоящей из жесткой невесомой балки и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно (табл.1.4), требуется:

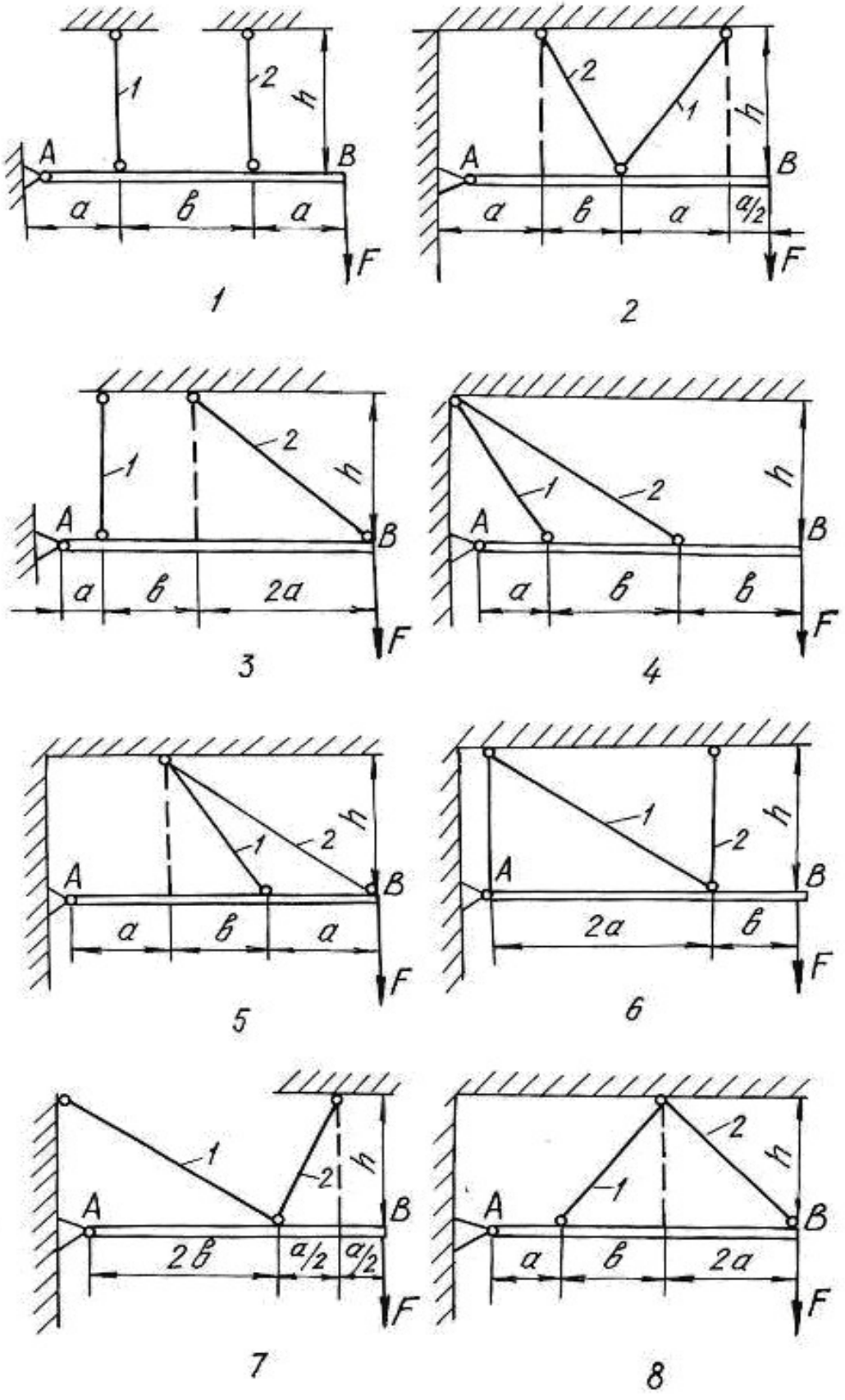
1. Определить усилия, возникающие в стержнях от действия нагрузки F;
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков каждое по ГОСТ 8509-93 (см. табл. П. 3).
3. Определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

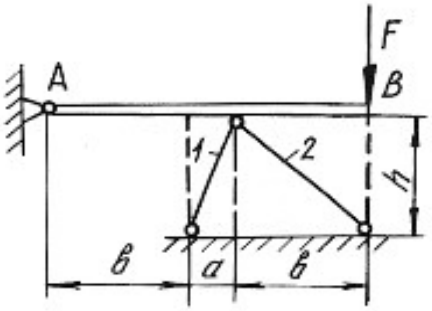
При расчетах принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; σ_{adm}=160 МПа, остальные данные приведены в табл. 1.4. Расчетные схемы приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.4

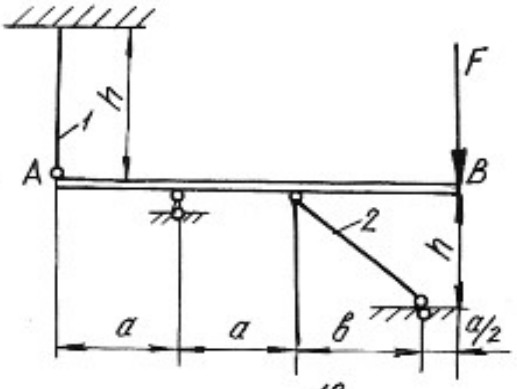
Номер варианта	a, м	b, м	h, м	$A_2 : A_1$	F, кН
1	2,0	1,4	1,8	2,0	80
2	2,2	1,6	2,0	1,5	120
3	2,6	1,8	2,2	1,2	150
4	2,5	1,1	1,5	1,0	180
5	1,8	1,0	1,2	1,5	100
6	2,0	1,0	1,5	2,0	240
7	2,4	1,4	1,6	1,8	140
8	2,8	1,6	2,	2,0	120
9	1,6	1,2	1,5	1,5	100
10	2,4	1,4	1,6	1,8	180
11	3,0	2,0	2,0	1,5	260
12	2,4	1,8	2,2	2,0	320
13	1,8	1,4	1,2	1,5	400
14	2,0	1,5	1,3	1,2	360
15	1,5	1,5	2,0	1,5	400
16	1,0	0,9	1,5	1,1	340
17	1,1	1,3	1,8	1,8	250
18	1,5	1,2	2,0	2,0	120
19	0,9	0,6	3,0	1,4	170
20	0,8	0,7	2,3	1,6	210
21	1,2	1,7	1,3	1,3	200
22	1,3	1,4	0,8	1,7	90
23	2,0	2,0	2,0	0,9	110
24	2,0	1,1	1,0	0,8	130
25	1,5	1,6	0,8	0,7	280

Таблица 1.5

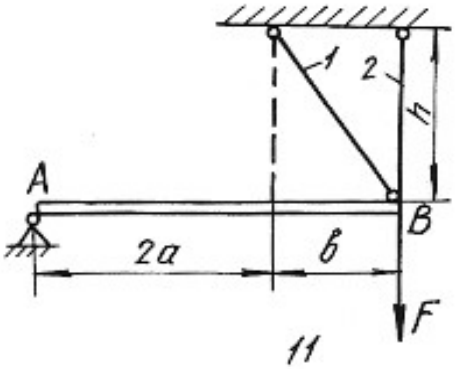

1
A
B
a
в
a
F
2
h
2
1
A
B
a
в
a
a/2
F
3
A
B
a
в
2a
F
4
A
B
a
в
в
F
5
A
B
a
в
a
F
6
A
B
2a
в
F
7
A
B
2в
a/2
a/2
F
8
A
B
a
в
2a
F



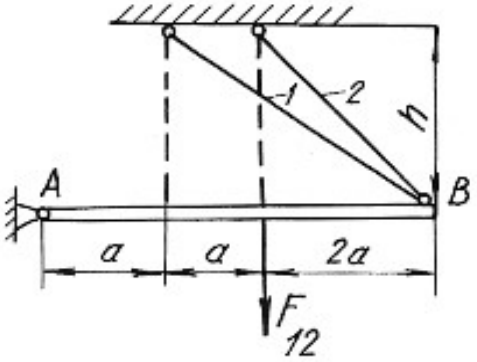
9



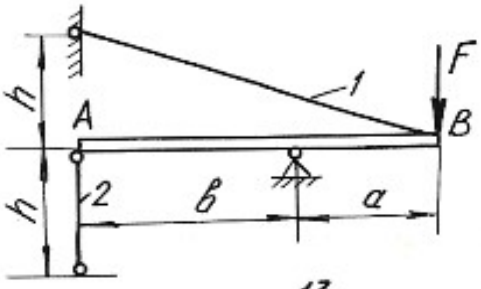
10



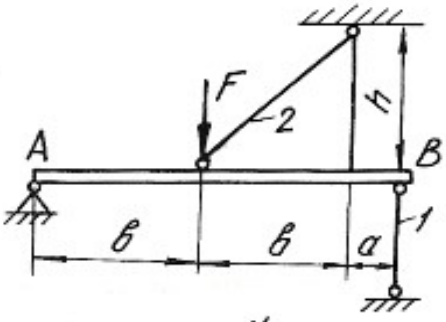
11



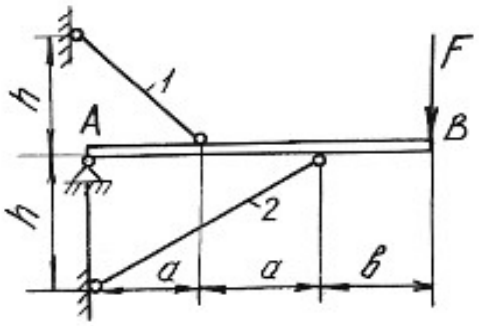
12



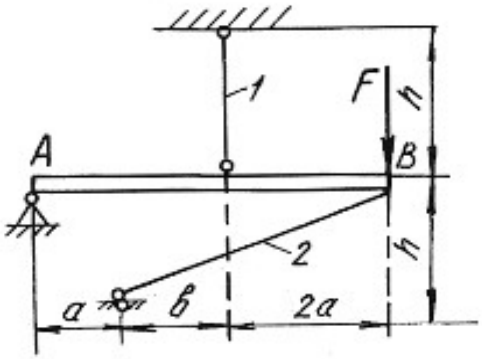
13



14



15



16

Глава 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ

Моментами инерции являются геометрические характеристики, отражающие заполнение веществом плоского поперечного сечения балки. Значения моментов инерции для стандартных поперечных сечений можно найти в любой литературе, список которой приведен в конце настоящего пособия. Моменты инерции относительно собственных осей простых фигур определяются по известным формулам.

Для прямоугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \qquad J_y = \frac{hb^3}{12}; \qquad J_{xy} = 0, \tag{2.1}$$

где x, y – горизонтальная и вертикальная оси, проходящие через центр тяжести прямоугольника; b – ширина; h – высота прямоугольника.

Для круга

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}; \qquad J_{xy} = 0. \tag{2.2}$$

Для треугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \qquad J_y = \frac{hb^3}{36}; \qquad J_{xy} = \pm\frac{b^2h^2}{72}. \tag{2.3}$$

При этом знак центробежного момента определяется следующим образом. Треугольник вычерчивается в масштабе, через его центр проводятся оси, которые делят треугольник на четыре четверти. В первой и третьей четвертях площадь положительна, в остальных – отрицательна. Если суммарная положительная площадь будет по размеру больше отрицательной, то знак центробежного момента будет тоже положительный и наоборот.

Осевые моменты инерции прокатных профилей выписываются из таблицы (сортамента проката) в соответствии с номером профиля. Для равнополочных уголков центробежный момент относительно горизонтальной и вертикальной осей определяется по формуле:

$$J_{xy} = \left(J_{x_0} - J_{y_0}\right)\frac{\sin 2\alpha}{2} + J_{x_0y_0}\cos 2\alpha, \tag{2.4}$$

где x_0, y_0 – оси, проходящие через центр тяжести уголка под углом 45° к горизонтальной и вертикальной осям уголка.

При этом нужно помнить, что угол поворота осей *xy* относительно осей x_0y_0 будет отрицательным. Если уголок неравнополочный, то его условно разбивают на два прямоугольника, находят их центры тяжести, и центробежный

момент относительно собственных осей всего уголка определяют по формуле центробежных моментов инерции относительно параллельных осей.

Для составного сечения необходимо определять положение центра тяжести, разбив его на простейшие части (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок). Формулы для определения центра тяжести имеют вид:

$$x_c = \frac{\sum S_{x_{\text{вр}}}}{\sum A} = \frac{\left(A_1 x_1 + A_2 x_2 + \ldots, + A_n x_n\right)}{\left(A_1 + A_2 + \ldots, + A_n\right)};$$
$$y_c = \frac{\sum S_{y_{\text{вр}}}}{\sum A} = \frac{\left(A_1 y_1 + A_2 y_2 + \ldots, + A_n y_n\right)}{\left(A_1 + A_2 + \ldots, + A_n\right)}, \qquad (2.5)$$

где $S_{y_{\text{вр}}}, S_{x_{\text{вр}}}$ – статические моменты площадей простых фигур относительно временных осей; A_1, A_2,…, A_n – площади простых фигур; x_n, y_n – координаты центров тяжести простых фигур во временных осях.

Главными моментами инерции плоской фигуры (сечения) называют моменты инерции, определяемые относительно главных центральных осей сечения. Такие оси должны отвечать следующим требованиям:

1) они проходят через центр тяжести сечения;

2) относительно этих осей наблюдаются экстремальные значения моментов инерции (главные моменты инерции);

3) центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю.

В формулы напряжений, содержащие моменты инерции, необходимо всегда подставлять значения главных моментов инерции. Определение главных моментов инерции проводится в следующем порядке.

1. Заданное поперечное сечение сложной конфигурации вычерчивается в выбранном масштабе с указанием всех размеров.

2. Сечение условно разбивается на простейшие фигуры (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок).

3. Определяется положение центра тяжести площадки каждой простой фигуры и из этих центров проводятся собственные оси координат.

4. Для всей фигуры сечения проводятся временные (вспомогательные) оси координат $(x_{\text{вр}}, y_{\text{вр}})$ параллельно собственным осям отдельных фигур (желательно, чтобы временные оси проходили через центры тяжести простых фигур, что ведет к уменьшению объема вычислений).

5. Определяются координаты центра тяжести площади всего сечения по формулам (2.5).

6. Центр тяжести сечения наносится на чертеж, и из него проводятся опорные оси координат (x_c, y_c) параллельно временным осям.

7. Определяются осевые и центробежные моменты инерции сечения относительно опорных осей. При этом используют формулы для определения моментов инерции относительно параллельных осей:

$$J_{x_c} = \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{x_n} + A_n a_n^2\right)^{n};$$

$$J_{y_c} = \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2\right)^{\text{I}} + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{y_n} + A_n b_n^2\right)^{n}; \qquad (2.6)$$

$$J_{x_c y_c} = \left(J_{x_1 y_1} + A_1 a_1 b_1\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_2 y_2} + A_2 a_2 b_2\right)^{\text{II}} + \ldots + \left(J_{x_n y_n} + A_n a_n b_n\right)^{n},$$

где $J_{x_1}, J_{x_2}, \ldots, J_{x_n}$ и $J_{y_1}, J_{y_2}, \ldots, J_{y_n}$ – моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $J_{x_1 y_1}, J_{x_2 y_2}, \ldots, J_{x_n y_n}$ – центробежные моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $a_1, a_2, \ldots, a_n$ – расстояния между собственными осями $x_1, x_2 \ldots, x_n$ простых фигур и центральной осью x_c; $b_1, b_2 \ldots, b_n$ – расстояния между собственными осями $y_1, y_2 \ldots, y_n$ простых фигур и центральной осью y_c (с учетом знаков).

8. Определяется положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}}. \qquad (2.7)$$

Положительным считается угол α_0, откладываемый против хода часовой стрелки.

9. Проводятся главные оси на чертеже под углом α_0 по отношению к центральным осям.

10. Определяются главные моменты инерции по формулам:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0; \\ J_{y_0} &= J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 \end{aligned} \qquad (2.8)$$

или

$$J_{\max/\min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)^2 + 4 \cdot J_{x_c y_c}^2}. \qquad (2.9)$$

11. Проводится проверка правильности решения задачи в двух вариантах:

а) суммы главных моментов инерции и моментов инерции относительно центральных осей должны быть равны

$$J_{x_0} + J_{y_0} = \left(J_{x_c} + J_{y_c}\right) \pm 5\ \%; \qquad (2.10)$$

б) центробежный момент инерции относительно главных осей должен быть равен нулю

$$J_{x_0y_0} = \frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\cos 2\alpha_0 = 0\,. \qquad (2.11)$$

Пример 2.1.

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнополочного уголка (рис. 2.1), требуется:

1) определить положение центра тяжести;

2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести;

3) определить направления главных центральных осей x_0 и y_0;

4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей;

5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

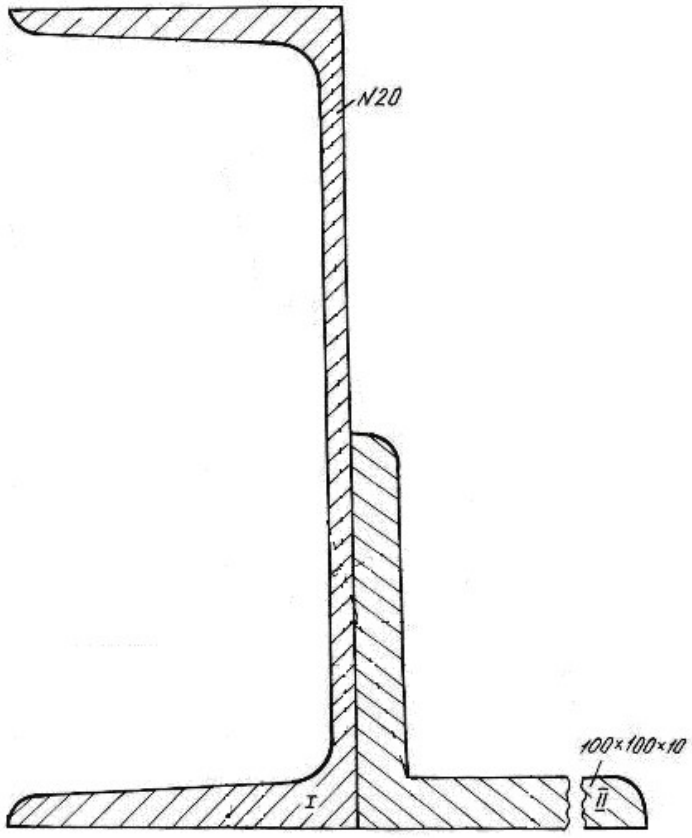


Рис. 2.1.

Решение.

1. Проводим временные оси $x_{вр}$ и $y_{вр}$ через левый нижний угол сечения (рис. 2.2) и разбиваем сечение на две фигуры: швеллер I и уголок II.

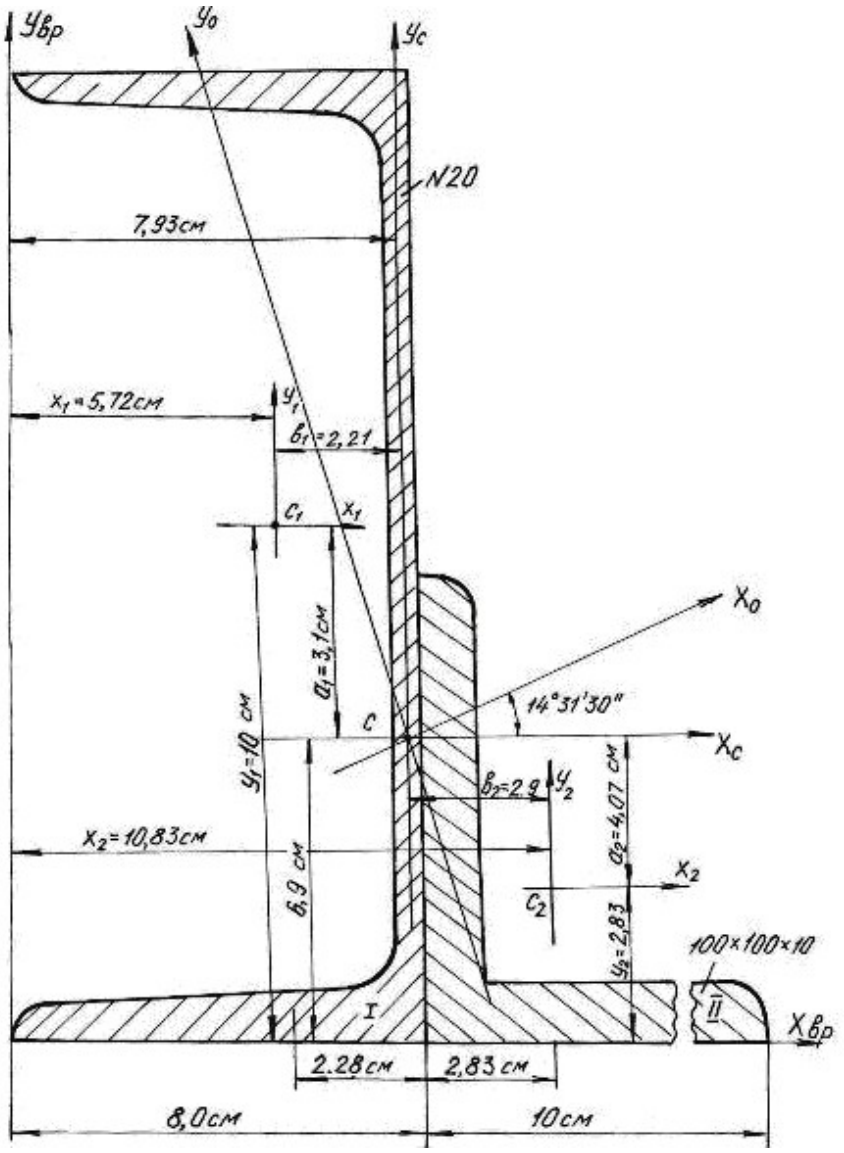


Рис. 2.2.

Основные данные фигур выписываем из таблиц сортамента проката.

Швеллер № 20а: $A_1 = 25{,}2$ см^2, $Z_0 = 2{,}28$ см, $J_{x_1} = 1670$ см^4, $J_{y_1} = 139$ см^4.

Уголок 100×100×10 мм: $A_2 = 19{,}2$ см^2, $Z_0 = 2{,}83$ см, $J_{x_0} = 284$ см^4, $J_{y_0} = 74{,}1$ см^4, $J_{x_2} = J_{y_2} = 179$ см^4 (рис. 2.3).

Координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{(A_1 x_1 + A_2 x_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25{,}2 \cdot 5{,}72 + 19{,}2 \cdot 10{,}83}{25{,}2 + 19{,}2} = 7{,}93 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{\left(A_1 y_1 + A_2 y_2\right)}{\left(A_1 + A_2\right)} = \frac{25{,}2 \cdot 10 + 19{,}2 \cdot 2{,}83}{25{,}2 + 19{,}2} = 6{,}9 \text{ см};$$

где A_1, A_2 – площади поперечного сечения первой и второй фигур; x_1, x_2, y_1, y_2 – координаты центров тяжести фигур относительно временных осей.

По значениям координат центра тяжести фигуры наносим точку C (см. рис. 2.2.) и проводим центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

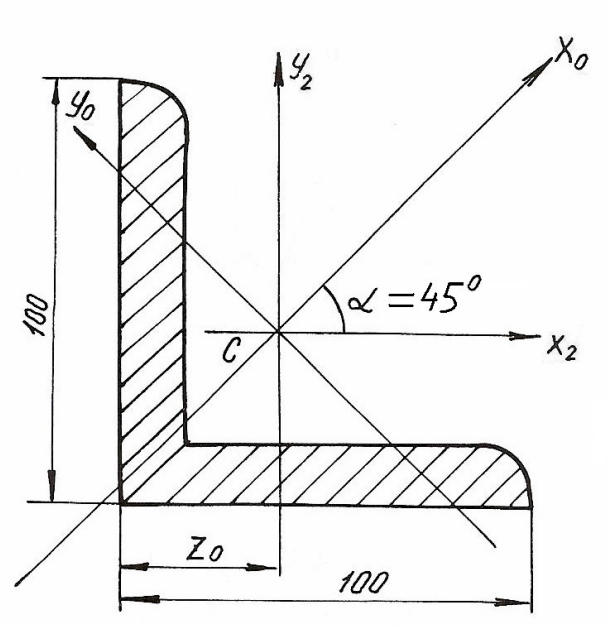


Рис. 2.3.

2. Вычисляем осевые моменты инерции относительно центральных опорных осей

$$J_{x_C} = \left(J_{x_C}\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_C}\right)^{\text{II}} = \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2\right) + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2\right) =$$

$$= \left[1670 + 25{,}2\left(3{,}1\right)^2\right] + \left[179 + 19{,}2\left(-4{,}07\right)^2\right] = 2409 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_C} = \left(J_{y_C}\right)^{\text{I}} + \left(J_{y_C}\right)^{\text{II}} = \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2\right) + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2\right) =$$

$$= \left[139 + 25{,}2\left(\text{-}2{,}21\right)^2\right] + \left[179 + 19{,}2\left(2{,}9\right)^2\right] = 603 \text{ см}^4.$$

3. Вычисляем центробежный момент инерции сечения относительно осей x_c и y_c. Центробежный момент швеллера относительно собственных осей равен 0, так как его оси проходят через центр тяжести и одна из них является осью симметрии.

Для уголка собственные центральные оси, т. е. оси x_2 и y_2 не являются главными, поэтому центробежный момент уголка в этой системе координат не равен 0. Вычислим его.

Из таблиц сортамента

$$J_{x_0} = 284 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 74{,}1 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2} = \frac{\left(J_{x_0} - J_{y_0}\right)}{2}\sin 2\alpha + J_{x_0y_0}\cos 2\alpha = \frac{284 - 74{,}1}{2}(-1) + 0 = -104{,}95 \text{ см}^4.$$

Угол α отрицателен, так как поворот осей x_0, y_0 направлен по ходу часовой стрелки.

$$J_{x_cy_c} = \left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{I}} + \left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{II}} = (J_{x_1y_1} + A_1a_1b_1) + (J_{x_2y_2} + A_2a_2b_2) =$$

$$= [0 + 25{,}2(3{,}1)(-2{,}21)] + [-104{,}95 + 19{,}2(-4{,}07)(2{,}90)] =$$

$$= -172{,}0 - 104{,}95 - 225 = -501{,}95 \text{ см}^4.$$

Угол поворота главных осей инерции

$$\text{tg}2\alpha_0 = \frac{2J_{x_cy_c}}{\left(J_{y_c} - J_{x_c}\right)} = \frac{2(-501{,}95)}{(603 - 2409)} = 0{,}555, \quad 2\alpha_0 = 29^{\text{o}}03', \quad \alpha_0 = 14^{\text{o}}31'30''.$$

4. Откладываем полученный угол против хода часовой стрелки от центральных осей x_c, y_c и проводим главные оси инерции x_0, y_0 (см. рис. 2.2).

5. Определяем главные моменты инерции

$$J_{x_0} = J_{x_c}\cos^2\alpha_0 + J_{y_c}\sin^2\alpha_0 - J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0 = 2536 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c}\sin^2\alpha_0 + J_{y_c}\cos^2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0 = 476 \text{ см}^4.$$

Так как $J_{x_c} > J_{y_c}$, то $J_{\max}$ будет относительно оси x_0, а $J_{\min}$ будет относительно оси y_0.

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = \left(J_{x_0} + J_{y_0}\right) \pm 5\ \%;$$

$$(2409 + 603)\cdot 10^{-8} = (2536 + 476)\cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$3012\cdot 10^{-8} \text{ см}^4 = 3012\cdot 10^{-8} \text{ см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0y_0} = \frac{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_cy_c}\cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0y_0} = \frac{(2409-603)}{2}\sin 2\left(14^\circ 31' 30''\right) - 501{,}95 \cdot \cos 2\left(14^\circ 31' 30''\right) = 0;$$
$$J_{x_0y_0} = 438 - 438 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

6. Вычерчиваем поперечное сечение в масштабе 1:2 с указанием всех осей и размеров.

Пример 2.2.

Для заданного поперечного сечения (рис. 2.4) определить положение центра тяжести, найти положение главных осей инерции и значения главных моментов инерции.

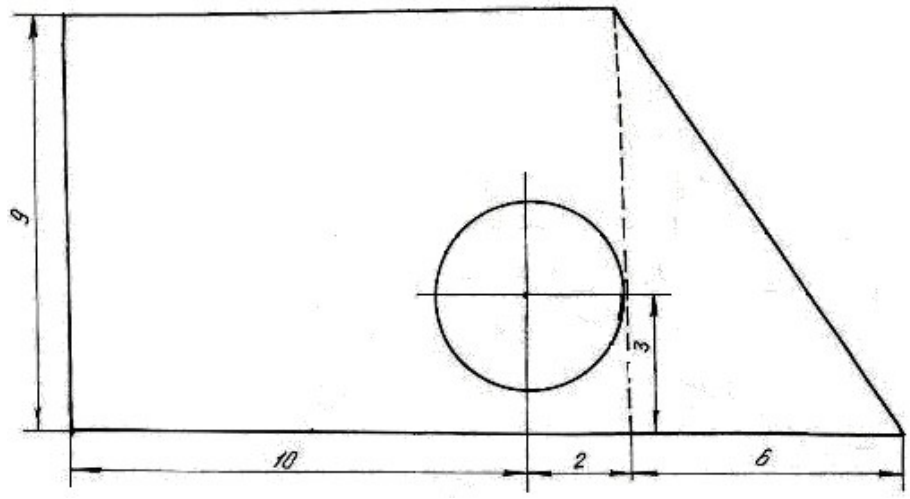


Рис. 2.4.

Решение.

1. Чертим поперечное сечение в масштабе 1:1;

2. Разбиваем сечение на простейшие фигуры: I – прямоугольник, II – прямоугольный треугольник, III – круг;

3. Проводим временные оси $x_{вр}$ и $y_{вр}$ через левый нижний угол заданного сечения (рис. 2.5).

4. Обозначив на рисунке центры тяжести простейших фигур, находим их координаты относительно временных осей и определяем площади фигур

$$C_1\begin{cases} x_1 = 6 \text{ см}; \\ y_1 = 4{,}5 \text{ см}; \end{cases} \qquad C_2\begin{cases} x_2 = 14 \text{ см}; \\ y_2 = 3 \text{ см}; \end{cases} \qquad C_3\begin{cases} x_3 = 10 \text{ см}; \\ y_3 = 3 \text{ см}. \end{cases}$$

$$A_1 = 108 \text{ см}^2, \qquad A_2 = 27 \text{ см}^2, \qquad A_3 = 12{,}56 \text{ см}^2.$$

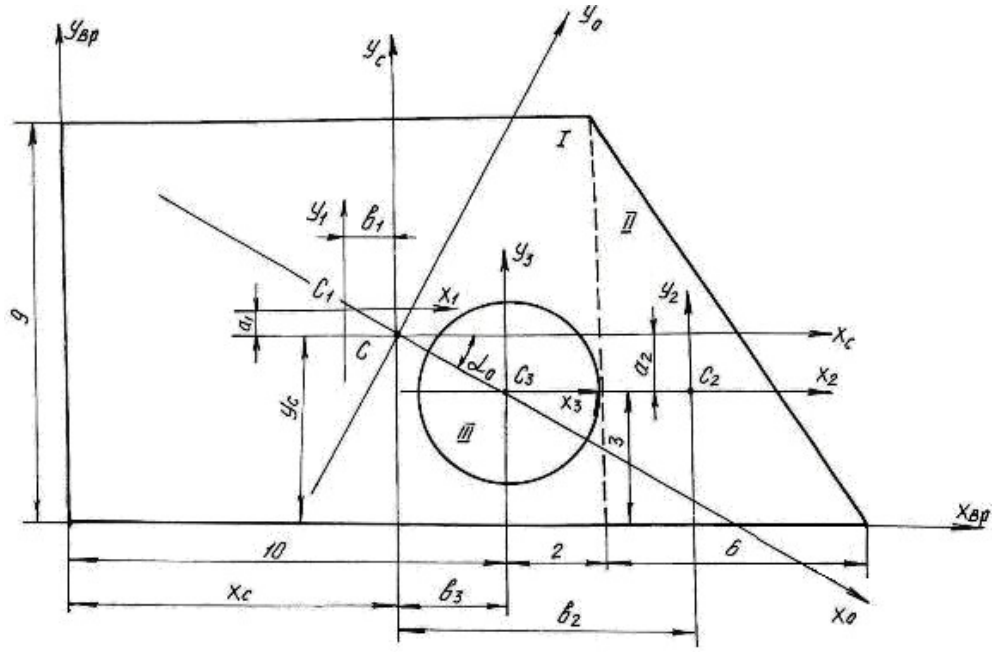


Рис. 2.5.

5. Определим координаты центра тяжести сечения

$$x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 - x_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{6 \cdot 108 + 14 \cdot 27 - 10 \cdot 12{,}56}{108 + 27 - 12{,}56} = 7{,}35 \text{ см};$$

$$y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 - y_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{4{,}5 \cdot 108 + 3 \cdot 27 - 3 \cdot 12{,}56}{108 + 27 - 12{,}56} = 4{,}32 \text{ см}.$$

Обозначим на рис. 2.5 положение центра тяжести C (x_c =7,35 см; y_c =4,32 см) и проведем центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

6. Определим координаты центров тяжести простейших фигур $(C_1,\ C_2,\ C_3)$ относительно центральных осей x_c и y_c

$$C_1 \begin{cases} b_1 = x_1 - x_C = 1{,}35 \text{ см} \\ a_1 = y_1 - y_C = 0{,}18 \text{ см} \end{cases} \qquad C_2 \begin{cases} b_2 = x_2 - x_C = 6{,}65 \text{ см} \\ a_2 = y_2 - y_C = -1{,}32 \text{ см} \end{cases}$$

$$C_3 \begin{cases} b_3 = x_3 - x_C = 2{,}65 \text{ см} \\ a_3 = y_3 - y_C = -1{,}32 \text{ см}. \end{cases}$$

7. Определим моменты инерции простейших фигур относительно их центральных осей

Для прямоугольника:

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 9^3}{12} = 729 \text{ см}^4;\ J_{y_1} = \frac{b^3 h}{12} = \frac{12^3 \cdot 9}{12} = 1296 \text{ см}^4;\ J_{x_1 y_1} = 0.$$

Для треугольника:

$$J_{x_2}=\frac{bh^3}{36}=\frac{6\cdot 9^3}{36}=121{,}5\text{ см}^4;\qquad J_{y_2}=\frac{b^3h}{36}=\frac{6^3\cdot 9}{36}=54\text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2}=-\frac{b^2h^2}{72}=-\frac{6^2\cdot 9^2}{72}=-40{,}5\text{ см}^4,$$

знак минус указывает на преобладание суммарной отрицательной части площади поперечного сечения.

Для круга:

$$J_{x_3}=J_{y_3}=\frac{\pi d^4}{64}=\frac{3{,}14\cdot 4^4}{64}=12{,}56\text{ см}^4;\qquad J_{x_3y_3}=0.$$

8. Определим моменты инерции всего сечения относительно центральных осей x_c и y_c, используя формулы моментов инерции относительно параллельных осей

$$J_{x_c}=\left(J_{x_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{x_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{x_c}\right)^{\text{III}}=\left(J_{x_1}+A_1a_1^2\right)+\left(J_{x_2}+A_2a_2^2\right)-\left(J_{x_3}+A_3a_3^2\right)=$$

$$=\left(729+0{,}18^2\cdot 108\right)+\left(121{,}5+(-1{,}32)^2\cdot 27\right)-\left(12{,}56+(-1{,}32)^2\cdot 12{,}56\right)=866{,}6\text{ см}^4;$$

$$J_{y_c}=\left(J_{y_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{y_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{y_c}\right)^{\text{III}}=\left(J_{y_1}+A_1b_1^2\right)+\left(J_{y_2}+A_2b_2^2\right)-\left(J_{y_3}+A_3b_3^2\right)=$$

$$=\left(1296+(-1{,}35)^2\cdot 108\right)++\left(54+6{,}65^2\cdot 27\right)-\left(12{,}56+2{,}65^2\cdot 12{,}56\right)=1093{,}32\text{ см}^4;$$

$$J_{x_cy_c}=\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{I}}+\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{II}}-\left(J_{x_cy_c}\right)^{\text{III}}=$$

$$=\left(J_{x_1y_1}+a_1b_1A_1\right)+\left(J_{x_2y_2}+a_2b_2A_2\right)-\left(J_{x_3y_3}+a_3b_3A_3\right)=$$

$$=\left(0+0{,}18\cdot(-1{,}35)\cdot 108\right)+\left(-40{,}5+(-1{,}32)\cdot 6{,}65\cdot 27\right)-\left(0+(-1{,}32)\cdot 2{,}56\cdot 12{,}56\right)=$$

$$=-259{,}82\text{ см}^4.$$

Получили, что центробежный момент сечения $J_{x_cy_c}\neq 0$, следовательно, оси x_c и y_c не являются главными осями инерции.

9. Найдём положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg}2\alpha_0=\frac{-2\cdot J_{x_cy_c}}{J_{x_c}-J_{y_c}}=-2{,}29;\text{ откуда }\ 2\cdot\alpha_0=-66^{\text{o}}20';\ \ \alpha_0=-33^{\text{o}}10'.$$

10. Проводим главные оси инерции x_0, y_0 под углом α_0 относительно центральных осей и определяем значение главных моментов инерции

$$J_{x_0}=J_{x_c}\cos^2\alpha_0+J_{y_c}\sin^2\alpha_0-J_{x_cy_c}\sin 2\alpha_0=696{,}48\text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c}\sin^2\alpha_0 + J_{y_c}\cos^2\alpha_0 + J_{x_c y_c}\sin 2\alpha_0 = 1263{,}42 \text{ см}^4.$$

$$J_{\min} = J_{x_0} = 696{,}48 \text{ см}^4; \qquad J_{\max} = J_{y_0} = 1263{,}42 \text{ см}^4.$$

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = \left(J_{x_0} + J_{y_0}\right) \pm 5\%;$$

$$\left(866{,}6 + 1093{,}32\right)\cdot 10^{-8} = \left(696{,}48 + 1263{,}42\right)\cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$1959{,}9\cdot 10^{-8}\text{см}^4 = 1959{,}9\cdot 10^{-8}\text{см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0 y_0} = \frac{\left(J_{x_c} - J_{y_c}\right)}{2}\sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c}\cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = \frac{\left(866{,}6 - 1093{,}32\right)}{2}\sin 2\left(-33^{\circ}10'\right) + \left(-259{,}82\right)\cos 2\left(-33^{\circ}10'\right) = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = 104 - 104 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

2.1. Задания для определения главных моментов инерции

а) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.1), состоящего из швеллера и равнополочного уголка или из швеллера и двутавра (табл. 2.2), требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_C и y_C, проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0;
4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0;
5. Вычертить сечение в выбранном масштабе и указать на нем все размеры в числах и все оси;
6. Сделать проверочные расчеты.

б) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.3) требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_C и y_C, проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0;

4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0;

5. Сделать проверочные расчеты.

Таблица 2.1

Номер варианта	Тип сечения	Швеллер №	Равнобокий уголок, мм	Двутавр №
1	I	14	80×80×8	12
2	II	16	80×80×6	14
3	III	18	90×90×8	16
4	IV	20	90×90×7	18
5	V	22	90×90×6	20а
6	VI	24	100×100×8	20
7	VII	27	100×100×10	22а
8	VIII	30	100×100×12	22
9	IX	33	125×125×10	24а
10	X	36	125×125×12	24

Таблица 2.2

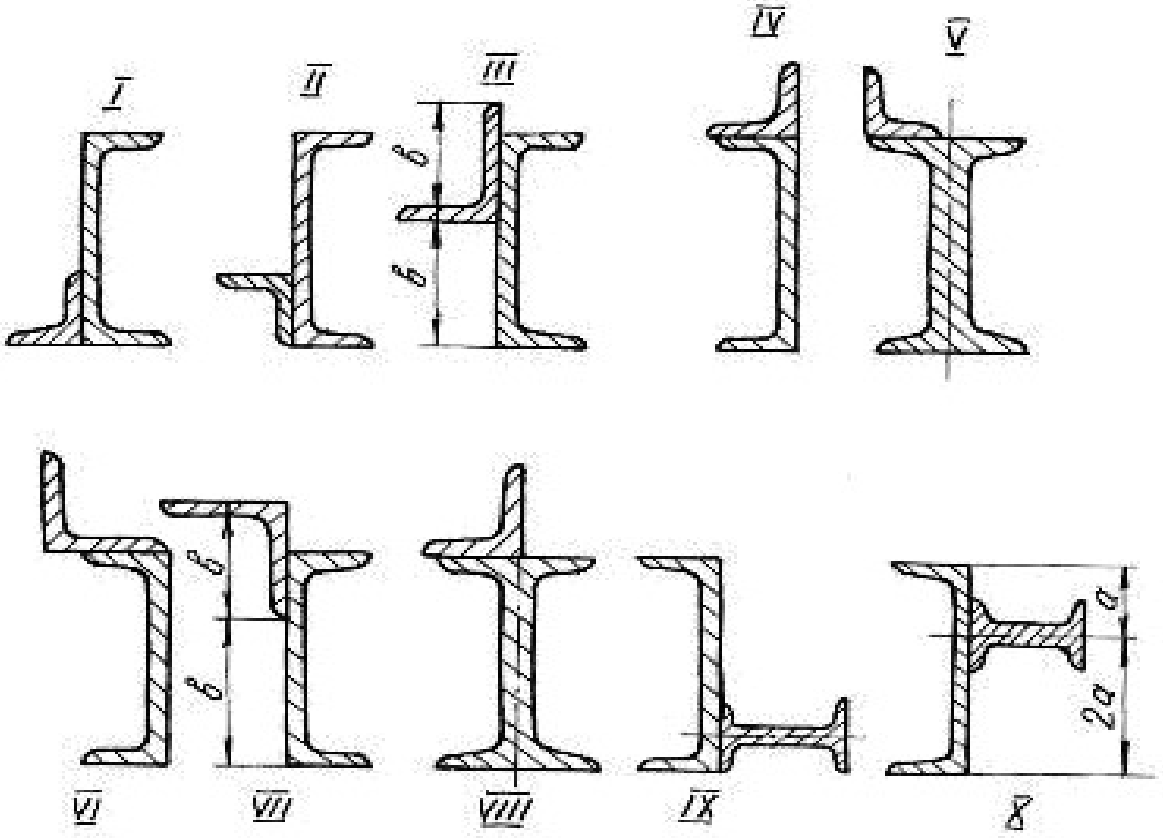
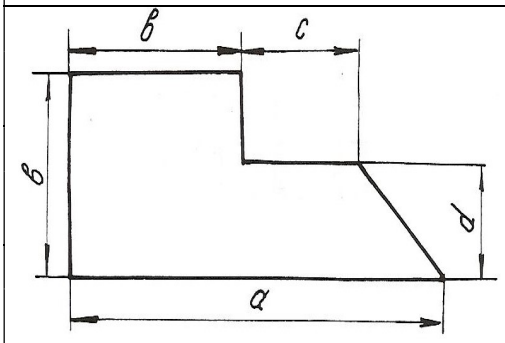
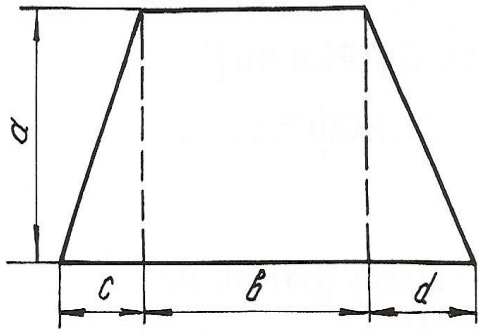
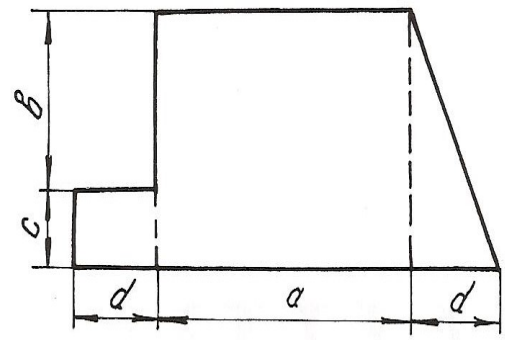
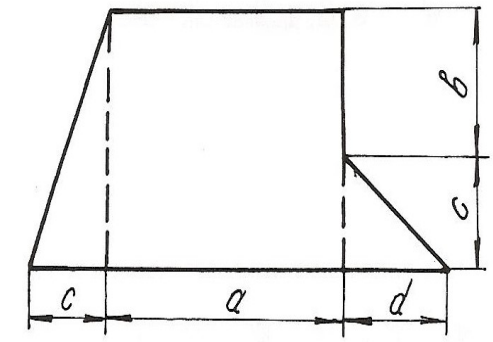
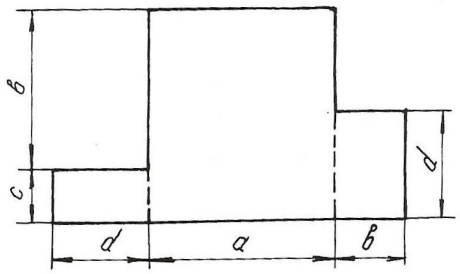
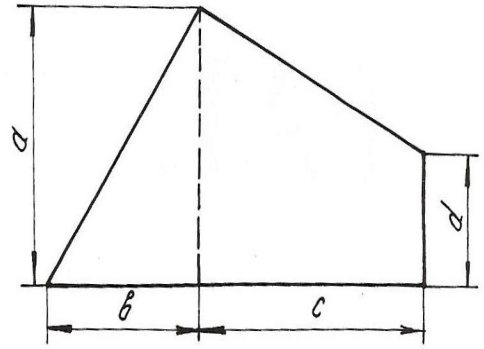
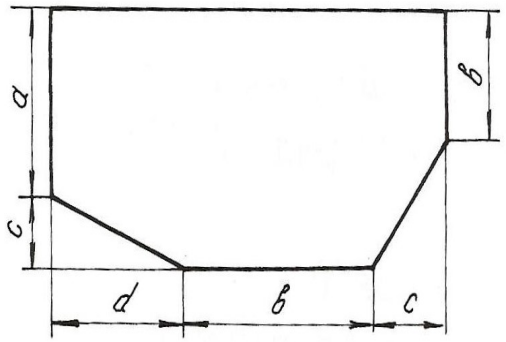
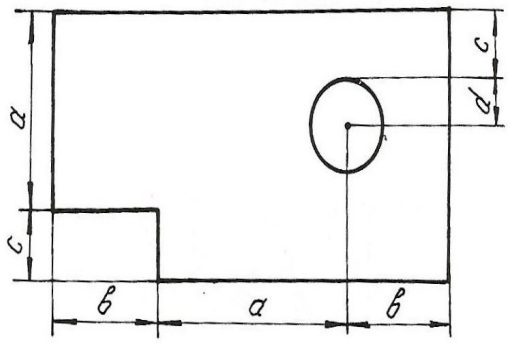


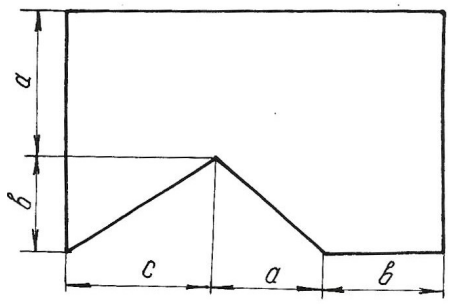
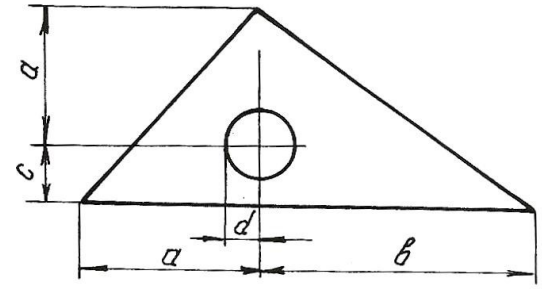
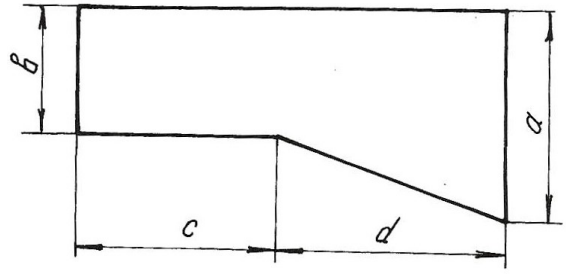
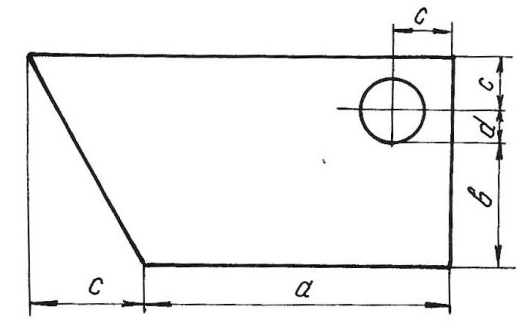
Таблица 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	1	12	6	4	2
	2	16	10	2	6
	3	9	6	1	3
	4	6	9	3	5
	5	7	8	6	9
	6	8	6	4	6
	7	9	5	2	3
	8	6	4	3	4
	9	5	2	4	4
	10	4	3	2	5
	11	7	5	3	2
	12	9	4	4	6
	13	7	5	3	3
	14	6	3	6	4
	15	4	2	5	6

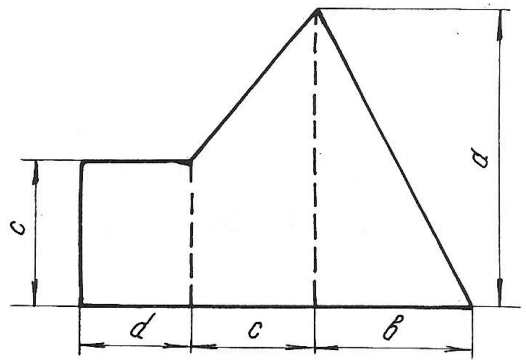
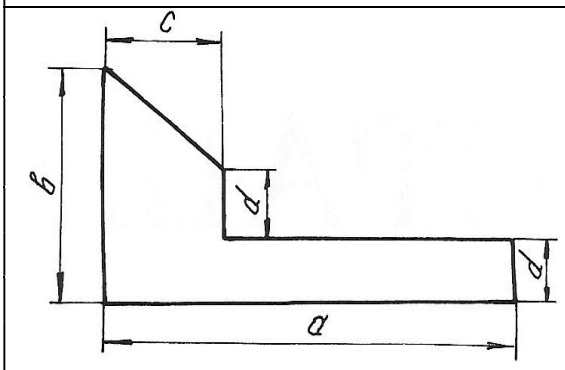
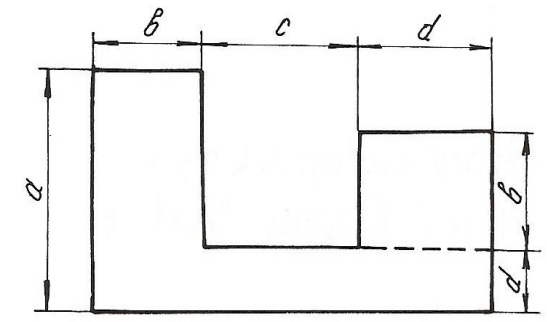
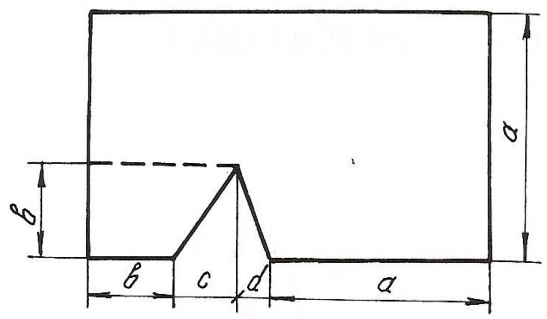
Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	16	12	9	4	6
	17	18	12	5	8
	18	14	6	6	7
	19	15	19	3	4
	20	12	10	6	6
	21	16	8	9	4
	22	20	9	8	12
	23	14	14	12	6
	24	24	20	10	4
	25	10	8	4	3
	26	11	9	6	6
	27	13	12	5	9
	28	15	10	5	6
	29	8	4	8	12
	30	8	5	2	2
	31	9	4	1	2
	32	6	9	3	3
	33	10	6	4	1
	34	12	8	5	1

Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	35	6	6	3	4
	36	9	4	6	5
	37	10	6	12	9
	38	12	9	10	6
	39	12	10	3	1
	40	10	12	3	2
	41	9	12	3	1
	42	8	10	3	2
	43	20	12	4	4
	44	18	10	3	5
	45	12	9	5	6
	46	15	12	6	4
	47	10	4	3	1
	48	12	6	4	2
	49	14	5	5	3
	50	16	6	4	1

Окончание табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	*a*, см	*в*, см	*c*, см	*d*, см
	51	12	10	6	3
	52	18	12	4	9
	53	20	14	8	6
	54	22	16	10	4
	55	30	12	12	4
	56	24	14	10	6
	57	18	16	9	5
	58	12	10	8	3
	59	9	6	2	4
	60	6	5	4	2
	61	10	8	3	8
	62	12	9	4	1
	63	20	10	6	3
	64	12	6	4	3
	65	15	9	3	6
	66	18	10	9	6

Глава 3
ДЕФОРМАЦИЯ КРУЧЕНИЯ ВАЛА

Деформация кручения возникает при действии на вал пар сил, действующих в плоскостях, перпендикулярных к его продольной оси. При расчетах вала на кручение выполняются следующие условия прочности и жесткости:

$$\tau_{max} \le \tau_{adm}, \quad \varphi_{max} \le \varphi_{adm},$$

где τ_{max} – максимальное касательное напряжение, φ_{max} – максимальный угол закручивания вала.

Для определения максимального касательного напряжения и максимального угла закручивания необходимо иметь представление о том, как изменяется величина крутящего момента по длине вала. Текущие значения крутящих моментов определяются графиками их изменения, называемыми эпюрами. Вал по длине делится на участки вертикальными линиями, проведенными через те сечения, где приложены моменты пар сил. На каждом участке крутящий момент имеет постоянное значение и равен алгебраической сумме моментов относительно продольной оси, приложенных слева от сечения, проведенного условно на данном участке, или же приложенных справа от этого сечения.

Правило знаков: момент в сечении считается положительным, если, смотря на торцевое крайнее правое сечение вала, момент направлен по ходу часовой стрелки. Параллельно продольной оси вала проводится нулевая линия, от которой положительные моменты откладываются вверх, отрицательные – вниз в выбранном масштабе. Эпюра штрихуется вертикальными линиями. Диаметр сечения вала определяется из условия прочности

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{W_p} \le \tau_{adm}, \tag{3.1}$$

где T_{max} – максимальный крутящий момент из эпюры T; $W_p = \dfrac{J_p}{d/2} = \dfrac{\left(\pi d^4/32\right)}{\left(d/2\right)} = \dfrac{\pi d^3}{16}$ – полярный момент сопротивления кручению поперечного сечения.

Исходя из условия прочности $\dfrac{\pi d^3}{16} \ge \dfrac{T_{max}}{\tau_{adm}}$, можно определить диаметр вала

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16T_{max}}{\left(\pi\tau_{adm}\right)}} \quad . \tag{3.2}$$

Углы закручивания вала на отдельных участках определяются по формуле:

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p}, \tag{3.3}$$

где T − крутящий момент на рассматриваемом участке вала, взятый из эпюры моментов; l - длина участка вала; GJ_p − жесткость вала при кручении; G − модуль сдвига; $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ − полярный момент инерции поперечного сечения вала.

При построении эпюры углов закручивания вала необходимо помнить, что полный угол закручивания равен алгебраической сумме углов закручивания вала на отдельных участках. Значения углов закручивания в промежуточных сечениях определяются по формуле:

$$\alpha_{\text{прав}} = \alpha_{\text{лев}} + \varphi, \tag{3.4}$$

где $\alpha_{\text{лев}}$ − суммарный угол закручивания всех участков, которые находятся слева от рассматриваемого участка; φ − угол закручивания на данном участке.

Для определения максимального относительного угла закручивания определяют углы для каждого участка по формуле:

$$\theta = \frac{\varphi}{l}, \tag{3.5}$$

где l − длина рассматриваемого участка.

Пример 3.1.

К стальному валу приложены три известных момента: T_1=1100 Н·м, T_2=1400 Н·м, T_3= 1800 Н·м, a = 1,1 м, b = 1,4 м, c = 1,8 м (рис. 3.1).

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.

2. Построить эпюру крутящих моментов.

3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшего большого, соответственно равного 30, 35,40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

4. Построить эпюру углов закручивания.

5. Найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{\text{adm}} = 1{,}5\,\text{град}/\text{м}$.

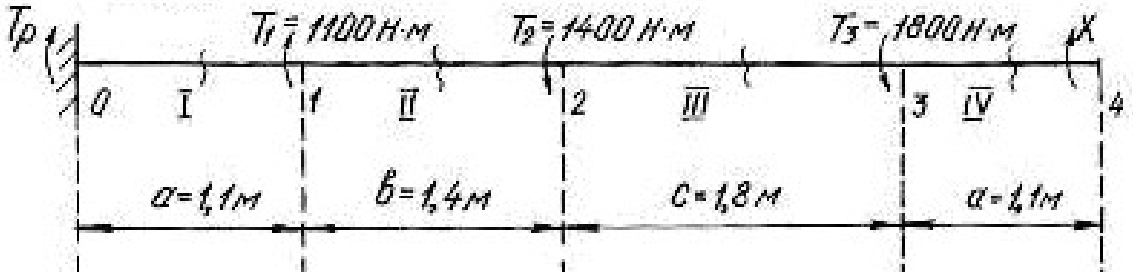


Рис. 3.1.

Решение.

1. Задача является статически неопределимой, так как невозможно определить из одного уравнения равновесия два неизвестных момента T_p и X. Для решения составим одно уравнение статики и одно уравнение совместности деформации. Уравнение статики представляем в виде уравнения моментов относительно продольной оси вала

$$\sum T = T_p + T_1 - T_2 - T_3 + X = 0 .$$

Угол закручивания правого концевого сечения может быть выражен как алгебраическая сумма взаимных углов закручивания сечений отдельных участков под действием каждого из моментов в отдельности

$$\sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0 ,$$

где φ_1 – угол закручивания вала на участке 0-1 под действием момента T_1; φ_2 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_2; φ_3 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_3; φ_4 – угол закручивания вала на участке 3-4 под действием неизвестного момента *X*.

При этом

$$\varphi_1 = \frac{T_1 a}{GJ_p}; \quad \varphi_2 = -\frac{T_2 (a+b)}{GJ_p}; \quad \varphi_3 = -\frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p}; \quad \varphi_4 = \frac{X(2a+b+c)}{GJ_p}.$$

$$\sum \varphi = \frac{T_1 a}{GJ_p} - \frac{T_2 (a+b)}{GJ_p} - \frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p} + \frac{X(2a+b+c)}{GJ_p} =$$

$$= T_1 a - T_2 (a+b) - T_3 (a+b+c) + X(2a+b+c) = 0.$$

Подставив данные, получим

$$1100 \cdot 1{,}1 - 1400 \cdot 2{,}5 - 1800 \cdot 4{,}3 + X \cdot 5{,}4 = 0 ;$$

откуда $X = \dfrac{-1210 + 3500 + 7740}{5{,}4} = 1857$ Н·м.

Реактивный момент находим из уравнения статики:

$$T_p = -T_1 + T_2 + T_3 - X;$$

$$T_p = -1100 + 1400 + 1800 - 1857 = 243 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Для построения эпюры моментов (рис. 3.2) определяем значения мо-

ментов методом сечений.

В сечении IV-IV $T_{IV} = 1857$ Н·м.

В сечении III-III $T_{III} = 1857 - 1800 = 57$ Н·м.

В сечении II-II $T_{II} = 1857 - 1800 - 1400 = -1343$ Н·м.

В сечении I-I $T_{I} = 1857 - 1800 - 1400 + 1100 = -243$ Н·м.

3. Найдем полярный момент инерции сечения

$$W_P \geq \frac{|T_{max}|}{\tau_{adm}} \geq \frac{1857}{60 \cdot 10^6} \geq 30{,}95 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

где $\tau_{adm} = 60$ МПа; $T_{max} = 1857$ Нм.

Из соотношения $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ найдем диаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_P}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 30{,}95 \cdot 10^{-6}}{3{,}14}} = 5{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 55 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала равным 60 мм.

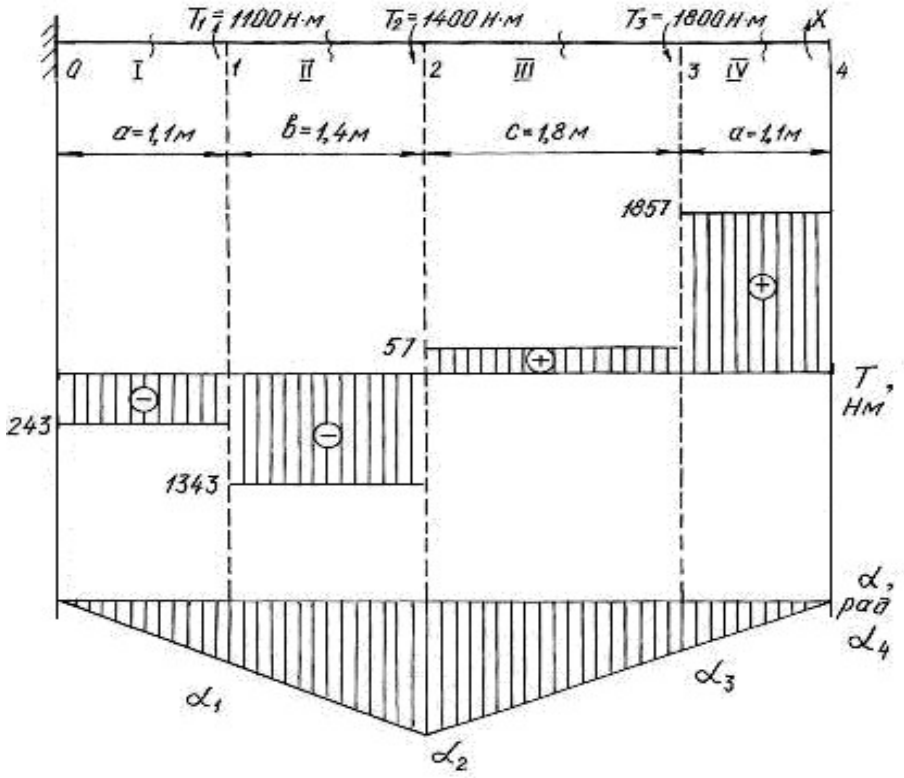


Рис. 3.2.

4. Углы закручивания вала на участках находим по формуле (3.3). Для этого сначала найдем J_p

$$J_p = \frac{3{,}14 \cdot 6^4}{32} = 127{,}2 \text{ см}^4 = 127{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

$$\varphi_{\text{I}} = \frac{T_{\text{I}} a}{G J_p} = -\frac{243 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0026 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{II}} = \frac{T_{\text{II}} b}{G J_p} = -\frac{-1343 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}4}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0185 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{III}} = \frac{T_{\text{III}} c}{G J_p} = \frac{57 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}8}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0010 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{IV}} = \frac{T_{\text{IV}} a}{G J_p} = \frac{1857 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127{,}2 \cdot 10^{-8}} = 0{,}0200 \text{ рад}.$$

В месте жёсткой заделки в сечении 0 вал неподвижен. По формуле (3.4), находим угол закручивания вала в сечениях 1, 2, 3, 4:

$\alpha_1 = \alpha_0 + \varphi_{\text{I}} = 0 - 0{,}0026$ рад;

$\alpha_2 = \alpha_1 + \varphi_{\text{II}} = -0{,}0026 - 0{,}0185 = -0{,}0211$ рад;

$\alpha_3 = \alpha_2 + \varphi_{\text{III}} = -0{,}0211 + 0{,}001 = -0{,}0201$ рад;

$\alpha_4 = \alpha_3 + \varphi_{\text{IV}} = -0{,}0201 + 0{,}02 = -0{,}0001 \approx 0$ рад.

Строим эпюру углов закручивания (см. рис.3.2). Относительный угол закручивания на каждом участке можно определить по формуле (3.5):

$$\theta_{\text{I}} = \frac{\varphi_{\text{I}}}{1{,}1} = -\frac{0{,}0026}{1{,}1} = -0{,}0023 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{II}} = \frac{\varphi_{\text{II}}}{1{,}4} = -\frac{0{,}0185}{1{,}4} = -0{,}0132 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{III}} = \frac{\varphi_{\text{III}}}{1{,}8} = \frac{0{,}0010}{1{,}8} = 0{,}0006 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{\text{IV}} = \frac{\varphi_{\text{IV}}}{1{,}1} = \frac{0{,}0200}{1{,}1} = 0{,}0182 \text{ рад/м}.$$

5. Наибольшим является относительный угол закручивания на участке 3-4

$$\theta_{\max} = 0{,}0182 \text{ рад/м} = 0{,}0182 \frac{180^\circ}{\pi} = 1{,}04 \text{ град/м}.$$

Таким образом, $\theta_{\max} = 1{,}04$ град/м $< \theta_{\text{adm}} = 1{,}5$ град/м, т. е. условие жесткости выполняется.

Пример 3.2.

Шкив двухколодочного тормоза крана, имеющий диаметр $D = 300$ мм, жестко крепится на стальном валу диаметром $d = 30$ мм (рис. 3.3). Определить наибольшие напряжения кручения в сечении вала, если сила нажатия на колодки тормозного шкива Q = 820 Н, коэффициент трения скольжения между колодками и шкивом $f = 0{,}4$. Определить угол закручивания вала, если $l = 400$ мм.

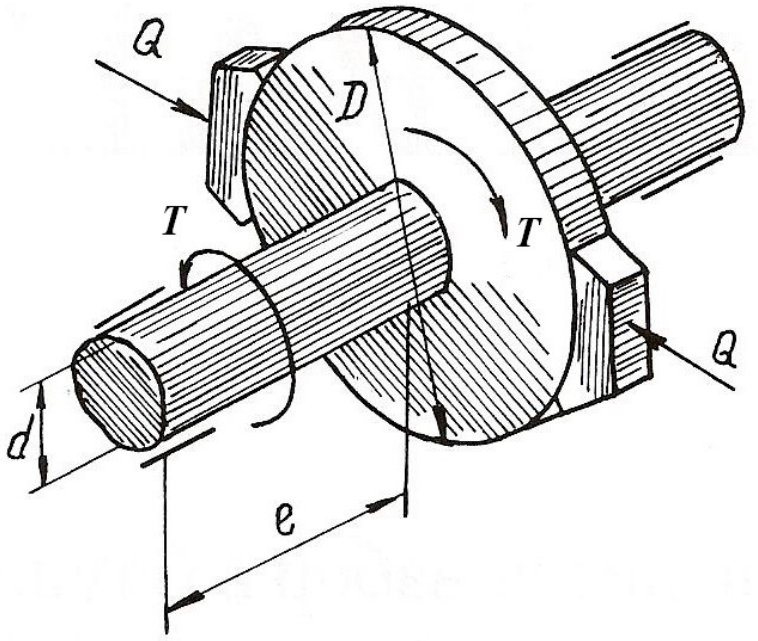


Рис. 3.3.

Решение.

Окружное усилие на тормозном шкиве равно силе трения, возникающей между колодками и шкивом

$$F = Qf = 820 \cdot 0{,}4 = 328 \text{ Н}.$$

Крутящий момент на тормозном шкиве

$$T = FD = 328 \cdot 30 \cdot 10^{-2} = 98{,}4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Полярный момент сопротивления и полярный момент инерции сечения вала равны

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16}\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^3 = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$J_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32}\left(3 \cdot 10^{-2}\right)^4 = 7{,}96 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Наибольшее касательное напряжение в сечении определяем по формуле (3.1)

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_P} = \frac{98,4}{5,3 \cdot 10^{-6}} = 18,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 18,5 \text{ МПа}.$$

Угол закручивания вала тормозного шкива

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{98,4 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{-10} \cdot 7,96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,36^\circ,$$

следовательно $\varphi = 22'$.

Пример 3.3.

К стальному валу, оба конца которого защемлены (рис. 3.4, *а*), приложен крутящий момент $T = 440$ Н·м. Определить реактивные моменты в опорах A и B и построить эпюру крутящих моментов при $l_1 = 0,2$ м, $l = 0,8$ м.

Решение.

Обозначим реактивные моменты в защемлении через T_A и T_B. Из статики знаем уравнение равновесия

$$-T_A + T - T_B = 0 \text{ или } T_A + T_B = T$$

Далее составим уравнение совместности деформаций. Для этого отбросим (мысленно) защемление правого конца вала и заменим его действием на вал неизвестным реактивным моментом T_B (рис. 3.4, *б*).

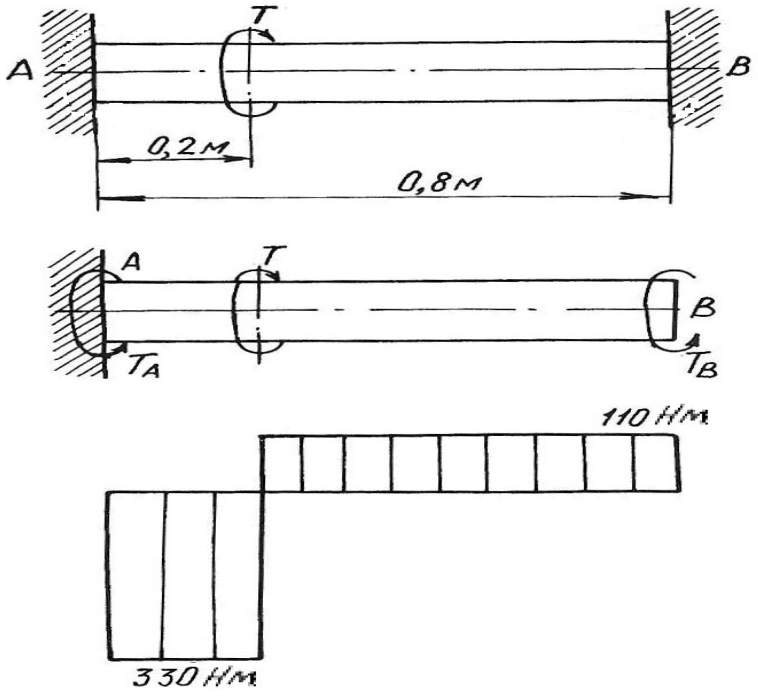


Рис. 3.4.

Величину момента T_B определим из условия, что угол закручивания правого крайнего сечения от действия моментов T и T_A равен нулю, так как это сечение вследствие защемления неподвижно. Угол закручивания правого освобожденного сечения вала на основе принципа независимости действия сил можно определить как сумму двух слагаемых

$$\varphi = \varphi' + \varphi'',$$

где φ' и φ'' – углы закручивания правого освобожденного сечения вала, найденные отдельно от моментов T и T_B, при этом $\varphi' = \dfrac{Tl_1}{GJ_p}$; $\varphi'' = -\dfrac{T_B l}{GJ_p}$.

Знак минус в выражении φ'' взят потому, что моменты T и T_B противоположны по направлению.

Полный угол закручивания правого сечения равен нулю, поэтому

$$\varphi = \varphi' + \varphi'' = \frac{Tl_1}{GJ_p} - \frac{T_B l}{GJ_p} = 0,$$

откуда $T_B = \dfrac{Tl_1}{l} = \dfrac{440 \cdot 0{,}2}{0{,}8} = 110$ Н·м.

Из уравнения статики определим момент T_A

$$T_A = T - T_B = 440 - 110 = 330 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра крутящих моментов приведена на рис. 3.4, *в*.

3.1. Задания для расчета валов на кручение

К стальному валу приложены три известных момента $T_1,\ T_2,\ T_3$.

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.

2. Построить эпюру крутящих моментов.

3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

4. Построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{adm} = 1{,}5$ град/м.

Данные для расчета приведены на рис. 3.5 и в табл. 3.1.

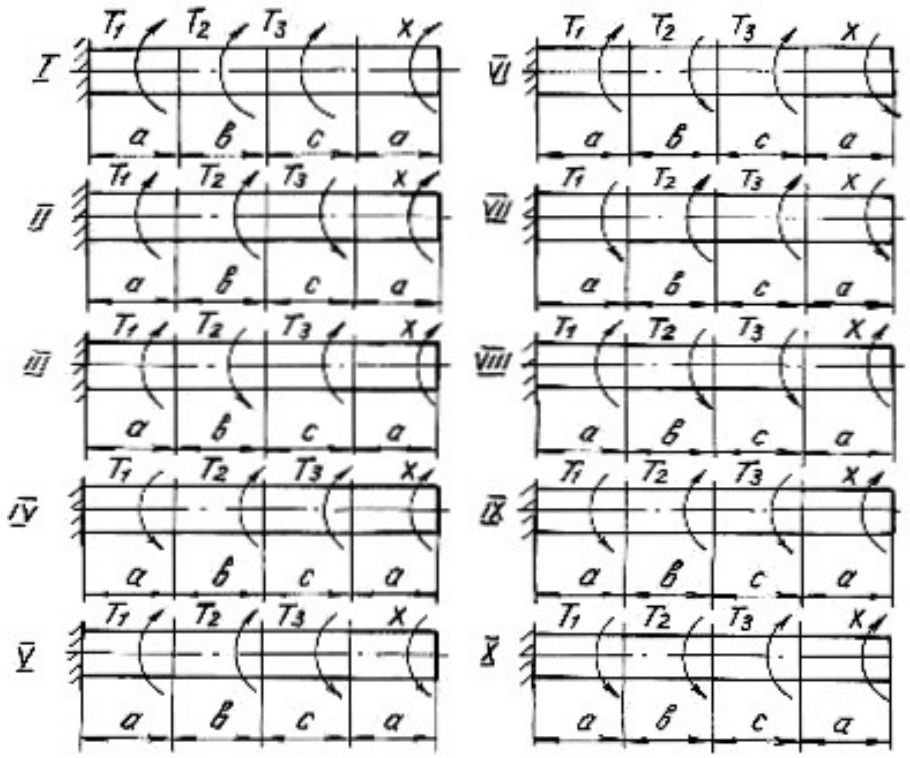


Рис. 3.5.

Таблица 3.1

Номер варианта	Номер схемы	Расстояние, м			Момент, Н·м			τ_{adm}, МПа
		a	*b*	*c*	T_1	T_2	T_3	
1	I	1,1	1,2	1,1	1100	1000	1200	35
2	II	1,2	1,3	1,2	1200	1100	1000	40
3	III	1,3	1,4	1,3	1300	1200	1100	45
4	IV	1,4	1,5	1,4	1400	1300	1200	50
5	V	1,5	1,6	1,5	1500	1400	1300	55
6	VI	1,6	1,7	1,6	1600	600	1500	60
7	VII	1,7	1,8	1,7	1700	700	1600	65
8	VIII	1,8	1,9	1,8	1800	800	1700	70
9	IX	1,9	2,0	1,9	1900	900	1800	75
10	X	2,0	2,1	2,0	2000	1000	2100	80

Глава 4
ДЕФОРМАЦИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА БАЛОК

Деформация поперечного изгиба может возникнуть от любых нагрузок, если линии действия этих нагрузок находятся в плоскости, проходящей через продольную ось балки. Если в такой плоскости располагается одна из главных осей инерции поперечного сечения, то возникает деформация плоского изгиба. От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях балок возникают внутренние силовые факторы – поперечные силы и изгибающие моменты. Для их нахождения пользуемся методом сечений и, изучая равновесие сил, приводим внешние нагрузки к центру тяжести поперечного сечения.

Поперечная сила Q_x в любом сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных с одной стороны от рассматриваемого сечения, на ось, перпендикулярную к продольной оси балки.

Изгибающий момент M_x в любом сечении равен алгебраической сумме моментов всех сил, действующих с одной стороны от рассматриваемого сечения балки, относительно центра тяжести сечения.

Правило знаков для Q_x и M_x:

1) поперечная сила считается положительной, если она сдвигает левую часть балки от сечения вверх, а правую часть балки вниз;

2) изгибающий момент в сечении считается положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз; при изгибе балки выпуклостью вверх изгибающий момент считается отрицательным.

Уравновесить момент внешних сил может только момент внутренних сил упругости, который образован силами, направленными нормально к сечению балки. Поперечная сила может быть уравновешена силой, которая является равнодействующей внутренних сил упругости, расположенных в плоскости сечения балки.

Таким образом, нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях балок, зависят от величины изгибающих моментов в этих сечениях, а касательные напряжения – от величины поперечных сил в этих сечениях. Эту зависимость в общем виде можно записать

$$\sigma = f_1(M_x); \quad \tau = f_2(Q_x)$$

Таким образом, для того, чтобы определить напряжения в поперечных сечениях, необходимо знать законы изменения Q_x и M_x по длине балок. Для этого строят два графика, называемых эпюрами поперечных сил и изгибающих моментов.

Порядок построения эпюр сводится к следующему:

1. Заданная балка вычерчивается в выбранном масштабе с указанием размеров и нагрузок;

2. С помощью уравнений равновесия статики определяются реакции опор с обязательной последующей проверкой;

3. Балка разбивается на отдельные участки. Каждый участок имеет свой закон изменения нагрузки;

4. Для каждого участка записываются уравнения для определения Q_x и M_x;

5. Вычисляют ординаты Q_x и M_x по составленным для отдельных участков уравнениям;

6. Строят в принятом масштабе эпюры Q_x и M_x.

Положительные значения найденных величин откладываются выше нулевой линии эпюры, а отрицательные − ниже ее.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно выполнить, применяя следующие контрольные правила для построения эпюр:

1. На концевых шарнирных опорах Q_x равны реакциям, а M_x равны нулю, если на опорах не приложены пары с моментами *M.*

2. На участках балки, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону.

3. На участках, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра Q_x изменяется по закону прямой наклонной линии, а эпюра M_x − по закону квадратичной параболы. В том сечении, где эпюра Q_x пересекается с нулевой линией, на эпюре M_x наблюдается экстремальное значение момента (вершина параболы).

4. На участках, где приложена нагрузка, изменяющаяся по закону треугольника, эпюра Q_x изменяется по закону квадратичной параболы, а эпюра M_x − по закону кубической параболы.

5. В тех сечениях, где приложены сосредоточенные силы (включая и реакции), на эпюре Q_x наблюдаются скачки (перепады) на величину этих сил, а на эпюре M_x − переломы смежных линий.

6. В тех сечениях, где приложены пары с моментами *M*, на эпюре M_x наблюдаются скачки на величину этих моментов.

7. На свободном конце консольной балки поперечная сила Q_x равна нулю, если в этом месте не приложена сосредоточенная сила; и изгибающий момент M_x равен нулю, если в этом месте не приложена пара с моментом *M.*

8. В жесткой заделке консольной балки Q_x равна реакции, а изгибающий момент M_x равен моменту заделки.

Нормальные напряжения при изгибе определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_{\text{н.о.}}} y, \qquad (4.1)$$

где M_x − изгибающий момент в сечении; $J_{\text{н.о.}}$ − момент инерции сечения относительно нейтральной оси поперечного сечения (нейтральная ось – это ось, в любой точке которой нормальные напряжения всегда равны нулю); y − расстояние до рассматриваемого волокна от нейтральной оси.

Касательные напряжения при изгибе могут быть определены по формуле Д. И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b}, \tag{4.2}$$

где Q_x − поперечная сила в сечении; $S_{\text{н.о.}}$ − статический момент площади отсеченной части поперечного сечения выше уровня, на котором определяются касательные напряжения относительно нейтральной оси; b − ширина сечения на уровне, для которого определяются напряжения.

Подбор поперечного сечения балки производится на основании следующего условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_{\text{н.о.}}} \le \sigma_{\text{adm}}, \tag{4.3}$$

откуда

$$W_{\text{н.о.}} \ge \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}}, \tag{4.4}$$

где $M_{\max}$ − максимальный изгибающий момент, взятый из эпюры M_x; $W_{\text{н.о.}}$ − момент сопротивления поперечного сечения балки изгибу относительно нейтральной оси; σ_{adm} − допускаемое нормальное напряжение для материала балки.

После подбора поперечного сечения производится полная проверка балки на прочность по следующим напряжениям:

а) по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\max}}{W_{\text{н.о.}}} \le \sigma_{\text{adm}},$$

где $W_{\text{н.о.}}$ − момент сопротивления выбранного поперечного сечения.

б) по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b} \le \tau_{\text{adm}},$$

где $Q_{\max}$ − наибольшая поперечная сила, взятая из эпюры Q_x; $S_{\text{н.о.}}$ − статический момент части площади выбранного поперечного сечения, находящейся выше или ниже нейтральной оси, относительно этой оси; b − ширина сечения на уровне нейтральной оси; $J_{\text{н.о.}}$ − момент инерции выбранного сечения относительно нейтральной оси.

в) по главным напряжениям:

проверка проводится для балок, ширина сечений которых не постоянна. При этой проверке на основании эпюр выбирается опасное сечение балки, в котором одновременно значения Q_x и M_x большие. По формулам (4.1) и (4.2) для этого сечения строят эпюры нормальных и касательных напряжений, а затем определяют главные напряжения для характерных волокон сечения по его высоте, пользуясь формулой:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}). \tag{4.5}$$

Для стальных балок определяют расчётное (эквивалентное) напряжение для верхних (нижних), средних, переходных волокон (где резко изменяется ширина сечения) по III или IV теориям прочности.

Проверка прочности сводится к рассмотрению выполнения следующих условий прочности:

$$\sigma_p^{III} = \sigma_1 - \sigma_2 \le \sigma_{adm}, \tag{4.6}$$

$$\sigma_p^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \le \sigma_{adm}. \tag{4.7}$$

4.1. Расчет балки на прочность

Пример 4.1.

Для расчетной схемы с указанными размерами и нагрузками (рис. 4.1.) построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при $\sigma_{adm} = 10$ МПа; соотношение между размерами сечения принять равным $b:h = 1:2$;

б) двутаврового профиля (см. табл. П.1), материал сталь при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа.

в) провести полную проверку стальной балки на прочность.

Решение.

Определение опорных реакций.

Расчёт балки следует начинать с расстановки и определения величины опорных реакций. Величина и направление опорных реакций и реактивных моментов могут быть определены из решения уравнений равновесия. Для плоской

системы параллельных сил (поперечный плоский изгиб) условия равновесия описываются двумя уравнениями статики: $\sum M_A = 0;\ \sum M_B = 0$.

Рассматриваемая балка (см. рис. 4.1) имеет две шарнирные опоры. В опоре *A* (шарнирно-подвижной) возникает одна реакция R_A , в опоре *B* (шарнирно-неподвижной) направление реакции в общем случае неизвестно, поэтому разложим её на две составляющие: H_B − горизонтальную и R_B − вертикальную. Все нагрузки действуют перпендикулярно продольной оси балки, поэтому из уравнения проекций на горизонтальную ось *x* получается, что составляющая $H_B = 0$. Запишем уравнения моментов сил относительно опоры *B*

$$\sum M_B = 0, \qquad M_1 - R_A \cdot 5 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0{,}5 = 0 .$$

Решаем уравнение относительно R_A

$$R_A = \frac{M_1 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0{,}5}{5} = \frac{30 + 60 \cdot 3 - 50 + 20 \cdot 1{,}5}{5} = 38 \text{ кН} .$$

Запишем уравнения моментов сил относительно опоры *A*

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 4{,}5 - M_2 - F \cdot 2 + M_1 = 0 .$$

Решаем уравнение относительно R_B

$$R_B = \frac{q \cdot 3 \cdot 4{,}5 + M_2 + F \cdot 2 - M_1}{5} = \frac{20 \cdot 3 \cdot 4{,}5 + 50 + 60 \cdot 2 - 30}{5} = \frac{410}{5} = 82 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности вычисления опорных реакций составим уравнение проекций всех сил на вертикальную ось *y*:

$$\sum y = 0, \quad R_A - F - q \cdot 3 + R_B = 0; \quad 38 - 60 - 60 + 82 = 0, \ \ 120 - 120 = 0 .$$

Последнее уравнение обращается в тождество, следовательно, величина реакций и их направление определены правильно.

Если в результате решения уравнения реакция имеет отрицательное значение, то следует изменить направление реакции на противоположное и в дальнейших расчётах считать её положительной.

После определения опорных реакций можно перейти к построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил, предварительно разбив балку по длине на участки, в пределах которых закон изменения внешних нагрузок остаётся постоянным.

Границы участков располагаются в местах приложения моментов пар сил, сосредоточенных сил, начала или конца распределенной нагрузки.

Участки нумеруются слева или справа от концевых сечений балки. Рассчитываемая балка имеет пять участков I - V.

При составлении аналитических выражений для Q_x и M_x в пределах I-го участка проведём сечение с абсциссой x_1 и рассмотрим равновесие левой части консоли. На эту часть балки действует пара сил с моментом $M_1 = 30$ кН · м, поэтому поперечная сила $Q_\text{I} = 0$, а изгибающий момент в любом сечении будет постоянным $M_\text{I} = -M_1 = -30$ кН · м.

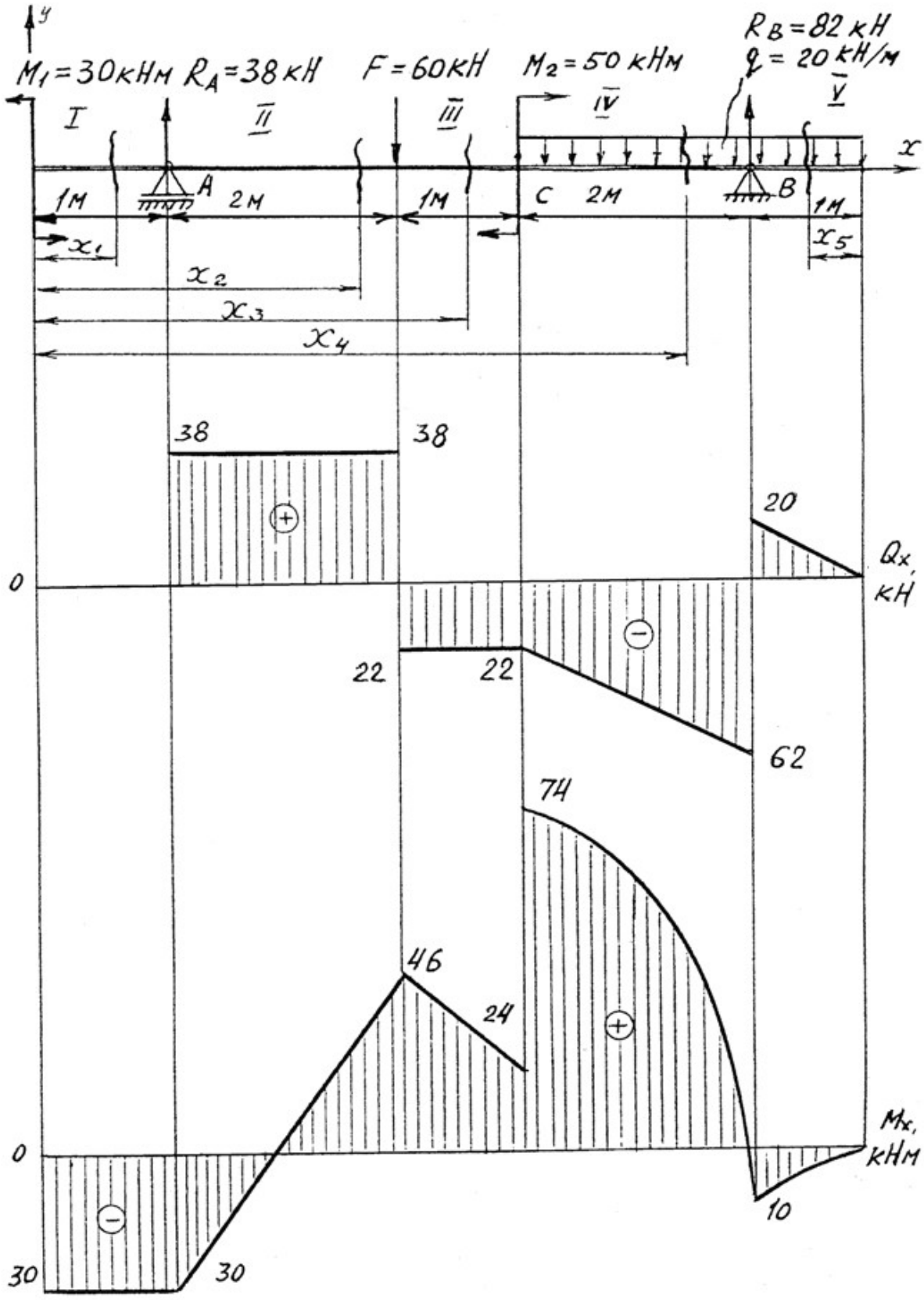

y
M1 = 30кНм
RA = 38 кН
F = 60кН
M2 = 50 кНм
RB = 82 кН
q = 20 кН/м
I
II
III
IV
V
x
A
B
C
1м
2м
1м
2м
1м
x1
x2
x3
x4
x5
38
38
20
0
Qx, кН
22
22
62
74
46
24
0
Mx, кНм
30
30
10

Рис. 4.1.

Для составления аналитических выражений Q_x и M_x в пределах II-го участка проводим сечение с абсциссой x_2 и рассматриваем равновесие левой части балки.

$Q_{\text{II}} = R_A = 38$ кН − поперечная сила в пределах II-го участка постоянна.

$M_{\text{II}} = -M + R_A(x_2 - 1)$.

Это уравнение прямой линии, для её построения достаточно определить ординаты изгибающего момента в двух точках (на концах участка):

при $x_2 = 1$ м $\quad M_{\text{II}} = -M_1 = -30$ кН·м;

при $x_2 = 3$ м $\quad M_{\text{II}} = -M_1 + R_A \cdot 2 = -30 + 76 = 46$ кН·м.

Для III-го участка (сечение с абсциссой x_3)

$Q_{\text{III}} = R_A - F = 38 - 60 = -22$ кН.

На этом участке поперечная сила не зависит от x_3 и поэтому на протяжении всего участка она не меняет своего значения.

$M_{\text{III}} = -M_1 + R_A(x_3 - 1) - F(x_3 - 3)$.

Это уравнение прямой линии.

Вычислим моменты при следующих значениях x_3:

при $x_3 = 3$ м $\quad M_{\text{III}} = -30 + 38 \cdot 2 = 46$ кН·м;

при $x_3 = 4$ м $\quad M_{\text{III}} = -30 + 38 \cdot 3 - 60 = 24$ кН·м.

Для IV-го участка (сечение с абсциссой x_4) поперечная сила равна:

$Q_{\text{IV}} = R_A - F - q(x_4 - 4)$.

Это уравнение прямой линии.

Вычислим ординаты в начале и в конце участка:

при $x_4 = 4$ м $\quad Q_{\text{IV}} = 38 - 60 = -22$ кН;

при $x_4 = 6$ м $\quad Q_{\text{IV}} = 38 - 60 - 40 = -62$ кН.

Уравнение изгибающих моментов для IV-го участка имеет вид

$$M_{\text{IV}} = -M_1 + R_A(x_4 - 1) - F(x_4 - 3) + M_2 - q\frac{(x_4 - 4)^2}{2}.$$

Это уравнение параболы.

Для её построения определяем моменты:

при $x_4 = 4$ м $\quad M_{\text{IV}} = -30 + 114 - 60 + 50 - 20 \cdot 0 = 74$ кН;

при $x_4 = 6$ м $\quad M_{\text{IV}} = -30 + 38 \cdot 5 - 60 \cdot 3 + 50 - 20 \cdot (4/2) = -10$ кН.

Прежде, чем составлять выражение поперечной силы и изгибающего момента для V-го участка, заметим, что их можно найти как из равновесия левой части, так и из равновесия отсеченной правой части. Каждый раз к выбору решения нужно подходить с точки зрения возможной простоты и наименьшего количества вычислений.

Для V-го участка (сечение с абсциссой x_5) поперечная сила равна

$Q_{\text{V}} = q x_5$.

Вычислим значения ординат:

при $x_5 = 0$ $\quad Q_{\text{V}} = 0$;

при $x_5 = 1$ м $\quad Q_{\text{V}} = 20$ кН.

Составим уравнение изгибающего момента для V-го участка:

$$M_{\text{V}} = -qx_5 \frac{x_5}{2} = -\frac{qx_5^2}{2}.$$

Получили уравнение параболы. Для её построения вычислим ординаты:

при $x_5 = 0$, $\quad M_{\text{V}} = 0$;

при $x_5 = 1$, $\quad M_{\text{V}} = -10$ кН·м.

При построении эпюр Q_x и M_x выбираем масштаб и откладываем положительные значения ординат эпюр от нулевой линии вверх, а отрицательные вниз (см. рис. 4.1). После построения эпюр устанавливаем наибольшие значения поперечной силы $Q_{\max} = 62$ кН и изгибающего момента $M_{\max} = 74$ кН·м.

Сечение *C* является опасным, в нем $Q_x = 22$ кН, $M_x = 74$ кН$\cdot$м.

Подбор поперечного сечения балки проводим в соответствии с условием задания в двух вариантах:

а) подбор сечения прямоугольного профиля деревянной балки

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 7{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 7400 \text{ см}^3.$$

Для прямоугольного сечения $W_{\text{н.о.}} = \dfrac{J_{\text{н.о.}}}{y_{\max}} = \dfrac{(bh)^3/12}{h/2} = \dfrac{bh^2}{6}$.

При $h = 2b$, $\quad W_{\text{н.о.}} = (2/3)b^3 \geq 7400$ см^3, $\quad$ отсюда $\quad b \geq \sqrt[3]{\dfrac{3 \cdot 7400}{2}} = 22{,}3$ см;

$h = 2 \cdot 22{,}3 = 44{,}6$ см.

После округления размеров в большую сторону принимаем: $h = 46$ см, $b = 23$ см.

б) подбор сечения двутаврового профиля

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 4{,}62 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 462 \text{ см}^3.$$

Из таблицы сортамента проката этому значению соответствует двутавр № 30, для которого $W_{\text{н.о.}} = W_x^{\text{табл.}} = 472$ см^3.

Основные размеры и геометрические характеристики профиля:

высота $h = 0{,}3$ м; ширина полки $b = 0{,}135$ м; толщина полки $t = 0{,}01$ м; толщина стенки $d = 0{,}65 \cdot 10^{-2}$ м; площадь сечения $A = 46{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^2; момент инерции сечения относительно нейтральной оси $J_{\text{н.о.}} = J_x^{\text{табл.}} = 0{,}708 \cdot 10^{-4}$ м^4; статический момент половины площади сечения относительно нейтральной оси $S_{\text{н.о.}}^{\max.} = S_x^{\text{табл.}} = 2{,}68 \cdot 10^{-4}$ м^3.

Полная проверка стальной балки на прочность:

а) проверка по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\max}}{W_x^{\text{табл.}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{4,72 \cdot 10^{-4}} = 157 \cdot 10^6 \text{ Па} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{раб.}} = 157 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

б) проверка по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{62 \cdot 2,68 \cdot 10^{-4}}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 36,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 36,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\max} = 36,2 \text{ МПа} < \tau_{\text{adm}} = 96 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условие прочности выполняется.

в) проверка по главным напряжениям в опасном сечении *C*, в котором $Q_x = 22$ кН, $M_x = 74$ кН·м.

Строим эпюру нормальных напряжений для этого сечения по уровням (рис. 4.2):

$$\sigma_{1-1} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{1-1} = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} 0,15 = -157 \cdot 10^6 \text{ Па} = -157 \text{ МПа}.$$

Знак «минус» при напряжении для верхних волокон указывает на то, что при положительной эпюре M_x в этом сечении верхняя часть волокон испытывает деформацию осевого сжатия.

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{1-1} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2-2} = \sigma_{3-3} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{2-2} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} \left(\frac{h}{2} - t\right) = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} (0,15 - 0,01) =$$

$$= -147 \cdot 10^6 \text{ Па} = -147 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{4-4} = 0, \text{ так как } y_{4-4} = 0.$$

Эпюра касательных напряжений также строится по значениям, определяемым для различных уровней (волокон) сечения

$$\tau_{1-1} = \tau_{7-7} = 0,$$

так как $S_{\text{н.о.}}^{1-1} = 0,$ т. е. статический момент площади сечения, находящейся выше или ниже уровня 1-1 относительно нейтральной оси, равен нулю.

Напряжения в волокнах уровня 2-2 и 6-6 можно не определять, так как они обычно очень малы.

В переходных волокнах 3-3 и 5-5 напряжения будут равны

$$\tau_{3-3} = \tau_{5-5} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{3-3}}{J_x^{\text{табл.}} b_{3-3}} = \frac{Q_x bt(h/2 - t/2)}{J_x^{\text{табл.}} d} =$$

$$= \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 0{,}135 \cdot 0{,}01 \cdot (0{,}15 - 0{,}005)}{0{,}708 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}65 \cdot 10^{-2}} = 9{,}7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 9{,}7 \text{ МПа}.$$

Для волокон нейтрального слоя

$$\tau_{4-4} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{4-4}}{J_x^{\text{табл.}} b_{4-4}} = \frac{Q_x S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{22 \cdot 2{,}68 \cdot 10^{-4}}{0{,}708 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}65 \cdot 10^{-2}} = 12{,}8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12{,}8 \text{ МПа}.$$

Эпюры σ и τ строятся в масштабе (см. рис. 4.2).

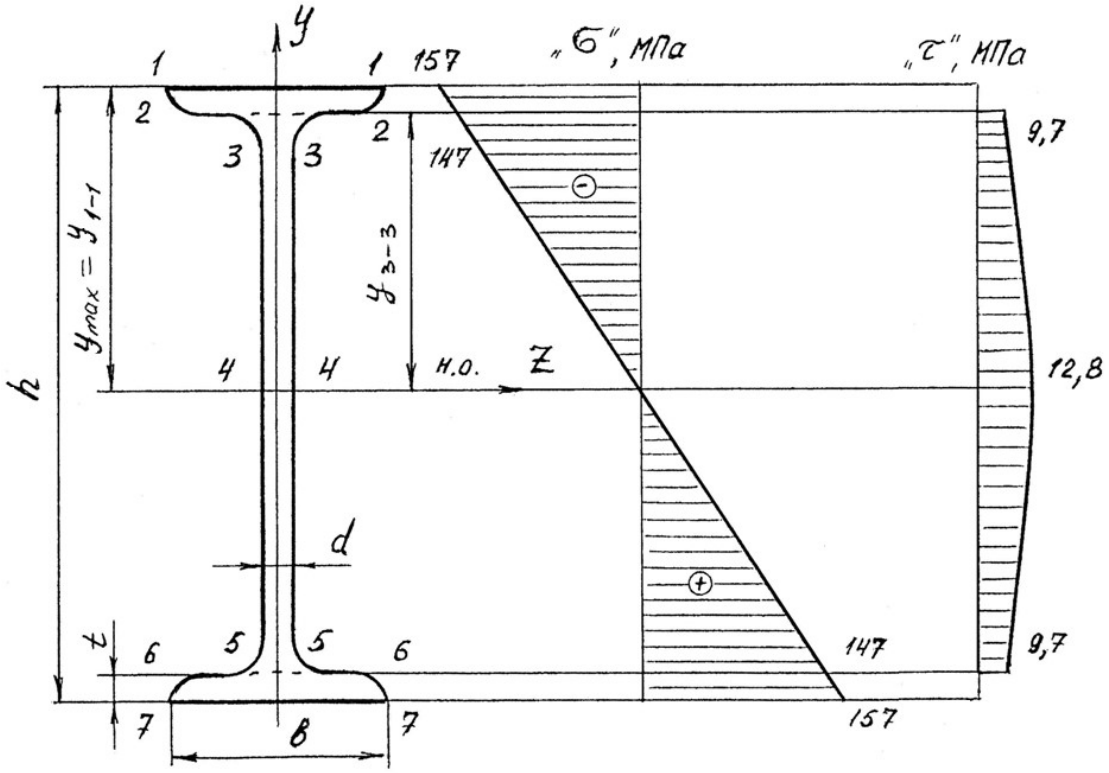


Рис. 4.2.

На основании эпюр напряжений определяют главные напряжения для верхних, переходных и средних волокон

$$\sigma_1^{1-1} = 1/2(\sigma_{1-1} + \sqrt{\sigma_{1-1}^2 + 4\tau_{1-1}^2}) = 1/2(-157 + \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = 0;$$

$$\sigma_2^{1-1} = 1/2(-157 - \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = -157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{3-3} = 1/2(-147 + \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9{,}7^2}) = 0{,}5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{3-3} = 1/2(-147 - \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9{,}7^2}) = -147{,}5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{4-4} = 1/2(0 + \sqrt{0^2 + 4 \cdot 12{,}8^2}) = 12{,}8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{4-4} = -12{,}8 \text{ МПа}.$$

Определим величины расчётных напряжений по третьей теории прочности:

$$\sigma_{\text{p}}^{1-1} = \sigma_1^{1-1} - \sigma_2^{1-1} = 0 - (-157) = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{p}}^{3-3} = \sigma_1^{3-3} - \sigma_2^{3-3} = 0{,}5 - (-147{,}5) = 148 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{p}}^{4-4} = \sigma_1^{4-4} - \sigma_2^{4-4} = 12{,}8 - (-12{,}8) = 25{,}6 \text{ МПа},$$

таким образом условие прочности $\sigma_{\text{p}}^{\text{III}} < \sigma_{\text{adm}}$ выполняется.

По четвертой теории прочности

$$\sigma_{\text{p}}^{1-1} = \sqrt{(\sigma_1^{1-1})^2 + (\sigma_2^{1-1})^2 - \sigma_1^{1-1}\sigma_2^{1-1}} = \sqrt{0^2 + 157^2 - 0^2} = 157 \text{ МПа}.$$

Аналогично: $\sigma_{\text{p}}^{3-3} = 148$ МПа; $\sigma_{\text{p}}^{4-4} = 22{,}1$ МПа.

Таким образом, результаты по всем вариантам полной проверки прочности балки показывают, что все условия прочности выполняются, следовательно, к практическому применению принимается двутавр № 30.

Пример 4.2. Консольная балка, сложное сечение.

Для заданной схемы балки (рис. 4.3) построить эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x, определить размеры сечения заданной формы из условия прочности, принимая $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Решение.

Определим реакции опоры A из уравнений равновесия

1) $\sum M_A = 0; \quad -M_A + M - q \cdot 1 \cdot 2{,}5 + F \cdot 3 = 0;$

$M_A = M - q \cdot 1 \cdot 2{,}5 + F \cdot 3 = 6 - 10 + 24 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

2) $\sum Y = 0; \quad R_A - q \cdot 1 + F = 0$ (предварительное направление реакции R_A вверх);

$R_A = q \cdot 1 - F = 4 - 8 = -4$ кН (меняем направление реакции на противоположное).

Проверка

$\sum M_C = 0; \quad -M_A + R_A \cdot 3 + M + q \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -20 + 12 + 6 + 2 = 0.$

Определим размеры поперечного сечения (см. рис. 4.3), для чего условно разбиваем это сечение на фигуры 1, 2, 3 и 4, площади которых равны: $A_1 = 5b \cdot 6b; \; A_2 = 2b \cdot 3b; \; A_3 = A_4 = b \cdot b.$

Для определения положения центра тяжести сечения проводим вспомогательную ось $x_{\text{вр}}$ и найдем координату y_C по известной формуле

$$y_c = \frac{S_{x_{\text{вр}}}}{A} = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4}{A_1 - A_2 + \cdot A_3 + A_4} =$$

$$= \frac{6b \cdot 5b \cdot 2{,}5b - 2b \cdot 3b \cdot 1{,}5b + 2b \cdot b \cdot 0{,}5b}{6b \cdot 5b - 2b \cdot 3b + 2b \cdot b} = 2{,}58b,$$

где y_1, y_2, y_3, y_4 – расстояния от центров тяжести фигур 1, 2, 3, 4 до оси $x_{вр}$.

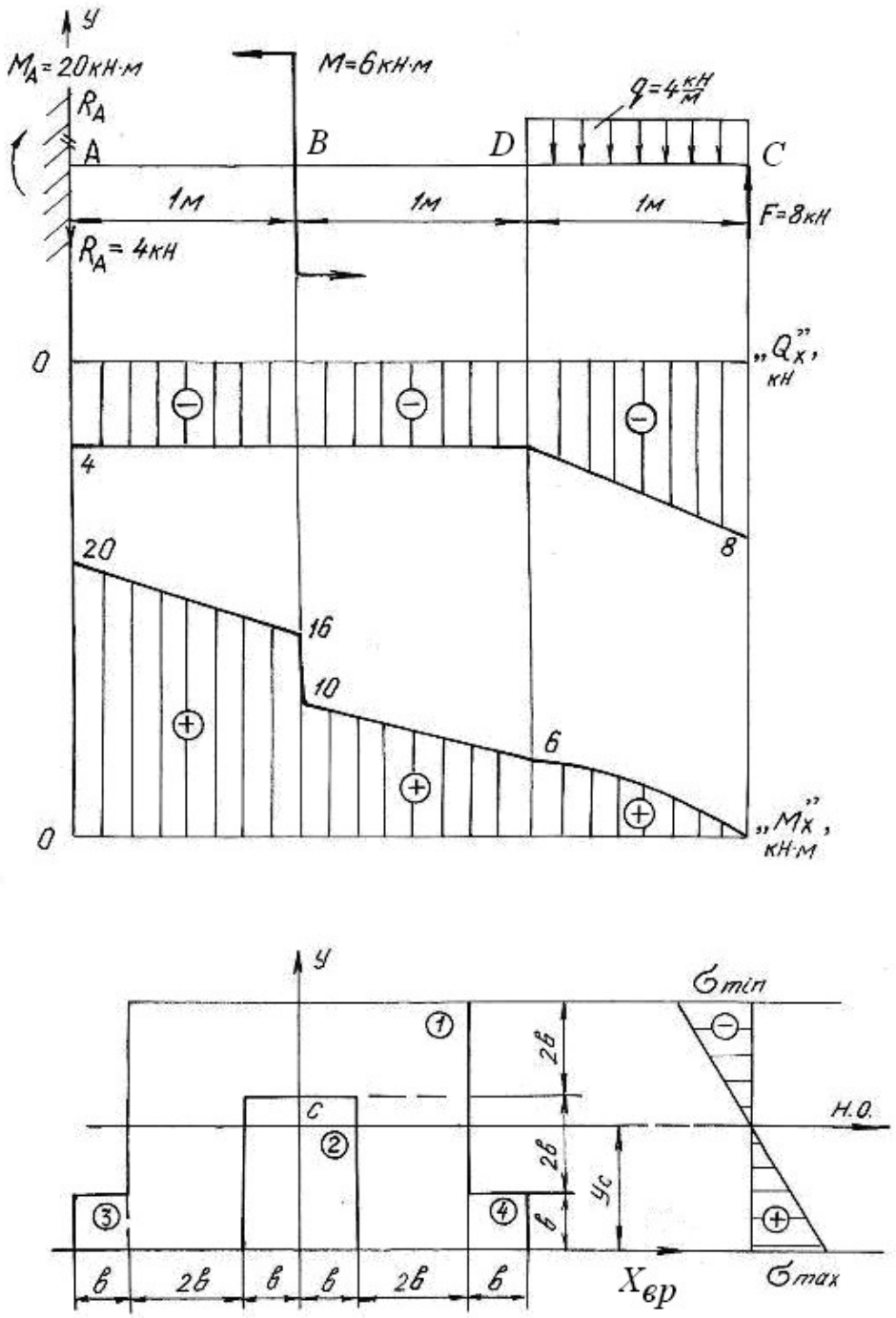


Рис. 4.3.

Так как сечение симметричное, то его центр тяжести лежит на оси симметрии y.

Проводим нейтральную ось через центр тяжести параллельно вспомогательной оси $x_{\text{вр}}$. Находим момент инерции относительно нейтральной оси

$$J_{\text{н.о.}} = \left(J_{\text{н.о.}}\right)^1 - \left(J_{\text{н.о.}}\right)^2 + 2\left(J_{\text{н.о.}}\right)^3 = \left[\frac{6b\cdot(5b)^3}{12} + 6b\cdot 5b\cdot(y_1 - y_c)^2\right] -$$

$$-\left[\frac{2b\cdot(3b)^3}{12} + 2b\cdot 3b\cdot(y_2 - y_c)^2\right] + 2\cdot\left[\frac{b\cdot b^3}{12} + b\cdot b\cdot(y_3 - y_c)^2\right] = 60\cdot b^4,$$

где $(y_n - y_C)$ – расстояние между собственной осью простой фигуры и нейтральной осью.

Строим эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x, пользуясь контрольными правилами и начиная построения со свободного конца балки.

$Q_C = -F = -8$ кН; $Q_D = -F + q\cdot 1 = -8 + 4 = -4$ кН $= Q_B = Q_A$;

$M_C = 0$; $M_D = F\cdot 1 - q\cdot 1\cdot 0{,}5 = 8 - 2 = 6$ кН·м;

$M_B = F\cdot 2 - q\cdot 1\cdot 1{,}5 = 16 - 6 = 10$ кН·м.

В сечении B изгибающий момент возрастает на момент $M = 6$ кН·м, что на эпюре M_x отражается в виде скачка. Изгибающий момент в жесткой заделке равен моменту заделки M_A.

Максимальный изгибающий момент $M_{\max} = M_A = 20$ кН·м. Максимальные напряжения, возникающие в нижних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} y^{\text{н}}_{\max}}{J_{\text{н.о.}}} = \frac{20\cdot 2{,}58\cdot b}{60\cdot b^4} = \frac{0{,}83\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3}.$$

Максимальные напряжения, возникающие в верхних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\max} y^{\text{в}}_{\max}}{J_{\text{н.о.}}} = \frac{20\cdot 2{,}42\cdot b}{60\cdot b^4} = \frac{0{,}81\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3}.$$

Приравнивая наибольшее напряжение к допускаемому напряжению σ_{adm}, получим размер сечения b

$$\sigma_{\max} = \frac{0{,}83\ \text{кН}\cdot\text{м}}{b^3} \le \sigma_{\text{adm}} = 160\ \text{МПа};\ b^3 \ge \frac{0{,}83\cdot 10^3}{160\cdot 10^6},$$

$$b \ge \sqrt[3]{5{,}2\cdot 10^{-6}} = 1{,}73\cdot 10^{-2}\ \text{м};\ \ b = 18\ \text{мм}.$$

4.2. Задания для расчета балок на прочность

Для расчетной схемы балки необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

2. Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

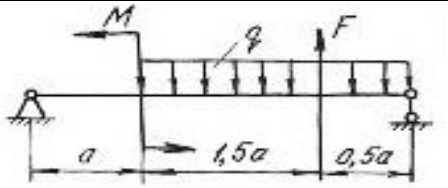
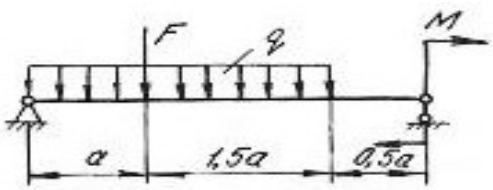
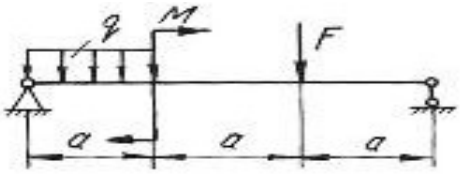
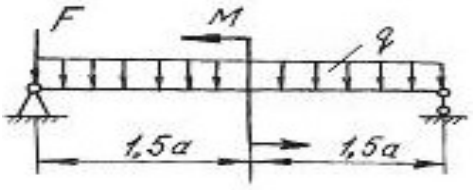
а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при $\sigma_{adm} = 10$ МПа; соотношение между размерами сечения принять равными $b:h = 1:2$;

б) двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа.

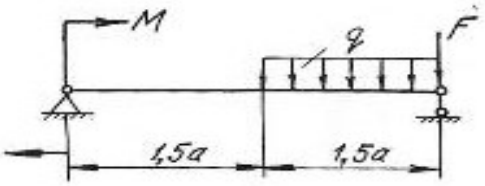
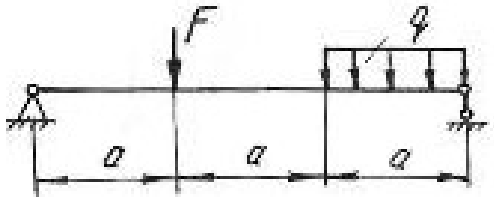
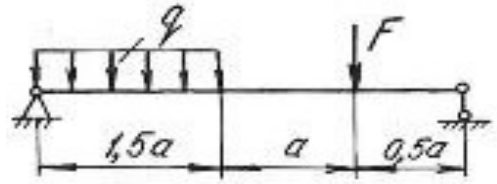
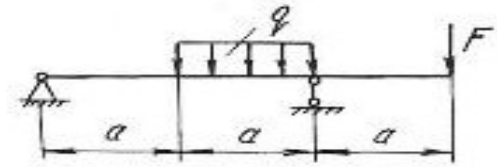
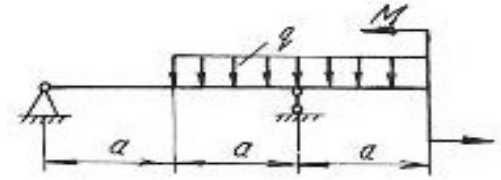
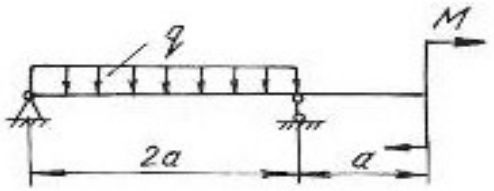
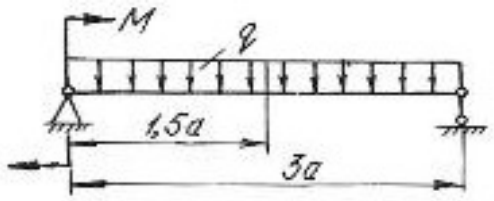
3. Провести полную проверку стальной двутавровой балки на прочность.

Данные для расчета приведены в табл. 4.1.

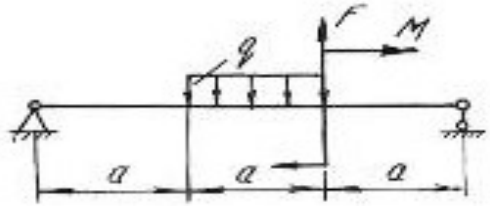
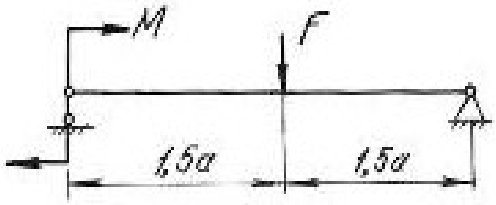
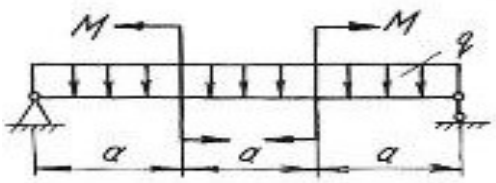
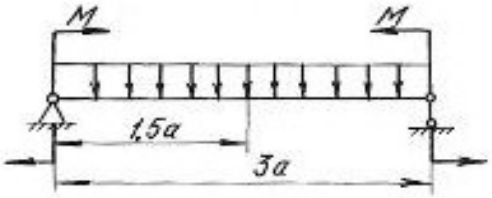
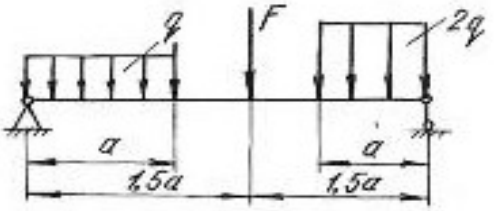
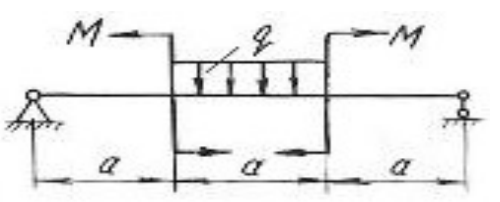
Таблица 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	1	2,0	19	20	20
	2	1,0	16	35	40
	3	1,2	10	30	40
	4	2,0	10	25	50
	5	2,2	30	50	40
	6	2,4	10	10	20
	7	1,0	10	65	20
	8	1,2	10	55	40
	9	2,0	20	45	15
	10	1,0	18	32	60
	11	2,2	10	35	50
	12	1,8	30	42	30
	13	2,0	12	26	20
	14	1,0	14	14	20
	15	2,0	15	25	30

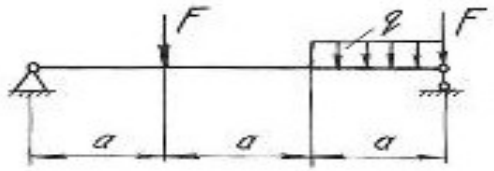
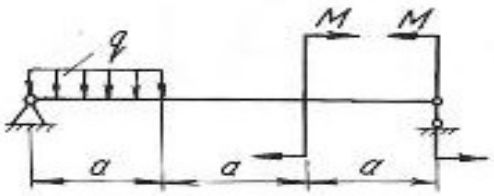
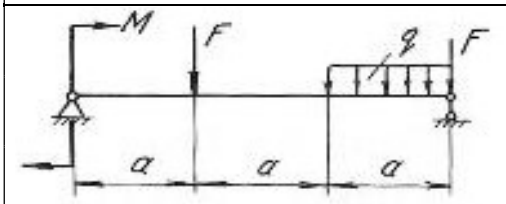
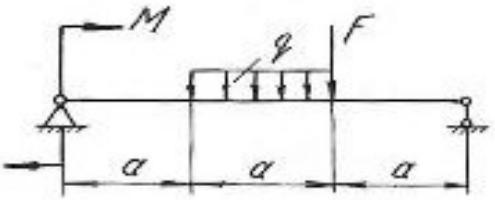
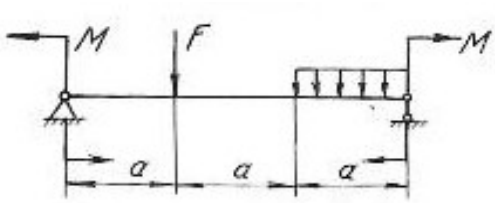
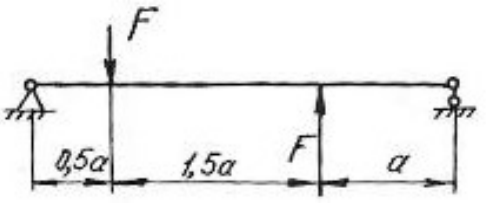
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	16	1,0	10	32	40
	17	2,0	25	42	20
	18	1,6	30	50	30
	19	1,0	10	–	10
	20	2,0	11	–	30
	21	1,0	12	–	30
	22	1,2	13	–	60
	23	2,2	14	–	70
	24	3,0	15	–	40
	25	3,0	16	–	20
	26	1,2	17	–	70
	27	2,0	18	–	70
	28	3,0	20	10	–
	29	2,0	21	60	–
	30	2,0	22	10	–
	31	2,1	23	30	–
	32	2,0	24	30	–
	33	2,2	25	30	–
	34	2,0	26	40	–
	35	2,0	27	40	–
	36	2,0	28	40	–

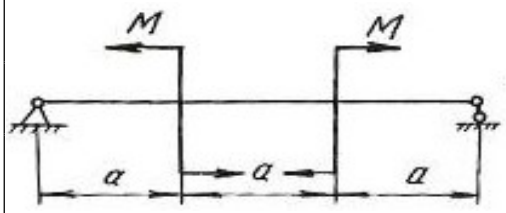
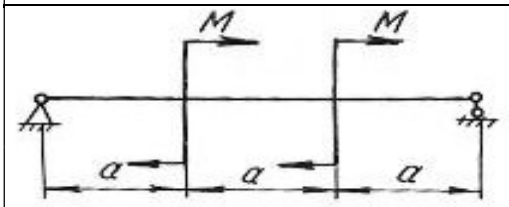
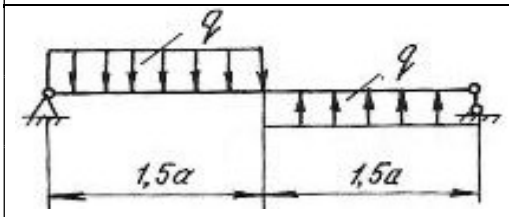
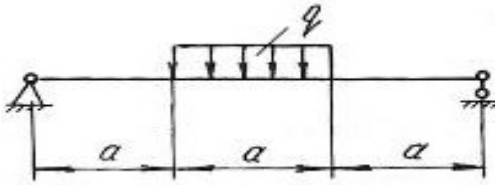
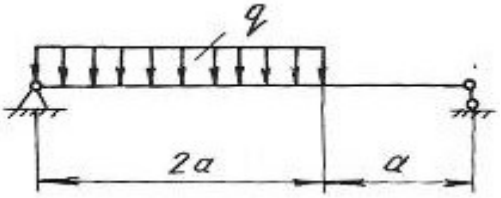
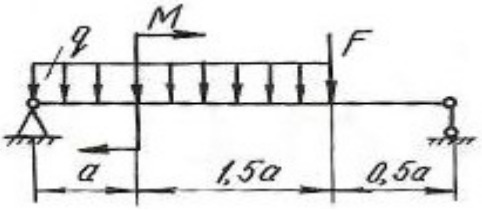
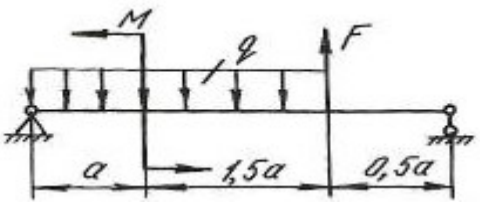
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	37	1,2	10	30	15
	38	1,3	12	40	10
	39	1,4	15	45	12
	40	1,0	14	50	10
	41	2,0	13	60	20
	42	2,0	12	55	12
	43	1,1	16	–	20
	44	1,4	17	–	16
	45	1,5	20	–	15
	46	1,6	18	30	–
	47	1,2	11	20	–
	48	1,3	14	10	–
	49	0,8	15	40	–
	50	0,7	13	13	–
	51	1,1	17	22	–
	52	0,5	24	–	20
	53	0,6	28	–	30
	54	0,9	30	–	40
	55	1,1	10	30	–
	56	1,2	20	31	–
	57	1,3	30	32	–

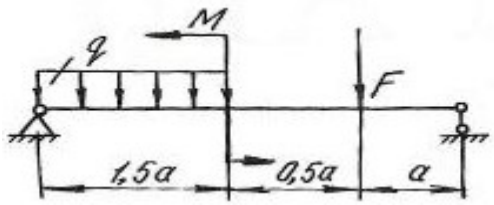
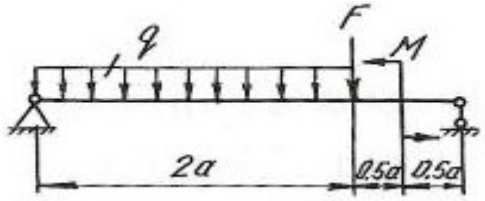
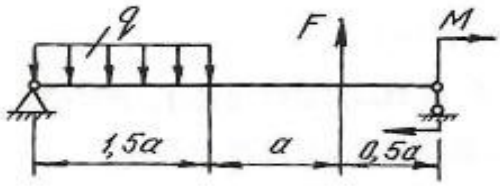
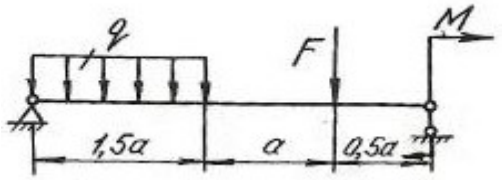
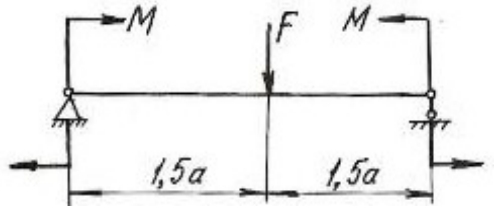
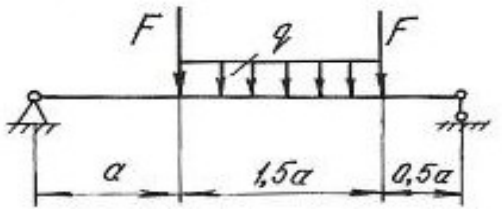
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	58	1,4	40	–	40
	59	1,2	35	–	50
	60	2,0	28	–	80
	61	1,5	12	20	–
	62	1,7	14	30	–
	63	1,9	16	40	–
	64	2,1	18	20	20
	65	2,3	19	30	30
	66	2,5	20	25	40
	67	2,0	12	30	25
	68	2,4	10	35	30
	69	2,7	10	30	35
	70	1,0	12	10	40
	71	2,0	14	20	30
	72	2,0	16	30	40
	73	1,0	–	–	20
	74	2,0	–	–	30
	75	2,5	–	–	40

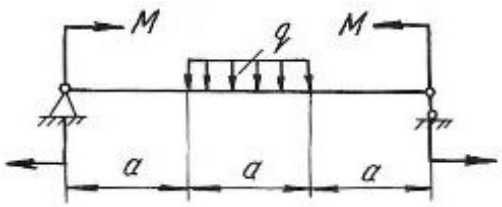
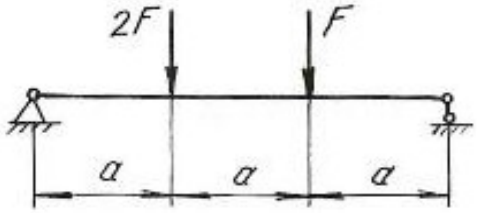
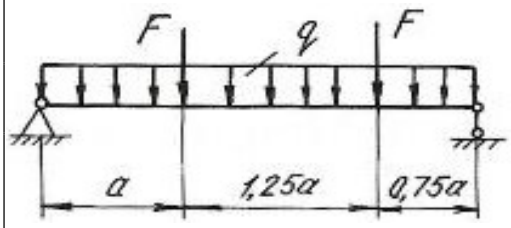
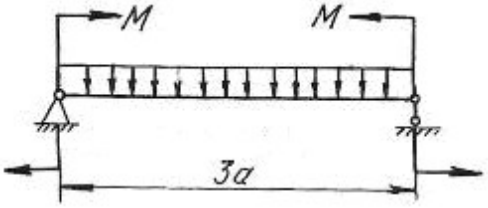
Продолжение табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	76	1,5	–	30	–
	77	2,5	–	40	–
	78	1,2	–	50	–
	79	1,3	–	40	–
	80	1,4	–	25	–
	81	1,6	–	30	–
	82	1,7	10	–	–
	83	1,8	10	–	–
	84	1,9	10	–	–
	85	2,1	30	–	–
	86	2,2	20	–	–
	87	2,3	10	–	–
	88	2,0	25	–	–
	89	1,0	15	–	–
	90	2,3	10	–	–
	91	1,0	15	30	80
	92	2,0	20	40	90
	93	2,0	25	50	100
	94	1,2	10	45	25
	95	1,4	12	50	30
	96	1,6	15	60	35

Продолжение табл. 4. 1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	97	1,8	15	30	40
	98	1,0	18	20	45
	99	1,4	21	55	50
	100	1,0	10	30	55
	101	2,0	20	35	80
	102	1,0	30	60	40
	103	1,9	15	25	60
	104	1,7	13	50	40
	105	1,3	17	75	20
	106	1,0	18	20	35
	107	2,2	16	60	45
	108	2,3	14	40	55
	109	1,0	–	30	50
	110	0,6	–	40	50
	111	0,8	–	30	60
	112	1,0	2	–	70
	113	0,6	30	–	60
	114	1,2	40	–	50

Окончание табл. 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a, м	*q*, кН/м	*M*, кН·м	*F*, кН
	115	1,2	20	40	–
	116	1,3	10	20	–
	117	1,4	20	30	–
	118	1,5	–	–	40
	119	1,0	–	–	30
	120	1,3	–	–	20
	121	1,0	10	–	20
	122	1,0	20	–	40
	123	1,0	30	–	10
	124	1,2	10	20	–
	125	1,3	11	40	–
	126	1,5	12	50	–

4.3. Расчет балки на жесткость

После проверки балок на прочность они обычно проверяются на жесткость.

Проверка состоит в определении максимальных перемещений балки при изгибе и сравнении их с допускаемыми значениями для данного материала и типа балки. При этом должны выполняться следующие условия:

$$y_{\max} \le y_{\text{adm}}; \quad y_{\text{adm}} = (\frac{1}{20} \div \frac{1}{250})l; \qquad \theta_{\max} \le \theta_{\text{adm}},$$

где y_{adm} – допускаемый прогиб; θ_{adm} – допускаемый угол поворота; l – пролёт балки.

Для определения прогибов и углов поворота в статически определимых балках обычно применяют метод начальных параметров, который записывается в виде следующих универсальных уравнений:

$$EJ_Z\theta = EJ_Z\theta_0 + \sum_{i=1}^{n}\frac{M_i(x-a_i)^1}{1!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{F_i(x-b_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(x-c_i)^3}{3!}, \quad (4.8)$$

где n – количество нагрузок на рассматриваемых участках.

$$EJ_z y = EJ_Z y_0 + EJ_Z\theta_0 x + \sum_{i=1}^{n}\frac{M_i(x-a_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{F_i(x-b_i)^3}{3!} + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(x-c_i)^4}{4!}, \quad (4.9)$$

где θ – угол поворота в исследуемом сечении; y – прогиб в исследуемом сечении; y_0 – прогиб в начале координат; θ_0 – угол поворота в начале координат; x – расстояние от начала координат до сечения, в котором определяются перемещения; M, F, q – внешние нагрузки, включая и реакции; a – расстояния от начала координат до сечений, где приложены моменты; b – расстояния от начала координат до сечений, где приложены сосредоточенные силы; c – расстояния от начала координат до начала каждого участка, нагруженного равномерно распределенной нагрузкой; EJ_Z – жесткость балки при поперечном изгибе.

Метод начальных параметров применяется при условии, что жесткость EJ_Z постоянна по всей длине балки.

Слагаемые, которые включают M, F, q, по знаку определяются в соответствии с правилами знаков, принятыми для определения M_x при расчете слева. При использовании метода начальных параметров необходимо выполнить следующие требования:

1. Начало координат принимается единым для всей балки (обычно в левом крайнем сечении балки);

2. Если равномерно распределенная нагрузка не доходит до рассматриваемого сечения, то ее необходимо продлить до этого сечения, а для сохранения равновесия приложить такую же по величине, но противоположного направления нагрузку. Эту контрнагрузку необходимо включить в уравнения.

Начальные параметры y_0 и θ_0 определяются следующим образом. Если начало координат находится не на опоре (рис. 4.4, *б*), то составляем два дополнительных уравнения прогибов для двух опор, где заранее известно, что прогибы на опорах равны нулю. Если начало координат находится на концевой шарнирной опоре (рис. 4.4, *в*), то составляем одно дополнительное уравнение прогибов для другой опоры. Если начало координат находится в жесткой заделке (рис. 4.4, *г*), то дополнительные уравнения составлять не нужно.

При решении задач необходимо иметь в виду, что положительное направление оси y принято вверх. При этом условии положительное значение угла поворота соответствует вращению сечения против хода часовой стрелки, положительный прогиб направлен вверх.

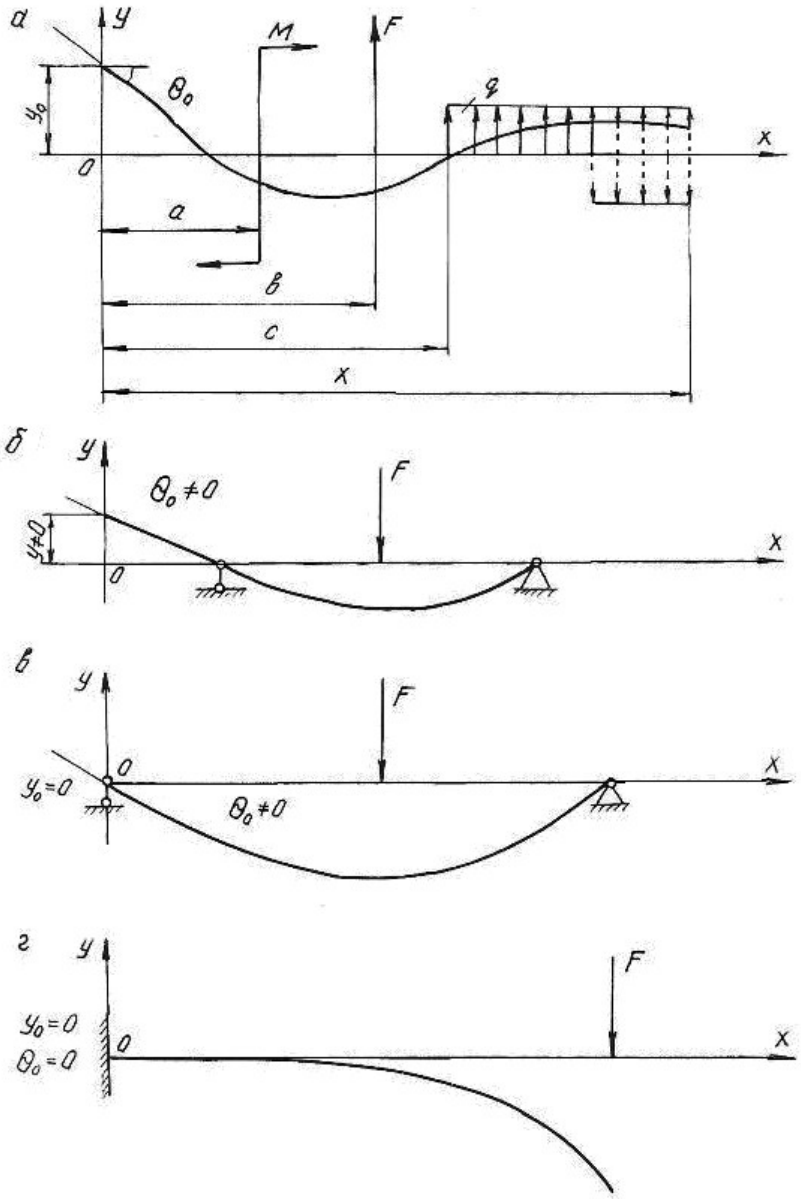


Рис. 4.4.

Пример 4.3.

Для балки, изображенной на рис. 4.5, построить эпюры Q_x и M_x, подобрать поперечное двутавровое сечение (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. По методу начальных параметров определить прогибы в сечениях C и D и угол поворота сечения B. Построить эпюру прогибов и провести проверку на жесткость при $y_{adm} = (1/200)l = (1/200)4 = 0,02$ м $= 2$ см, где l – пролет балки.

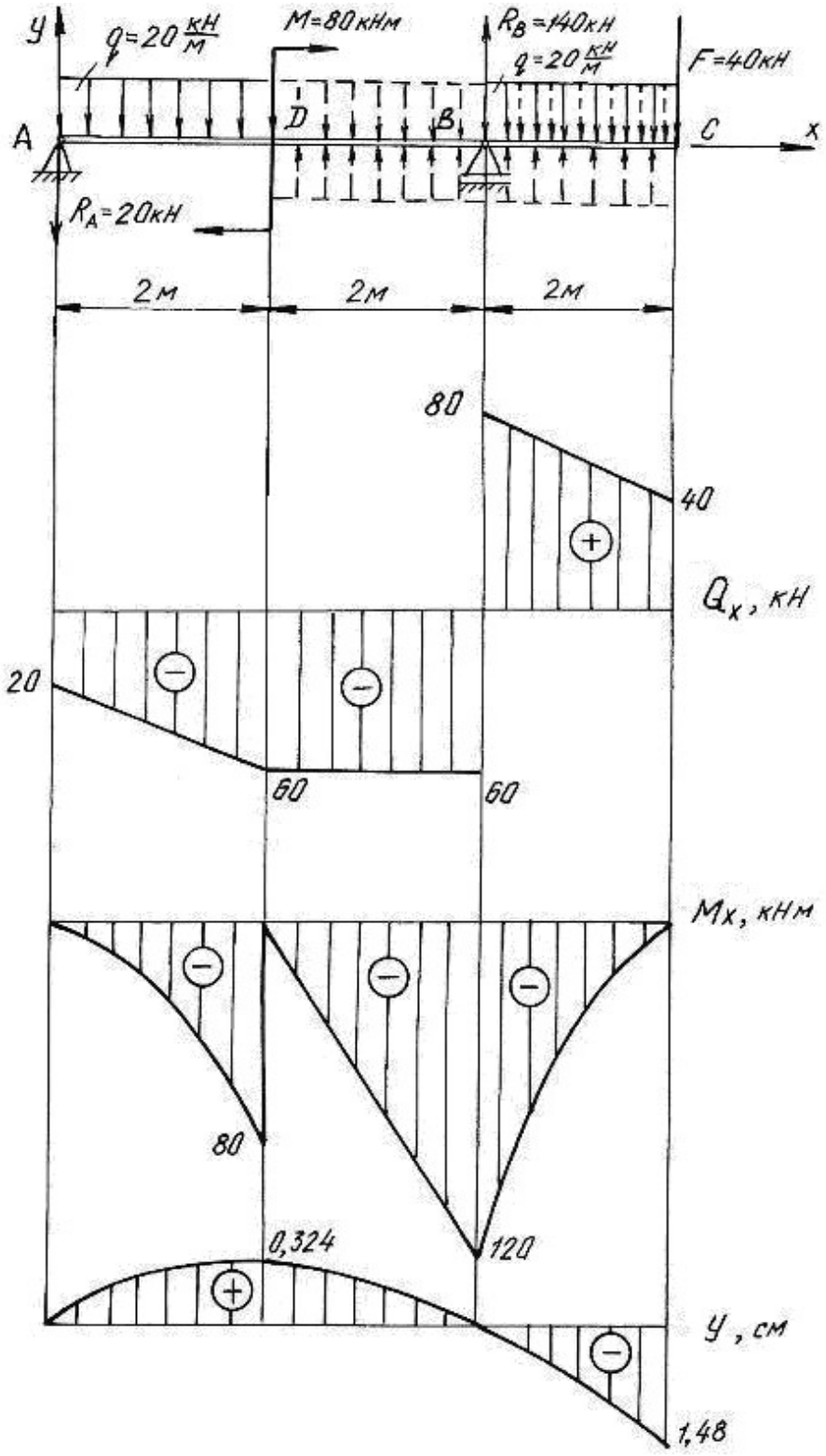

y
q=20 кН/м
M=80кНм
R_B=140кН
q=20 кН/м
F=40кН
A
D
B
C
x
R_A=20кН
2м
2м
2м
80
40
Q_x, кН
20
60
60
M_x, кНм
80
0,324
120
y, см
1,48

Рис. 4.5.

Решение.

Определим опорные реакции:

$$\sum M_B = 0, \qquad R_A \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 3 - M - q \cdot 2 \cdot 1 - F \cdot 2 = 0;$$
$$R_A \cdot 4 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 40 \cdot 2 = 0; \quad R_A = 20 \text{ кН}.$$
$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 - M - q \cdot 2 \cdot 5 - F \cdot 6 = 0;$$
$$R_B \cdot 4 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 5 - 40 \cdot 6 = 0; \qquad R_B = 140 \text{ кН}.$$

Проводим проверку

$$\sum Y = 0; \qquad -R_A + R_B - q \cdot 2 - F - q \cdot 2 = 0;$$
$$-20 + 140 - 20 \cdot 2 - 40 - 20 \cdot 2 = 0; \quad 0 = 0$$

По контрольным правилам строим эпюры Q_x и M_x, и подбираем поперечное сечение при $M_{\max} = 120$ кН.

$$W_z = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{120 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 750 \text{ см}^3.$$

По таблице сортамента (см. табл. П.1) принимаем двутавр № 36:

$J_z = J_x^{\text{табл.}} = 13380 \text{ см}^4 = 13380 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$.

Для определения перемещений помещаем начало координат на левой опоре (прогиб $y_0 = 0$, угол поворота $\theta_0 \neq 0$). Составляем дополнительное уравнение прогибов для сечения B (при $x_B = 4$ м), где заранее известно, что прогиб на опоре y_B равен нулю.

Распределенная нагрузка обрывается в сечении D. Продолжим её до сечения B, в котором определяем перемещение, но, чтобы не нарушить прежнее равновесие, вводим уравновешивающую нагрузку обратного направления на участке BD.

$$EJ_Z y_B = EJ_Z \theta_0 x_B + \frac{M(x-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_B - 0)^3}{6} - \frac{q(x_B - 0)^4}{24} + \frac{q(x_B - 2)^4}{24};$$
$$0 = EJ_Z \theta_0 \cdot 4 + \frac{80(4-2)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} - \frac{20(4-0)^4}{24} + \frac{20(4-2)^4}{24}.$$

Последний член уравнения учитывает компенсирующую нагрузку. Подставляя числовые значения, получим $EJ_Z \theta_0 = EJ_Z \theta_A = 63,3 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$.

Определим прогибы на границах заданных участков. При определении прогиба в сечении C равномерно распределенную нагрузку необходимо продлить до этого сечения и уравновесить её.

В сечении C ($x_C = 6$ м):

$$EJ_Z y_C = EJ_Z \theta_0 x_C + \frac{M(x_C-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_C-0)^3}{6} + \frac{R_B(x_C-4)^3}{6} -$$
$$- \frac{q(x_C-0)^4}{24} + \frac{q(x_C-2)^4}{24} - \frac{q(x_C-4)^4}{24};$$

$$EJ_Z y_C = 63{,}3 \cdot 6 + \frac{80 \cdot (6-2)^2}{2} - \frac{20 \cdot (6-0)^3}{6} + \frac{140 \cdot (6-4)^3}{6} - \frac{20 \cdot (6-0)^4}{24} +$$
$$+ \frac{20(6-2)^4}{24} - \frac{20(6-4)^4}{24} = -393 \text{ кНм}^3;$$

$$y_C = \frac{-393 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{-393 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0148 \text{ м}; \; y_C = -1{,}480 \text{ см};$$

в сечении D ($x_D = 2$ м):

$$EJ_Z y_D = EJ_Z \theta_0 \cdot x_D - \frac{R_A(x_D-0)^3}{6} - \frac{q(x_D-0)^4}{24} = 63{,}3 \cdot 2 - \frac{20(2-0)^3}{6} - \frac{20(2-0)^4}{24} =$$

$$= 86{,}7 \text{ кНм}^3; \qquad y_D = \frac{86{,}7 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{86{,}7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0{,}00324 \text{ м} = 0{,}324 \text{ см}.$$

По полученным значениям прогибов строим изогнутую ось балки (см. рис. 4.5).

Определим угол поворота сечения B ($x_B = 4$ м), продлив и уравновесив распределенную нагрузку

$$EJ_Z \theta_B = EJ_Z \theta_0 + \frac{M(x-2)^1}{1} - \frac{R_A(x-0)^2}{2} - \frac{q(x-0)^3}{6} + \frac{q(x-2)^3}{6} =$$

$$= 63{,}3 + \frac{80(4-2)^1}{1} - \frac{20(4-0)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} + \frac{20(4-2)^3}{6} = -123 \text{ кНм}^2;$$

$$\theta_B = -\frac{123 \cdot 10^3}{EJ_Z} = -\frac{123 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -46 \cdot 10^{-4} \text{ рад} =$$
$$= -46 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180}{\pi} = -0{,}26^\circ = -0^\circ 15' 36''.$$

Максимальный прогиб балки $y_{\max} = y_C = 1{,}480$ см.

Таким образом, $y_{\max} = 1{,}480$ см $< y_{\text{adm}} = 2$ см, следовательно, условие жесткости выполняется.

4.4. Задания для расчета балок на жесткость

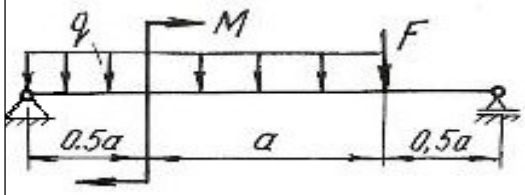
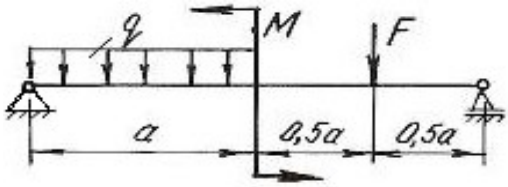
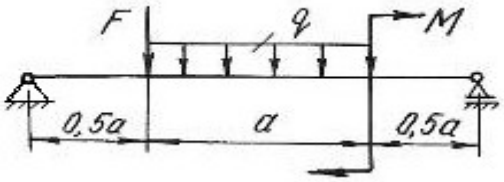
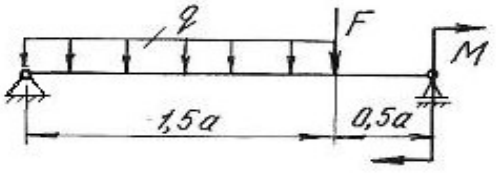
Для расчетной схемы (табл. 4.2) необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

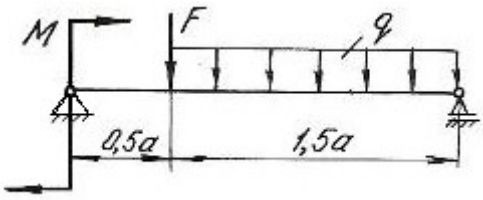
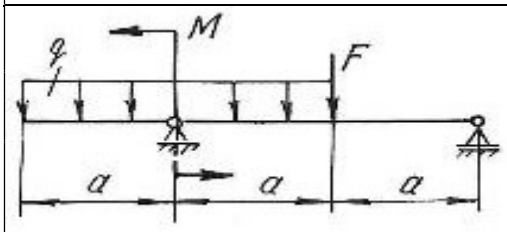
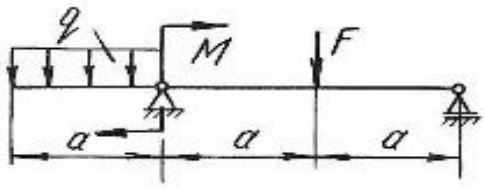
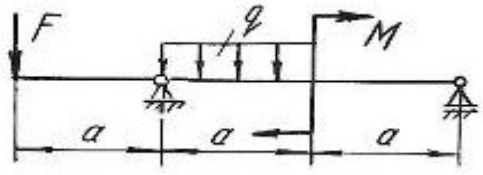
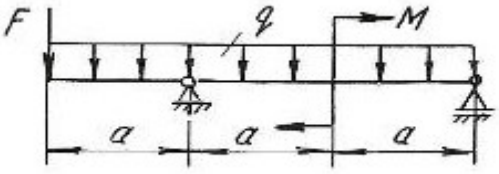
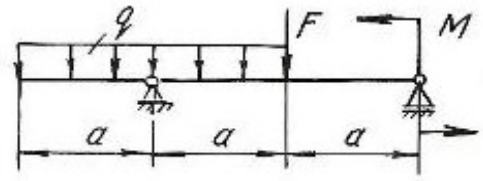
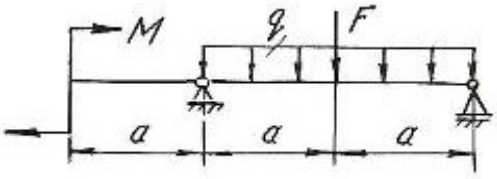
2. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1), материал – сталь при $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

3. Определить по методу начальных параметров величину прогибов балки в характерных сечениях и провести проверку балки на жесткость, приняв $y_{adm} = (1/100)l$.

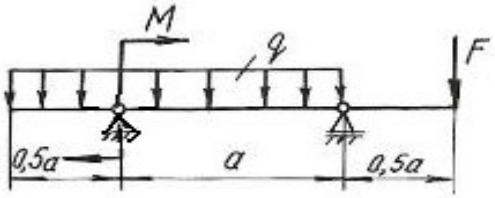
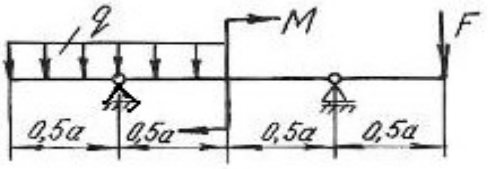
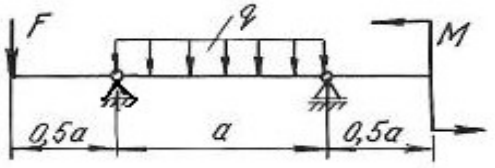
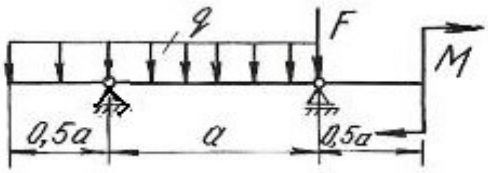
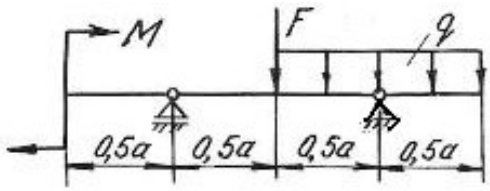
Таблица 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	1	1	10	30	20
	2	0,5	20	25	30
	3	1	10	10	16
	4	2	20	30	10
	5	0,5	30	15	12
	6	1	12	36	24
	7	2	6	12	10
	8	1	4	12	8
	9	0,5	10	20	16
	10	2	4	12	10
	11	1	20	24	12
	12	1	12	12	10
	13	2	10	4	10
	14	1	8	20	30

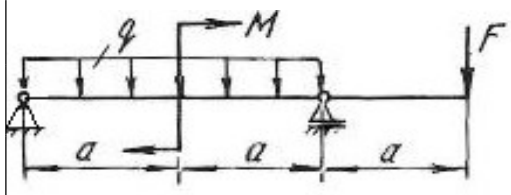
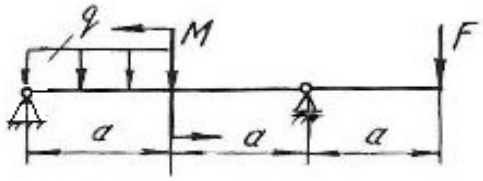
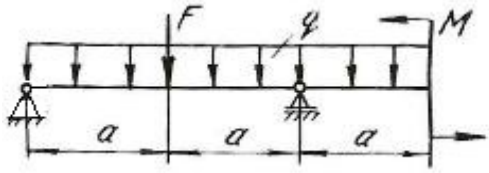
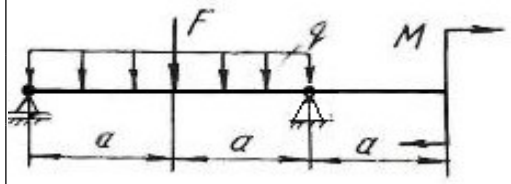
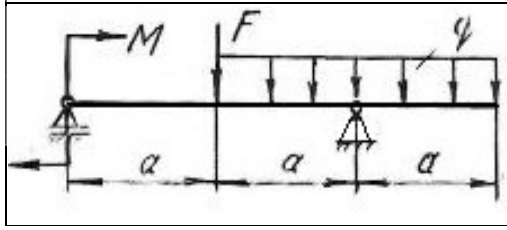
Продолжение табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	15	1	8	12	16
	16	1	12	14	10
	17	2	4	16	6
	18	1	10	18	24
	19	2	4	16	16
	20	0,5	20	32	24
	21	1	20	15	8
	22	2	8	14	4
	23	0,5	10	28	12
	24	1	24	10	10
	25	2	12	16	12
	26	0,5	4	18	24
	27	1	20	10	6
	28	2	10	8	16
	29	0,5	4	15	8
	30	1	2	6	4
	31	2	4	12	10
	32	0,5	8	12	18
	33	1	10	12	4
	34	2	12	18	12
	35	0,5	20	30	10

Продолжение табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	36	1	20	12	8
	37	2	12	16	16
	38	1	40	24	20
	39	1	10	20	12
	40	2	4	12	8
	41	1	8	4	12
	42	1	24	12	8
	43	2	8	10	4
	44	1	12	24	20
	45	1	36	12	24
	46	2	32	16	20
	47	1	16	8	8
	48	1	16	18	10
	49	2	12	20	12
	50	1	32	10	6
	51	1	24	20	4
	52	2	4	24	16
	53	1	8	30	10

Окончание табл. 4.2

Схема балки и нагрузки	Вариант	a, м	q, кН/м	M, кН·м	F, кН
	54	1	10	12	6
	55	2	4	10	8
	56	0,5	8	8	4
	57	1	20	12	6
	58	2	12	36	8
	59	1	24	16	12
	60	1	10	40	16
	61	0,5	12	18	10
	62	2	4	36	12
	63	1	10	20	10
	64	1	12	16	8
	65	2	4	16	12
	66	1	12	10	20
	67	2	8	32	16
	68	0,5	24	12	12
	69	1	10	18	12
	70	2	8	36	16
	71	0,5	20	42	8

Глава 5

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ НЕРАЗРЕЗНЫЕ МНОГОПРОЛЕТНЫЕ БАЛКИ И ПЛОСКИЕ РАМЫ

5.1. Статически неопределимые балки

Цельная балка, лежащая на нескольких опорах, называется неразрезной. С промежуточными опорами такая балка обычно соединена шарнирно. Концевые опоры могут быть или шарнирными или защемленными.

Неразрезные балки представляют собой статически неопределимые системы, так как для их расчета уравнений статики недостаточно. Эти балки могут быть рассчитаны с помощью теоремы о трех моментах или методом сил.

В данном разделе рассматривается решение неразрезной балки по методу сил.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы или моменты, называется **методом сил**. Для расчета статически неопределимой балки необходимо раскрыть ее статическую неопределимость, для чего эту балку освобождают сначала от «лишних» связей, превращая ее тем самым в статически определимую (геометрически неизменяемую) систему, называемую основной системой. Она может быть получена путем введения необходимого количества шарниров, балочных опор, путем разреза контура (чаще для рам) и др.

Дополнительные уравнения для нахождения «лишних» неизвестных составляются из условий, что взаимные перемещения основной системы в местах приложения «лишних» неизвестных равны нулю (условия совместности деформаций – условия неразрезности).

Степень статической неопределимости балки соответствует количеству «лишних» неизвестных. В качестве «лишних» неизвестных можно принимать реакции на опорах балки или опорные моменты. Для многопролетных неразрезных балок за «лишние» неизвестные удобнее принять опорные моменты. Опорными моментами называют суммарные моменты внутренних сил упругости, возникающих в поперечных сечениях над опорами.

На рис. 5.1, *а* показана дважды статически неопределимая балка. За «лишние» неизвестные приняты опорные моменты на первой и второй опорах. Моменты на нулевой и третьей опорах равны нулю (рис. 5.1, *б*).

Для определения «лишних» неизвестных воспользуемся условием:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 0, \\ \Delta_2 &= 0, \end{aligned} \qquad (5.1)$$

где Δ_1 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направле-

нию действия первой «лишней» неизвестной X_1; Δ_2 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направлению действия второй «лишней» неизвестной X_2.

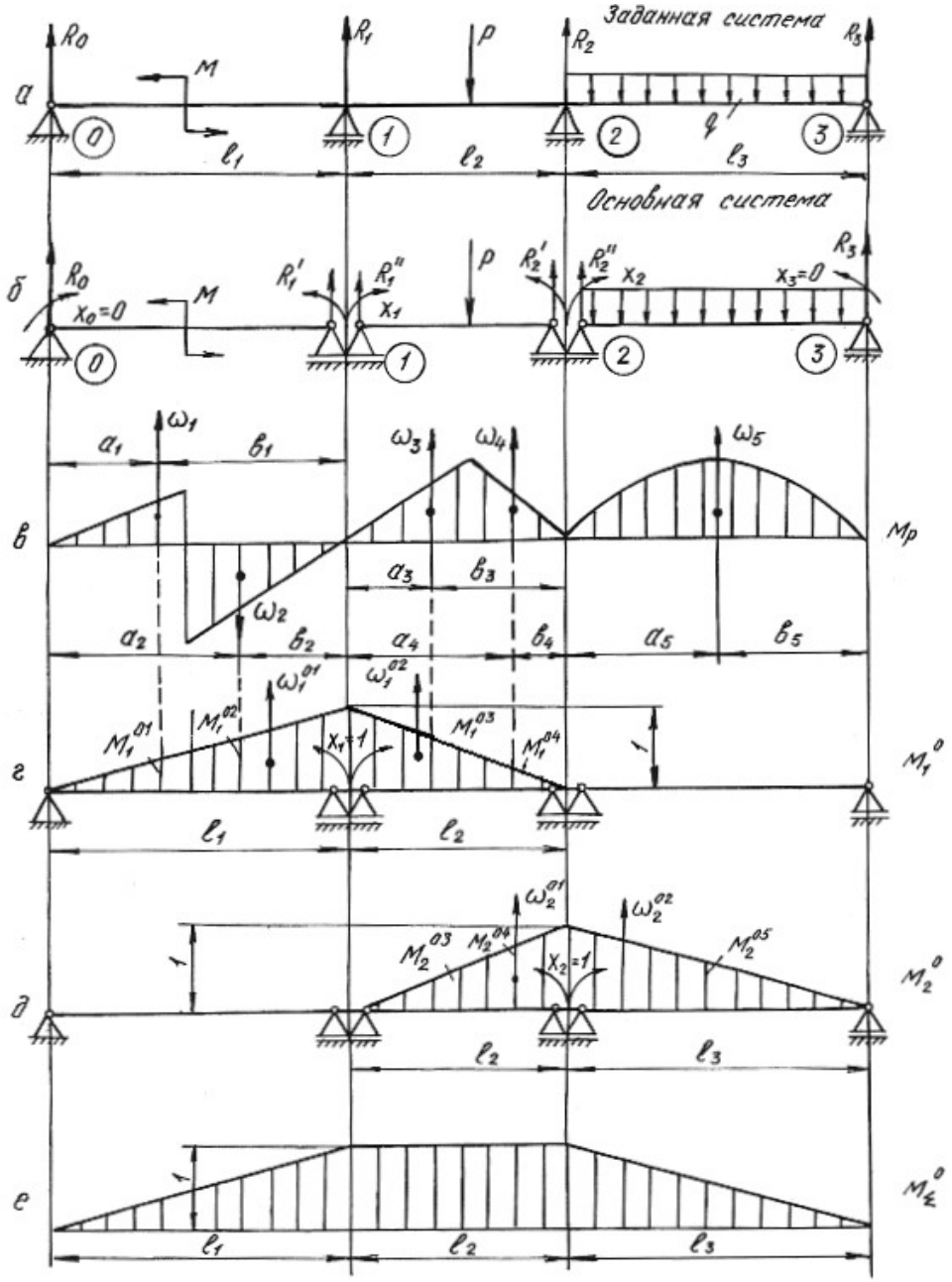


Рис. 5.1.

Эти перемещения в силу принципа независимости действия сил можно представить как сумму перемещений от каждой отдельной силы, приложенной к системе, т. е. от внешней нагрузки, обобщенно обозначаемой буквой *P,* и от неизвестных X_1, X_2, приложенных на опорах основной системы. Указанные пе-

ремещения выражаются через неизвестные X_1, X_2, нагрузку P и перемещения от единичных сил X_1=1, X_2=1.

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Эти уравнения носят название канонических уравнений метода сил. Число их равно степени статической неопределимости системы. На примере первого уравнения рассмотрим обозначения:

δ_{11} – возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от действия единичной силы $X_1 = 1$ по направлению действия первой «лишней» неизвестной X_1;

$\delta_{11}X_1$ – возможное перемещение, вызванное действием X_1 по ее направлению;

δ_{12} – возможное перемещение от единичной нагрузки $X_2 = 1$ по направлению X_1;

$\delta_{12}X_2$– возможное перемещение от второй «лишней» неизвестной X_2 по направлению X_1;

Δ_{1p} – возможное перемещение от всех внешних нагрузок по направлению «лишней» неизвестной X_1.

Коэффициенты канонических уравнений с одинаковыми числовыми индексами δ_{11}, δ_{22} называются *главными коэффициентами***.** Они всегда положительны. Коэффициенты с разными числовыми индексами δ_{21}, δ_{12} называются *побочными*. Они могут быть положительными или отрицательными. На основании теоремы о взаимности перемещений побочные коэффициенты $\delta_{21} = \delta_{12}$.

Свободные члены канонических уравнений Δ_{1p}, и Δ_{2p} еще называют *грузовыми членами*, так как они представляют собой перемещения от внешних нагрузок.

Для вычисления коэффициентов и грузовых членов канонических уравнений строим эпюры изгибающих моментов от единичных нагрузок (единичные эпюры) – рис. 5.1, *г*, *д* и эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок (грузовые эпюры) – рис. 5.1, *в*.

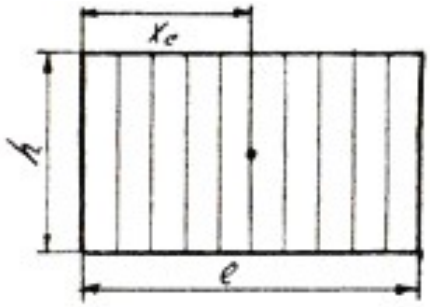
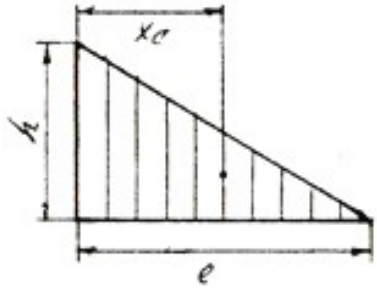
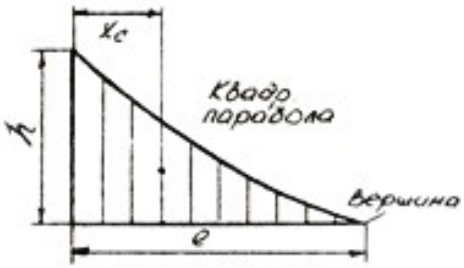
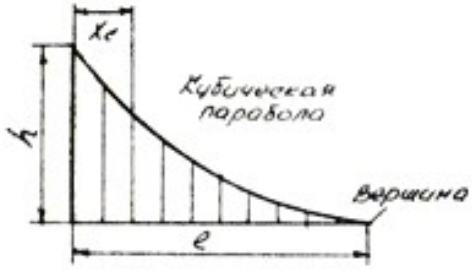
Коэффициенты уравнений и свободные члены находим путем перемножения эпюр по формуле Верещагина (или по формуле Симпсона)

$$\delta = \frac{1}{EJ}\sum \omega M_c^0, \tag{5.3}$$

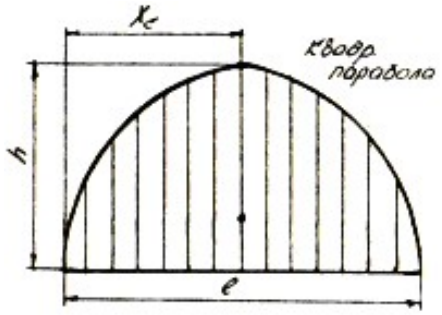
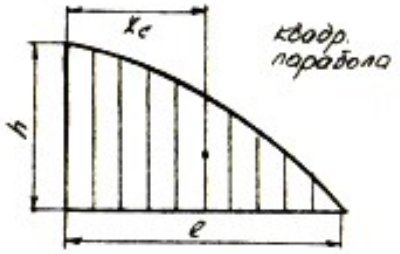
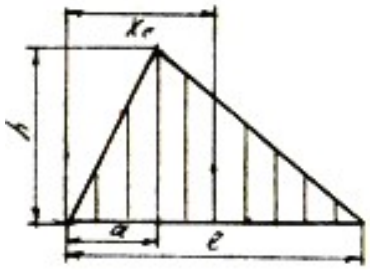
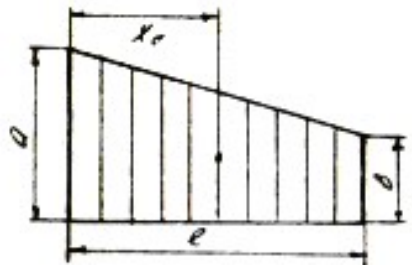
где ω – площадь эпюры изгибающих моментов; M_c^0 – ордината из единичной эпюры напротив центра тяжести грузовой эпюры; EJ – жесткость балки при изгибе.

Формулы для определения площадей и координат их центров тяжести приведены в табл. 5.1**.**

Таблица 5.1

Фигура	ω	x_c
	lh	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{1}{3}l$
	$\frac{1}{3}lh$	$\frac{1}{4}l$
	$\frac{1}{4}lh$	$\frac{1}{5}l$

Окончание табл. 5.1

Фигура	ω	x_c
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{a+l}{3}$
	$l\frac{a+b}{2}$	$\frac{(a+2b)}{3(a+b)}l$

Главные коэффициенты δ_{11} и δ_{22} находим в результате перемножения единичных эпюр M_1^0, M_2^0 самих на себя

$$\delta_{11}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_1^0 M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{3}\right);$$

$$\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_2^0 M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_2}{3}+\frac{l_3}{3}\right);$$

Побочные коэффициенты находим путем взаимного перемножения указанных единичных эпюр.

Для определения коэффициента δ_{12} берется площадь эпюры M_2^0 на участке длиной l_2, которая умножается на ординату с эпюры M_1^0

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_2^0 M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\sum\omega_1^0 M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_2\cdot 1\right)\cdot\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{l_2}{6\cdot EJ}.$$

Свободные члены уравнений находим путем умножения грузовых эпюр M_p на единичные M_1^0 и M_2^0

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_p M_{c1}^0=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1 M_1^{01}-\omega_2 M_1^{02}+\omega_3 M_1^{03}+\omega_4 M_1^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\frac{b_3}{l_2}+\omega_4\frac{b_4}{l_2}\right),$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ – площади грузовых эпюр; $M_1^{01}, M_1^{02}, M_1^{03}, M_1^{04}$ – ординаты, взятые из единичной эпюры M_1^0 напротив центров тяжести указанных площадей.

$$\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\sum\omega_p M_{c2}^0=\frac{1}{EJ}\left(\omega_3 M_2^{03}+\omega_4 M_2^{04}+\omega_5 M_2^{05}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\omega_3\frac{a_3}{l_2}+\omega_4\frac{a_4}{l_2}+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right).$$

После подстановки найденных перемещений в канонические уравнения получим

$$\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{3}\right)X_1+\frac{l_2}{6EJ}X_2+\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\frac{b_3}{l_2}+\omega_4\frac{b_4}{l_2}\right)=0;$$

$$\frac{l_2}{6EJ}X_1+\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_2}{3}+\frac{l_3}{3}\right)X_2+\frac{1}{EJ}\left(\omega_3\frac{a_3}{l_2}+\omega_4\frac{a_4}{l_2}+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right)=0.$$

Во избежание ошибок при определении «лишних» неизвестных необходимо проверить правильность определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого необходимо построить суммарную эпюру единичных моментов M_Σ^0.

При умножении по правилу Верещагина суммарной единичной эпюры M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{1}^{0} должна получиться сумма коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11}+\delta_{12}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+\frac{l_2}{2}\right).$$

При умножении суммарной эпюры M_{Σ}^{0} на эпюру M_{2}^{0} должна получиться сумма коэффициентов второго канонического уравнения

$$\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_3}{3}+\frac{l_2}{2}\right).$$

Эта проверка называется построчной.

Произведение суммарной единичной эпюры саму на себя должно быть равным сумме всех коэффициентов канонических уравнений

$$\delta_{11}+\delta_{12}+\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_1\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(l_2\cdot 1\cdot 1\right)+\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}l_3\cdot 1\frac{2}{3}\cdot 1\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(\frac{l_1}{3}+l_2+\frac{l_3}{3}\right).$$

Эта проверка называется универсальной.

Правильность определения грузовых членов уравнений состоит в следующем: их сумма должна равняться произведению грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0}

$$\Delta_{1p}+\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1\frac{a_1}{l_1}-\omega_2\frac{a_2}{l_1}+\omega_3\cdot 1+\omega_4\cdot 1+\omega_5\frac{b_5}{l_3}\right).$$

Убедившись в правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений методом последовательного исключения, находим «лишние» неизвестные X_1 и X_2 из канонических уравнений. При правильном определении «лишних» неизвестных после их подстановки в канонические уравнения, последние должны обращаться в тождества.

Учитывая опорные моменты и внешние нагрузки, определяют по уравнениям статики опорные реакции, строят эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x.

Порядок решения неразрезной балки методом сил сводится к следующему:

1. Определяют степень статической неопределимости балки;

2. Выбирают основную систему (тем самым выбираются «лишние» неизвестные);

3. По числу «лишних» неизвестных составляются канонические уравнения;

4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок – грузовые эпюры;

5. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные моменты и строят эпюры изгибающих моментов от этих единичных моментов – единичные эпюры;

6. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их вычисления;

7. Методом последовательного исключения неизвестных решают канонические уравнения и определяют «лишние» неизвестные с последующей проверкой;

8. С помощью уравнений равновесия определяют опорные реакции заданной балки с последующей проверкой;

9. Строят эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x;

10. Подбирают поперечное сечение балки заданного профиля;

11. Производят проверку на прочность и жесткость балки, если это требуется по условию задачи.

Пример 5.1.

Для заданной схемы стальной неразрезной балки (рис. 5.2, *а*) требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;
2. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1), если $\sigma_{adm} = 160\,\text{МПа}$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение.

Определяем степень статической неопределимости балки. Она равна двум (числу опор без двух плюс единица из-за наличия жесткой заделки) и выбираем основную систему.

В качестве «лишних» неизвестных принимаются опорные моменты. Основная система показана на рис. 5.2, *б*.

Составляем канонические уравнения:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{1p} = 0.$$

Для определения главных, побочных коэффициентов и свободных членов уравнений строим единичные эпюры M_1^0 (рис. 5.2, *г*), M_2^0 (рис. 5.2, *д*) и суммарную единичную эпюру M_Σ^0 (рис. 5.2, *е*). Грузовые эпюры M_p представлены на рис. 5.2, *в*.

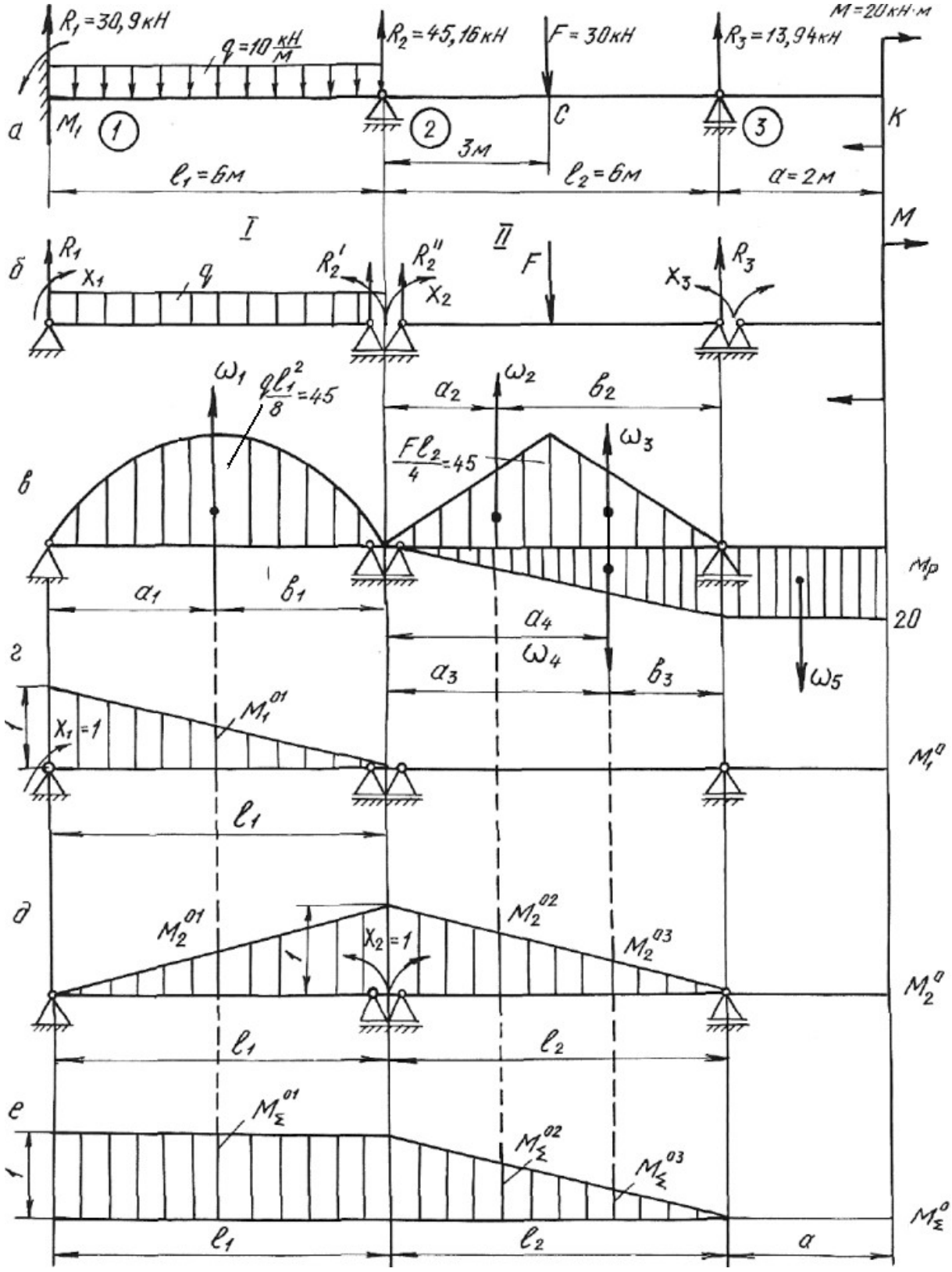

R1 = 30,9 кН
q = 10 кН/м
R2 = 45,16 кН
F = 30 кН
R3 = 13,94 кН
M = 20 кН·м
а
б
в
г
д
е
I
II
1
2
3
C
K
3 м
l1 = 6 м
l2 = 6 м
a = 2 м
M
X1
X2
X3
R2'
R2''
ω1
ω2
ω3
ω4
ω5
a1
b1
a2
b2
a3
b3
a4
Mр
20
M1^01
M2^01
M2^02
M2^03
M1^0
M2^0
MΣ^01
MΣ^02
MΣ^03
MΣ^0
l1
l2
a

Рис. 5.2.

Путем умножения эпюр M_1^0 и M_2^0 самих на себя, находим значения главных коэффициентов:

$$\delta_{11}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{2{,}0}{EJ};$$

$$\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_2\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(2{,}0+2{,}0\right)=\frac{4{,}0}{EJ}.$$

Побочные коэффициенты определяем путем взаимного перемножения единичных эпюр M_1^0 и M_2^0

$$\delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot l_1\frac{1}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 6\cdot\frac{1}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}.$$

Находим свободные (грузовые) члены уравнений, перемножая эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок на единичные эпюры.

Площади грузовых эпюр:

$$\omega_1=\frac{2}{3}h_1l_1=\frac{2}{3}\cdot 4{,}5\cdot 10^4\cdot 6=18\cdot 10^4\ \text{Н}\cdot\text{м}^2;$$

$$\omega_2=\omega_3=\frac{1}{2}h_2\frac{l_2}{2}=\frac{1}{2}\cdot 4{,}5\cdot 10^4\cdot 3=6{,}75\cdot 10^4\ \text{Н}\cdot\text{м}^2;$$

$$\omega_4=\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 10^3\cdot 6=6\cdot 10^4\ \text{Н}\cdot\text{м}^2.$$

Расстояния $a_1=b_1=3$ м; $a_2=b_3=2$ м; $b_2=a_3=4$ м; $a_4=4$ м.

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1M_1^{01}\right)=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{9\cdot 10^4}{EJ},$$

где M_1^{01}– ордината единичной эпюры M_1^0 напротив центра тяжести площади грузовой эпюры ω:

$$\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1M_2^{01}+\omega_2M_2^{02}+\omega_3M_2^{03}-\omega_4M_2^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot\frac{1}{2}\cdot 1-6\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{4}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}\right)=$$

$$=\frac{15{,}75\cdot 10^4}{EJ}-\frac{2\cdot 10^4}{EJ}=\frac{13{,}75\cdot 10^4}{EJ},$$

где M_2^{01}, M_2^{02}, M_2^{03}, M_2^{04}– ординаты единичной эпюры M_2^0 напротив центров тяжести площадей грузовых эпюр ω_1, ω_2, ω_3, ω_4.

Производим проверку правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений, для чего строим суммарную единичную эпюру M_Σ^0.

Построчная проверка. Перемножая суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{1}^{0}, должны получить сумму коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11}+\delta_{12}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+0\right)=\frac{3}{EJ}.$$

При перемножении эпюры M_{Σ}^{0} на единичную эпюру M_{2}^{0} должны получить сумму коэффициентов второго канонического уравнения:

$$\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot 6\cdot\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{5{,}00}{EJ}.$$

Универсальная проверка. Умножаем суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} саму на себя. Должны получить сумму всех коэффициентов канонических уравнений:

$$\delta_{11}+\delta_{12}+\delta_{21}+\delta_{22}=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot l_1\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot l_2\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\cdot 1\right)=\frac{1}{EJ}\left(1\cdot 6\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 1\cdot\frac{2}{3}\right)=\frac{8{,}00}{EJ}.$$

Проводим проверку правильности определения грузовых членов уравнений.

Перемножением грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^{0} должны получить сумму свободных членов уравнений:

$$\Delta_{1p}+\Delta_{2p}=\frac{1}{EJ}\left(\omega_1 M_{\Sigma}^{01}+\omega_2 M_{\Sigma}^{02}+\omega_3 M_{\Sigma}^{03}-\omega_4 M_{\Sigma}^{04}\right)=$$

$$=\frac{1}{EJ}\left(18\cdot 10^4\cdot 1+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{4}{6}+6{,}75\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}-6\cdot 10^4\cdot\frac{2}{6}\right)=\frac{22{,}75\cdot 10^4}{EJ}.$$

Подставляем коэффициенты и свободные члены в канонические уравнения:

$$\frac{2{,}00}{EJ}X_1+\frac{1{,}00}{EJ}X_2+\frac{9\cdot 10^4}{EJ}=0.$$

$$\frac{1{,}00}{EJ}X_1+\frac{4{,}0}{EJ}X_2+\frac{13{,}75\cdot 10^4}{EJ}=0.$$

После сокращения на жесткость получаем:

$$2{,}00X_1+1{,}00X_2+9\cdot 10^4=0.$$

$$1{,}00X_1+4{,}00X_2+13{,}75\cdot 10^4=0.$$

Решая совместно эти уравнения, находим:

$$X_1=M_1=-3{,}18\cdot 10^4\ \text{Н·м}=-31{,}8\ \text{кН·м},$$

$$X_2 = M_2 = -2{,}64 \cdot 10^4 \text{ Нм} = -26{,}4 \text{ кН·м}.$$

На опоре № 3 (см. рис. 5.2, *а*) опорный момент будет равен моменту M со знаком минус:

$$X_3 = M_3 = -20 \text{ кН·м}.$$

Подставив найденные значения «лишних» неизвестных в канонические уравнения, убеждаемся в том, что эти уравнения превращаются в тождества.

Определяем опорные реакции заданной балки из уравнений статики:

$$\sum M_1^{\text{I}} = 0; \quad R_2^1 l_1 + M_2 - \frac{q l_1^2}{2} - M_1 = 0;$$

$$R_2^{'} = -\frac{M_2}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_1}{l_1} = \frac{26{,}4}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{31{,}8}{6} = 29{,}1 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{\text{I}} = 0; \quad -R_1 l_1 - M_1 + \frac{q l_1^2}{2} + M_2 = 0;$$

$$R_1 = -\frac{M_1}{l_1} + \frac{q l_1}{2} + \frac{M_2}{l_1} = \frac{31{,}8}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{26{,}4}{6} = 30{,}9 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{\text{II}} = 0; \quad M_3 + R_3 l_3 - F\frac{l_2}{2} - M_2 = 0;$$

$$R_3 = -\frac{M_3}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_2}{l_2} = \frac{20}{6} + \frac{30}{2} - \frac{26{,}4}{6} = 13{,}94 \text{ кН}.$$

$$\sum M_3^{\text{II}} = 0; \quad -M_2 - R_2^2 l_2 + P\frac{l_2}{2} + M_3 = 0;$$

$$R_2^{''} = -\frac{M_2}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_3}{l_2} = \frac{26{,}4}{6} + \frac{30}{2} - \frac{20}{6} = 16{,}06 \text{ кН}.$$

Окончательно:

$$R_1 = 30{,}9 \text{ кН}; R_2 = R_2^{'} + R_2^{''} = 29{,}1 + 16{,}06 = 45{,}16 \text{ кН}; \; R_3 = 13{,}94 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum Y = 0; \quad R_1 + R_2 + R_3 - F - q \cdot l_1 = 0; \quad 30{,}9 + 45{,}16 + 13{,}94 - 30 - 10 \cdot 6 = 0.$$

Строим эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x по правилам, принятым при построении эпюр для статически определимых балок (рис. 5.3**).**

$Q_1 = R_1 = 30{,}9$ кН;

$Q_2 = R_1 - q \cdot l_1 = 30{,}9 - 10 \cdot 6 = -29{,}1$ кН;

Затем скачок вверх на $R_2 = 45{,}16$ кН.

На участке от опоры 2 до сечения C: $Q_x = 16{,}06$ кН.

Затем скачок вниз в сечении C на силу F, $Q_C = 16{,}06 - 30 = -13{,}94$ кН.

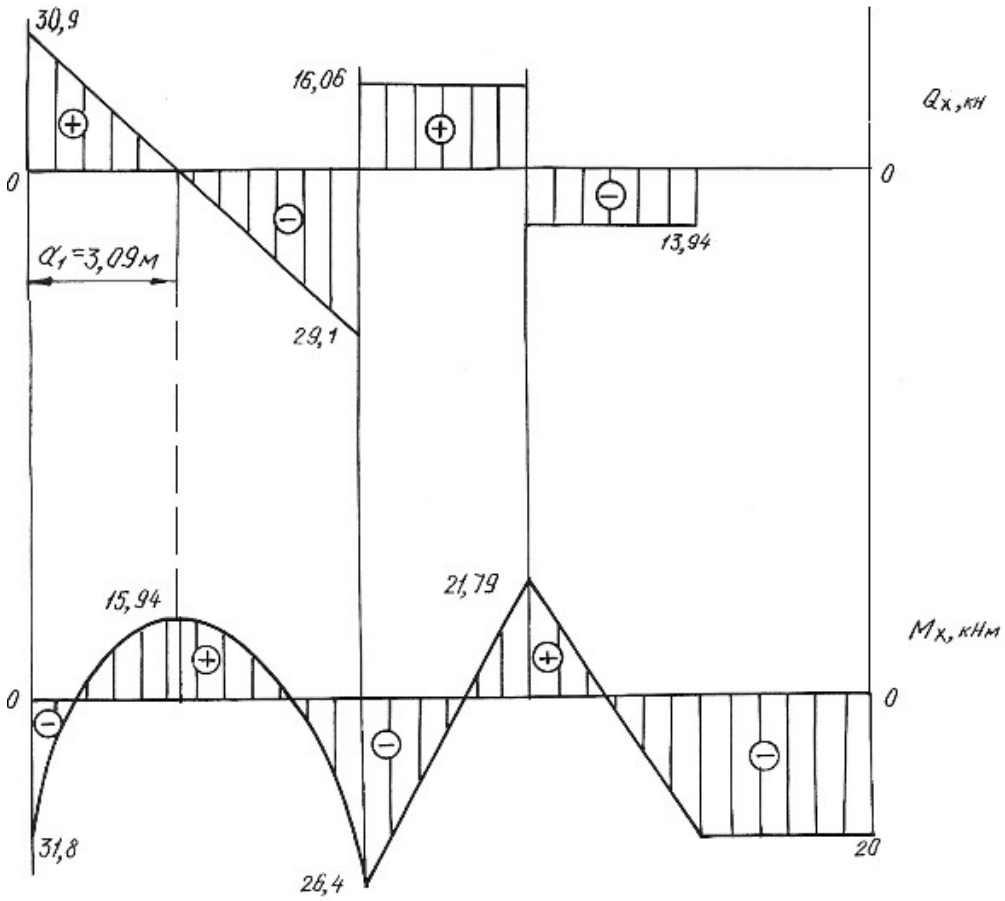


Рис. 5.3.

Находим расстояние *a*

$$\frac{30,9}{a_1}=\frac{29,1}{6-a_1},\ a_1=3,09\ \text{м}.$$

На участке от сечении *C* до опоры 3

$$Q_{C-3}=-13,94\ \text{кН}.$$

В левом крайнем сечении $M_x=-M_1=-31,8\ \text{кН}\cdot\text{м}$.

При $x=a_1=3,09\,\text{м}$

$$M_x=R_1a_1-\frac{qa_1^2}{2}-M_1=30,9\cdot3,09-\frac{10\cdot3,09^2}{2}-31,8=15,94\ \text{кН}\cdot\text{м}$$

В сечении над опорой 2

$$M_x=-M_1+R_1l_1-\frac{ql_1^2}{2}=-31,8+30,9\cdot6-\frac{10\cdot6^2}{2}=-26,4\ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

До сечения *C* расчет производим справа:

$$M_k=-M=-20\ \text{кН}\cdot\text{м},$$

$$M_C=-M+R_3\cdot3=-20+13,93\cdot3=21,79\ \ \text{кН}\cdot\text{м}.$$

На участке балки от сечения *K* до опоры 3: $M_x = -20$ кН·м.

По сортаменту проката в соответствии с ГОСТ 8239-89 подбираем поперечное сечение двутаврового профиля, используя условие прочности

$$M_{\max} \le \sigma_{adm} \cdot W_{н.о.},$$

откуда $W_{н.о.} \ge \dfrac{M_{\max}}{\sigma_{adm}} = \dfrac{31{,}8 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1{,}98 \cdot 10^{-4}$ м^3 $= 198$ см^3.

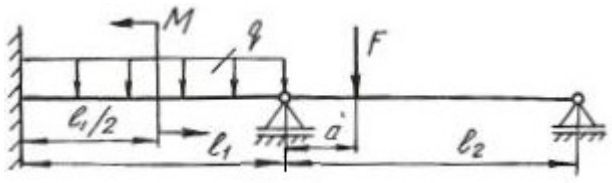
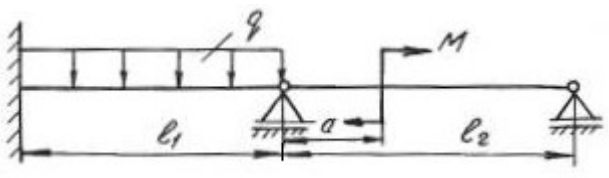
Принимаем двутавр № 20а, для которого $W_{н.о.} = W_x^{табл.} = 203$ см^3, $J_{н.о.} = J_x^{табл.} = 2030$ см^4, $A = 28{,}9$ см^2.

5.2. Задания для расчета статически неопределимых балок

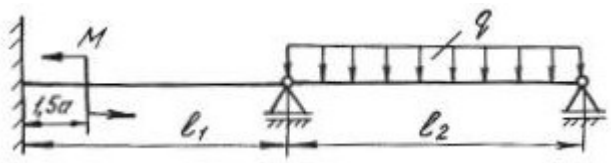
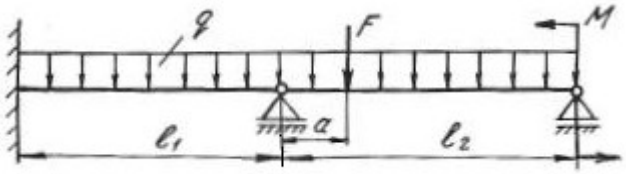
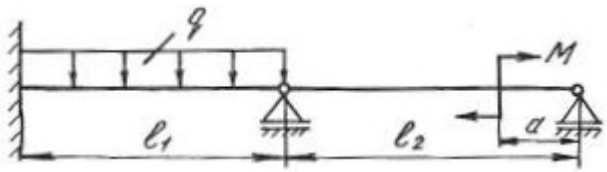
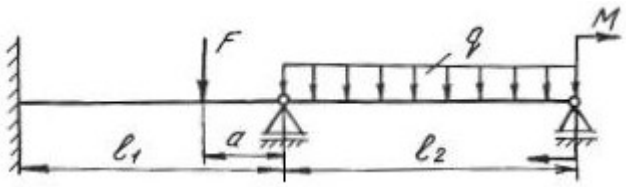
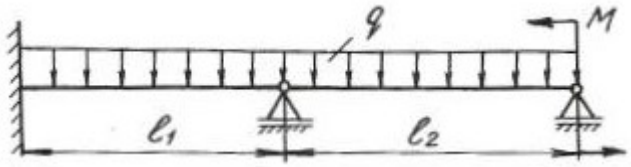
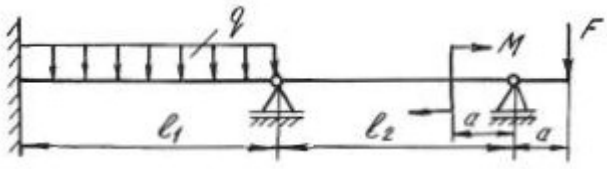
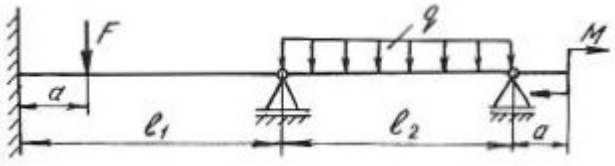
Для заданной схемы неразрезной балки при заданных значениях длин и нагрузок в соответствии с указанным номером варианта требуется:

1. Определить степень статической неопределимости балки, выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения по методу сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их определения.
4. После определения неизвестных построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
5. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа. Данные для расчета взять из табл. 5.2.

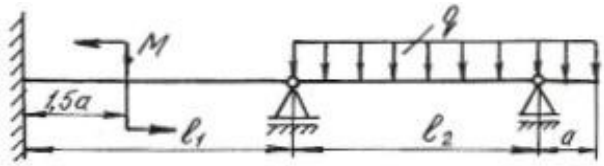
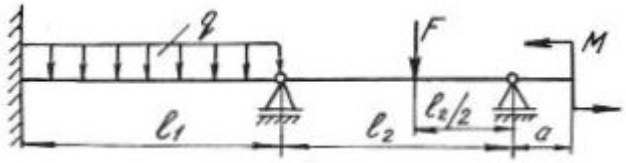
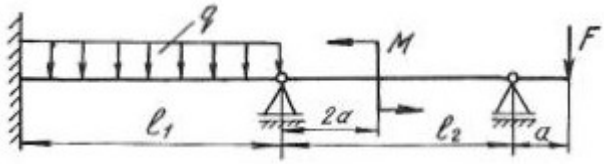
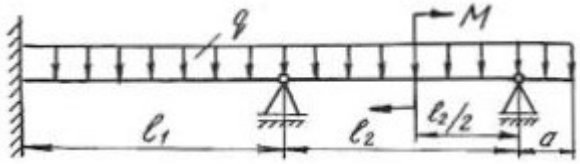
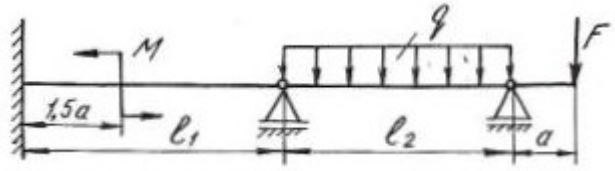
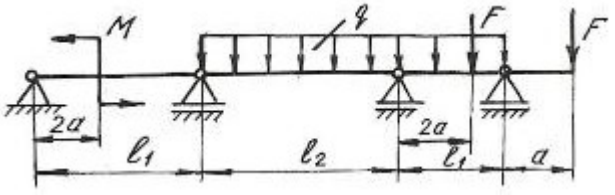
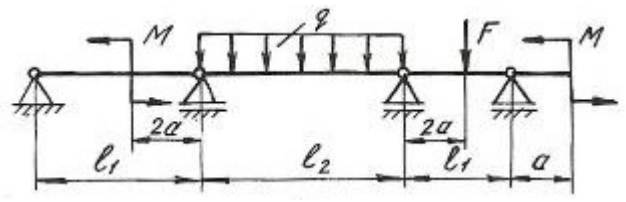
Таблица 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	*M*, кН·м	*F*, кН	*q*, кН/м	l_1, м	l_2, м	*a*, м
	1	10	10	15	3,5	5,0	0,5
	2	20	11	15	2,5	4,0	0,5
	3	30	12	15	4,0	4,0	0,5
	4	15	13	10	3,0	5,5	0,5
	5	20	14	10	3,5	5,0	0,5
	6	25	15	10	2,5	5,0	0,4

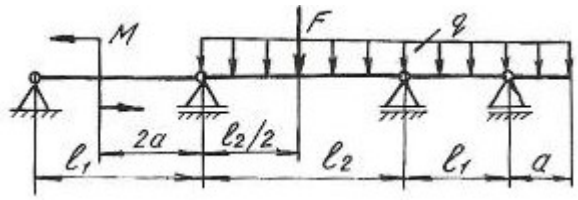
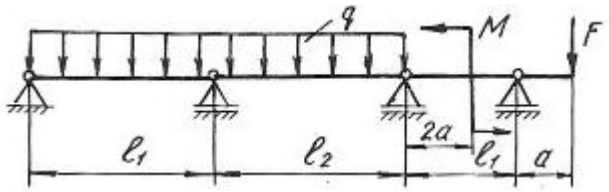
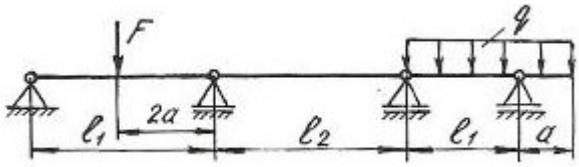
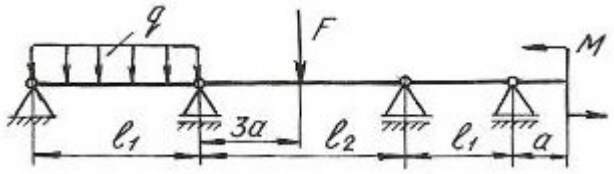
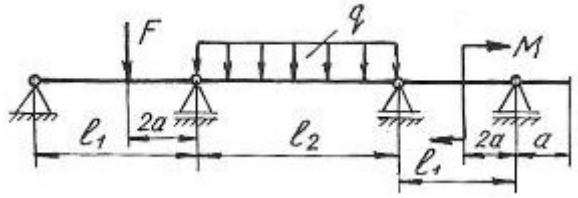
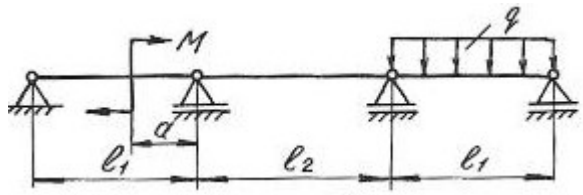
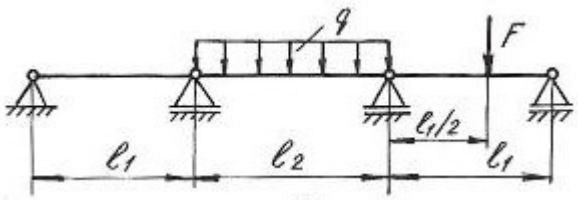
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	7	10	10	10	5,0	5,0	0,4
	8	15	11	15	3,5	6,0	0,6
	9	20	12	20	3,5	5,0	0,4
	10	10	15	20	4,0	5,0	0,4
	11	20	20	10	2,0	5,0	0,5
	12	30	25	10	3,0	4,0	0,6
	13	30	11	15	2,0	5,0	0,4
	14	40	10	15	4,5	5,0	0,5
	15	20	12	15	3,5	5,5	0,6
	16	15	12	10	3,5	4,5	0,5
	17	20	10	10	2,6	5,2	0,4
	18	25	11	10	2,0	5,0	0,8
	19	25	20	20	3,5	6,0	0,5
	20	20	25	15	3,0	5,5	0,8
	21	15	10	10	3,5	3,5	0,8
	22	20	10	10	3	5	0,5
	23	30	11	10	4	6	0,4
	24	25	12	10	5	6	0,6
	25	20	15	10	2	3	0,4
	26	30	16	10	3	4	0,5
	27	40	20	10	4	5	0,6

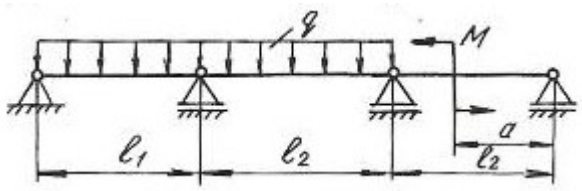
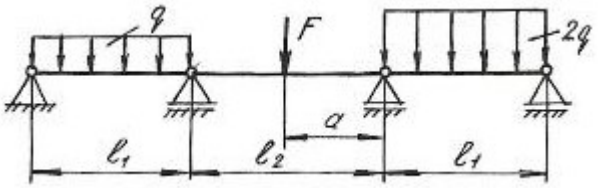
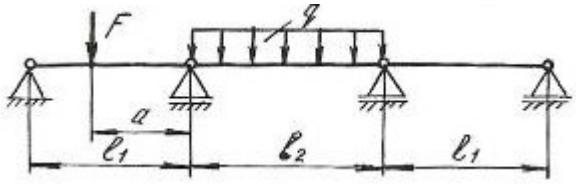
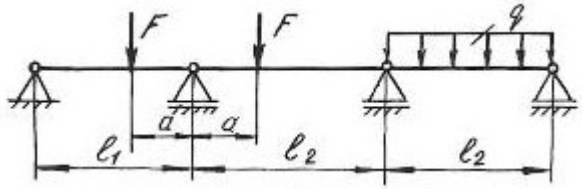
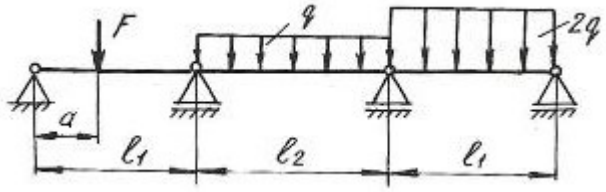
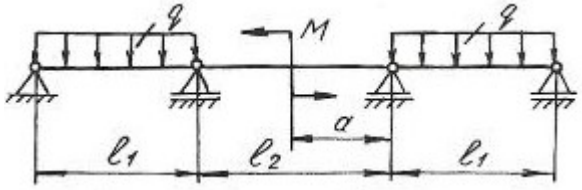
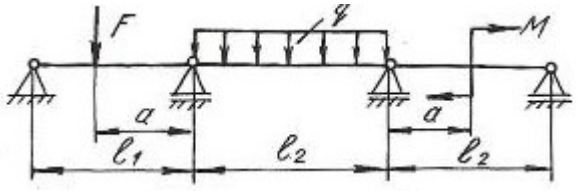
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	28	15	10	15	3	5	0
	29	20	15	15	4	6	0,5
	30	25	20	15	5	6	0,4
	31	30	12	20	2	3	0,4
	32	35	14	15	3	4	0,5
	33	40	16	20	2,5	5	0,6
	34	10	20	10	3	5,5	0,4
	35	15	15	15	2,5	4	0,5
	36	20	10	20	5	6	0,6
	37	20	12	15	4	6	0,4
	38	15	14	20	3,5	4	0,6
	39	10	16	25	4	5	0,5
	40	10	10	30	2,5	4	0,4
	41	15	20	20	3	5	0,5
	42	20	30	10	4	6	0,6
	43	10	15	10	3	5	0,4
	44	20	25	12	4	5	0,5
	45	30	35	14	5	6	0,6
	46	40	10	10	2	5	0,5
	47	20	25	16	3	4	0,6
	48	10	30	10	4	6	0,4

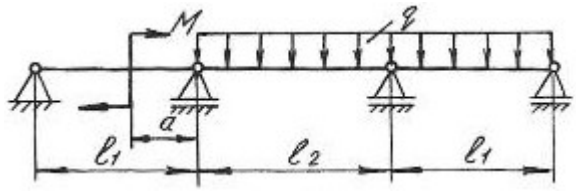
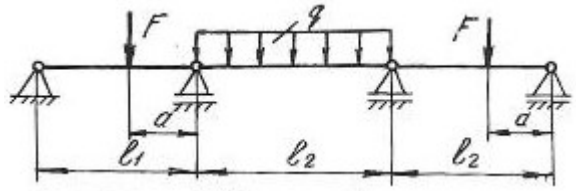
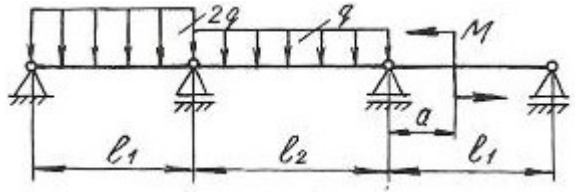
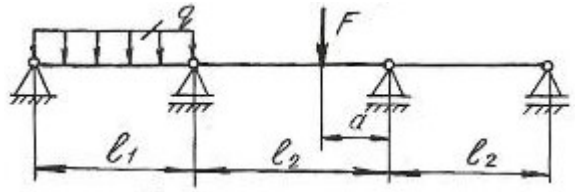
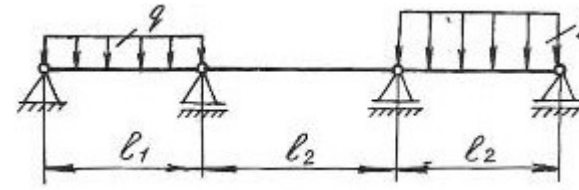
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	49	30	25	12	5	6	0,5
	50	15	15	15	6	5	0,4
	51	10	20	20	2	4	0,6
	52	10	20	10	4	5	0,5
	53	20	15	12	5	6	0,5
	54	30	40	14	4	6	0,5
	55	25	20	16	3	4	0,4
	56	35	30	10	5	6	0,5
	57	40	15	12	4	5	0,6
	58	10	20	14	5	6	0,6
	59	15	30	16	2	4	0,5
	60	20	40	10	4	5	0,4
	61	25	10	12	3	5	0,3
	62	35	15	14	5	6	0,6
	63	40	20	16	6	4	0,5
	64	10	–	10	3	4	0,5
	65	20	–	15	4	5	0,6
	66	30	–	12	5	6	0,4
	67	–	12	40	2	3	0,6
	68	–	14	30	3	4	0,5
	69	–	16	25	4	5	0,4

Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	70	30	–	20	4	5	0,4
	71	20	–	15	3	4	0,6
	72	40	–	30	2	3	0,8
	73	–	20	20	3	3	0,5
	74	–	15	15	4	5	0,5
	75	–	16	30	5	6	0,5
	76	–	40	20	4	5	0,4
	77	–	30	10	3	5	0,5
	78	–	20	12	2	3	0,6
	79	–	10	20	2	3	0,6
	80	–	12	15	4	5	0,8
	81	–	15	10	6	6	0,5
	82	–	20	12	3	4	0,5
	83	–	10	15	4	5	0,6
	84	–	15	20	5	6	0,8
	85	20	–	12	3	5	0,5
	86	30	–	15	4	6	0,6
	87	40	–	20	5	6	0,8
	88	10	20	12	3	4	0,4
	89	15	30	14	4	6	0,6
	90	20	40	16	5	5	0,5

Окончание табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари-анта	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	l_1, м	l_2, м	a, м
	91	12	–	20	5	6	0,5
	92	15	–	30	4	5	0,5
	93	20	–	40	6	4	0,4
	94	–	20	12	5	6	0,5
	95	–	30	15	4	5	0,6
	96	–	40	16	6	4	0,4
	97	20	–	20	3	4	0,5
	98	30	–	30	4	5	0,5
	99	40	–	40	5	6	0,6
	100	–	12	10	6	4	0,4
	101	–	15	15	3	3	0,5
	102	–	20	20	4	5	0,6
	103	–	–	20	5	5	0,8
	104	–	–	30	6	6	0,6
	105	–	–	40	4	8	0,5

5.3. Статически неопределимые рамы

Плоской рамой называется геометрически неизменяемая система, состоящая из стержней, лежащих в одной плоскости и жестко соединенных между собой. Горизонтальные стержни рам называются *ригелями*, вертикальные – *стойками.*

Статически неопределимой рамой называется такая геометрически неизменяемая система, у которой реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях ее элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений статики.

Расчет статически неопределимой рамы сводится к построению эпюр изгибающих моментов M_x, поперечных сил Q_x и нормальных сил N_x, на основании которых подбираются сечения, или проверяются напряжения в опасных сечениях различных элементов, или определяется несущая способность системы.

В пособии рассмотрено только построение эпюр M_x, Q_x, N_x, а также подбор поперечного сечения, так как это наиболее трудоемкая часть расчета.

Степень статической неопределимости плоской рамы определяется следующим образом:

1. Замкнутый контур (рама, оба конца которой жестко защемлены) имеет степень статической неопределимости, равную трем.

2. Наличие шарнира в раме понижает степень статической неопределимости на единицу.

3. Наличие подвижной опоры также понижает степень статической неопределимости на единицу.

Определение усилий в статически неопределимой раме связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости рамы.

Прежде, чем составлять уравнение деформаций, следует превратить заданную статически неопределимую раму в статически определимую, геометрически неизменяемую, устранив из нее «лишние» связи. Такая система называется *основной* системой.

Если к основной системе, кроме заданной нагрузки, приложить реакции устраненных связей, то деформации этой системы и возникающие в ней внутренние усилия, будут такими же, как и в заданной системе. То есть, обе системы будут эквивалентными.

В заданной системе в направлениях имеющихся связей перемещений быть не может. Поэтому, в основной системе перемещения в направлении отброшенных связей должны быть равны нулю.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы и моменты, называется *методом сил.*

Данный метод рассмотрен при расчете статически неопределимых неразрезных балок в начале этой главы. Определение коэффициентов уравнений и грузовых членов и их проверки рассмотрены также при расчете балок.

Построение эпюр изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

При расчете рам на прочность в каждом поперечном сечении необходимо определять три силовых фактора: продольную силу N_x, поперечную силу Q_x, изгибающий момент M_x.

Продольная сила N_x равна алгебраической сумме проекций всех сил, действующих по одну сторону от сечения на продольную ось бруса. Если сила вызывает растяжение, она положительна, сжатие – отрицательна.

При построении эпюр продольных сил их значения откладываются симметрично от оси бруса в обе стороны с указанием знака.

Поперечная сила Q_x равна алгебраической сумме проекций на нормаль к оси бруса всех сил, действующих по одну сторону от сечения.

Если поперечная сила относительно сечения вращает часть бруса по часовой стрелке, то она положительна. Противоположное направление следует считать отрицательным. Условимся положительные ординаты откладывать снаружи контура, отрицательные – внутри.

При построении эпюр поперечных сил их значения откладываются по одну сторону от оси бруса с указанием знака.

Изгибающий момент M_x равен сумме моментов всех сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно оси, проходящей через центр сечения перпендикулярно плоскости рамы. Условно принято построение эпюр изгибающих моментов со стороны растянутых волокон.

Общий порядок расчета статически неопределимых рам по методу сил сводится к следующему.

1. Определяют степень статической неопределимости рамы.
2. Удаляют «лишние» связи. Полученную таким образом основную систему загружают заданными силами и реакциями отброшенных связей.
3. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные силы и строят эпюры изгибающих моментов от единичных сил, а также суммарную единичную эпюру.
4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок.
5. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их определения.
6. Составляют и решают канонические уравнения, определяя «лишние» неизвестные.
7. Определяют остальные реакции с помощью уравнений статики.

8. Вычисляют значения изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил и строят эпюры.

9. Подбирают поперечное сечение заданного профиля.

Пример 5.2.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.4, *а*), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Жесткости стоек и ригеля одинаковы.

Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: 3(замкнутый контур) − 2(наличие двух шарниров) = 1, т. е. рама однажды статически неопределима.

За «лишнюю» неизвестную X_1 принимаем реакцию H_b. Нагружаем основную систему (рис. 5.4, *б*) заданными внешними силами и реакцией отброшенной связи. Выбирая основную систему, необходимо помнить, что она должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В месте действия «лишней» неизвестной и по направлению ее действия прикладываем единичную силу $X_1 = 1$ и строим единичную эпюру.

Рассмотрим подробно построение этой эпюры. Покажем реакции опор (рис. 5.5), их три. Определим эти реакции по уравнениям статики:

$$\sum X = 0; \qquad H'_a - X_1 = 0; \qquad H'_a = 1;$$

$$\sum M_A = 0; \quad -X_1 \cdot 3 + R'_b \cdot 4 = 0; \qquad R'_b = \frac{3}{4} = 0{,}75;$$

$$\sum M_B = 0; \quad -H'_a \cdot 3 + R'_a \cdot 4 = 0; \quad R'_a = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0; \qquad -R'_a + R'_b = 0; \qquad 0 = 0.$$

Получили тождество, следовательно, реакции определены правильно.

Разбиваем раму на участки, граница участка там, где приложены сосредоточенные силы и для рамы граница участка, где жестко соединяется стойка с ригелем. Участков три, находим значения изгибающих моментов на границах участков. На всех участках эпюра изгибающих моментов очерчена наклонной прямой, эпюра изгибающих моментов показана на рис. 5.4, *в*.

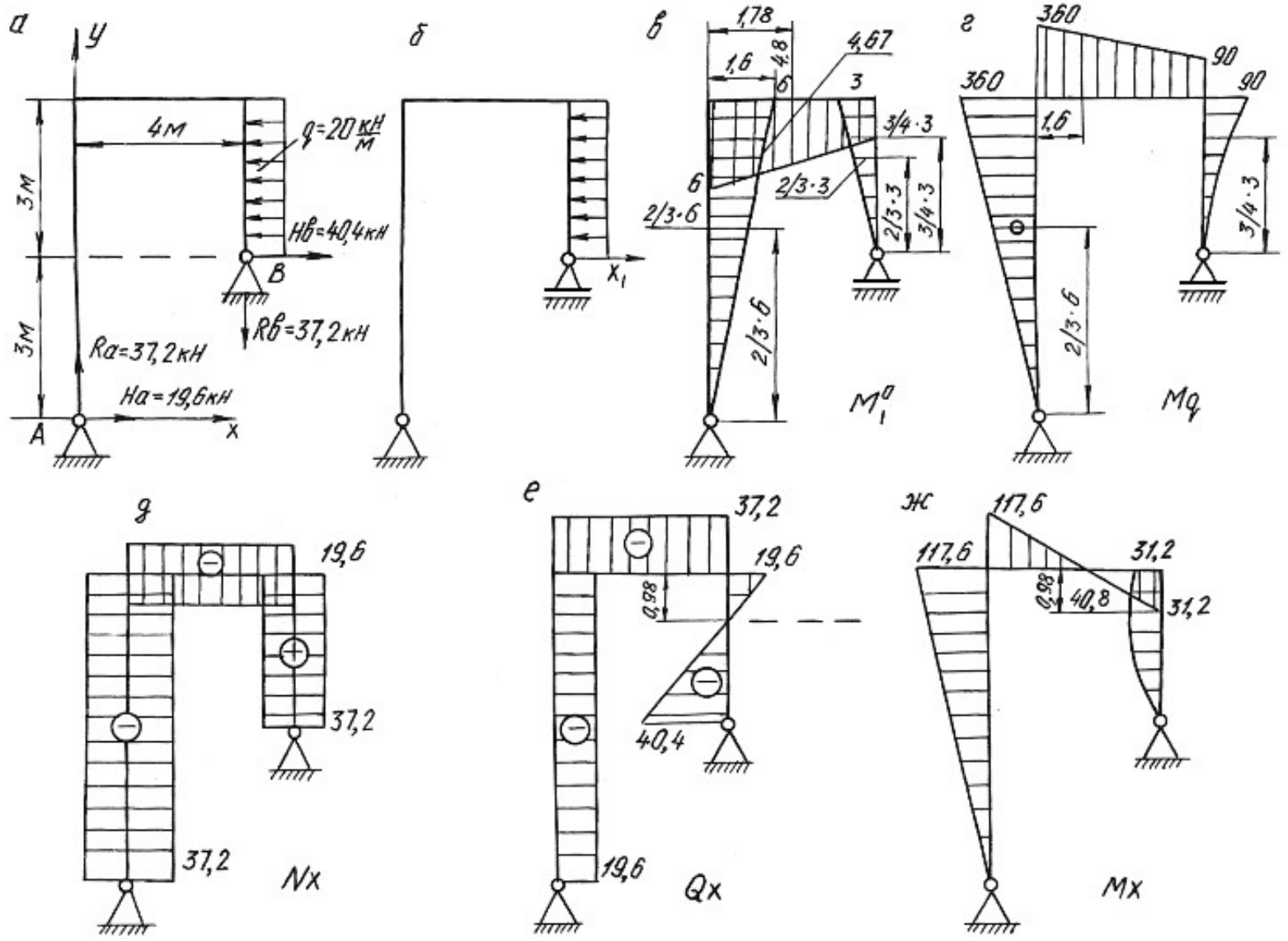

а
y
4м
q=20 кН/м
3м
HB=40,4кН
B
3м
RB=37,2кН
Ra=37,2кН
Ha=19,6кН
A
x
б
x1
в
1,78
1,6
4,8
4,67
6
3
3/4·3
6
2/3·3
2/3·6
2/3·3
3/4·3
2/3·6
M1q
г
360
90
360
90
1,6
3/4·3
2/3·6
Mq
д
19,6
37,2
37,2
Nx
е
37,2
19,6
0,98
40,4
19,6
Qx
ж
117,6
117,6
31,2
0,98
40,8
31,2
Mx

Рис. 5.4.

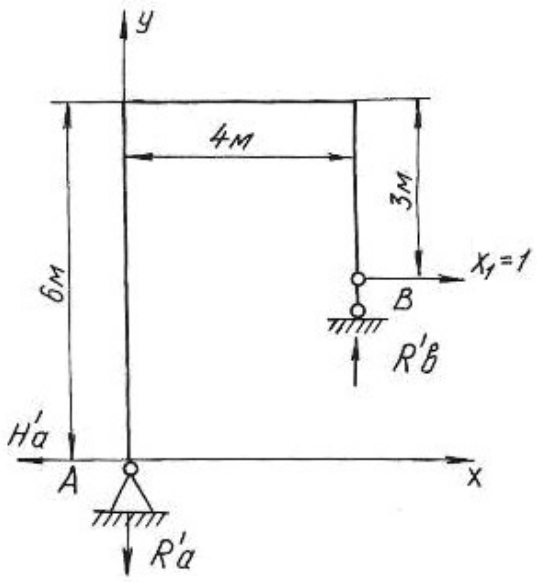


Рис. 5.5.

Строим эпюру изгибающих моментов от действия на основную систему внешней равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q (рис. 5.4, *г*). По приведенной выше методике определяем реакции опор, разбиваем раму на участки, определяем значения изгибающих моментов на границах участков и по контрольным правилам строим эпюру изгибающих моментов.

По числу «лишних» неизвестных записываем канонические уравнения метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0\,.$$

Перемещение δ_{11} определяется перемножением единичной эпюры самой на себя

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_1^0 – площадь единичной эпюры; M_{c1}^0 – ордината единичной эпюры под ее центром тяжести.

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}6\cdot 6\right)\left[\frac{2}{3}\cdot 6\right] + \left(\frac{1}{2}3\cdot 3\right)\left[\frac{2}{3}\cdot 3\right] + \left(\frac{(3+6)}{2}4\right)[4{,}67]\right\} = \frac{165{,}06}{EJ}.$$

На участке по ригелю площадь эпюры изгибающих моментов представлена трапецией. Посмотрим подробнее как определить центр тяжести площади, площадь и ординату под ее центром тяжести (рис. 5.6).

$$C=\frac{4\left(2\cdot 3+6\right)}{3\left(3+6\right)}=1,78\text{ м};\quad \omega_0=\frac{1}{2}\left(3+6\right)\cdot 4=18\text{ кН}\cdot\text{м}^2,$$

где ω_0 –площадь трапеции.

$$M_c^0=\left(3+1,67\right)=4,67\text{ кН}\cdot\text{м},$$

где M_c^0 – ордината под центром тяжести трапеции.

Отрезок $1,67$ определяем из подобия треугольников $3:4=x:2,22$.

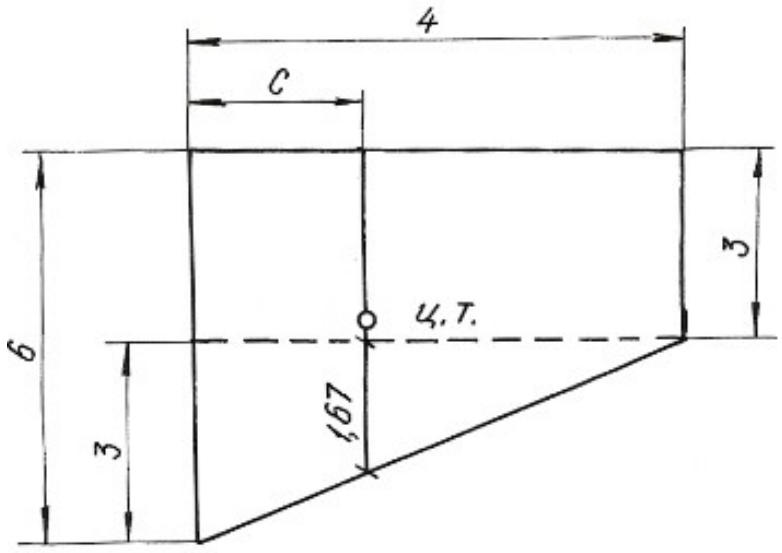


Рис. 5.6.

Перемещение Δ_{1p} получаем перемножением грузовой эпюры M_q на единичную M_1^0

$$\Delta_{1p}=\sum\frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_p – площадь грузовой эпюры; M_{c1}^0 – ордината с первой единичной эпюры под центром тяжести грузовой.

$$\Delta_{1p}=\frac{1}{EJ}\left\{-\left(\frac{1}{2}360\cdot 6\right)\left[\frac{2}{3}6\right]-\left(\left(\frac{90+360}{2}\right)\cdot 4\right)[4,8]-\left(\frac{1}{3}90\cdot 3\right)\left[\frac{3}{4}3\right]\right\}=-\frac{6682,5}{EJ}.$$

Полученные значения δ_{11} и Δ_{1p} подставляем в уравнения, определяем X_1:

$$\frac{165{,}06 \cdot X_1}{EJ} - \frac{6682{,}5}{EJ} = 0, \quad X_1 = 40{,}4\,\text{кН}.$$

Зная реакцию $H_b = X_1$, по уравнениям статики определяем R_a, H_a, R_b:

$$\sum X = 0, \qquad H_b + H_a - q \cdot 3 = 0, \qquad H_a = 19{,}6 \text{ кН};$$

$$\sum M_a = 0, \quad H_b \cdot 3 + R_b \cdot 4 - q \cdot 3 \cdot 4{,}5 = 0, \qquad R_b = 37{,}2 \text{ кН};$$

$$\sum M_b = 0, \quad H_a \cdot 6 - R_a \cdot 4 + q \cdot 3 \cdot 1{,}5 = 0, \qquad R_a = 37{,}2 \text{ кН}.$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0, \qquad R_a + R_b = 0.$$

Строим эпюры M_x, Q_x, N_x известным способом. Эпюры приведены на рисунке 5.4, *д*, *е*, *ж*.

Пример 5.3.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.7, *а*)**,** при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа. Жесткости стойки и ригеля одинаковы.

Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: 3(замкнутый контур) – 1(наличие одного шарнира) = 2, т. е. рама дважды статически неопределима.

За «лишние» неизвестные принимаем $H_b = X_1$, $R_b = X_2$, тем самым выбираем основную систему. Нагружаем основную систему внешними силами (*q*, *M*) и реакциями отброшенных связей (X_1, X_2). Отбрасывая «лишние» связи, следует помнить, что основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладываем единичные силы $X_1 = 1$ и $X_2 = 1$ и строим эпюры изгибающих моментов от этих сил.

Строим эпюры изгибающих моментов от действия на основную систему внешних сил *q* и *M*.

Методика построения эпюр изгибающих моментов от единичных сил и внешних нагрузок, приложенных к основной системе, подробно рассмотрена при решении примера 5.1 и здесь не приводится.

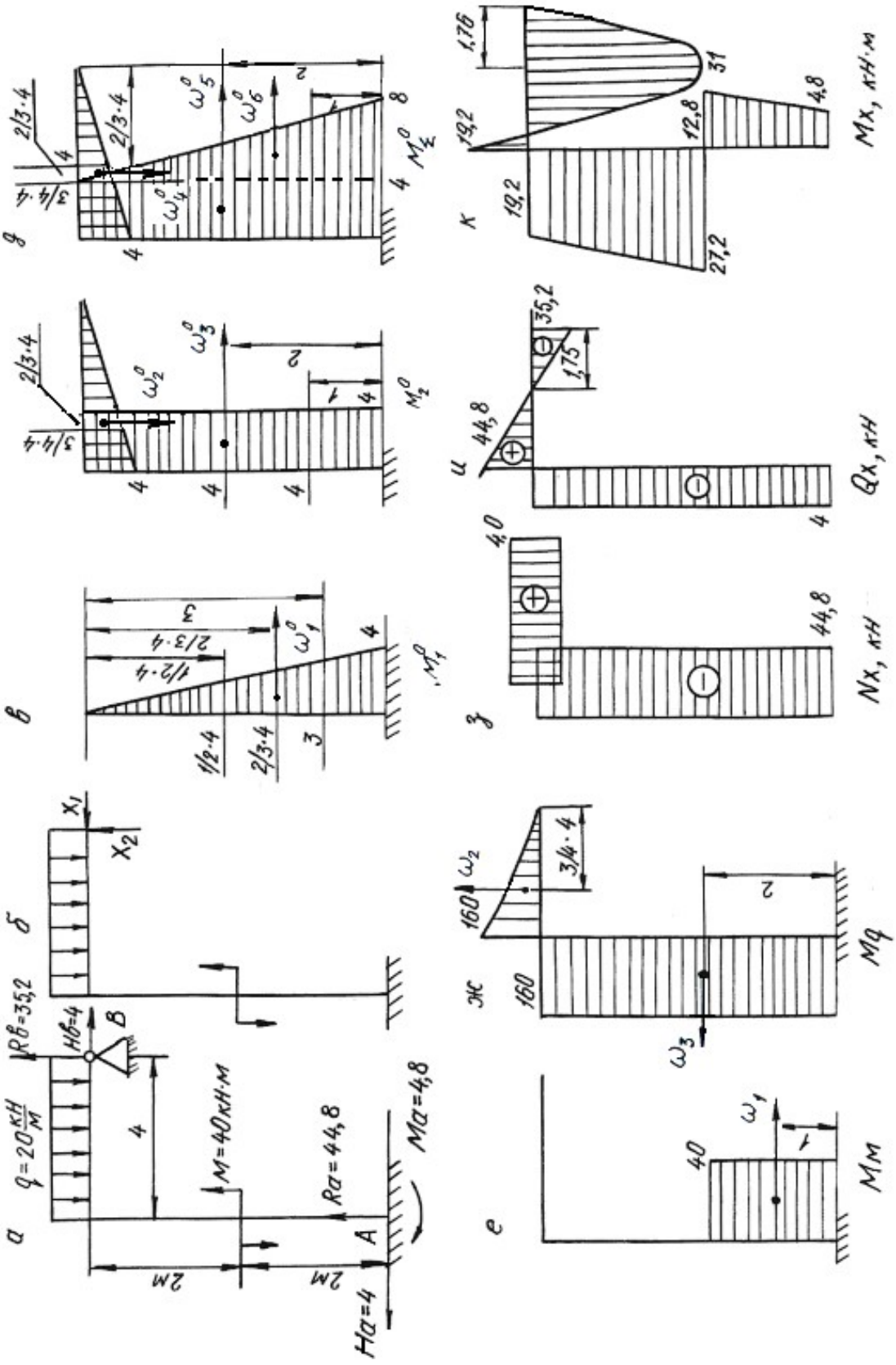


Рис. 5.7.

Составляем канонические уравнения метода сил:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0;$$
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

Вычисляем коэффициенты и свободные члены канонических уравнений:

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\left[\frac{2}{3}4\right]\right\} = \frac{21{,}3}{EJ},$$

$$\delta_{22} = \sum \frac{\omega_2^0 M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\cdot\left[\frac{2}{3}4\right] + (4\cdot 4)[4]\right\} = \frac{85{,}3}{EJ},$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \sum \frac{\omega_2^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\{(4\cdot 4)[2]\} = \frac{32}{EJ},$$

$$\Delta_{1p} = \sum \frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\{(40\cdot 2)[3] - (160\cdot 4)[2]\} = -\frac{1040}{EJ},$$

$$\Delta_{2p} = \sum \frac{\omega_p \cdot M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{(40\cdot 2)[4] - (160\cdot 4)[4] - \left(\frac{1}{3}160\cdot 4\right)\left[\frac{3}{4}4\right]\right\} = -\frac{2880}{EJ}.$$

Проверяем правильность вычисления коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого строим суммарную единичную эпюру M_Σ^0.

Для проверки правильности вычисления коэффициентов канонических уравнений применяем универсальную проверку:

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \sum \frac{\omega_\Sigma^0 M_{C\Sigma}^0}{EJ};$$

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} = \frac{1}{EJ}\left\{\left(\frac{1}{2}(4+8)\cdot 4\right)[6{,}22] + \left(\frac{1}{2}4\cdot 4\right)\left[\frac{2}{3}4\right]\right\} = \frac{170{,}6}{EJ}.$$

Поверяем правильность вычисления грузовых членов

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \sum \frac{\omega_p M_{c\Sigma}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ}\left\{(40\cdot 2)[7] - (160\cdot 4)[6] - \left(\frac{1}{3}160\cdot 4\right)\left[\frac{3}{4}4\right]\right\} =$$
$$= -\frac{3920}{EJ}.$$

В обоих случаях получили тождества, значит коэффициенты и свободные члены канонических уравнений определены правильно.

Подставляем вычисленные значения коэффициентов в канонические уравнения, определяем неизвестные X_1 и X_2:

$$\left.\begin{aligned} 21{,}3 \cdot X_1 + 32 \cdot X_2 - 1040 = 0 \\ 32 \cdot X_1 + 85{,}3 \cdot X_2 - 2880 = 0 \end{aligned}\right\}$$

$X_1 = -4$ кН; $X_2 = 35{,}2$ кН.

Сила X_1 получилась со знаком «минус», это говорит о том, что направление реакции будет противоположно единичной силе.

Зная реакции H_b и R_b, по уравнениям статики определяем остальные реакции

$$\begin{aligned} &\sum X = 0, \quad H_b - H_a = 0, && H_a = 4 \text{ кН;} \\ &\sum M_a = 0, \quad M - M_a - q \cdot 4 \cdot 2 + R_b \cdot 4 - H_b \cdot 4 = 0, && M_a = 4{,}8 \text{ кН·м;} \\ &\sum M_в = 0, \quad M - M_a - H_a \cdot 4 - R_a \cdot 4 + q \cdot 4 \cdot 2 = 0, && R_a = 44{,}8 \text{ кН·м.} \end{aligned}$$

Проверка:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b - q \cdot 4 = 0, \quad 35{,}2 + 44{,}8 - 80 = 0.$$

Строим эпюры изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил по контрольным правилам. Эпюры приведены на рис. 5.7.

Выявляем опасное сечение рамы, где одновременно M_x и N_x имеют большие значения. Это сечение левой стойки, где $N_X = -44{,}8$ кН, $M_X = 27{,}2$ кН·м.

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \pm\frac{N_x}{A} \pm \frac{M_x}{W_z} \le \sigma_{\text{adm}}.$$

Выбираем сечение по моменту M_x

$$\frac{M_x}{W_z} \le \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}. \quad W_z \ge \frac{27{,}2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1{,}7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 170 \text{ см}^3.$$

По сортаменту проката выбираем двутавр № 20, $W_z = W_x^{\text{табл.}} = 184$ см^3, $A_{\text{табл.}} = 26{,}8$ см^2.

Производим проверку с учетом силы N_x:

$$\sigma_{\max} = -\frac{44{,}8 \cdot 10^3}{26{,}8 \cdot 10^{-4}} - \frac{27{,}2 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = -1{,}67 \cdot 10^7 - 0{,}148 \cdot 10^9 \text{ Па} = 164{,}7 \text{ МПа},$$

$\sigma_{\max} = 164{,}7$ МПа> $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Отклонение (перегруз) $\delta = \dfrac{164{,}7 - 160}{160} \cdot 100 = 2{,}93\,\% < 5\,\%$, что допустимо.

5.4. Задания для расчета плоских рам

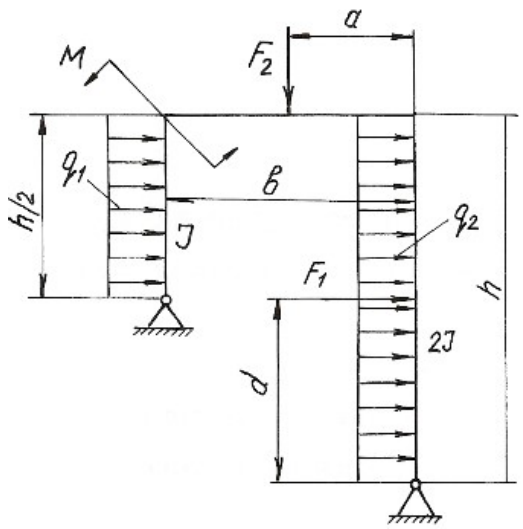
Для расчетной схемы статически неопределимой рамы при заданных значениях длин и нагрузок, определяемых в соответствии с указанным номером варианта, требуется:

1. Определить степень статической неопределимости рамы. Выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения метода сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их вычисления.
4. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
5. Подобрать поперечное сечение элементов рамы в виде двутавра (см. табл. П. 1) при $\sigma_{\text{adm}} = 160$ МПа.

Данные для расчета взять из табл. 5.3.

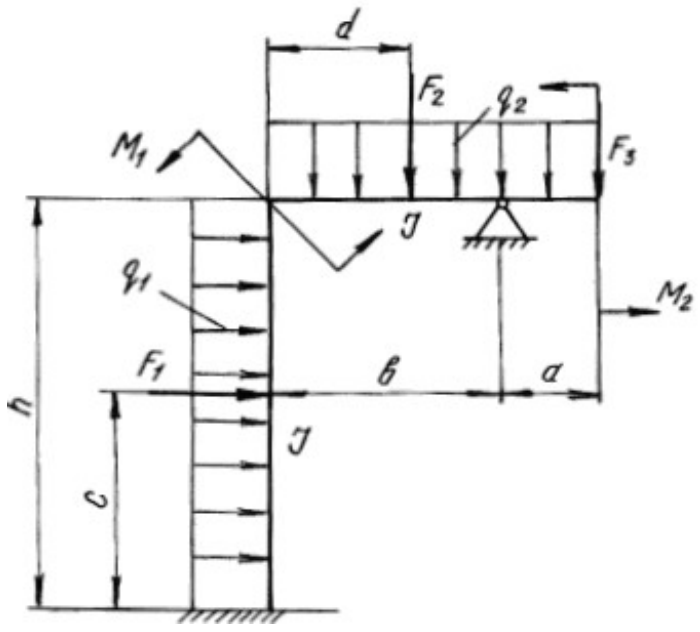
Таблица 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	M, кН·м
1	10	5	–	–	20	–	–	–	80
2	9	5	–	–	–	15	–	–	10
3	9	6	–	–	–	–	–	–	60
4	9	4	–	5	15	–	40	–	–
5	10	4	2	–	–	20	–	30	–
6	8	5	3	–	–	–	–	60	–
7	8	6	–	–	–	–	–	–	10
8	8	5	–	5	–	–	40	–	–
9	9	6	3	–	–	–	–	50	80
10	9	6	5	–	–	–	40	–	–



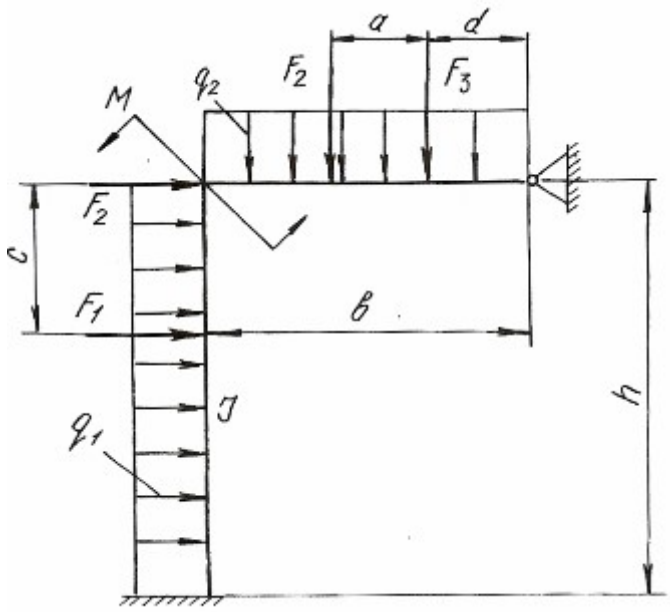
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M_1, кН·м	M_2, кН·м
11	10	5	0,5	6	–	20	–	40	–	–	–	–
12	11	6	0,4	6	–	–	20	40	–	–	–	–
13	11	5	0,3	4	–	–	–	30	–	–	–	10
14	9	4	0,6	–	–	–	25	–	–	–	–	12
15	9	5	0,4	–	4	30	–	–	60	–	–	–
16	8	4	0,3	–	3	–	–	–	30	20	–	–
17	8	4	0,3	–	–	–	–	–	–	30	10	–
18	6	3	0,2	–	–	25	–	–	–	–	15	80
19	7	4	0,6	–	3	–	–	–	30	20	12	–
20	10	6	0,6	–	–	–	30	–	–	–	10	–



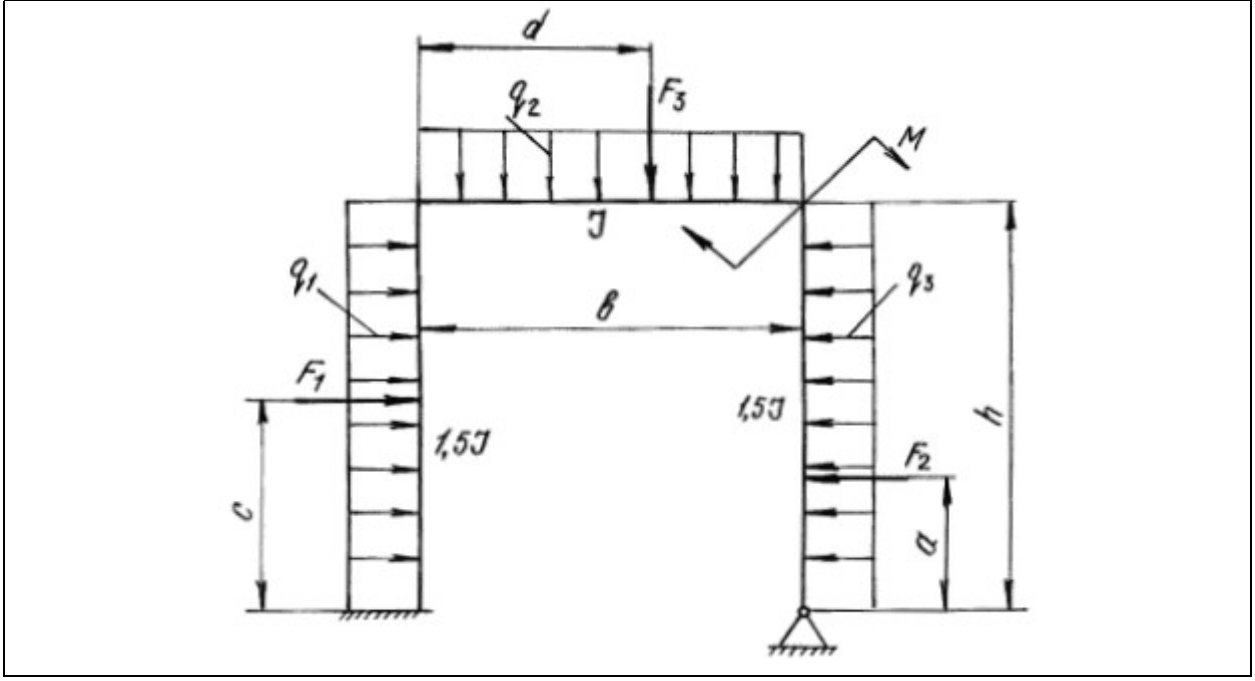
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M_1, кНм	M_2, кН·м
21	10	8	–	–	–	20	–	–	–	–	–	20
22	10	7	2	–	2	30	–	–	–	–	20	–
23	10	6	–	2	–	–	–	–	30	20	–	–
24	8	6	–	–	–	20	30	–	–	–	–	–
25	8	6	–	3	–	–	20	–	20	–	–	–
26	9	5	–	–	–	–	20	–	–	–	–	15
27	9	6	2	–	1	–	–	–	–	40	20	–
28	7	5	2	–	1	–	–	–	–	–	30	–
29	8	4	2	–	1	–	–	–	–	–	20	20
30	8	6	–	–	–	–	–	–	50	20	–	10



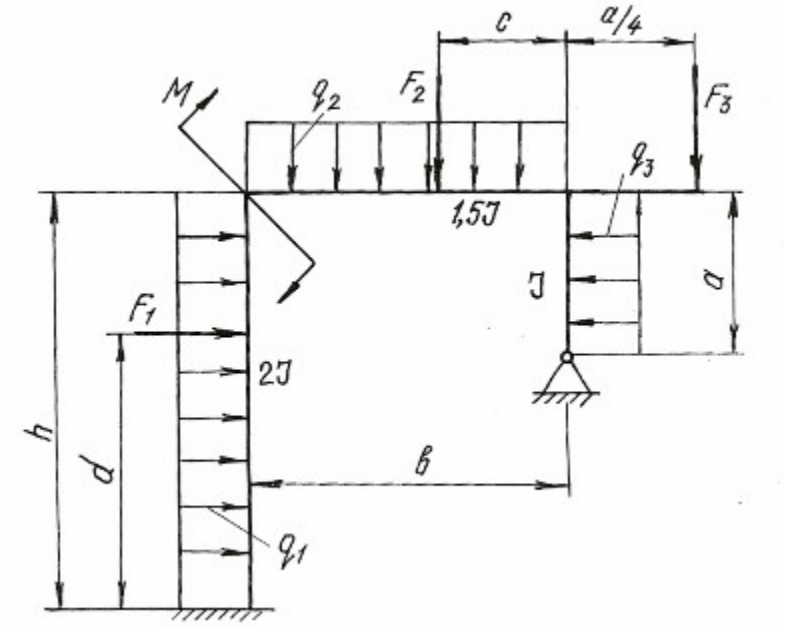
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
31	10	4	0,5	–	–	12	–	–	–	–	–	10
32	9	5	0,4	–	–	–	20	–	–	–	–	15
33	8	4	0,3	–	–	–	–	20	–	30	–	–
34	8	6	0,3	–	4	20	–	–	–	–	40	–
35	8	4	0,4	–	–	–	20	–	–	30	–	–
36	6	5	0,3	5	–	–	–	20	60	–	–	–
37	10	5	0,4	–	4	–	–	–	–	40	50	–
38	8	4	0,3	–	–	–	–	–	–	30	–	12
39	12	6	0,5	–	4	–	–	–	–	–	40	15
40	12	6	0,6	3	–	–	–	25	10	–	–	–



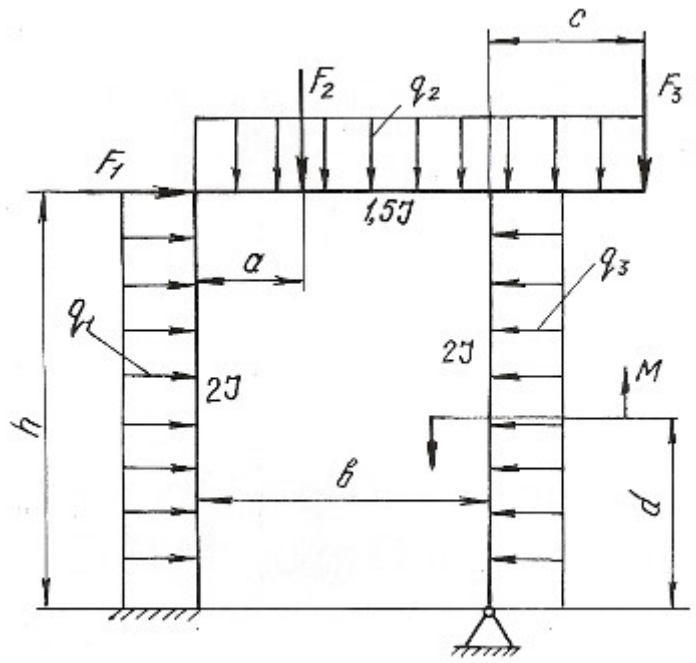
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	*h*, м	*b*, м	*a*, м	*c*, м	*d*, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	*M*, кН·м
41	10	5	4	–	–	20	–	–	–	–	–	50
42	9	6	4	–	–	–	15	–	–	–	–	10
43	8	6	5	–	–	–	–	20	–	–	30	–
44	8	5	6	–	2	15	–	–	30	–	–	–
45	8	4	5	2	–	–	20	–	–	40	–	–
46	9	6	3	–	5	–	–	15	40	–	–	–
47	9	8	4	2	–	–	–	–	–	10	–	60
48	9	6	6	–	–	–	–	–	–	–	40	10
49	10	8	5	3	–	–	–	–	–	20	40	–
50	10	6	4	1	4	–	–	–	10	25	–	–



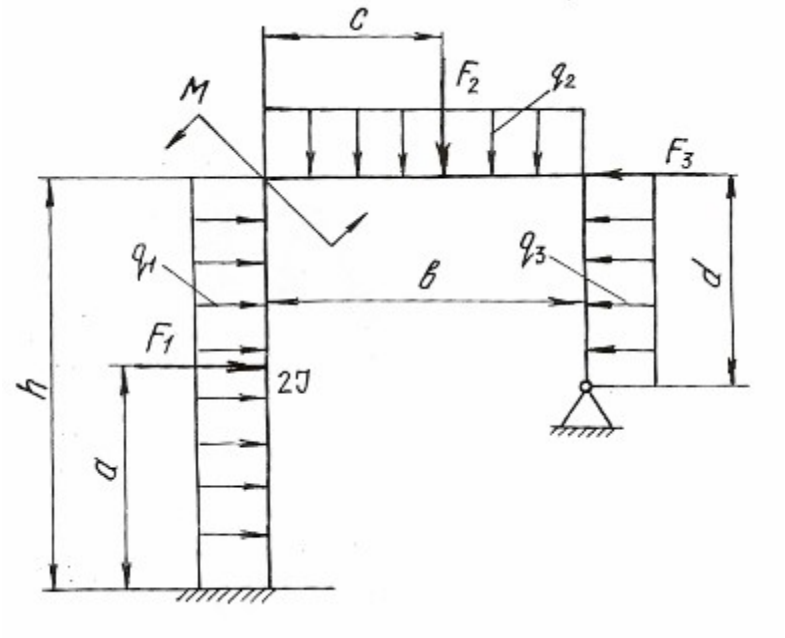
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
51	8	4	0,6	0,5	5	20	–	–	–	–	–	50
52	10	5	0,5	0,6	–	–	20	–	20	30	–	–
53	8	4	0,4	0,4	–	–	–	25	–	20	–	–
54	6	4	0,3	0,4	4	–	–	–	–	–	30	14
55	12	6	0,6	0,5	–	–	–	–	40	20	–	–
56	10	4	0,4	0,3	2	15	–	–	–	–	–	10
57	8	5	0,3	0,3	2	–	15	–	–	–	–	12
58	8	5	0,4	0,4	–	–	–	20	30	–	–	–
59	9	5	0,5	0,6	–	–	–	–	–	30	40	–
60	9	4	0,6	0,5	–	–	30	–	–	20	–	–



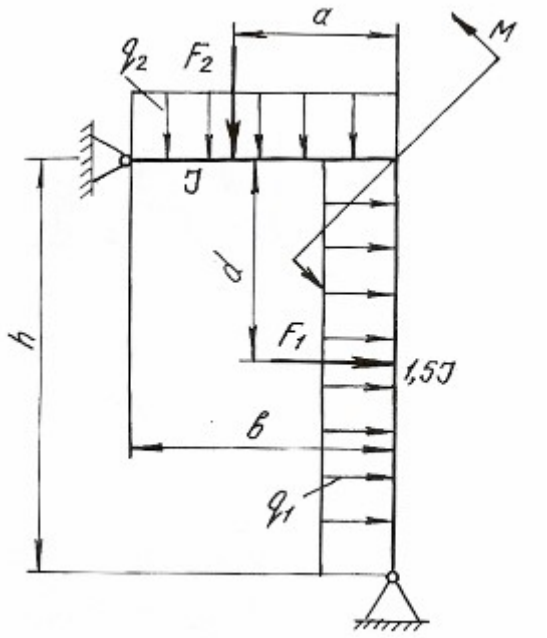
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
61	8	4	4	–	4	20	–	–	50	–	–	–
62	10	5	–	2,5	5	–	20	–	–	30	–	–
63	6	3	–	–	3	–	–	20	–	–	30	–
64	12	6	5	–	6	–	–	20	50	–	–	–
65	10	4	–	–	5	–	20	–	–	–	–	80
66	8	4	–	–	5	15	–	–	–	–	20	–
67	8	5	–	2	5	20	–	–	–	40	–	–
68	8	4	–	–	4	–	–	–	–	–	80	40
69	9	4	–	3	5	–	–	–	–	60	–	40
70	10	5	8	–	5	–	15	–	60	–	–	–



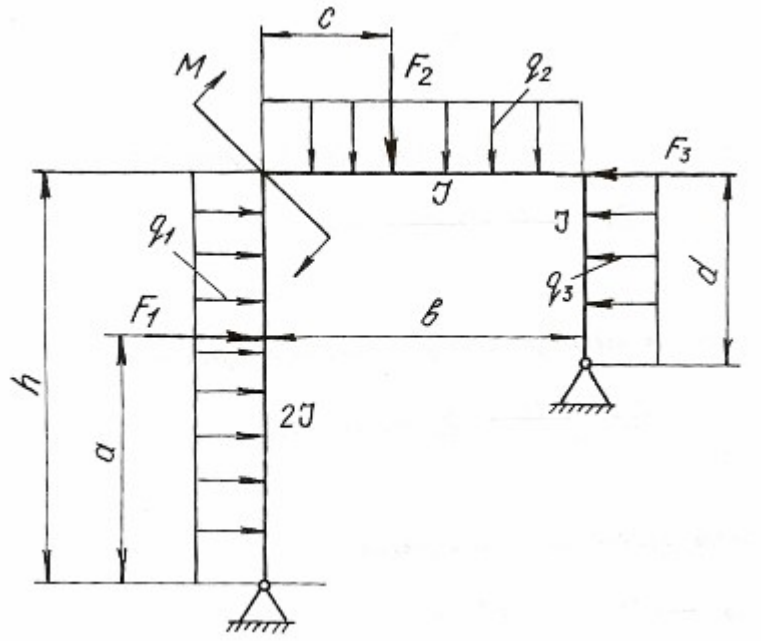
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	M, кН·м
71	10	5	2,5	–	20	–	–	80	–
72	10	6	–	–	–	15	–	–	–
73	10	4	2	–	–	–	–	–	–
74	10	5	–	–	15	–	–	80	–
75	9	5	–	–	–	20	–	–	–
76	9	6	–	–	–	–	–	–	60
77	9	4	2	–	–	–	–	10	–
78	8	6	3	–	–	–	–	80	10
79	8	6	3	4	–	–	40	60	–
80	8	5	–	4	–	–	30	–	–



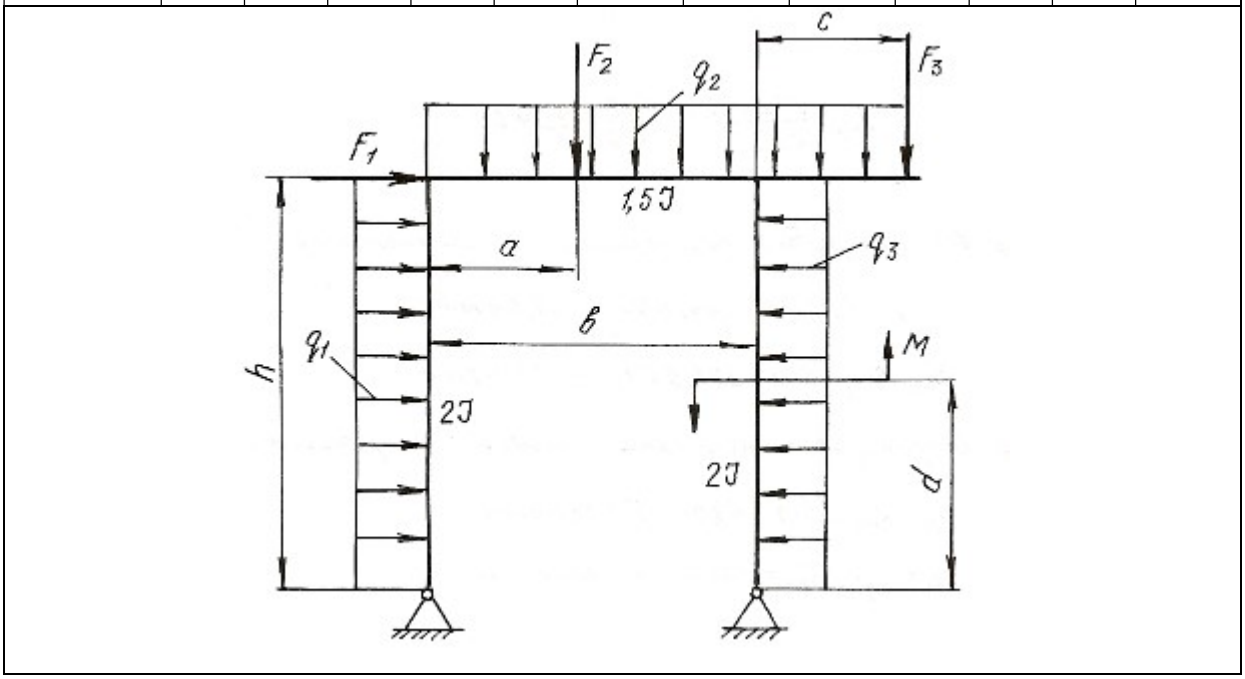
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
81	8	4	4	–	4	20	–	–	50	–	–	–
82	10	5	–	2,5	5	–	20	–	–	30	–	–
83	8	4	–	–	3	–	–	20	–	–	30	–
84	6	4	5	–	6	–	–	20	50	–	–	–
85	12	6	–	–	5	–	20	–	–	–	–	80
86	10	4	–	–	5	15	–	–	–	–	20	–
87	8	5	–	2	5	20	–	–	–	40	–	–
88	8	5	–	–	4	–	–	–	–	–	80	40
89	9	5	–	3	5	–	–	–	–	60	–	40
90	9	4	8	–	5	–	15	–	60	–	–	–



Окончание табл. 5.3

Номер варианта	h, м	b, м	a, м	c, м	d, м	q_1, кН/м	q_2, кН/м	q_3, кН/м	F_1, кН	F_2, кН	F_3, кН	M, кН·м
91	8	4	0,6	0,5	5	20	–	–	–	–	–	50
92	10	5	0,5	0,6	–	–	20	–	20	30	–	–
93	8	4	0,4	0,4	–	–	–	25	–	20	–	–
94	6	4	0,3	0,4	4	–	–	–	–	–	30	14
95	12	6	0,6	0,5	–	–	–	–	40	20	–	–
96	10	4	0,4	0,3	2	15	–	–	–	–	–	10
97	8	5	0,3	0,3	2	–	15	–	–	–	–	12
98	8	5	0,4	0,4	–	–	–	20	30	–	–	–
99	9	5	0,5	0,6	–	–	–	–	–	30	40	–
100	9	4	0,6	0,5	–	–	30	–	–	20	–	–



Глава 6
ВИДЫ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Сочетание простейших видов деформаций называется сложным сопротивлением. При расчете элементов конструкций, испытывающих сложные сопротивления, используют принцип независимости действия сил, т. е. определяют деформации и напряжения для каждого простейшего вида сопротивления, а затем результаты суммируют алгебраически, геометрически или согласно одной из теорий прочности. При этом задача сводится к определению опасного сечения по длине бруса и опасной точки в этом сечении.

В данной главе приведены методики решения задач на косой изгиб, внецентренное растяжение или сжатие, совместное действие изгиба с кручением.

6.1. Косой изгиб

Косой изгиб – вид сложного сопротивления, который возникает при действии внешних нагрузок, перпендикулярных продольной оси бруса, но расположенных вне главных плоскостей инерции. Поэтому косой изгиб можно рассматривать как сочетание двух плоских изгибов во взаимно перпендикулярных плоскостях, разложив все силы по направлению главных центральных осей инерции поперечных сечений.

При косом изгибе балки нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения с координатами y и z определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M^{в}}{J_z} y + \frac{M^{г}}{J_y} z, \qquad (6.1)$$

где J_z и J_y – главные центральные моменты инерции поперечного сечения балки относительно осей z и y; $M^{в}$ и $M^{г}$ – изгибающие моменты в поперечном сечении в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Положение нейтральной оси поперечного сечения определяется по формуле:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{M^{г}}{M^{в}} \cdot \frac{J_z}{J_y}, \qquad (6.2)$$

где α - угол наклона нейтральной оси к горизонтальной главной центральной оси инерции.

Максимальные и минимальные нормальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от обеих главных центральных осей инерции и для симметричных сечений определяются по формуле:

$$\sigma_{max} = \pm\frac{M^{г}}{W_y} \pm \frac{M^{в}}{W_z}, \qquad (6.3)$$

где W_z и W_y – моменты сопротивления поперечного сечения изгибу относительно осей z и y.

Если внешние нагрузки лежат в одной плоскости, то положение нейтральной оси определяется по формуле:

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\varphi \cdot \frac{J_z}{J_y}, \qquad (6.4)$$

где φ – угол между силовой плоскостью, в которой действуют внешние нагрузки, и главной вертикальной осью инерции поперечного сечения балки.

Напряжения в этом случае определяются по формуле:

$$\sigma_{max/min} = \pm M\left(\frac{\cos\varphi}{W_z} \pm \frac{\sin\varphi}{W_y}\right), \qquad (6.5)$$

где M – результирующий момент, действующий в силовой плоскости.

Прогиб f и угол поворота θ сечения балки при косом изгибе определяются как геометрические суммы прогибов и углов поворота от составляющих изгибающего момента, действующих в главных плоскостях инерции балки

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} \text{ и } \theta = \sqrt{\theta_z^2 + \theta_y^2}, \qquad (6.6)$$

где f_z и f_y – прогибы в направлении осей z и y; θ_z и θ_y – углы поворота сечения вокруг осей z и y.

Пример 6.1.

Для балки (рис. 6.1) построить эпюры нормальных напряжений по сторонам поперечного сечения (см. табл. П. 1) в защемлении, определить наибольшее нормальное напряжение и полный прогиб свободного конца балки при $F = 2$ кН, $\varphi = 15^{o}$.

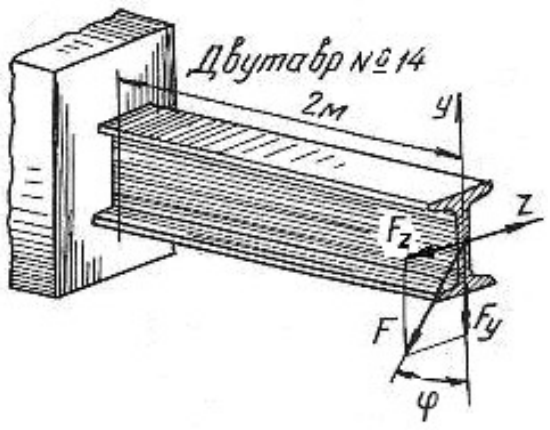


Рис. 6.1.

Решение.

Раскладываем силу F на ее составляющие, действующие в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$F_y = F \cdot \cos 15^\circ = 2000 \cdot 0,96 = 1920 \text{ Н};$$

$$F_z = F \cdot \sin 15^\circ = 2000 \cdot 0,26 = 520 \text{ Н}.$$

Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в защемленном сечении балки:

$$M^{\text{в}}_{\max} = F_y l = 1920 \cdot 2 = 3840 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M^{\text{г}}_{\max} = F_z l = 520 \cdot 2 = 1040 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По ГОСТ 8239-89 (см. табл. П. 1)для заданного профиля находим моменты инерции и моменты сопротивления сечения:

$$J_z = 572 \text{ см}^4; \quad J_y = 41,9 \text{ см}^4; \quad W_z = 81,7 \text{ см}^3; \quad W_y = 11,5 \text{ см}^3,$$

что при переводе в единицы СИ соответствует:

$$J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \; J_y = 41,9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \; W_z = 81,7 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3; \; W_y = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma^{\text{в}}_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} = \frac{3840}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 47 \text{ МПа},$$

а наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma^{\text{г}}_{\max} = \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} = \frac{1040}{11,5 \cdot 10^{-6}} = 90,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 90,4 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений даны на рис. 6.2. Таким образом, наибольшие нормальные напряжение будут в крайних угловых точка поперечного сечения. Как видно по эпюрам нормальных напряжений

$$\sigma_{\max} = 47 + 90,4 = 137,4 \text{ МПа}; \qquad \sigma_{\min} = -47 - 90,4 = -137,4 \text{ МПа}.$$

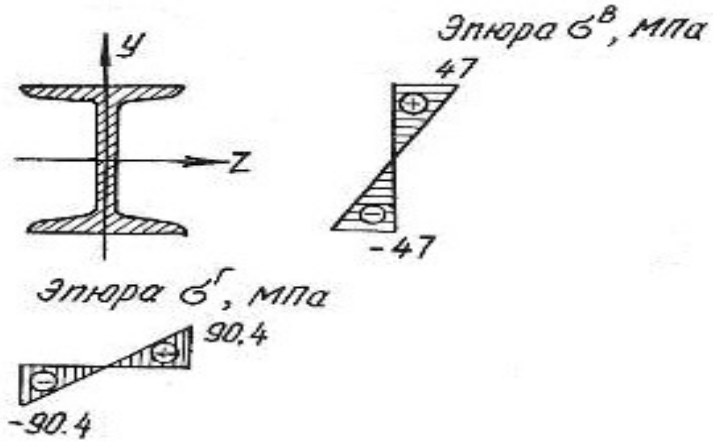


Рис. 6.2.

Прогиб свободного конца балки в вертикальной плоскости [10]

$$f_y = \frac{F_y l^3}{3EJ_z} = \frac{1920 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \quad \text{или} \quad f_y = 4{,}5 \text{ мм},$$

а величина прогиба в горизонтальной плоскости

$$f_z = \frac{F_z l^3}{3EJ_y} = \frac{520 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 41{,}9 \cdot 10^{-8}} = 16{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \quad \text{или} \quad f_z = 16{,}5 \text{ мм}.$$

Полный прогиб свободного конца балки

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{4{,}5^2 + 16{,}5^2} = 17{,}1 \text{ мм}.$$

Пример 6.2.

Для бруса прямоугольного поперечного сечения (рис. 6.3) требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов в главных плоскостях; определить из расчета на прочность размеры поперечного сечения, принимая σ_{adm}=160 МПа и отношение сторон $\frac{h}{b} = 2$;

2. Для опасного поперечного сечения построить эпюры нормальных напряжений от каждого из изгибающих моментов и суммарную эпюру нормальных напряжений.

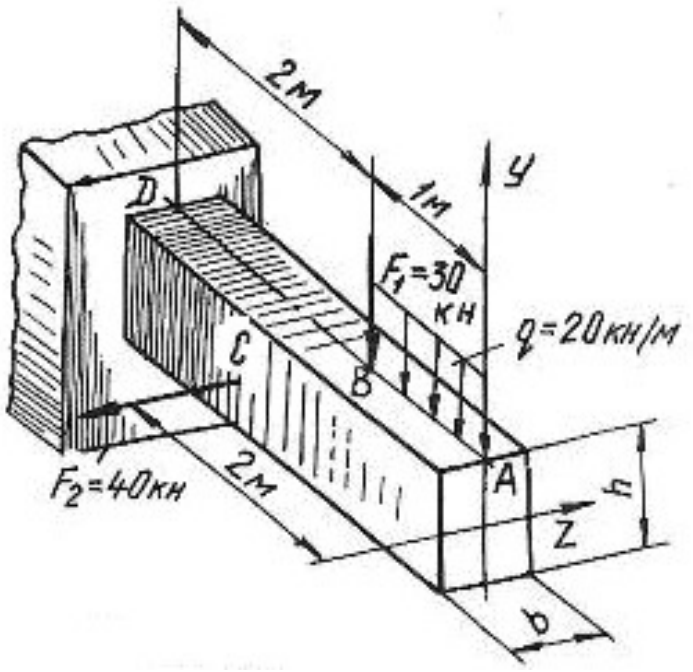


Рис. 6.3.

Решение.

Согласно принципу независимости действия сил рассмотрим отдельно действие сил, вызывающих изгиб в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Изгиб в вертикальной плоскости вызывается действием силы F_1 и равномерно распределенной нагрузкой. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^{\text{в}} = 0;$$

$$M_B^{\text{в}} = -q \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -10 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D^{\text{в}} = -q \cdot 1 \cdot 2{,}5 - F_1 \cdot 2 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 2{,}5 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 = -110 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -110 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Изгиб в горизонтальной плоскости вызывается силой F_2. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^{\text{г}} = 0; \quad M_B^{\text{г}} = 0; \quad M_C^{\text{г}} = 0;$$

$$M_D^{\text{г}} = F_2 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюры изгибающих моментов показаны на рис. 6.4, *а.* Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в сечении D:

$$M_{\max}^{\text{в}} = M_D^{\text{в}} = 110 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_{\max}^{\text{г}} = M_D^{\text{г}} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

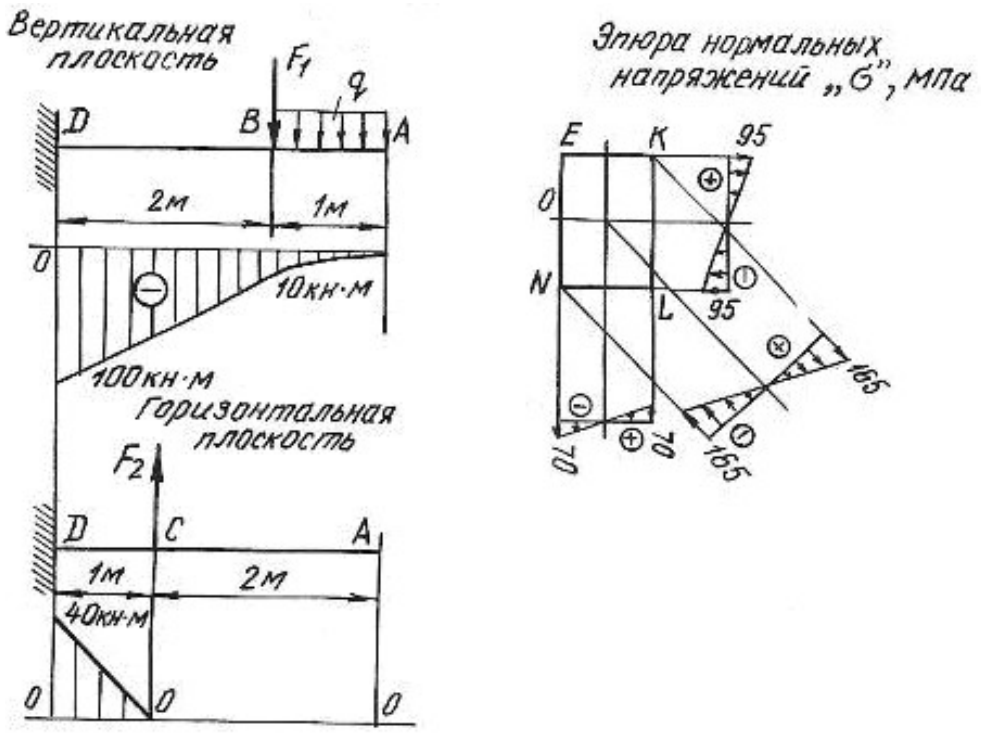


Рис. 6.4.

Опасное сечение балки будет в защемлении. Запишем условие прочности для опасного сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} + \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} \le \sigma_{\text{adm}}.$$

Для бруса прямоугольного сечения моменты сопротивления равны:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 h}{6};$$

при $h = 2 \cdot b$ получим

$$W_z = \frac{b(2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 \cdot 2 \cdot b}{6} = \frac{b^3}{3}.$$

Подставляя значение величин в условие прочности, получим

$$\sigma_{\max} = \frac{110 \cdot 10^3}{\frac{2}{3} \cdot b^3} + \frac{40 \cdot 10^3}{\frac{1}{3} \cdot b^3} \le 160 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Решая уравнение относительно b, получим $b = 0{,}12$ м $= 120$ мм и $h = 2b = 240$ мм. Для построения эпюр нормальных напряжений определяем наибольшие напряжения, для чего вычислим моменты сопротивления сечения:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 10^{-2} \cdot (24 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 1152 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$W_y = \frac{b^2 h}{6} = \frac{(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 24 \cdot 10^{-2}}{6} = 576 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma^{\text{в}}_{\max} = \frac{M^{\text{в}}_{\max}}{W_z} = \frac{110 \cdot 10^3}{1152 \cdot 10^{-6}} = 95 \cdot 10^6 \text{ Па} = 95 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma^{\text{г}}_{\max} = \frac{M^{\text{г}}_{\max}}{W_y} = \frac{40 \cdot 10^3}{576 \cdot 10^{-6}} = 70 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения будут в точках K и N:

$$\sigma_K = 95 + 70 = 165 \text{ МПа};$$
$$\sigma_N = -95 - 70 = -165 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений показаны на рис. 6.4, *б*

6.2. Задания для расчета на косой изгиб

Для расчетной схемы балки при заданных значениях геометрических размеров и нагрузок необходимо:

1) определить положение нейтральной оси;

2) вычислить наибольшие и наименьшие напряжения в опасном сечении балки;

3) построить эпюры напряжений;

4) найти прогиб балки в середине пролета или на свободном конце консольной балки.

Данные для расчета взять из таблиц 6.1, 6.2, 6.3 и табл. П. 1.

Таблица 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет *l*, м	Размеры сечения, см	Угол φ,град	Нагрузка		
						F, кН	*M*, кН·м	*q*, кН/м
1	А	дерево	1,5	*b*×*h*=12×20	60	–	4	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 24	30	–	3	–
	В	Ст 3	1,3	швеллер № 24	45	–	5	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 8	60	–	6	–
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 10	30	–	7	–
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 10	60	–	8	–
2	А	дерево	1,2	*b*×*h*=15×25	45	3	–	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 22	30	2	–	–
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	60	4	–	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 18	30	8	–	–
	Д	Ст 3	1,8	2 швеллера № 20	60	10	–	–
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 12	45	9	–	–
3	А	дерево	1,2	*b*×*h*=14×28	30	–	–	4
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 24	60	–	–	3
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	45	–	–	2
	Г	Ст 3	1,4	2 швеллера № 16	20	–	–	6
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 14	30	–	–	5
	Е	Ст 3	1,6	2 двутавра № 14	40	–	–	7

Продолжение табл. 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l,м	Размеры сечения, см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
4	А	дерево	2,5	$b \times h$=12×30	30	–	6	–
	Б	Ст 3	4	двутавр № 55	40	–	5	–
	В	Ст 3	5	швеллер № 30	50	–	7	–
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	60	–	8	–
	Д	Ст 3	4	2 швеллера № 12	30	–	9	–
	Е	Ст 3	6	2 двутавра № 14	40	–	10	–
5	А	дерево	3	$b \times h$=18×30	40	6	–	–
	Б	Ст 3	4	двутавр № 36	60	2,5	–	–
	В	Ст 3	5	швеллер № 24	30	3	–	–
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	20	4	–	–
	Д	Ст 3	5,5	2 швеллера № 12	40	3	–	–
	Е	Ст 3	4,5	2 двутавра № 14	50	5	–	–
6	А	дерево	4	$b \times h$=16×28	60	–	–	2
	Б	Ст 3	6	двутавр № 20	50	–	–	4
	В	Ст 3	3	швеллер № 16	30	–	–	3
	Г	Ст 3	4	2 швеллера № 14	40	–	–	5
	Д	Ст 3	5	2 швеллера № 16	45	–	–	6
	Е	Ст 3	5,5	2 двутавра № 18	20	–	–	7
7	А	дерево	2	$b \times h$=16×24	–	1	–	–
	Б	Ст 3	2,5	двутавр № 28	–	3	–	–
	В	Ст 3	2,4	швеллер № 16	–	4	–	–
	Г	Ст 3	2,6	2 швеллера № 14	–	6	–	–
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 16	–	8	–	–
	Е	Ст 3	2,7	2 двутавра № 20	–	10	–	–
8	А	дерево	1,5	$b \times h$=15×25	–	2	3	–
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 18	–	3	4	–
	В	Ст 3	1,6	швеллер № 24	–	5	3	–
	Г	Ст 3	1,7	2 швеллера № 12	–	6	6	–
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 14	–	7	7	–
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 16	–	8	5	–

Продолжение табл. 6.1

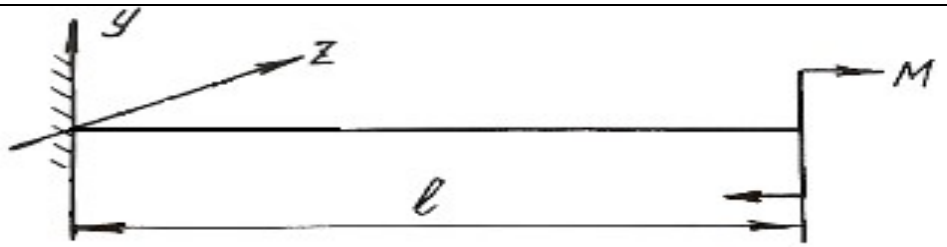
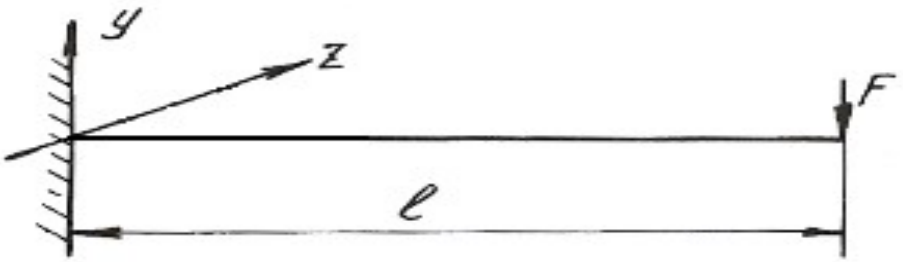
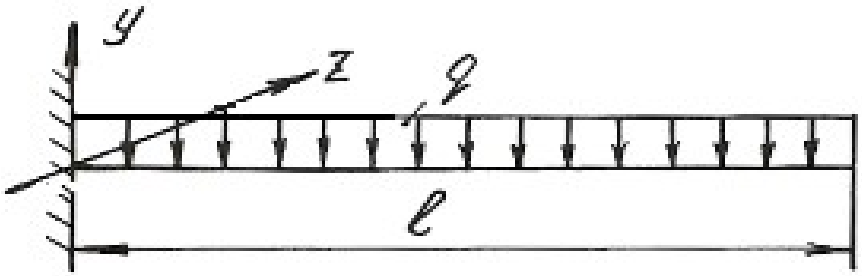
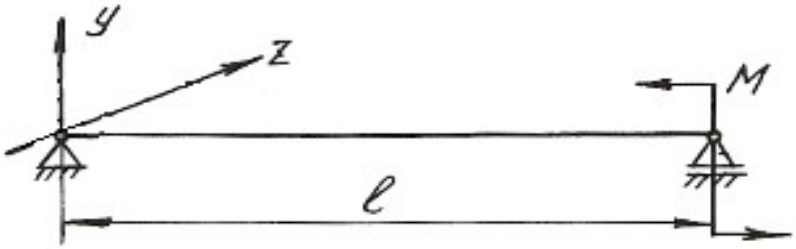
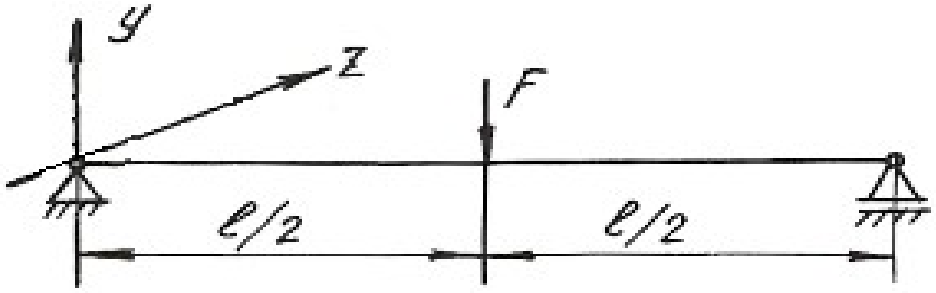
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l, м	Размеры сечения,см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
9	А	дерево	2,5	$b \times h$=17×27	–	4	–	30
	Б	Ст 3	4	двутавр № 30	–	6	–	20
	В	Ст 3	3	швеллер № 27	–	5	–	40
	Г	Ст 3	5	2 швеллера № 14	–	7	–	50
	Д	Ст 3	6	2 швеллера № 16	–	8	–	60
	Е	Ст 3	4,6	2 двутавра № 18	–	9	–	70
10	А	дерево	1,6	$b \times h$=18×24	–	–	5	10
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 27	–	–	4	20
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 20	–	–	3	30
	Г	Ст 3	2	2 швеллера № 14	–	–	6	40
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 16	–	–	7	50
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	–	–	8	60
11	А	дерево	1,5	$b \times h$=19×30	–	2	30	–
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 24	–	3	40	–
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 24	–	5	60	–
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	–	7	80	–
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	–	6	70	–
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 14	–	4	50	–
12	А	дерево	1,2	$b \times h$=20×29	–	2	–	20
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 22	–	4	–	30
	В	Ст 3	1,4	швеллер № 24	–	5	–	40
	Г	Ст 3	1,5	2 швеллера № 22	–	7	–	50
	Д	Ст 3	1,6	2 швеллера № 20	–	6	–	60
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 20	–	7	–	70

Окончание табл. 6.1

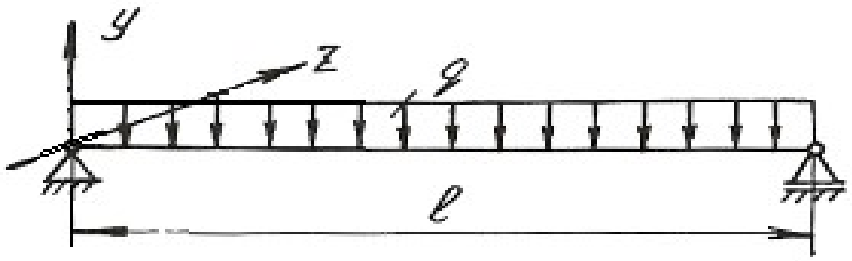
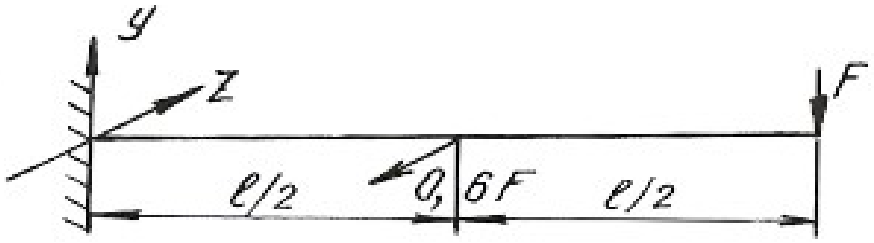
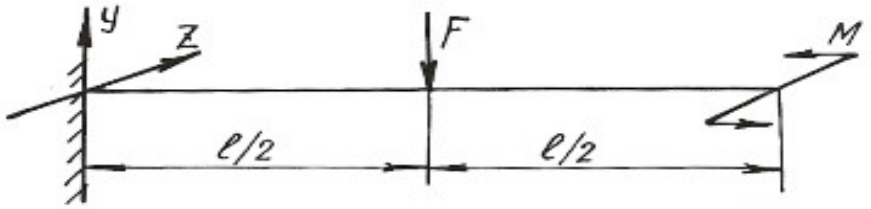
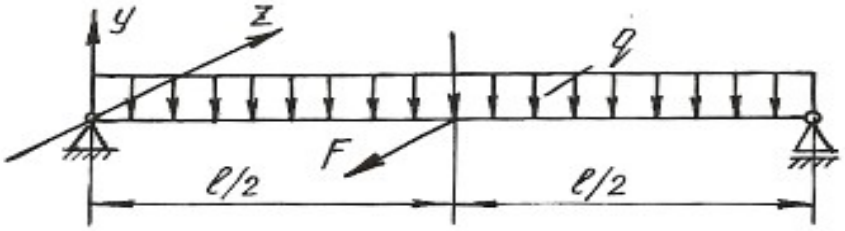
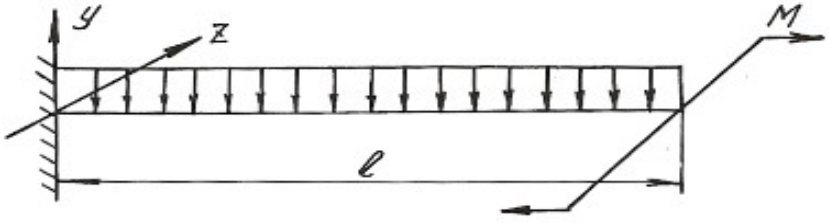
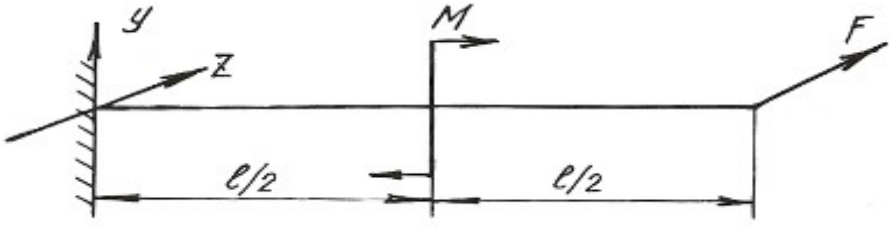
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l,м	Размеры сечения, см	Угол φ, град	Нагрузка		
						F, кН	M, кН·м	q, кН/м
13	А	дерево	1,5	$b \times h$=18×32	–	3	–	10
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 36	–	4	–	20
	В	Ст 3	1,7	швеллер № 36	–	5	–	30
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	–	6	–	40
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 20	–	7	–	50
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 24	–	8	–	60
14	А	дерево	1,3	$b \times h$=19×30	–	20	3	–
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 40	–	40	4	–
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 30	–	60	5	–
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 16	–	50	6	–
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 20	–	60	7	–
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 18	–	70	8	–
15	А	дерево	1,4	$b \times h$=17×32	–	1	40	–
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 24	–	2	50	–
	В	Ст 3	1,8	швеллер № 20	–	3	60	–
	Г	Ст 3	1,9	2 швеллера № 22	–	4	70	–
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 18	–	5	80	–
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	–	6	60	–
16	А	дерево	1,6	$b \times h$=19×32	–	–	2	20
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 22	–	–	3	30
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 27	–	–	4	40
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 16	–	–	5	50
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	–	–	6	40
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 22	–	–	7	50

Таблица 6.2

Схемы закрепления и нагружения балок

Номер схемы	Схема балки
1	
2	
3	
4	
5	

Продолжение табл. 6.2

Номер схемы	Схема балки
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Окончание табл. 6.2

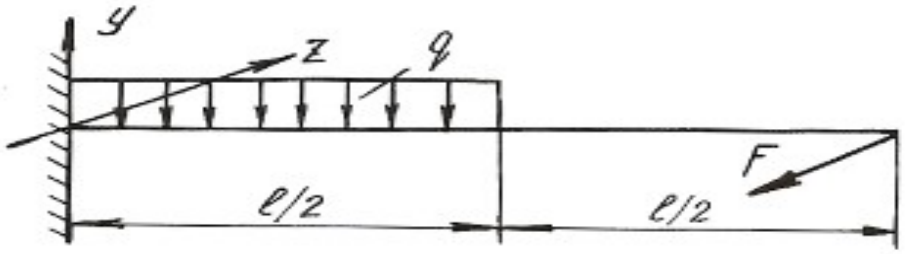
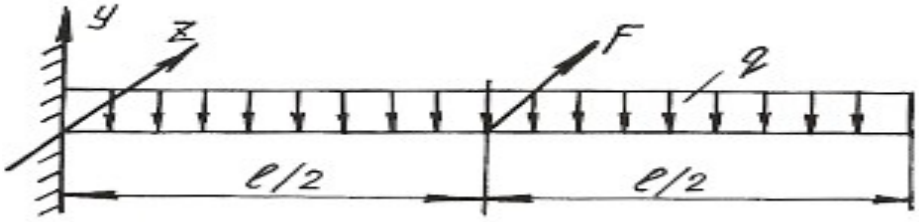
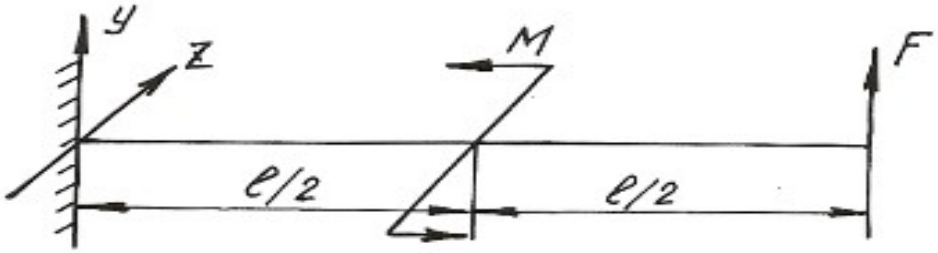
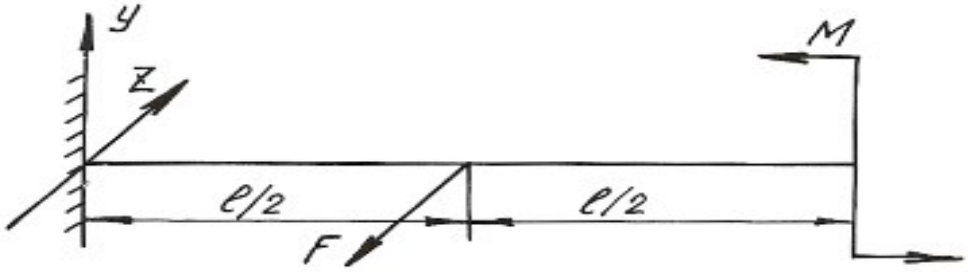
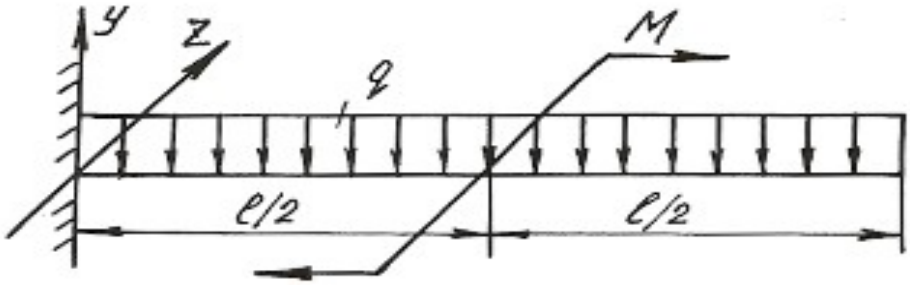
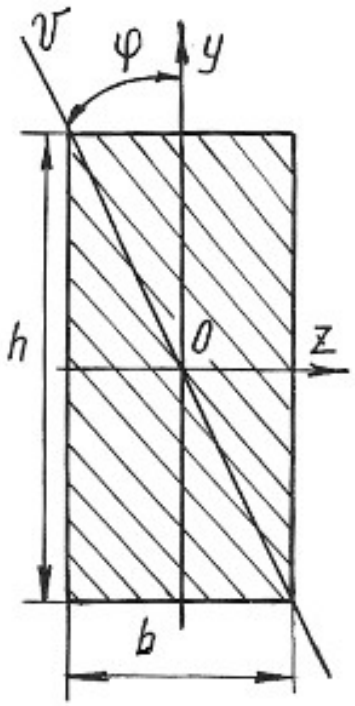
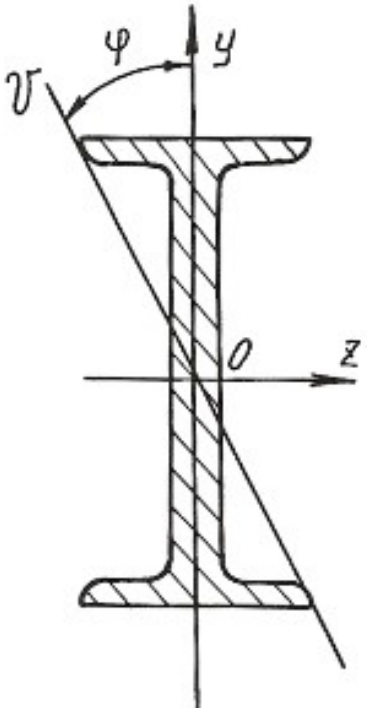
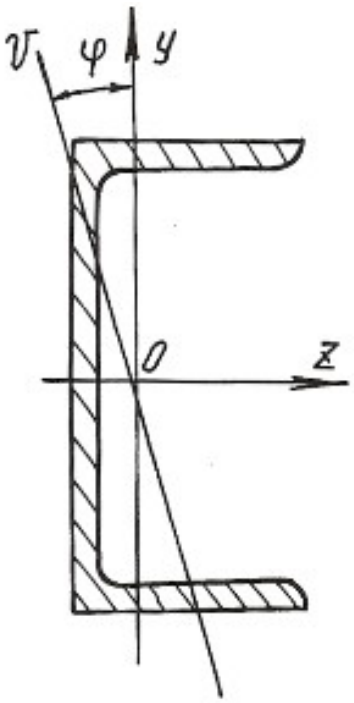
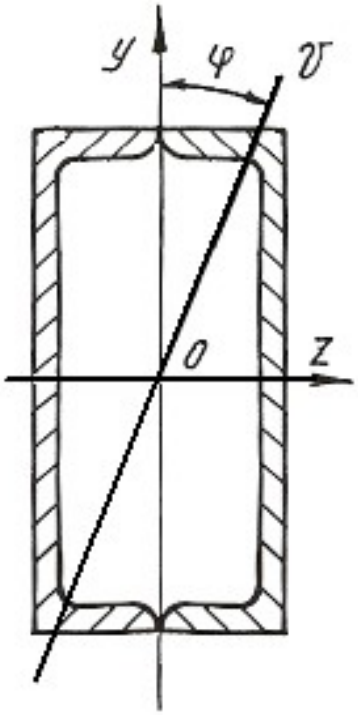
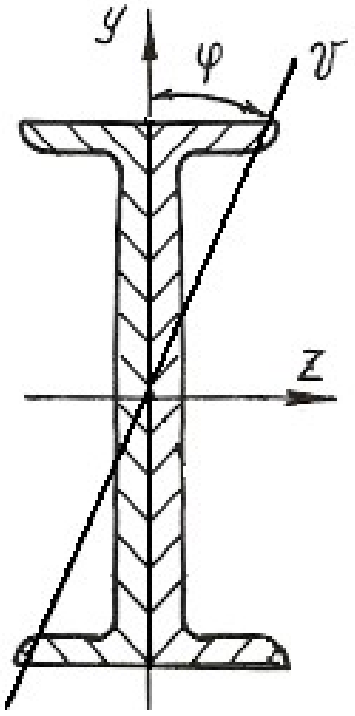
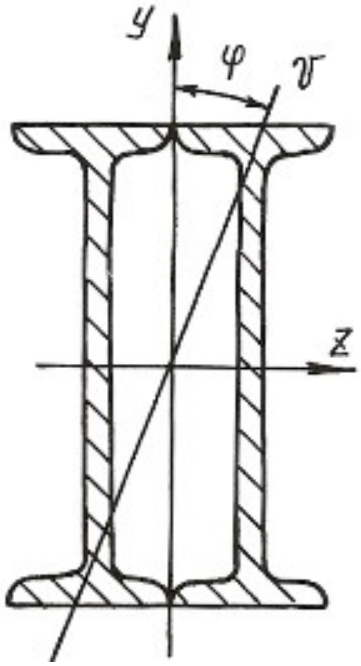
Номер схемы	Схема балки
12	
13	
14	
15	
16	

Таблица 6.3

Схемы поперечных сечений балок

А	Б	В
		
Г	**Д**	**Е**
		

6.3. Внецентренное растяжение или сжатие

Если действующая на брус продольная растягивающая или сжимающая сила приложена на некотором расстоянии от центра тяжести сечения, то возникает внецентренное растяжение или сжатие. Расстояние между точкой приложения силы и центром тяжести сечения бруса называется эксцентриситетом. Для практики весьма важны случаи внецентренного сжатия, например, для каменных и кирпичных столбов, бетонных колонн и др.

Внецентренное приложение сжимающей силы можно привести к случаю сжатия центральной силой F и чистому изгибу моментом $M = Fe$, если перенести силу F в центр тяжести поперечного сечения и уравновесить ее (рис. 6.5).

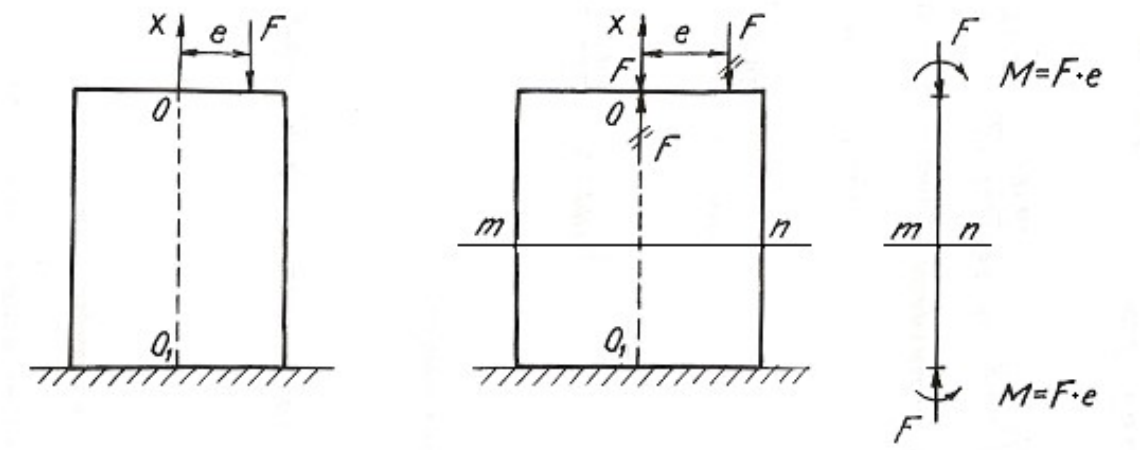


Рис. 6.5.

Так как изгибающий момент во всех сечениях постоянен, то проверку прочности можно производить по любому сечению бруса. Если отбросить верхнюю часть бруса по сечению *m-n* и рассмотреть нижнюю **(**рис. 6.6**),** то для любой точки A поперечного сечения с координатами y, z нормальное напряжение будет равно алгебраической сумме напряжений

$$\sigma_A = \sigma_F + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z}, \qquad (6.7)$$

где $\sigma_F = -\dfrac{F}{A}$ – напряжение от сжимающей центрально приложенной силы F;

$\sigma_{M_y} = -M_y \dfrac{z}{J_y}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения y; $\sigma_{M_z} = -M_z \dfrac{y}{J_z}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения z.

Знак минус указывает на то, что данные нагрузки вызывают в точке A деформацию сжатия.

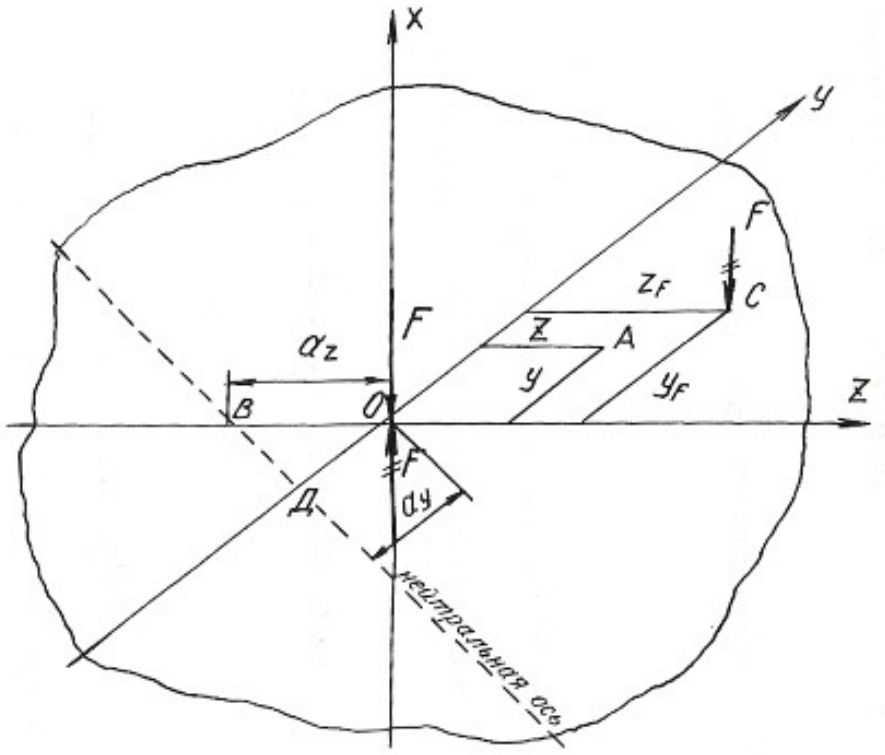


Рис. 6.6.

Изгибающие моменты определяются

$$M_y = Fz_F; \qquad M_z = Fy_F;$$

где z_F и y_F - координаты точки C приложения силы F.

После подстановки имеем:

$$\sigma_A = -\frac{F}{A} - Fz_F \frac{z}{J_y} - Fy_F \frac{y}{J_z}.$$

Окончательный вид формулы для определения напряжений в любой точке поперечного сечения получаем после простых преобразований

$$\sigma = F\left(\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z}{J_y} \pm y_F \frac{y}{J_z} \right), \tag{6.8}$$

где J_y, J_z – моменты инерции поперечного сечения; y_F, z_F – координаты точки приложения силы F.

У каждого из слагаемых данного уравнения знак плюс берется для растягивающего, а знак минус – для сжимающего напряжения.

Условие прочности при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\sigma_{\max} = F\left(\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_{\max}}{J_y} \pm y_F \frac{y_{\max}}{J_z}\right) \le \sigma_{\text{adm}}, \qquad (6.9)$$

где $z_{\max}$, $y_{\max}$ – координаты наиболее удаленных точек сечения от его центра тяжести.

Уравнение нейтральной оси при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\pm\frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_0}{J_y} \pm y_F \frac{y_0}{J_z} = 0, \qquad (6.10)$$

где z_0, y_0 – координаты точек, лежащих на нейтральной оси.

Это уравнение является уравнением прямой, не проходящей через центр тяжести сечения. Величины отрезков, отсекаемых на координатных осях y и z нейтральной осью, определяются из уравнения:

$$\pm 1 \pm z_F \frac{a_z}{i_y^2} \pm y_F \frac{a_y}{i_z^2} = 0, \qquad (6.11)$$

где $a_z = z_0$, $a_y = y_0$ - отрезки, определяющие положение нейтральной оси.

Величины отрезков определяются по формулам:

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}, \qquad (6.12)$$

где i_z, i_y - радиусы инерции поперечного сечения относительно осей y и z.

Знак минус в этих формулах указывает на то, что нейтральная ось располагается по другую сторону центра тяжести сечения, по сравнению с точкой приложения силы F, действующей на брус.

Если поперечное сечение имеет сложную форму, то необходимо найти центр тяжести сечения, положение главных центральных осей и главные моменты инерции, пользуясь формулами и указаниями, приведенными в главе 2. В формулы, содержащие моменты инерции, необходимо подставлять значения главных моментов инерции сечения.

Пример 6.3.

Короткий чугунный стержень, поперечное сечение которого показано на рис. 6.7, сжимается продольной силой F, приложенной в точке A**.**

Требуется:

1. Вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив величины этих напряжений через F и размеры сечений.

2. Найти допускаемую нагрузку F при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие σ^{c}_{adm} и на растяжение σ^{p}_{adm}: $\sigma^{c}_{adm} = 110$ МПа, $\sigma^{p}_{adm} = 24$ МПа.

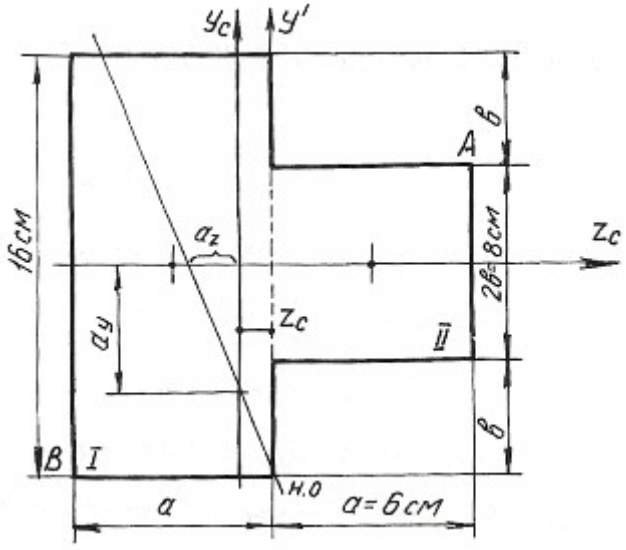


Рис. 6.7.

Определяем координату центра тяжести сечения. Проведем вспомогательную ось y':

$$z_c = \frac{\sum Sy'}{\sum A} = \frac{(A_1 z_1 + A_2 z_2)}{A_1 + A_2} = \frac{[16 \cdot 6 \cdot (-3) + 6 \cdot 8 \cdot 3]}{16 \cdot 6 + 6 \cdot 8} = \frac{-144}{144} = -1 \text{ см}.$$

Для определения положения нейтральной оси находим геометрические характеристики сечения.

Моменты инерции:

$$J_{y_c} = 16\frac{6^3}{12} + 6 \cdot 16 \cdot 2^2 + 8 \cdot \frac{6^3}{12} + 6 \cdot 8 \cdot 4^2 = 1584 \text{ см}^4;$$

$$J_{z_c} = 16^3 \frac{6}{12} + 6\frac{8^3}{12} = 2304 \text{ см}^4.$$

Радиусы инерции:

$$i_y = \sqrt{\frac{J_{y_c}}{A}} = \sqrt{\frac{1584}{144}} = \sqrt{11} = 3{,}31 \text{ см};$$

$$i_z = \sqrt{\frac{J_{z_c}}{A}} = \sqrt{\frac{2304}{144}} = \sqrt{16} = 4 \text{ см}.$$

Нейтральная ось пересекает оси z_c и y_c в точках:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}; \qquad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad z_F = 7\,\text{см}; \quad y_F = 4\,\text{см}.$$

$$a_y = \frac{-4^2}{4} = -4\ \text{см}; \quad a_z = \frac{-3{,}31^2}{7} = -1{,}57\ \text{см}.$$

Максимальное напряжение возникает в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, т. е. в точках *A* и *B*. Определяются они по формуле:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{F z_F z_{\max}}{J_{y_c}} \pm \frac{F y_F y_{\max}}{J_{z_c}},$$

где $z_{\max}$, $y_{\max}$ – координаты точек *A* и *B*.

Наибольшее сжимающее напряжение:

$$\sigma_A = -F\left[\frac{1}{144} + 7\frac{7}{1584} + 4\frac{4}{2304}\right] = -0{,}044 \cdot F\,.$$

Наибольшее растягивающее напряжение:

$$\sigma_B = -F\left[\frac{1}{144} + 7\frac{(-5)}{1584} + 4\frac{(-8)}{2304}\right] = 0{,}028 \cdot F.$$

Находим допускаемую нагрузку:

$$\sigma_A \le \sigma^{\text{c}}_{\text{adm}} = 110\ \text{МПа}; \qquad 0{,}044 \cdot F \le 110; \quad F \le 0{,}25\ \text{МН}.$$

$$\sigma_B \le \sigma^{\text{p}}_{\text{adm}} = 24\ \text{МПа}; \qquad 0{,}028 \cdot F \le 24; \quad F \le 0{,}09\ \text{МН}.$$

Допускаемая нагрузка $F = 0{,}09$ МН.

6.4. Задания для расчета на внецентренное растяжение или сжатие

Колонна заданного поперечного сечения с известными размерами нагружена сжимающей силой F, приложенной вне центра тяжести сечения в указанной точке. Требуется:

1) Определить положение нейтральной оси;
2) Вычислить наибольшие напряжения в опасном сечении колонны;
3) Построить эпюры напряжений в опасном сечении.

Данные для расчета взять из таблиц 6.4, 6.5 и табл. П. 1.

Примечание: собственным весом колонны при расчетах пренебречь.

Таблица 6.4

Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
1	А	дерево	b x h = 15 x 25	1	20
	Б	Ст 3	двутавр № 16	2	30
	В	Ст 3	швеллер № 16	3	40
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	4	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 12	5	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	6	70
	Ж	чугун	b = 20	7	35
	З	чугун	b x h = 20 x 30, D = 10	8	45
	И	Ст 3	2 швеллера № 12, a = 10	1	75
	К	Ст 3	2 двутавра № 14, a = 10	2	80
2	А	дерево	b x h = 16 x 27	2	25
	Б	Ст 3	двутавр № 18	3	35
	В	Ст 3	швеллер № 18	4	45
	Г	Ст 3	2 швеллера № 16	5	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 18	6	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 16	7	70
	Ж	чугун	b = 30	8	55
	З	чугун	b x h = 25 x 35 , D = 12	1	65
	И	Ст 3	2 швеллера № 14, a = 10	2	65
	К	Ст 3	2 двутавра № 16, a = 10	3	75

Продолжение табл. 6.4

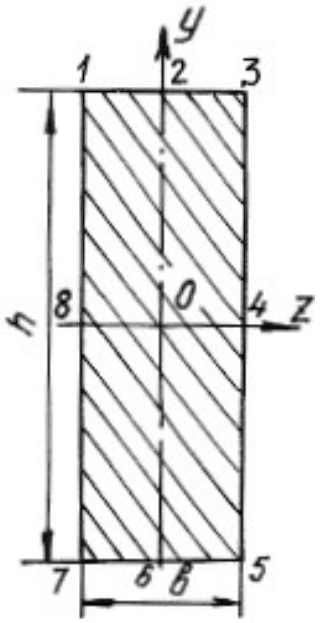
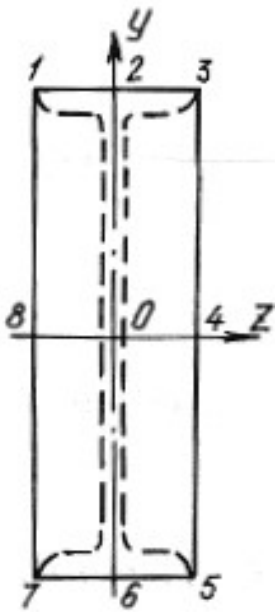
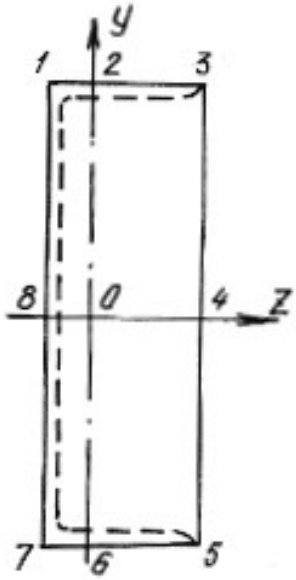
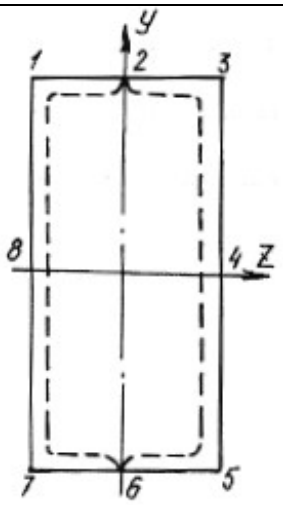
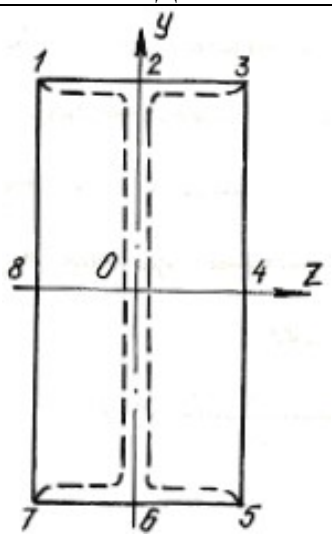
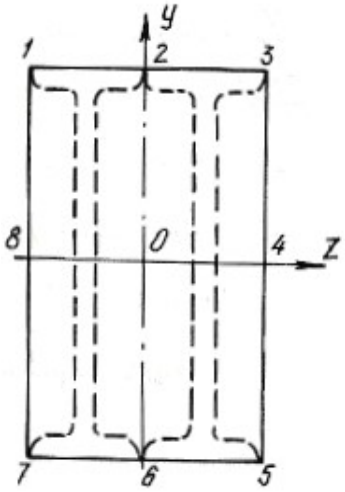
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
3	А	дерево	b x h = 17 x 28	3	30
	Б	Ст 3	двутавр № 14	4	40
	В	Ст 3	швеллер № 20	5	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	6	52
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	7	62
	Е	Ст 3	2 двутавра № 18	8	72
	Ж	чугун	b = 32	1	60
	З	чугун	b x h = 24 x 32, D = 8	2	70
	И	Ст 3	2 швеллера № 18, a = 14	3	66
	К	Ст 3	2 двутавра № 12, a = 8	4	74
4	А	дерево	b x h = 18 x 36	4	40
	Б	Ст 3	двутавр № 20	5	44
	В	Ст 3	швеллер № 20	6	54
	Г	Ст 3	2 швеллера № 18	7	64
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	8	74
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	1	46
	Ж	чугун	b = 34	2	38
	З	чугун	b x h = 28 x 36, D = 14	3	48
	И	Ст 3	2 швеллера № 16, a = 8	4	58
	К	Ст 3	2 двутавра № 18, a = 12	5	72
5	А	дерево	b x h = 20 x 24	5	28
	Б	Ст 3	двутавр № 22	6	38
	В	Ст 3	швеллер № 22	7	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 20	8	62
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	1	76
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	2	78
	Ж	чугун	b = 28	3	46
	З	чугун	b x h = 22 x 34, D = 6	4	56
	И	Ст 3	2 швеллера № 20, a = 6	5	80
	К	Ст 3	2 двутавра № 20, a = 12	6	82

Продолжение табл. 6.4

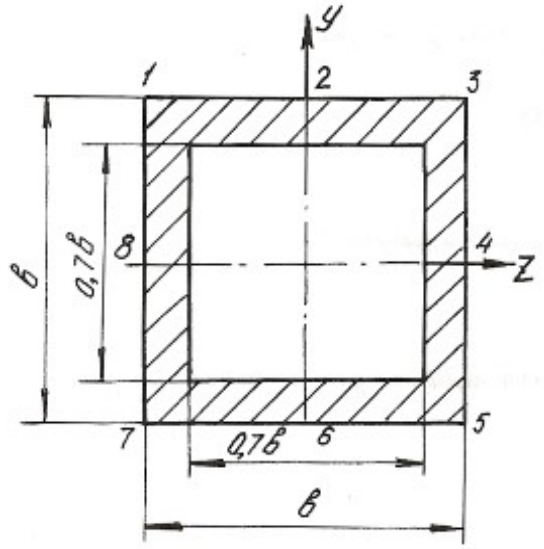
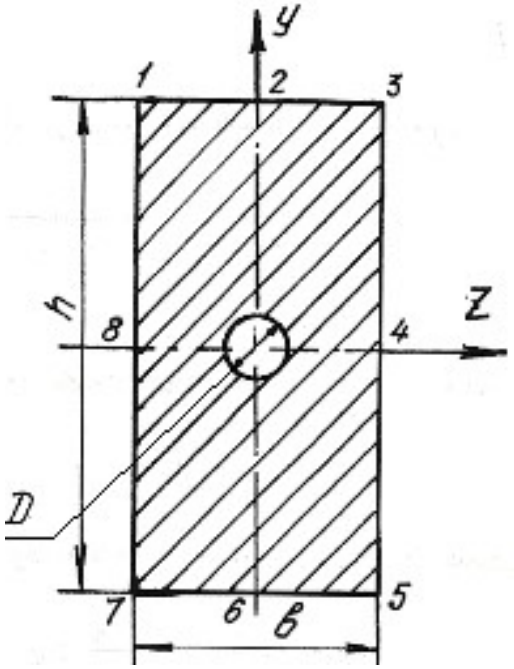
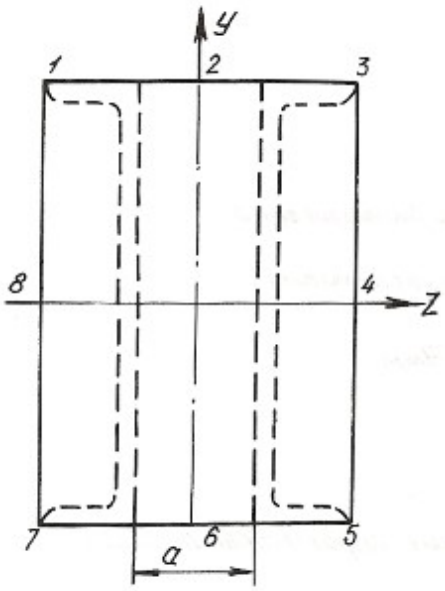
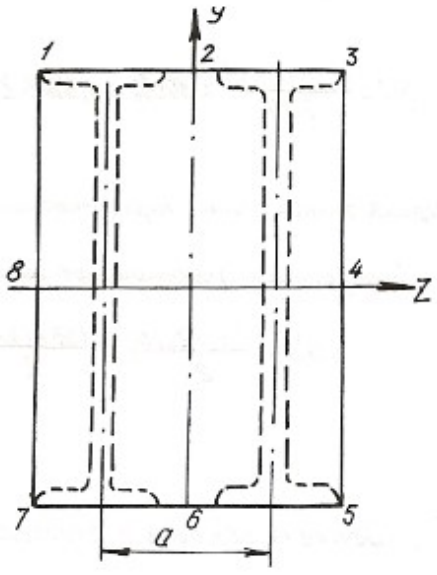
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F, кН
6	А	дерево	b x h = 22 x 38	6	36
	Б	Ст 3	двутавр № 22	7	46
	В	Ст 3	швеллер № 22	8	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	1	68
	Д	Ст 3	2 швеллера № 20	2	72
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	3	74
	Ж	чугун	b = 24	4	50
	З	чугун	b x h = 24 x 34, D = 8	5	60
	И	Ст 3	2 швеллера № 22, a = 8	6	74
	К	Ст 3	2 двутавра № 22, a = 12	7	69
7	А	дерево	b x h = 22 x 30	7	25
	Б	Ст 3	двутавр № 24	8	48
	В	Ст 3	швеллер № 24	1	52
	Г	Ст 3	2 швеллера № 24	2	63
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	3	68
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	4	64
	Ж	чугун	b = 22	5	43
	З	чугун	b x h = 26 x 36, D = 6	6	49
	И	Ст 3	2 швеллера № 24, a = 4	7	78
	К	Ст 3	2 двутавра № 24, a = 13	8	84
8	А	дерево	b x h = 18 x 32	8	35
	Б	Ст 3	двутавр № 27	1	62
	В	Ст 3	швеллер № 27	2	68
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	3	85
	Д	Ст 3	2 швеллера № 24	4	87
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	5	78
	Ж	чугун	b = 26	6	52
	З	чугун	b x h = 26 x 36, D = 9	7	58
	И	Ст 3	2 швеллера № 27, a = 5	8	86
	К	Ст 3	2 двутавра № 27, a = 14	1	88

Таблица 6.5

Схемы поперечных сечений колонны

А	Б	В
		
Г	Д	Е
		

Окончание табл. 6.5

Ж	З
	
И	К
	

6.5. Изгиб с кручением

Помимо крутящих моментов валы могут испытывать воздействие изгибающих моментов. Последние возникают от действия собственного веса вала, усилий натяжения приводных ремней, весов шкивов, усилий зацепления в зубьях зубчатых передач и т. п.

Крутящий момент на валу или его участке определяется по формулам:

$$T = 9550\frac{N}{n}, \tag{6.13}$$

где T – крутящий момент, Нм; N – мощность двигателя, кВт; n – число оборотов вала в минуту, или

$$T = \frac{D}{2}\cdot(t_1 - t_1'), \tag{6.14}$$

где D – диаметр ведущего шкива, соединенного с двигателем приводным ремнем; t_1 – усилие натяжения в набегающей ветви приводного ремня; t_1' – усилие натяжения в сбегающей ветви приводного ремня.

Определив крутящий момент по формуле (6.13) и, зная соотношение между усилиями t_1 и t_1', определяют эти усилия из формулы (6.14) при известном диаметре шкива. Если усилия t_1, t_1' последовательно перенести в центр тяжести сечения вала и уравновесить их, то получим два момента пар сил, направленных в противоположные стороны. Равнодействующий момент этих моментов и будет равен крутящему моменту в том сечении, где находится шкив. Вместе с этим в центре этого сечения вала возникнет нагрузка, $S = t_1 + t_1'$, которая может быть направлена под углом к горизонту. В этом случае ее раскладывают на вертикальную и горизонтальную составляющие: $S_y = S\cdot\sin\alpha$; $S_z = S\cdot\cos\alpha$.

При наличии на валу нескольких ведомых шкивов крутящие моменты и изгибающие нагрузки определяются аналогичным способом. Таким образом, вал будет испытывать одновременно деформацию кручения от крутящих моментов и деформацию поперечного изгиба в двух плоскостях – вертикальной и горизонтальной. Дальнейший расчет вала на изгиб с кручением осуществляется в таком порядке:

1. Строится эпюра крутящих моментов T.
2. Вычерчивается схема вала в виде балки на двух опорах и загружается только вертикальными изгибающими нагрузками. С помощью уравнений статики определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от этих нагрузок $M_{\text{и}}^{\text{в}}$.

3. Вал загружается только горизонтальными изгибающими нагрузками, от них определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от горизонтальных нагрузок $M_{\text{и}}^{\text{г}}$.

4. В характерных сечениях вала определяются суммарные изгибающие моменты в виде геометрической суммы изгибающих моментов, возникающих в этих сечениях от вертикальных и горизонтальных нагрузок: $M_{\text{и}} = \sqrt{(M_{\text{и}}^{\text{в}})^2 + (M_{\text{и}}^{\text{г}})^2}$. Строится суммарная эпюра изгибающих моментов $M_{\text{и}}$. При построении эпюр выбирается необходимый масштаб, и применяются знаки, принятые в сопротивлении материалов при построении эпюр крутящих и изгибающих моментов.

5. Выбирается опасное сечение по длине вала, где одновременно крутящий и суммарный моменты достаточно большие – на основании эпюр $M_{\text{и}}$ и T.

6. На основании третьей или четвертой теории прочности для опасного сечения определяется расчетный (эквивалентный) момент по формулам:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{T^2 + M_{\text{и}}^2}; \quad M_{\text{р}}^{\text{IV}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + 0,75T^2}. \tag{6.15}$$

7. Определяется диаметр сечения вала на основании условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{P}}}{W_z} \le \sigma_{\text{adm}}, \tag{6.16}$$

где $W_z = \dfrac{J_z}{d/2} = \pi \dfrac{d^4/64}{d/2} = \dfrac{\pi d^3}{32}$ – момент сопротивления поперечного сечения вала изгибу.

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{P}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}}. \tag{6.17}$$

Величина диаметра округляется до ближайшего целого.

Пример 6.4.

Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2 и, каждый из них передает мощность $N/2$ **(**рис. 6.8).

Требуется:

1. Определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным N и n ;

2. Построить эпюру крутящих моментов T;

3. Определить окружные усилия t_1 и t_2 действующие на шкивы, по данным моментам и заданным диаметрам шкивов D_1 и D_2;

4. Принять $t_1 = 2 \cdot t_2$;

5. Определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);

6. Построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил $M_{\text{верт.}}$, $M_{\text{гор.}}$;

7. Построить эпюры суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой $M_{\text{и}} = \sqrt{M_{\text{гор}}{}^2 + M_{\text{верт}}{}^2}$;

8. При помощи эпюр T и $M_{\text{и}}$ найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности);

9. Подобрать диаметр вала d при $\sigma_{\text{adm}} = 70$ МПа и округлить его значение.

Решение.

1. Определяем крутящие моменты:

$$T_1 = \frac{9{,}55 \cdot N_1}{650} = \frac{9{,}55 \cdot 90}{650} = 1{,}32 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$T_2 = \frac{9{,}55 \cdot N_2}{n} = \frac{9{,}55 \cdot 45}{650} = 0{,}66 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2. Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 6.8).

3. Определяем усилия натяжения в ветвях ремней:

$$t_1 = \frac{2 \cdot T_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1{,}32}{1} = 2{,}64 \text{ кН}; \quad t_2 = \frac{2 \cdot T_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0{,}66}{0{,}6} = 2{,}2 \text{ кН}.$$

4. Определяем изгибающие нагрузки:

$$S_1 = t_1 + 2 \cdot t_2 = 7{,}92 \text{ кН}; \quad S_2 = t_2 + 2 \cdot t_2 = 6{,}60 \text{ кН}.$$

5. Определяем изгибающие нагрузки в вертикальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^y = S_1 \cdot \sin\alpha_1 = 7{,}92 \cdot \sin 75^\circ = 7{,}92 \cdot 0{,}9659 = 7{,}65 \text{ кН};$$

$$S_2^y = S_2 \cdot \sin\alpha_2 = 6{,}6 \cdot \sin 80^\circ = 6{,}6 \cdot 0{,}9848 = 6{,}49 \text{ кН}.$$

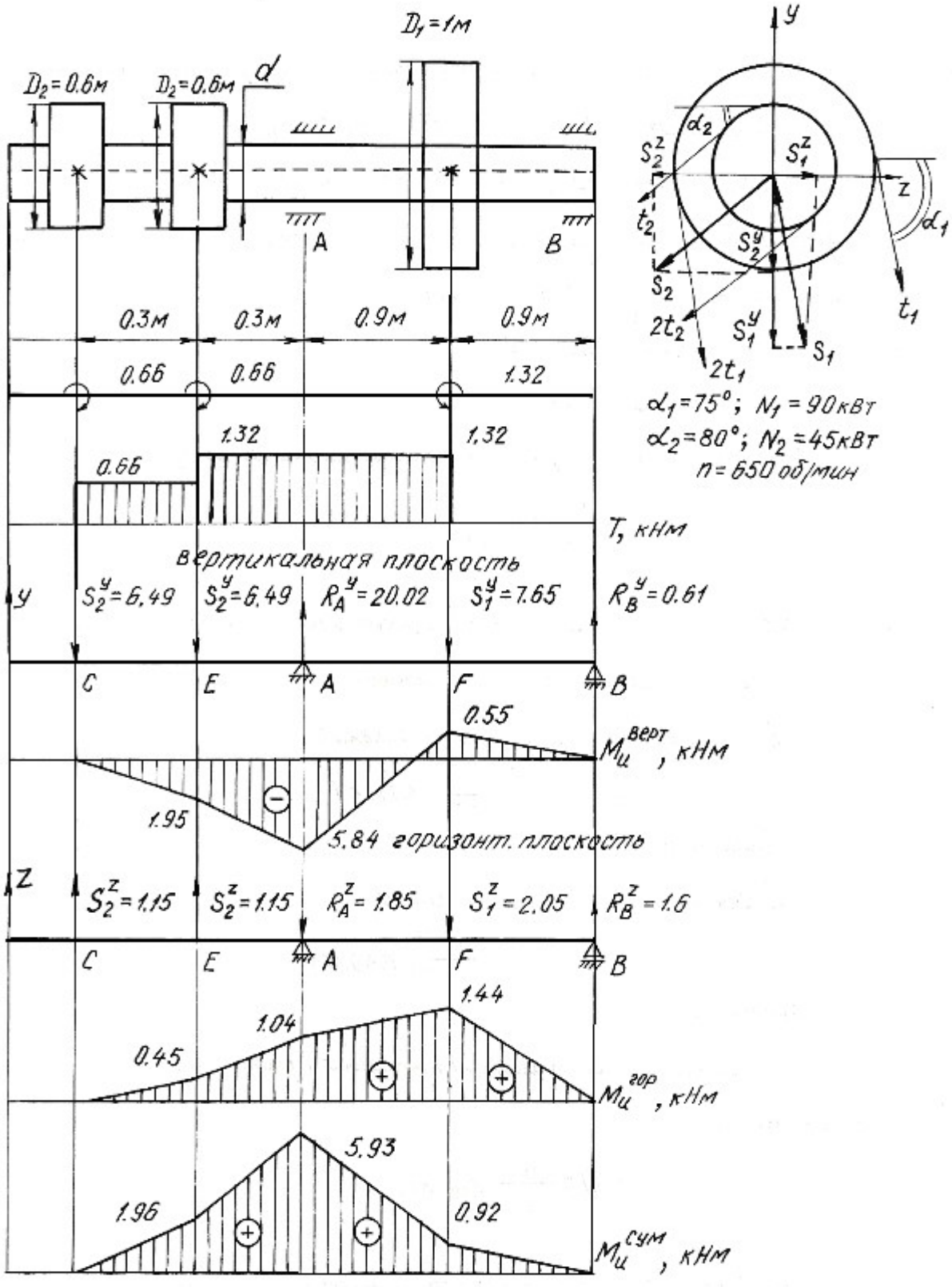

D1=1м
D2=0.6м
D2=0.6м
d
A
B
0.3м
0.3м
0.9м
0.9м
0.66
0.66
1.32
1.32
1.32
0.66
T, кНм
вертикальная плоскость
y
S2y=6.49
S2y=6.49
RAy=20.02
S1y=7.65
RBy=0.61
C
E
A
F
B
0.55
Mцверт, кНм
1.95
5.84 горизонт. плоскость
z
S2z=1.15
S2z=1.15
RAz=1.85
S1z=2.05
RBz=1.6
C
E
A
F
B
1.44
1.04
0.45
Mцгор, кНм
5.93
1.96
0.92
Mцсум, кНм
y
α2
S2z
S1z
z
α1
t2
S2y
S2
t1
2t2
S1y
S1
2t1
α1=75°; N1=90кВт
α2=80°; N2=45кВт
n=650 об/мин

Рис. 6.8.

$$\sum M_A = 0; \quad S_2^y \cdot 0,6 - S_1^y \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 + S_2^y \cdot 0,3 = 0;$$

$$6,49 \cdot 0,6 + 6,49 \cdot 0,3 - 7,65 \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 = 0;$$

$$R_B^y = 0,61 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0; \; S_2^y \cdot 2,4 + S_2^y \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + S_1^y \cdot 0,9 = 0;$$

$$6,49 \cdot 2,4 + 6,49 \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + 7,65 \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^y = 20,02 \text{ кН}.$$

$$\sum Y = 0; \quad -S_2^y - S_2^y + R_A^y - S_1^y + R_B^y = 0;$$

$$-6,49 - 6,49 + 20,02 - 7,65 + 0,61 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^E = -6,49 \cdot 0,3 = -1,95 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^A = -6,49 \cdot 0,6 - 6,49 \cdot 0,3 = -5,84 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^F = R_B^y \cdot 0,9 = 0,61 \cdot 0,9 = 0,55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Определяем изгибающие нагрузки в горизонтальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^z = S_1 \cdot \cos\alpha_1 = 7,92 \cdot \cos 75^\circ = 2,05 \text{ кН};$$

$$S_2^z = S_2 \cdot \cos\alpha_2 = 6,6 \cdot \cos 80^\circ = 1,15 \text{ кН}.$$

$$\sum M_A = 0;$$

$$S_2^z \cdot 0,6 - S_1^z \cdot 0,9 + R_B^z \cdot 1,8 - S_2^z \cdot 0,3 = 0;$$

$$R_B^z = 1,6 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-S_2^z \cdot 2,4 - S_2^z \cdot 2,1 + R_A^z \cdot 1,8 + S_1^z \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^z = 1,85 \text{ кН}.$$

$$\sum Z = 0; \quad S_2^z + S_2^z - R_A^z - S_1^z + R_B^z = 0;$$

$$1,15 + 1,15 - 1,85 - 2,05 + 1,6 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в горизонтальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^{E} = 1{,}15 \cdot 0{,}3 = 0{,}45 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{A} = 1{,}15 \cdot 0{,}6 + 1{,}15 \cdot 0{,}3 = 1{,}04 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{F} = 1{,}6 \cdot 0{,}9 = 1{,}44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Строим эпюру суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\text{и}}^{E} = \sqrt{1{,}95^2 + 0{,}45^2} = 1{,}96 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{A} = \sqrt{5{,}84^2 + 1{,}04^2} = 5{,}93 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_{\text{и}}^{F} = \sqrt{0{,}55^2 + 1{,}44^2} = 0{,}92 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

8. Опасным сечением будет сечение A:

$$M_{\text{и}}^{A} = 5{,}93 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad T = 1{,}32 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Расчетный момент для сечения A:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{5{,}93^2 + 1{,}32^2} = 6{,}08 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

9. Определяем диаметр сечения вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6{,}08 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 70}} = 0{,}096 \text{ м} = 96 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала $d = 100$ мм.

6.6. Задания для расчета на изгиб с кручением

Трансмиссионный вал делает n оборотов в минуту при мощности N. На шкив с диаметром D_1 с углом наклона ремней ветвей ремня к горизонту α_1 передается мощность N кВт от электродвигателя. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы α_2 наклона ветвей ремня к горизонту, и каждый из них передает мощность $0{,}5N$ на станки. Для заданной расчетной схемы и данных размеров и нагрузок требуется:

1) определить окружные моменты, приложенные к шкивам, по заданным величинам N и n;

2) построить эпюру крутящих моментов T;

3) определить окружные усилия, действующие на шкивы;

4) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкива и вала не учитывать);

5) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_{\text{гор}}$ и от вертикальных сил $M_{\text{верт}}$;

6) построить эпюру суммарных изгибающих моментов;

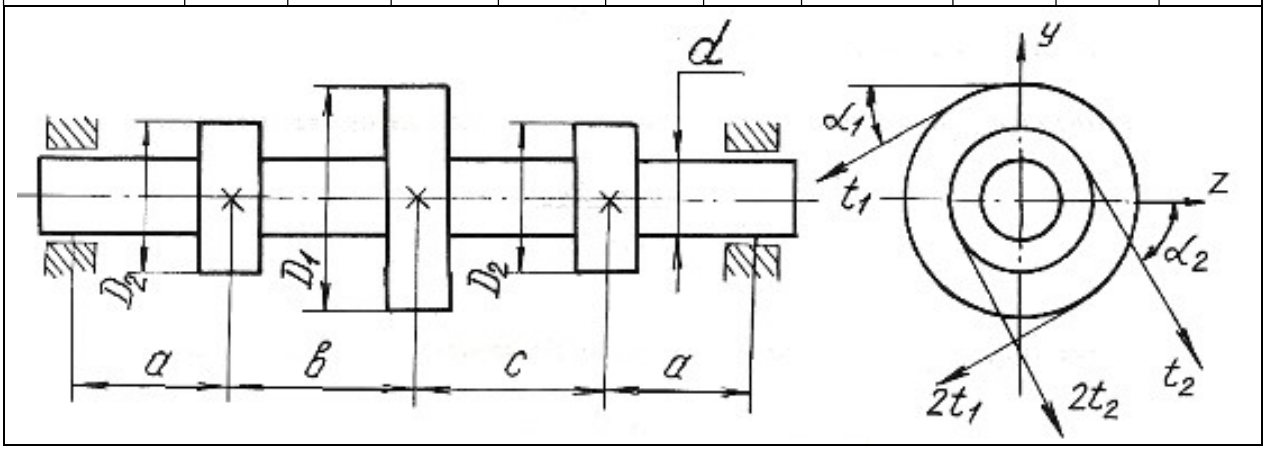
7) найти опасное сечение и определить величину максимально-расчетного момента по третьей теории прочности;

8) подобрать диаметр сечения вала при σ_{adm}=80 МПа.

Данные для расчета и схемы взять из табл. 6.6.

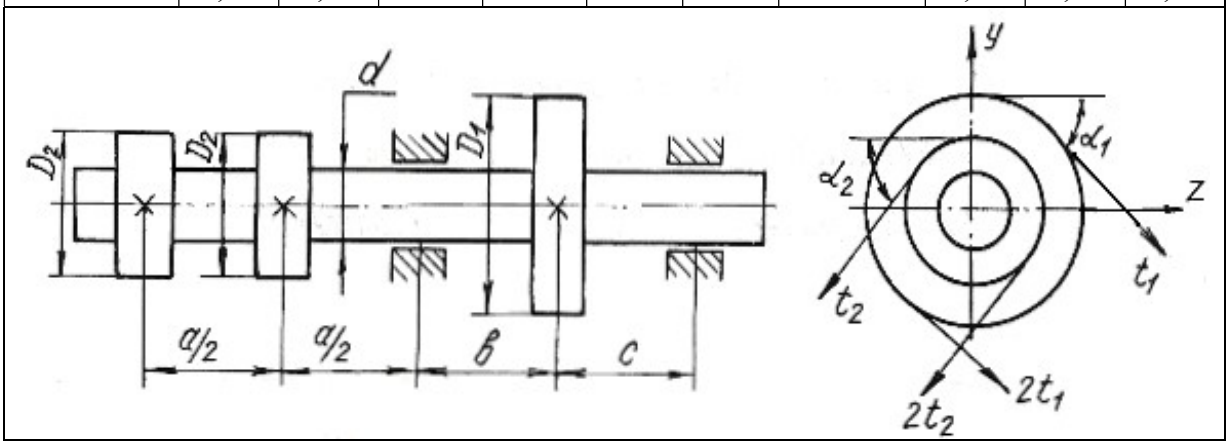
Таблица 6.6

Номер варианта	Числовые значения									
	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
1	1,00	0,30	45	40	30	15	250	0,50	1,00	1,00
2	0,80	0,40	15	10	40	20	200	0,50	1,30	1,20
3	1,00	0,40	30	35	30	15	250	0,40	1,25	2,00
4	1,20	0,50	60	55	50	25	200	0,40	1,00	2,50
5	1,40	0,40	45	45	60	30	300	0,60	1,20	1,80



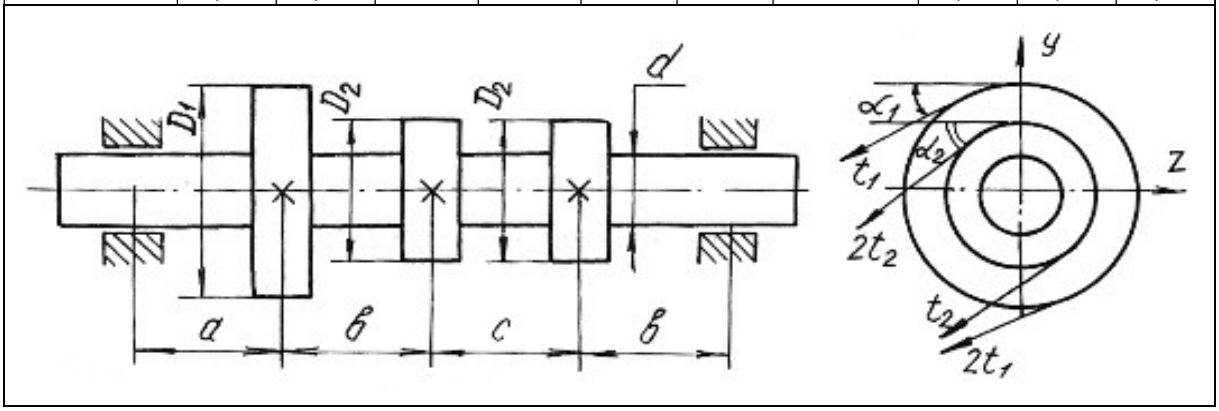
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
6	1,00	0,30	45	40	70	35	400	0,70	1,20	1,30
7	0,90	0,60	55	50	75	38	400	0,50	1,00	1,00
8	1,00	0,70	60	35	80	40	500	0,60	1,00	1,10
9	1,20	0,80	65	30	85	42	550	0,70	1,10	1,20
10	1,20	0,90	70	45	90	45	600	0,70	1,00	1,00



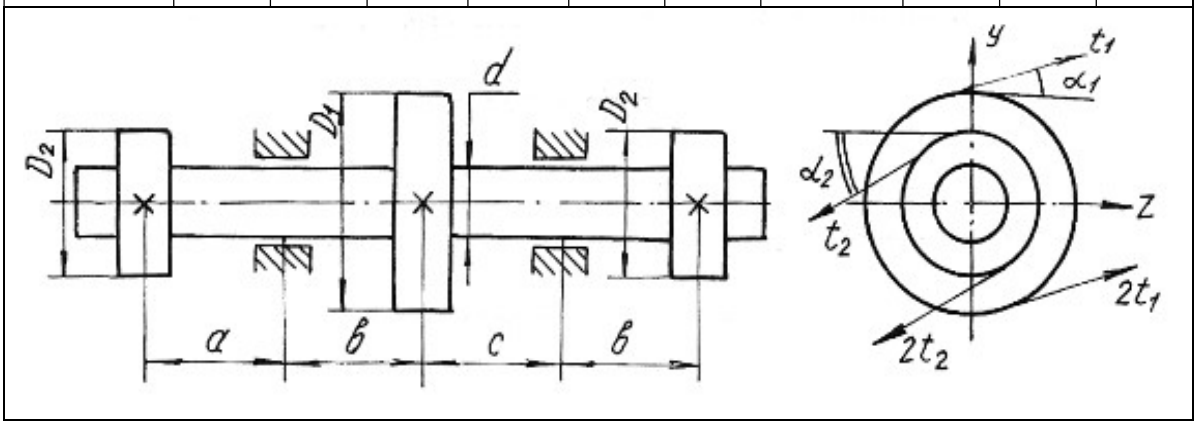
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
11	1,00	0,60	75	80	90	45	650	0,60	0,90	0,90
12	1,20	0,80	80	75	100	50	700	0,50	1,00	1,00
13	1,20	0,70	85	30	110	55	750	0,60	1,10	1,20
14	1,20	0,60	30	85	120	60	800	0,50	1,00	1,00
15	1,00	0,80	35	40	130	65	360	0,60	1,20	1,00



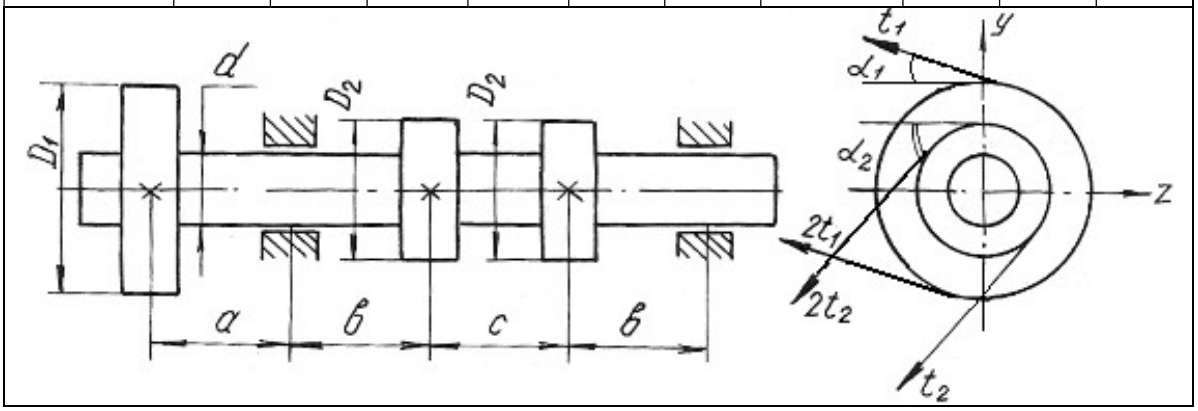
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
16	1,20	0,60	40	35	140	70	400	0,50	1,00	1,00
17	1,40	0,70	45	50	150	75	450	0,50	0,50	1,00
18	1,20	0,60	50	45	160	80	500	0,60	1,00	1,00
19	1,20	0,70	60	65	170	85	550	0,50	0,90	0,90
20	1,00	0,60	65	60	180	90	600	0,60	1,00	0,90



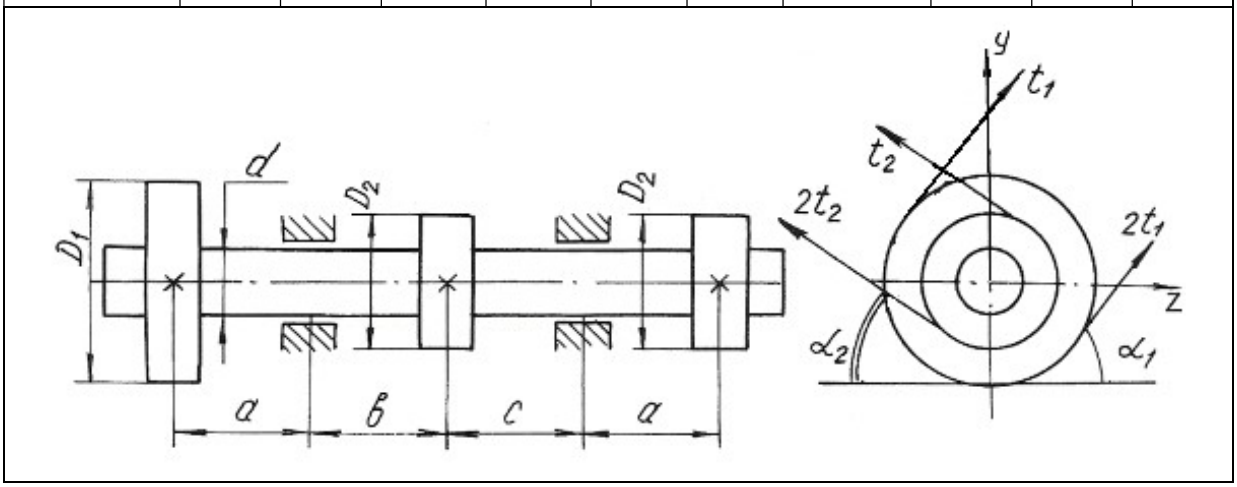
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
21	1,20	0,80	15	25	30	15	250	1,00	0,80	1,20
22	1,00	0,60	25	15	40	20	280	1,20	1,20	1,30
23	0,80	0,50	30	45	50	25	300	1,30	1,30	1,40
24	1,00	0,65	45	60	60	30	450	1,25	1,40	1,50
25	1,20	0,75	60	30	70	35	500	1,40	1,00	1,60



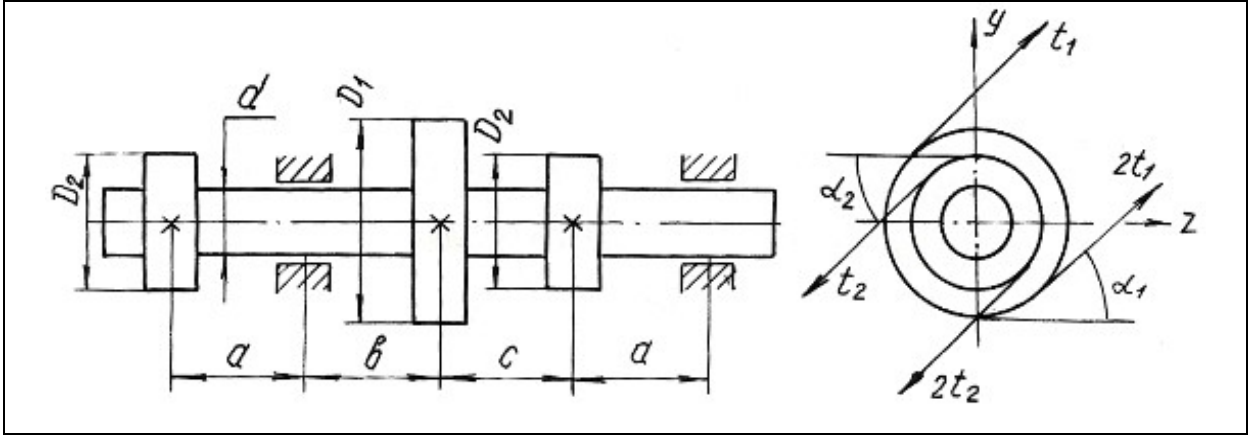
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
26	1,20	0,80	75	15	60	30	500	1,20	1,20	1,40
27	1,00	0,90	30	45	64	32	550	1,00	0,80	1,00
28	0,90	0,80	35	55	70	35	600	0,60	1,00	0,90
29	0,80	0,70	40	50	74	37	650	0,60	0,90	0,80
30	1,10	0,75	55	65	80	40	700	0,80	1,00	0,65



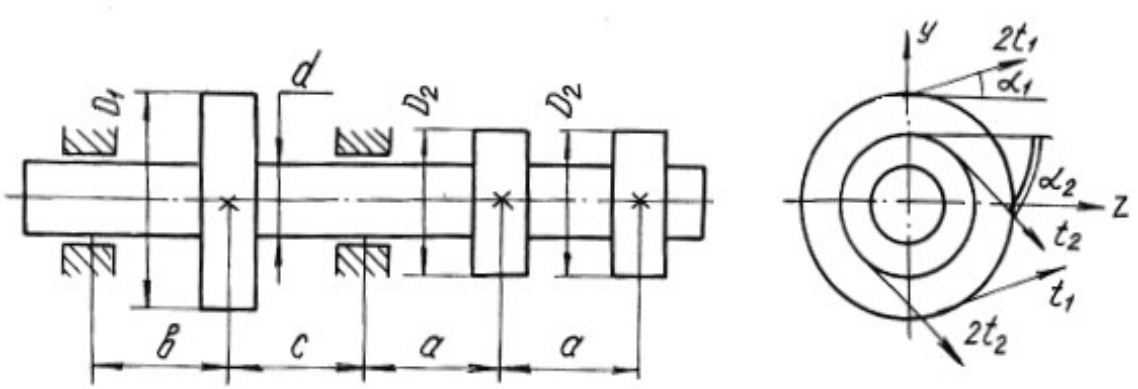
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
31	1,10	0,75	45	45	170	85	500	1,00	0,90	1,10
32	1,20	0,90	60	30	90	45	400	0,90	1,00	0,80
33	0,90	0,70	75	15	95	47	450	0,80	0,90	1,00
34	1,00	0,80	30	45	100	50	500	1,00	1,20	0,90
35	1,20	0,90	25	15	110	55	550	0,90	1,00	1,20



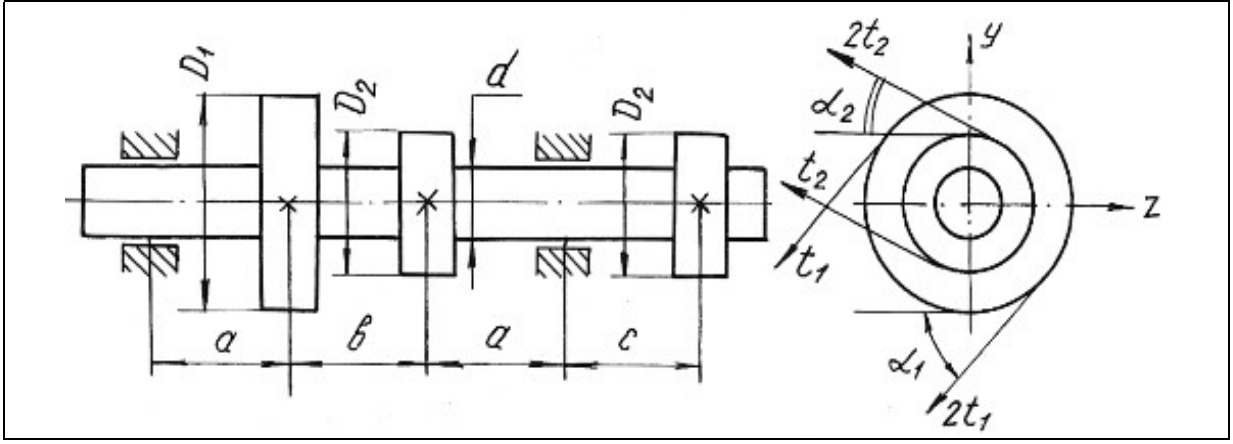
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
36	1,00	0,80	30	20	120	60	600	0,80	1,20	0,90
37	1,20	0,90	35	45	130	65	650	1,00	0,80	0,90
38	1,10	0,80	60	50	140	70	700	0,90	1,00	0,90
39	1,00	0,70	75	15	150	75	300	0,80	1,00	0,70
40	1,00	0,60	60	40	160	80	300	1,00	1,20	1,30



Окончание табл. 6.6

Номер варианта	D_1, м	D_2, м	α_1, град	α_2, град	N_1, кВт	N_2, кВт	n, об/мин	a, м	b, м	c, м
41	1,00	0,40	40	20	40	20	200	0,50	1,00	0,40
42	0,80	0,50	45	25	50	25	250	0,40	1,10	0,50
43	1,00	0,60	50	30	60	30	300	0,60	0,90	0,40
44	1,20	0,80	55	35	70	35	200	0,40	1,00	0,60
45	1,10	0,50	60	40	80	40	350	0,70	1,20	0,70



Глава 7

УСТОЙЧИВОСТЬ ГИБКИХ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Стержни, длина которых относительно невелика по сравнению с их поперечными размерами, рассчитываются на сжатие, исходя из условия прочности:

$$\frac{F}{A} \le \sigma_{\text{adm}}.$$

При этом полагается, что вплоть до разрушения стержень работает на осевое сжатие и продольная ось его остаётся прямолинейной.

Иная картина наблюдается при сжатии стержней, длина которых значительно больше размеров поперечного сечения. В этих случаях прямолинейная продольная ось стержней может искривляться. Искривление происходит в плоскости наименьшей жесткости стержня.

Деформация, которая возникает при сжатии стерня и сопровождается искривлением продольной оси стержня, называется продольным изгибом, а переход прямолинейной формы продольной оси стержня в криволинейную носит название потери устойчивости. Нагрузка, при которой стержень теряет устойчивость, называется критической силой F_{cr}.

Напряжение, возникающее в поперечном сечении стержня от критической силы, называется критическим напряжением σ_{cr}.

Критические напряжения весьма опасны для сжатых стержней, поэтому необходимо проводить расчёты на устойчивость.

Для стержней, закрепленных на одной или двух опорах, величина критической силы может быть определена по формуле Эйлера:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E\, J_{\min}}{(\mu l)^2}, \qquad (7.1)$$

где E − модуль продольной упругости материала; $J_{\min}$ − минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня; l − длина стержня; μ − коэффициент приведенной длины стержня, отражающий способ закрепления концов стержня (рис. 7.1); μl − приведенная длина стержня.

Критические напряжения

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \qquad (7.2)$$

где λ − гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \tag{7.3}$$

где $i_{\min}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}, \tag{7.4}$$

Формула Эйлера применима для стержней с гибкостью более гибкости, предельной для данного материала стержня

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}, \tag{7.5}$$

где σ_{pr} – предел пропорциональности материала стержня (напряжение, при котором сохраняется прямая пропорциональность между σ и ε).

Для расчёта сжатых стержней любой гибкости применяется способ, основанный на применении коэффициентов φ. Этот способ расчёта сжатых стержней на устойчивость сводится к расчёту стержня как бы на простое сжатие, только по заниженному допускаемому напряжению с использованием формулы:

$$\sigma^{\text{у}}_{\text{adm}} = \varphi\, \sigma_{\text{adm}}, \tag{7.6}$$

где $\sigma^{\text{у}}_{\text{adm}}$ – допускаемое напряжение при расчете на устойчивость; φ – коэффициент продольного изгиба (коэффициент понижения основного допускаемого напряжения σ_{adm} на простое сжатие), значения коэффициентов φ для различных материалов приведены в табл. 7.1.

Величина допускаемой нагрузки на устойчивость $F^{\text{у}}_{\text{adm}}$ сжатого стержня соответственно будет равна

$$F^{\text{у}}_{\text{adm}} = \sigma^{\text{у}}_{\text{adm}} A = \varphi \sigma_{\text{adm}} A, \tag{7.7}$$

где A – площадь поперечного сечения сжатого стержня.

Между критической и допускаемой нагрузкой на устойчивость существует следующая связь

$$F_{cr} = K_{\text{у}} F^{\text{у}}_{\text{adm}}, \tag{7.8}$$

где $K_{\text{у}}$ – коэффициент запаса на устойчивость.

Таблица 7.1

Гибкость, λ	Значение коэффициента φ				
	Материал				
	Ст. 4, Ст. 3	Ст. 5	Ст. СПБ	чугун	дерево
0	1	1	1	1	1
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,95	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,8
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,6
80	0,75	0,7	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,2	0,38
100	0,6	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	–	0,25
120	0,45	0,36	0,3	–	0,22
130	0,4	0,33	0,26	–	0,18
140	0,36	0,29	0,23	–	0,16
150	0,32	0,26	0,21	–	0,14
160	0,29	0,24	0,19	–	0,12
170	0,26	0,21	0,17	–	0,11
180	0,23	0,19	0,15	–	0,1
190	0,21	0,17	0,14	–	0,09
200	0,19	0,16	0,13	–	0,08

В зависимости от исходных данных для расчета на устойчивость решение сводится к определению допускаемой нагрузки $F_{\text{adm}}^{\text{у}}$ из условий устойчивости сжатого стержня или к подбору площади поперечного сечения сжатого стержня.

Рассмотрим возможные варианты решения на устойчивость сжатых стержней с помощью коэффициента φ на следующих примерах.

Пример 7.1.

Определить допускаемую нагрузку для стойки, изготовленной из Ст. 3 в виде трубы с наружным диаметром $d_1 = 0{,}04$ м и внутренним $d_2 = 0{,}03$ м, длиной $l = 1$ м. Концы стойки защемлены. Допускаемое напряжение для материала стержня $\sigma_{\text{adm}} = 120$ МПа, предел пропорциональности материала $\sigma_{pr} = 200$ МПа. Коэффициент запаса на устойчивость $K_{\text{у}} = 2$. Модуль продольной упругости материала $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение.

Выявим возможность решения данной задачи с помощью формулы Эйлера. Для этого находим предельную гибкость для данного материала стойки

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}} = \sqrt{\frac{3{,}14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 99{,}5.$$

Для определения действительной гибкости данной стойки находим минимальный момент инерции поперечного сечения

$$J_{\min} = \frac{\pi}{64}(d_1^4 - d_2^4) = \frac{3{,}14}{64}(0{,}04^4 - 0{,}03^4) = 8{,}586 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Площадь сечения

$$A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{3{,}14}{4}(0{,}04^2 - 0{,}03^2) = 5{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{8{,}586 \cdot 10^{-8}}{5{,}5 \cdot 10^{-4}}} = 1{,}25 \cdot 10^{-2} \text{м}.$$

Тогда гибкость стойки при $\mu = 0{,}5$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0{,}5 \cdot 1}{1{,}25 \cdot 10^{-2}} = 40.$$

Сравнивая полученные значения гибкостей, приходим к выводу, что расчет с помощью формулы Эйлера в данном случае не применим, так как $\lambda < \lambda_{\text{кр}}$.

Расчет производим с помощью коэффициента φ. Для данной стальной стойки при $\lambda = 40$ коэффициент $\varphi = 0{,}92$.

Найдем допускаемое напряжение на устойчивость

$$\sigma_{\text{adm}}^{\text{у}} = \varphi\sigma_{\text{adm}} = 0{,}92 \cdot 120 = 110{,}4 \text{ МПа},$$

а допускаемая нагрузка на устойчивость

$$F_{\text{adm}}^{\text{у}} = \sigma_{\text{adm}}^{\text{у}} A = 110{,}4 \cdot 10^6 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-4} = 60{,}72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 60{,}72 \text{ кН}.$$

Критическая нагрузка

$$F_{cr} = K_{\text{у}} F_{\text{adm}}^{\text{у}} = 2 \cdot 60{,}72 = 121{,}44 \text{ кН}.$$

Пример 7.2.

Подобрать двутавровое сечение стойки с одним защемленным, а другим свободным концом. Осевая сжимающая сила $F = 400$ кН, длина стойки $l = 1{,}5$ м. Основное допускаемое напряжение на сжатие $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

Решение.

Решаем задачу методом последовательных приближений. Примем для первого приближения коэффициент $\varphi_1 = 0{,}5$. В этом случае необходимая площадь поперечного сечения стойки:

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту выбираем двутавр № 33 (см. табл. П. 1) с площадью $A_2 = 53{,}8 \cdot 10^{-4}$ м^2 и минимальным радиусом инерции $i_{\min_1} = 2{,}79 \cdot 10^{-2}$ м.

Соответствующая гибкость стойки при коэффициенте $\mu = 2$

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\min_1}} = \frac{2 \cdot 1{,}5}{2{,}79 \cdot 10^{-2}} = 107.$$

С помощью линейной интерполяции находим коэффициент φ_2 между его значениями по табл. 7.1 при $\lambda = 100$ и при $\lambda = 110$. При $\lambda = 100$, $\varphi = 0{,}60$; при $\lambda = 110$, $\varphi = 0{,}52$, следовательно, $\Delta\lambda = 10$, $\Delta\varphi = 0{,}08$:

$$\varphi_2 = \varphi_{\lambda=100} - \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda}\left[(\lambda{=}107) - (\lambda{=}100)\right] = 0{,}544.$$

Следовательно, при $\lambda = 107$ коэффициент $\varphi_2 = 0{,}544$.

Проводим проверку по условию

$$F_{\text{расч}_1} = \varphi_2 A_2 \sigma_{adm} = F \pm 5\ \%,$$

в нашем случае $F_{\text{расч}_1} = 0{,}544 \cdot 53{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 468270$ Н $= 468{,}27$ кН $> F$.

Находим величину расхождения между заданной и расчетной нагрузками

$$\delta = \frac{468{,}27 - 400}{400} 100 = 17\ \% > 5\ \%.$$

Делаем новый расчет (приближение)

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0{,}5 + 0{,}544}{2} = 0{,}522 .$$

Необходимая площадь поперечного сечения

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}522 \cdot 160 \cdot 10^6} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 .$$

По сортаменту проката найденной площади соответствует двутавр № 30а (см. табл. П. 1) площадью сечения $A_4 = 49{,}9 \cdot 10^{-4}$ м^2 и $i_{\min_2} = 2{,}95 \cdot 10^{-2}$ м. Тогда гибкость

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min_2}} = \frac{2 \cdot 1{,}5}{2{,}95 \cdot 10^{-2}} = 101{,}7 \approx 102 .$$

После интерполяции получаем

$$\varphi_4 = 0{,}6 - \frac{0{,}08}{10}(102 - 100) = 0{,}584 .$$

Проводим проверку

$$F_{\text{расч}_2} = 0{,}584 \cdot 49{,}9 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 466265 \text{ Н} = 466{,}265 \text{ кН} > F .$$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет:

$$\delta = \frac{466{,}265 - 400}{400} 100 = 16{,}6 \text{ \%} > 5 \text{ \%} .$$

Проверяем двутавр № 30 площадью сечения $A_5 = 46{,}5 \cdot 10^{-4}$ м^2, $i_{\min_3} = 2{,}69 \cdot 10^{-2}$ м.

Гибкость $\lambda_3 = \frac{2 \cdot 1{,}5}{2{,}69 \cdot 10^{-2}} \approx 112$.

Коэффициент φ_5 находим линейной интерполяцией между значениями $\lambda = 110$ и $\lambda = 120$. Получим $\varphi_5 = 0{,}506$.

Проверка

$F_{\text{расч}_3} = \varphi_5 A_5 \sigma_{adm} = 0{,}506 \cdot 46{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 376500 \text{ Н} = 376{,}5 \text{ кН}.$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет

$$\delta = \frac{400 - 376{,}5}{400} 100 = 5{,}87 \text{ \%} > 5 \text{ \%} .$$

Следовательно, из трех рассмотренных номеров двутавров к практическому применению необходимо принять двутавр № 30а с площадью поперечного сечения $A = 49{,}9 \cdot 10^{-4}$ м^2, так как нагрузка, которую воспринимает двутавр № 30 меньше заданной нагрузки более чем 5 %.

7.1. Задания для расчета стержней на устойчивость

Подобрать поперечное сечение заданного профиля гибкого стержня при действии осевой сжимающей силы. Решение выполнить методом последовательных приближений с помощью коэффициентов φ. Допускаемые напряжения для материалов стержней на сжатие принять: для стали $\sigma_{adm} = 160$ МПа; для чугуна $\sigma_{adm} = 130$ МПа; для дерева $\sigma_{adm} = 10$ МПа.

Данные для расчетов взять из рис. 7.1, табл. 7.2 и П. 1.

Примечания:

1. Для сечения прямоугольного профиля принять соотношение между размерами как $b:h = 1:2$.
2. Для кольцеобразного сечения принять соотношение между внутренним и наружным диаметрами как $d/D = 0{,}85$.

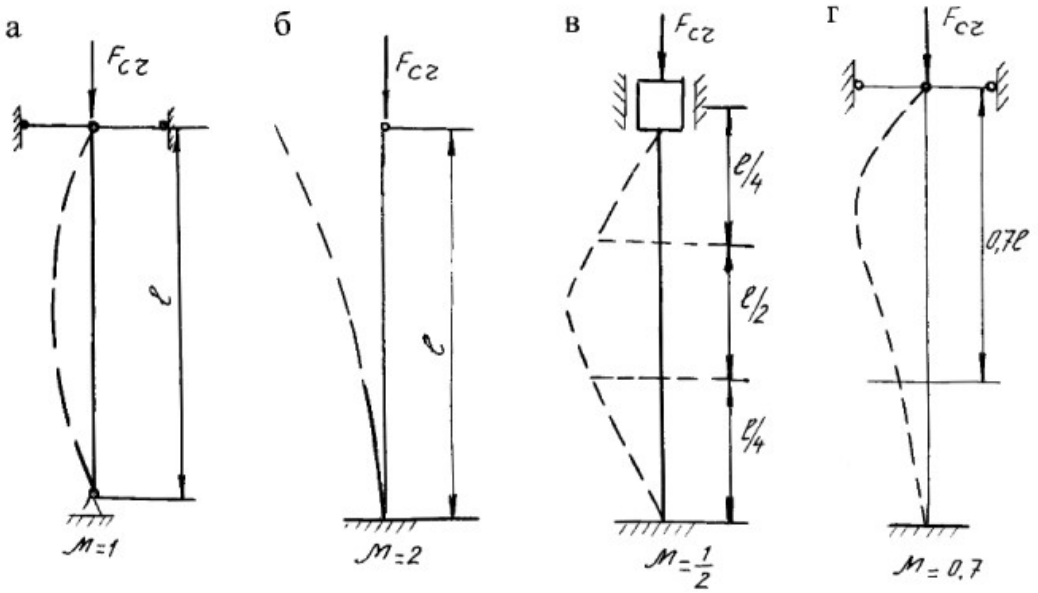
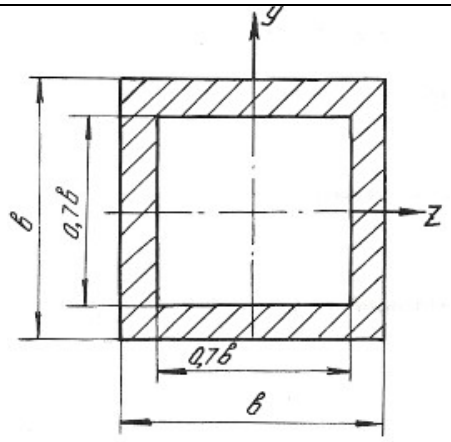
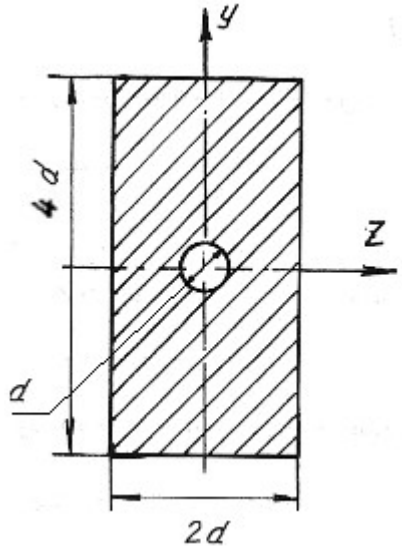
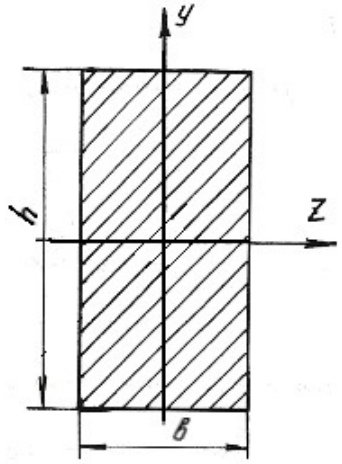
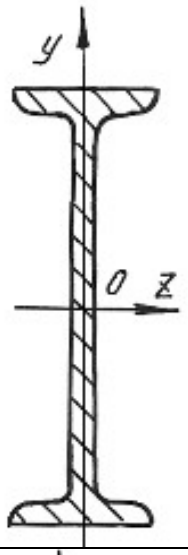
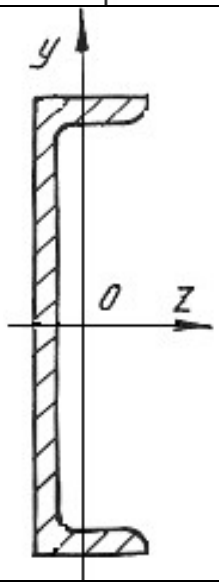


Рис. 7.1.

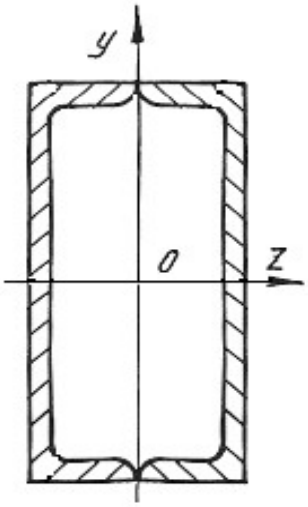
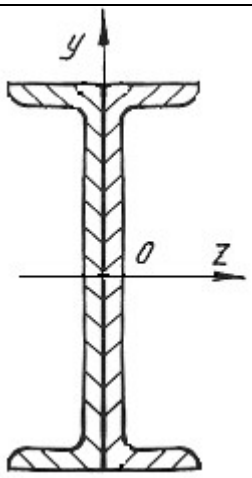
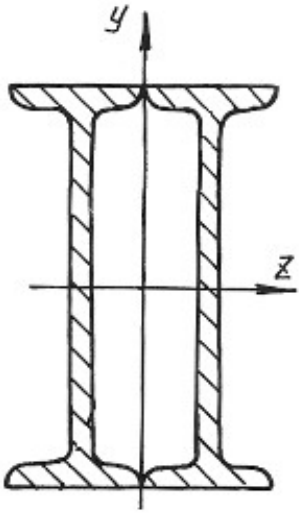
Таблица 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
1		Дерево	а б в г	3 4 4 1,6	90 120 150 60
2		Дерево	а б в г	3,6 5 5 2	140 250 400 180
3		Чугун	а б в г	5,2 4,8 4,5 2,8	600 800 900 700

Продолжение табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
4		Чугун	а б в г	4,6 3,8 4,2 3,2	850 600 700 900
5		Сталь 5	а б в г	3,2 3,6 8 2,4	380 700 800 600
6		Сталь 3	а б в г	3,6 4,5 5 2,2	280 650 450 250

Окончание табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
7		Сталь 3	а б в г	3 4 5,5 4,8	300 400 250 350
8		Сталь 3	а б в г	5,5 6,6 7 3,5	960 500 800 750
9		Сталь 3	а б в г	3 7 6 4	930 740 830 980

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры геологии и защиты
в чрезвычайных ситуациях
(протокол № 1 от 11.09.2025)

Заведующий кафедрой
_____ Л. А. Стороженко

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ И ЗАДАНИЯ

Б1.О.21 ЭКОЛОГИЯ

Направление -

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль -

Мехатроника и робототехника промышленных производств

Автор: Москвина О.А.

Екатеринбург

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Изучение дисциплины «Экология» реализуется в виде контактной работы обучающихся с преподавателями и самостоятельной работы.

Текущий контроль знаний, умений, владений как результат формирования компетенций осуществляется в ходе аудиторных занятий, проводимых по расписанию. Форма такого контроля (оценочные средства) – опрос, рабочая тетрадь, коллоквиум, тест. Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме курсовой работы и зачета.

Контактная работа обучающихся с преподавателями по дисциплине «Экология» осуществляется в форме лекционных и практических (семинарских) занятий, целью которых является оказание помощи студентам в изучении наиболее важных вопросов учебного курса, углубление и закрепление, систематизация соответствующих знаний по предмету.

При изучении дисциплины важную роль играет самостоятельная работа, которая заключается в организации систематического изучения тем курса учебной дисциплины, закреплении и углублении полученных знаний и навыков, подготовке к предстоящим занятиям, а также в формировании культуры умственного труда и самостоятельном поиске новых знаний.

Для успешного изучения дисциплины «Экология» и приобретения компетенций, предусмотренных рабочей программой дисциплины, обучающиеся должны реализовать следующие виды самостоятельной работы: изучение тем курса; подготовка к коллоквиуму (теоретическому опросу); рабочая тетрадь (подготовка к лекции); подготовка и написание курсовой работы (проекта); подготовка к зачету/экзамену (тестирование).

Перечень вопросов, подлежащий изучению, приведен в программе курса.

Литература, предлагаемая для изучения дисциплины, представлена в рабочей программе. Вся рекомендуемая литература подразделяется на основную и дополнительную. К основной относятся источники, необходимые для полного и твердого усвоения учебного материала (учебники и учебные пособия). Необходимость изучения дополнительной литературы диктуется прежде всего тем, что в учебниках зачастую остаются неосвещенными современные проблемы, а также не находят отражение изменения в законодательстве и тенденции практики. Поэтому дополнительная литература рекомендуется для более углубленного изучения программного материала.

Во время изучения литературы необходимо конспектировать и делать записи прочитанного. Такие записи способствуют лучшему осмыслению и усвоению, выработке навыков кратко и точно излагать материал.

Теоретические знания, полученные в ходе изучения основной и дополнительной литературы, участие в практических занятиях (семинарских) позволяют студентам формировать всю полноту и объективность знаний.

Для самопроверки и самоконтроля студентам предлагается пройти тест, ответы на который после изучения отдельных тем курса и курса в целом, позволят студенту проверить полученные знания.

При постоянном, последовательном изучении всех тем дисциплины, активной контактной работе обучающихся с преподавателями и самостоятельной работе, студенту удается полностью освоить изучаемый предмет.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОТДЕЛЬНЫМ ВИДАМ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа студента при освоении дисциплины «Экология» состоит из следующих видов работ:

- изучение тем курса;
- подготовка к коллоквиуму (теоретическому опросу);
- рабочая тетрадь (подготовка к лекции);
- подготовка и написание курсовой работы (проекта);
- подготовка к зачету/экзамену (тестирование).

Самостоятельное изучение тем курса предполагает чтение основной и дополнительной литературы по соответствующей теме, работу с Интернет-ресурсами, конспектирование изученного материала.

Подготовка к коллоквиуму заключается в изучении нормативных правовых актов, соответствующей учебной основной и дополнительной литературы по теме, записей по рекомендованным источникам.

Рабочая тетрадь – дидактический комплекс, предназначенный для самостоятельной работы обучающегося и позволяющий оценивать уровень усвоения им учебного материала.

Тестирование позволяет провести проверку знаний отдельных тем курса и всей дисциплины в целом.

Подготовка к зачету предполагает повторное прочтение всего пройденного материала, запоминание основных терминов и определений, разбор смысла и содержания основных понятий, подготовку (запись) вопросов, которые остались неясными, непонятными.

Конкретные виды заданий по дисциплине «Экология» указаны далее.

Раздел 1. История возникновения и развития экологии, какестественнонаучной дисциплины.

Цель: накопление, систематизация и закрепление знаний по теме, приобретение навыков работы с литературой.

Задания

Самостоятельное изучение тем курса:

- Основы геоэкологии: учебник /Г. Н. Голубев. – 2-е изд., стер. – Москва: Кнорус, 2015.;
- Карпенков С.Х. Экология [Электронный ресурс]: учебник/ Карпенков С.Х. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 400 c. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21892.html . – ЭБС «IPRbooks»

Вопросы для проведения опроса:

1. Определение «экологии» как науки.
2. Предмет, цель и задачи дисциплины.
3. Периоды развития науки.
4. Исходные теоретические концепции экологии.
5. Классификация и структура экологических дисциплин.
6. Связь экологии с другими дисциплинами.
7. Методы исследования в экологии.

Раздел 2. Адаптация живых организмов к экологическим факторам среды обитания.

Цель: накопление, систематизация и закрепление знаний по теме, приобретение навыков работы с литературой.

Задания

Самостоятельное изучение тем курса:

- Основы геоэкологии: учебник /Г. Н. Голубев. – 2-е изд., стер. – Москва: Кнорус, 2015.;
- Карпенков С.Х. Экология [Электронный ресурс]: учебник/ Карпенков С.Х. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 400 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21892.html . – ЭБС «IPRbooks»

Вопросы для проведения опроса:

Тема 2.1. Экологические факторы среды обитания, общие закономерности их воздействия на живые организмы.

1. Понятия «среда обитания» и «условия существования».
2. Экологические факторы среды.
3. Лимитирующие факторы.
4. Закономерности действия экологических факторов на организмы.
5. Закон минимума.
6. Закон толерантности.
7. Биотические факторы среды.
8. Абиотические факторы.
9. Антропогенные факторы.
10. Взаимодействие факторов среды.

Тема 2.2. Основные механизмы адаптации живых организмов к экологическим факторам среды обитания.

1. Приспособление организмов к неблагоприятным условиям среды
2. Наземно-воздушная среда жизни и ее особенности. Адаптации организмов к обитанию в наземно-воздушной среде
3. Водная среда жизни. Адаптации организмов к водной среде
4. Почвенная среда жизни. Почвенные организмы.
5. Живой организм как особая среда обитания. Средообразующая роль живых организмов.

Задания для тестирования:

*Инструкция***.** Внимательно прочитайте вопрос и варианты ответов. Из предложенных ответов правильными могут быть несколько или один.

На листе бумаги напишите тему, выпишите вопрос и правильный ответ.

.

Тема № 2

1. Как называют эволюционно возникшее приспособление организмов, органов и их функций к условиям среды?

а) экологический фактор;
б) адаптация;
в) среда обитания;
г) экологическая ниша.

2. Воздействия, вызывающие морфологические и анатомические изменения организмов, называются …

а) ограничивающими;
б) модификационными;
в) сигнальными;

г) раздражительными.

3. Изменения в строении организма в результате приспособления к среде обитания − это …
а) морфологические адаптации;
б) физиологические адаптации;
в) этологические адаптации;
г) морфометрические адаптации.

4. Экологическая толерантность организма – это …
а) зона угнетения;
б) оптимум;
в) субоптимальная зона;
г) зона между верхним и нижним пределами выносливости.

5. Экологический фактор, количественное значение которого выходит за пределы выносливости вида, называется …
а) лимитирующим;
б) основным;
в) фоновым;
г) витальным.

6. Как называется механизм терморегуляции, осуществляемой за счет изменения интенсивности обмена веществ?
а) химическая терморегуляция;
б) физическая терморегуляция;
в) этологическая терморегуляция.

7. Ритмы в организме, возникающие как реакция на периодические изменения среды (смену дня и ночи, сезонов, солнечной активности и т.п.), называются:
а) экзогенными;
б) эндогенными;
в) циркадными (околосуточными);
г) цирканными (окологодичными).

8. Реакции организмов на смену дня и ночи, проявляющиеся в колебаниях интенсивности физиологических процессов, называют …
а) фотопериодизмом;
в) цирканными ритмами;
г) анабиозом.

9. К абиотическим факторам окружающей среды относятся:
а) рельеф, климат, температура, свет, влажность, соленость воды;
б) растительный опад, минеральный состав почвы, влажность;
в) соленость воды, отмершие части водных растений и останки животных, свет;
г) газовый состав атмосферы, загрязнение почвы, воздуха и воды.

10. Изменение поведения организма в ответ на изменения факторов среды называется …
а) мимикрией;
б) физиологической адаптацией;
в) морфологической адаптацией;
г) этологической адаптацией.

Тема № 2

1. Как называются компоненты неживой природы, которые воздействуют на организмы?
а) абиотические факторы;
б) биотические факторы;

в) антропогенные факторы;
г) небиотические факторы.

2. Какой из перечисленных ниже факторов относится к биотическим?
а) антропогенный;
б) эдафический;
в) орографический;
г) комменсализм.

3. Виды организмов с широкой зоной валентности называются …
а) стенобионтными;
б) эврибионтными;
в) пластичными;
г) устойчивыми.

4. Для характеристики организмов, способных выдерживать незначительные колебания какого-либо экологического фактора, используют приставку:
а) ксеро-;
б) мезо-;
в) стено-;
г) эври-.

5. Растения, которые могут произрастать только в условиях хорошего освещения, называются
а) факультативными гелиофитами;
б) сциофитами;
в) гелиофитами;
г) умброфиты.

6. Организмы с непостоянной внутренней температурой тела, меняющейся в зависимости от температуры внешней среды, называются …
а) пойкилотермными;
б) гомойотермными;
в) гетеротермными;
г) нет правильного ответа.

7. Растения влажных местообитаний, целиком или большей своей частью погруженные в воду, называются …
а) ксерофиты;
б) гидрофиты;
в) гидатофиты;
г) мезофиты.

8. Растения, которые произрастают на слабокислых почвах, называются …
а) нейтрофилами;
б) ацидофилами;
в) базифилами;
г) индифферентными видами.

9. Растения, довольствующиеся малым содержанием зольных элементов в почве, называются
а) мезотрофами;
б) эвтрофами;
в) олиготрофами.

10. Как называются растения, почки возобновления которых находятся высоко над поверхностью земли (деревья и кустарники) по классификации К.Раункиера?
а) криптофитами;
б) хамефитами;
в) терофитами;

г) фанерофитами.

Раздел 3. Популяции видов растений и животных.

Цель: накопление, систематизация и закрепление знаний по теме, приобретение навыков работы с литературой.

Задания

Самостоятельное изучение тем курса:

- Основы геоэкологии: учебник /Г. Н. Голубев. – 2-е изд., стер. – Москва: Кнорус, 2015.;
- Карпенков С.Х. Экология [Электронный ресурс]: учебник/ Карпенков С.Х. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 400 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21892.html . – ЭБС «IPRbooks»

Вопросы для проведения опроса:

Тема 3.1. Популяция как элемент экосистемы.

1. Популяция как форма существования вида.
2. Общие характеристики популяций.
3. Типы популяций и их характеристики.

Тема 3.2. Биологическая структура популяций.

1. Общие признаки, формирующие структуру популяции.
2. Статические характеристики популяции.
3. Возрастная и половая структура популяции.
4. Пространственная и этологическая структура популяции.
5. Динамические характеристики популяции

Тема 3.3. Динамика изменения численности популяции. Гомеостаз популяции.

1. Основные популяционно-динамические процессы.
2. Динамика численности популяции.
3. Гомеостаз популяции.

Задания для тестирования:

*Инструкция***.** Внимательно прочитайте вопрос и варианты ответов. Из предложенных ответов правильными могут быть несколько или один.

На листе бумаги напишите тему, выпишите вопрос и правильный ответ.

.

Тема № 3

1. Совокупность способных к самовоспроизводству особей одного вида, которая длительно существует в определенной части ареала относительно обособлено от других совокупностей того же вида, называется …

а) популяцией;
б) сообществом;
в) содружеством;
г) группой.

2. Совокупность групп пространственно смежных экологических популяций называется …

а) элементарной популяцией;
б) локальной популяцией;
в) географической популяцией.

3. Как называются популяции, которые образованы особями с чередованием полового и бесполого размножения?

а) клонально-панмиктическая популяция;
б) клональная популяция;
в) панмиктическая популяция.

4. Гены организма (генотип) отвечают за синтез…

а) белков;
б) углеводов;
в) липидов.

5. Как называется источник возникновения новых аллелей при изменении генетической структуры популяции?

а) мутация;
б) миграция;
в) дрейф генов;
г) неслучайное скрещивание.

6. Какое значение имеет биотический потенциал (r) при увеличении численности популяции?

а) r = 0;
б) r > 0;
в) r < 0.

7. Какую характерную особенность имеют виды − «оппортунисты» (r −стратеги), по сравнению с равновесными видами (К − стратеги)?

а) расселяются медленно;
б) быстро размножаются;
в) крупные размеры особей;
г) большая продолжительность жизни особи.

8. Самоподдержание и саморегулирование определенной численности (плотности) популяции называется …

а) гомеостазом;
б) эмерджентностью;
в) элиминированием;
г) эмиссией.

9. Рост популяции, численность которой увеличивается лавинообразно, называют …

а) изменчивым;
б) логистическим;
в) экспоненциальным;
г) стабильным.

10. Возрастной структурой популяции называется …

а) количественное соотношение женских и мужских особей;
б) количество старых особей;
в) количество новорожденных особей;
г) количественное соотношение различных возрастных групп.

Тема № 3

1. Как называются виды растений и животных, представители которых встречаются на большей части обитаемых областей Земли?

а) убиквистами;
б) космополитами;
в) эндемиками.

2. Временное объединение животных, облегчающее выполнение какой-либо функции, называется

…

а) стадо;
б) колония;
в) семейный образ жизни;
г) стая.

3. Какая форма кривой выживания характерна для млекопитающих?
а) выпуклая;
б) прямая;
в) вогнутая.

4. Кривая выживания для мужчин в России по сравнению с кривой выживания для женщин имеет вид:
а) менее выпуклый;
б) более выпуклый;
в) кривые не имеют различий.

5. Искусственное расселение вида в новый район распространения – это …
а) реакклиматизация;
б) интродукция;
в) акклиматизация;
г) миграция.

6. Кривая выживания характеризует:
а) диапазон значений экологического фактора, за пределами которого становится невозможной нормальная жизнедеятельность особи;
б) число выживших особей во времени;
в) зависимость степени благоприятности экологического фактора от его интенсивности;
г) скорость, с которой живые организмы производят полезную химическую энергию.

7. Для популяции нехарактерны следующие свойства:
а) структурированность
б) интегрированность составных частей (целостность)
в) авторегуляция
г) вычленение морфологически отличающихся частей, в ее строении

8. Популяция может увеличивать свою численность экспоненциально (то есть численность популяции увеличивается с возрастающей скоростью):
а) когда ограничена только пища
б) при освоении новых мест обитания
в) только в случае отсутствия хищников
г) только в лабораторных условиях

9. Заяц-беляк и заяц-русак, обитающие в одном лесу, составляют:
а) одну популяцию одного вида
б) две популяции одного вида
в) две популяции двух видов
г) одну популяцию двух видов
д) две группировки в популяции

10. Число особей вида на единицу площади или на единицу объема жизненного пространства показывает:
а) видовое разнообразие
б) плодовитость
в) плотность популяции
г) обилие популяции

Раздел 4. Популяции видов растений и животных.

Цель: накопление, систематизация и закрепление знаний по теме, приобретение навыков работы с литературой.

Задания

Самостоятельное изучение тем курса:

- Основы геоэкологии: учебник /Г. Н. Голубев. – 2-е изд., стер. – Москва: Кнорус, 2015.;
- Карпенков С.Х. Экология [Электронный ресурс]: учебник/ Карпенков С.Х. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 400 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21892.html . – ЭБС «IPRbooks»

Вопросы для проведения опроса:

Тема 4.1. Биоценозы как природные системы надорганизменного уровня жизни.

1. Понятие «биоценоз».
2. Таксономический состав биоценозов.
3. Видовая структура биоценозов.
4. Пространственная структура биоценозов.

Тема 4.2. Отношения организмов в биоценозах.

1. Понятия «продуценты», «консументы», «редуценты».
2. Трофическая структура биоценозов.

Тема 4.3. Экологическая ниша в биоценозе. Динамика и стабильность биоценозов.

1. Экологическая ниша в биоценозе. Ниша фундаментальная и реализованная.
2. Влияние конкуренции на ширину экологической ниши. Прерывание ниш.
3. Ниши общие и специализированные.
4. Динамика и стабильность биоценозов, их способность к саморегуляции.

Тема № 4

1. Как называют совокупность популяций разных живых организмов (растений, животных и микроорганизмов) обитающих на определенной территории?
а) биоценоз;
б) фитоценоз;
в) зооценоз;
г) микробоценоз.

2. Увеличение видового разнообразия в экотоне называется …
а) краевым эффектом;
б) α − разнообразием;
в) β − разнообразием.

3. Ярусность и мозаичность распределения организмов разных видов − это…
а) экологическая структура;
б) пространственная структура;
в) видовая структура.

4. Структурная единица биоценоза, объединяющая автотрофные и гетеротрофные организмы на основе пространственных (топических) и пищевых (трофических) связей вокруг центрального члена (ядра) называется …
а) синузией;
б) консорцией;
в) парцеллой.

5. Условия внешней и внутренней среды, разрешающие осуществляться некоторым эволюционным факторам и событиям, называются …
а) гиперпространственной нишей;
б) местообитанием;
в) экологической лицензией;
г) экологической нишей.

6. Экологическая диверсификация − это разделение экологических ниш в результате …
а) дивергенции;
б) внутривидовой конкуренции;
в) межвидовой конкуренции;
г) интерференции.

7. Изменение условий обитания одного вида, вызванные жизнедеятельностью другого вида проявляются в ... связях.
а) форических;
б) трофических;
в) топических;
г) фабрических.

8. Среди перечисленных экосистем естественными биоценозами являются:
а) лес;
б) поле кормовых трав;
в) плантация;
г) парк.

9. Саморегуляция в биоценозе направлена на
а) уменьшение видового разнообразия
б) возвращения к норме
в) увеличение видового состава
г) верны все ответы

10. При формировании ярусности в лесном сообществе лимитирующим фактором является …
а) свет;
б) температура;
в) вода;
г) почва.

Тема № 4

1. Как называется взаимодействие между видами, которое полезно для обеих популяций, но не является облигатным?
а) аменсализм;
б) нейтрализм;
в) мутуализм;
г) протокооперация.

2. Пример целенаправленно созданного человеком сообщества – это …
а) биосфера;
б) биоценоз;
в) геобиоценоз;
г) агроценоз.

3. Примером биогеоценоза может служить:
а) аквариум с живущими в нем рыбами;
б) большой по площади участок леса
в) засохшее дерево;
г) космический корабль;

4. Типичной структурой биоценоза является структура, состоящая из
а) консументов и редуцентов
б) продуцентов и консументов
в) продуцентов, консументов и редуцентов
г) возможны разные варианты

5. Агроценоз отличается от естественного биогеоценоза
а) меньшим количеством популяций
б) необходимостью дополнительных затрат энергии
в) преобладанием искусственного отбора
г) верны все ответы

6. Взаимодействие растений и клубеньковых бактерий является примером
а) паразитизма
б) симбиоза
в) конкуренции
г) комменсализма

7. Наибольшую биомассу в биоценозе луга имеют:
а) зеленые растения
б) травоядные животные
в) плотоядные животные

г) бактерии гниения

8. Выделите тезис, с которым вы не согласны. Пищевые отношения в природе типа "хищник-жертва"
а) поддерживают целостность экологической системы
б) создают условия для круговорота веществ
в) помогают выработать приспособления к выживанию
г) регулируют численность обоих видов

9. К наиболее ярким проявлениям эвтрофикации водоемов не относится …
а) попадание в водоемы нефти;
б) увеличение концентрации биогенных элементов;
в) процессы вторичного загрязнения воды;
г) летнее цветение воды.

10. Для животных ресурсом не является:
а) вода
б) органические вещества
в) солнечная энергия
г) используются все эти ресурсы

Раздел 5. Экосистемы.

Цель: накопление, систематизация и закрепление знаний по теме, приобретение навыков работы с литературой.

Задания

Самостоятельное изучение тем курса:

– Основы геоэкологии: учебник /Г. Н. Голубев. – 2-е изд., стер. – Москва: Кнорус, 2015.;

– Карпенков С.Х. Экология [Электронный ресурс]: учебник/ Карпенков С.Х. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 400 c. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21892.html . – ЭБС «IPRbooks»

Вопросы для проведения опроса:

Тема 5.1. Составные компоненты экосистемы и основные факторы, обеспечивающие её существование.

1. Понятие «экосистема»
2. Основные характеристики экосистем.
3. Классификация экосистем.
4. Правила полноты составляющих.

Тема 5.2. Основные этапы использования вещества и энергии в экосистемах.

1. Пищевые цепи, пищевые сети.
2. Трофические уровни.
3. Экологические пирамиды.
4. Биологическая продуктивность экосистем.

Тема 5.3. Динамика развития экосистем.

1. Динамика экосистем.
2. Экологическая сукцессия.
3. Искусственные экосистемы.

Раздел 6. Биосфера Земли.

Цель: накопление, систематизация и закрепление знаний по теме, приобретение навыков работы с литературой.

Задания

Самостоятельное изучение тем курса:

- Основы геоэкологии: учебник /Г. Н. Голубев. – 2-е изд., стер. – Москва: Кнорус, 2015.;
- Карпенков С.Х. Экология [Электронный ресурс]: учебник/ Карпенков С.Х. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 400 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21892.html . – ЭБС «IPRbooks»

Вопросы для проведения опроса:

1. Общее представление о биосфере.
2. Границы биосферы.
3. Характеристика и функции живого вещества.
4. Принципы, положенные в основу учения о биосфере.
5. Понятие о биологическом круговороте.
6. Круговорот азота, кислорода, углерода.
7. Эволюция и охрана биосферы.

Раздел 7. Биосфера Земли.

Цель: накопление, систематизация и закрепление знаний по теме, приобретение навыков работы с литературой.

Задания

Самостоятельное изучение тем курса:

- Основы геоэкологии: учебник /Г. Н. Голубев. – 2-е изд., стер. – Москва: Кнорус, 2015.;
- Карпенков С.Х. Экология [Электронный ресурс]: учебник/ Карпенков С.Х. – Электрон. текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 400 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21892.html . – ЭБС «IPRbooks»

Вопросы для проведения опроса:

Тема 7.1. Экологические проблемы обеспечения человечества энергией.

1. Энергетика. Современные проблемы
2. Основы энергосбережения

Тема 7.2. Экологические основы рационального использования минеральных и биологических ресурсов.

1. Понятие о природных ресурсах. Классификация природных ресурсов.
2. Минеральные ресурсы и их использование.
3. Биоресурсы, их компоненты, роль и охрана биоресурсов.
4. Понятие о биоразнообразии, его сохранение и использование.

Тема 7.3. Пищевые ресурсы человечества.

1. Роль питания в состоянии здоровья и работоспособности человека.
2. Извлечение и получение пищевых ресурсов
3. Проблемы питания и производства сельхозпродукции

Вопросы для коллоквиума:

1. Природные ресурсы и их классификация: биологические, минеральные, энергетические. Проблема истощения природных ресурсов.
2. Основные направления природопользования. Понятия о нерациональном и рациональном природопользовании. Основные задачи и принципы рационального природопользования.
3. Энергетика. Современные проблемы. Основы энергосбережения.
4. Минеральные ресурсы и их использование и воспроизводство.
5. Биоресурсы, их компоненты, роль и охрана биоресурсов.
6. Пищевые ресурсы человечества. Извлечение и получение. Проблемы питания и производства сельхозпродукции.

ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДСТАВЛЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Оформление самостоятельной работы студента должно отвечать общим требованиям, установленным в университете Положением о требованиях к оформлению рефератов, отчетов по практике, контрольных, курсовых, дипломных работ и магистерских диссертаций.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры экономики и менеджмента
(протокол № 1 от 05.09.2025
Заведующий кафедрой
_____ Л. А. Мочалова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.22 ЭКОНОМИКА И УПРАВЛЕНИЕ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОИЗВОДСТВОМ

Направление -

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль -

Мехатроника и робототехника промышленных производств

Автор: Соколова О.Г., к.э.н.

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……3

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ……..…….6

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ…….8

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ……..…10

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ……14

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ……16

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……..….21

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении – это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны - это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа - лекционные, практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – дополнение лекционных материалов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к решению кейс-задач, выполнение курсовых работ и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Экономика и управление машиностроительным производством*» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче *экзамена*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Экономика и управление машиностроительным производством*» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. ответы на вопросы для самопроверки, подготовка к выполнению практико-ориентированных заданий);
- подготовка домашнего письменного задания (практико-ориентированного задания);
- подготовка контрольной работы (реферата);
- подготовка к экзамену.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Тема 1. Предприятие как форма организации производства. Организационные формы машиностроительных предприятий

Приведите известную Вам классификацию предприятий.

Какие категории машиностроительных предприятий Вы знаете?

Перечислите основные показатели работы организаций добывающих производств России.

Тема 2. Основные фонды машиностроительных предприятий

Приведите классификацию основных фондов.

Какие виды оценки основных фондов Вы знаете?

Охарактеризуйте методы расчета амортизационных отчислений для различных групп машиностроительных предприятий.

Охарактеризуйте показатели оценки использования основных фондов.

Тема 3. Оборотные средства предприятия

Поясните экономическое содержание оборотных средств.

Опишите известные Вам методы расчета нормативов.

Перечислите показатели эффективности использования оборотных средств.

Как можно ускорить оборачиваемость оборотных средств?

Тема 4. Трудовые ресурсы машиностроительной промышленности. Оплата труда работников машиностроительных предприятий

Приведите классификацию кадров машиностроительной промышленности.

В чем отличие явочного и списочного состава работников?

Как рассчитывается производительность труда?

Охарактеризуйте основные формы и системы оплаты труда машиностроительного предприятия.

Тема 5. Себестоимость продукции машиностроительного предприятия

Перечислите виды себестоимости.

Перечислите известные Вам статьи затрат.

В чем особенность формирования затрат в машиностроительных отраслях?

Тема 6. Прибыль предприятия

Охарактеризуйте различные виды прибыли.

Охарактеризуйте особенности налогообложения прибыли.

Опишите порядок расчета чистой прибыли.

Как осуществляется распределение прибыли?

Тема 7. Инвестиционная деятельность машиностроительного предприятия

Охарактеризуйте различные виды инвестиций.

Охарактеризуйте составляющие инвестиционного проекта.

Как определяется эффективность инвестиционных проектов?

Перечислите показатели оценки коммерческой эффективности инвестиционных проектов.

Тема 8. Основные положения, понятия, определения в менеджменте машиностроительного предприятия

В чем отличие менеджмента и управления?

Охарактеризуйте управление как процесс.

В чем заключаются особенности управления машиностроительным предприятием?

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Предприятие как форма организации производства. Организационные формы машиностроительных предприятий

Предприятие
Машиностроительное предприятие
Объединение предприятий

Тема 2. Основные фонды машиностроительных предприятий

Основные фонды предприятия
Баланс движения основных фондов
Износ основных фондов
Амортизация основных фондов

Тема 3. Оборотные средства предприятия

Оборотные средства
Нормирование оборотных средств
Норматив
Оборачиваемость оборотных средств

Тема 4. Трудовые ресурсы машиностроительной промышленности. Оплата труда работников машиностроительных предприятий

Кадры предприятия
Явочный состав работников
Списочный состав работников
Производительность труда
Выработка
Трудоемкость
Заработная плата
Система оплаты труда

Тема 5. Себестоимость продукции машиностроительного предприятия

Себестоимость продукции (работ, услуг)
Калькуляция
Расходы на подготовительные работы
Расходы на добычу руды.
Расчет затрат на переработку руды
Прибыль (убыток) от реализации продукции

Тема 6. Прибыль предприятия

Прибыль
Экономическая прибыль
Порядок расчета чистой прибыли

Рентабельность производства
Рентабельность продукции
Рентабельность активов
Рентабельность продаж

Тема 7. Инвестиционная деятельность машиностроительного предприятия

Инвестиции
Инвестиции в реальные активы
Инвестиционный проект
Жизненный цикл проекта
ТЭО проекта
Коммерческая эффективность инвестиционных проектов

Тема 8. Основные положения, понятия, определения в менеджменте машиностроительного предприятия

Менеджмент
Управление
Планирование
Организация
Мотивация
Контроль

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики– это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а

сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять

изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте

могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование – наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

Тема 2. Основные фонды машиностроительных предприятий

Задание 1.

Оптовая цена оборудования 35 млн руб. Транспортные затраты 2,5%, затраты на монтаж 7% от его оптовой цены, срок фактической эксплуатации – 3 года. Для данной группы объектов определен срок полезного использования 10 лет.

Необходимо определить:

1. Коэффициент износа оборудования.
2. Остаточную стоимость оборудования.
3. Годовую сумму амортизационных отчислений (амортизация начисляется линейным способом).

Задание 2.

Оптовая цена оборудования 25 млн руб. Транспортные затраты 1,5%, затраты на монтаж 4% от его оптовой цены, срок фактической эксплуатации – 7 лет. Для данной группы объектов определен срок полезного использования 15 лет.

Необходимо определить:

1. Коэффициент износа оборудования.
2. Остаточную стоимость оборудования.
3. Годовую сумму амортизационных отчислений (амортизация начисляется линейным способом).

Задание 3.

На начало года стоимость ОПФ составляла 260 млн руб. В феврале предприятие приобрело оборудования на сумму 56 млн руб., а в июле было ликвидировано оборудования на сумму 24 млн руб. Норма амортизации – 10 %. За год предприятие выпустило продукции на сумму 346 млн. руб. Среднесписочная численность промышленно-производственного персонала 155 чел.

Необходимо определить:

1. Среднегодовую стоимость основных производственных фондов предприятия.
2. Сумму амортизационных отчислений за год (линейным методом).
3. Показатели эффективности использования основных фондов предприятия: фондоотдачу, фондоемкость и фондовооруженность.

Задание 4.

На начало года стоимость ОПФ составляла 180 млн руб. В марте предприятие приобрело оборудования на сумму 46 млн руб., а в августе было ликвидировано оборудования на сумму 34 млн руб. Норма амортизации – 10

%. За год предприятие выпустило продукции на сумму 256 млн. руб. Среднесписочная численность промышленно-производственного персонала 80 чел.

Необходимо определить:

1. Среднегодовую стоимость основных производственных фондов предприятия.

2. Сумму амортизационных отчислений за год (линейным методом).

3. Показатели эффективности использования основных фондов предприятия: фондоотдачу, фондоемкость и фондовооруженность.

Задание 5. Первоначальная стоимость группы объектов на 1 января составляла 2500 тыс. руб., срок фактической эксплуатации – 4 года. Срок полезного использования для данной группы объектов составляет 10 лет

Рассчитайте остаточную стоимость и коэффициент износа на ту же дату, если амортизация начисляется:

а) линейным способом;

б) способом уменьшаемого остатка (коэффициент ускорения равен 2);

в) способом суммы чисел лет срока полезного использования.

Задание 6. Информация об основных средствах предприятия в соответствии с классификацией по вещественно-натуральному составу на 1 января приведена в таблице:

Группы основных средств	Стоимость, млн. руб.
Здания	25
Сооружения	8
Машины и оборудование	58
Транспортные средства	7
Инвентарь производственный и хозяйственный	5
Прочие основные средства	3

В конце феврале текущего года было сдано в эксплуатацию здание цеха стоимостью 15 млн. руб.; в начале мая закуплено оборудование общей стоимостью 20 млн. руб.; в конце сентябре списано морально и физически устаревшее оборудование на сумму 4млн руб.

Необходимо определить:

1.структуру основных средств на начало и на конец года,

2. долю активной и пассивной части основных фондов на начало и конец года,

3. значения коэффициентов выбытия и обновления основных средств.

Тема 3. Оборотные средства предприятия

Задание 1. Годовой план реализации продукции установлен в сумме 15200 тыс. руб. Норматив оборотных средств запланирован в сумме 360 тыс. руб. В результате проведения организационно-технических мероприятий длительность оборота сократилась на 3 дня. Необходимо определить:

1. Плановую и фактическую длительность одного оборота.
2. Величину абсолютного и относительного высвобождения оборотных средств в результате сокращения длительности оборота оборотных средств.

Задание 2. Определите и проанализируйте структуру оборотных средств предприятий по следующим данным:

Элементы оборотных средств	Сумма, млн. руб.	
	Предприятие 1	Предприятие 2
Производственные запасы	94,70	94,92
Незавершенное производство	16,15	27,64
Расходы будущих периодов	134,15	5,32
Готовая продукция	17,65	30,02
Прочие	87,35	62,1

Задание 3. Рассчитайте среднеквартальные и среднегодовые остатки оборотных средств, а также оборачиваемость оборотных средств (длительность оборота) и коэффициент оборачиваемости за год, используя следующие данные:

Остатки оборотных средств		Объем реализованной продукции	
Дата	Сумма, тыс. руб.	квартал	Сумма, тыс. руб.
1 января 2019 г.	2 500	I	3 200
1 апреля 2019 г.	2 600	II	3 700
1 июля 2019 г.	2 400	III	3 100
1 октября 2019 г.	2 400	IV	3 300
1 января 2020 г.	2 500		

Тема 4. Трудовые ресурсы машиностроительной промышленности. Оплата труда работников машиностроительных предприятий

Задание 1.В 2 квартале предприятие выпустило продукции на 300 тыс. руб., выработка продукции на одного работника составила 5 тыс. руб./чел. В 3 квартале предприятие планирует выпустить продукции больше на 12% и одновременно снизить численность работников на 4 чел. Определить выработку на одного работника в 3 квартале и планируемый прирост производительности труда в процентах.

Задание 2. Выявить зависимость между нормой времени и нормой выработки, если норма времени на единицу изделия при базовых условиях равна 20 мин. В плановом периоде предусматривается ее снижение на 15%. Как при этом изменится норма выработки? Продолжительность смены 8 часов.

Задание 3. В базовом году на шахте работало 1200 чел. Объем добычи составил 750 тыс. т/год. В плановом году намечено увеличить добычу руды на 7 %, а число работников сократить на 12%. Определить**:** 1) трудоемкость добычи в базовом и плановом годах; 2) изменение трудоемкости работ в плановом году по сравнению с базовым годом.

Задание 4. Определить среднесписочную численность работников за сутки на основе следующих данных. Сменное производственное задание – 80 штук изделий. Норма времени на изготовление одного изделия – 20 мин. Режим работы предприятия: количество смен - 3, продолжительность рабочей смены – 8часов. Коэффициент списочного состава – 1,32.

Задание 5. Определить сдельную и повременную годовую заработную плату бригады из 6 чел за год. Тарифная ставка каждого рабочего – 170 руб./час. Отработано каждым рабочим за год - 1780 час. Всем рабочим выплачивается премия в размере 25 % от тарифного заработка. Районный коэффициент – 1,15. Норма выработки одного рабочего 5 т/час. Объем работы на одного человека в год – 2,2 тыс. т.

Тема 5. Себестоимость продукции машиностроительного предприятия

Задание 1. В цехе произведено 250 шт. изделия А и 350 шт. изделия Б. Исходные данные по затратам приведены в таблице:

Показатели	Всего, тыс. руб.	В том числе:	
		изделие А	изделие Б
1. Заработная плата производственных рабочих	220	130	90
2. Основные материалы	150	85	65
3. Зарплата административно-управленческого персонала	80	–	–
4. Заработная плата вспомогательных рабочих	80	–	–
5. Амортизация здания	70	–	–
6. Электрическая энергия на технологические цели	110	50	60
7. Электрическая энергия на освещение цеха	40	–	–
8. Амортизация оборудования	180	–	–
9. Прочие затраты	200	–	–

Составьте смету затрат на производство по цеху и калькуляцию себестоимости каждого вида продукции.

Задание 2. При производстве 150 единиц продукции постоянные затраты составляют 25000 руб., переменные затраты 200 руб. цена за единицу продукции составляет 500 руб.

Необходимо определить точку безубыточности в стоимостном и натуральном выражении. Построить график безубыточности. Сделать вывод.

Тема 8. Основные положения, понятия, определения в менеджменте машиностроительного предприятия

Задание 1. Руководству предприятия представлены 2 проекта организации производства товара «А». Показатели по проектам представлены в таблице:

Показатели	**Проект 1**	**Проект 2**
Объем спроса, шт./год	1200	5000
Цена, руб/шт	10000	10000
Постоянные затраты, руб. в том числе:		
- затраты на НИОКР	2 000 000	4 500 000
- обслуживание и ремонт	500 000	1 000 000
- общезаводские накладные расходы	1 000 000	2 500 000
- прочие постоянные расходы	1 000 000	2 000 000
Переменные затраты на ед. продукции, руб/шт. в том числе:		
- сырье, основные материалы	2000	2500
- вспомогательные материалы	1000	800
- заработная плата рабочих	3700	3000
- энергия на технологические нужды	500	400

Сравнить и выбрать наиболее эффективный вариант производства продукции «А». Для оценки эффективности использовать метод расчета точки безубыточности.

Задание 2. Используя матрицу БКГ, сформируйте товарную стратегию предприятия по продуктам А, В и С. Данные для расчетов приведены в таблице:

Продукт	Объём продаж предприятия, млн. руб.		Емкость рынка в 2019 г., млн руб.	Объем продаж конкурента в 2019 г., млн руб.
	2018 г.	2019 г.		
A	3,5	3,15	8,54	2,25
B	0,7	0,95	2,7	0,64
C	0,12	0,23	2,35	0,3

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *экзамену* по дисциплине «*Экономика и управление машиностроительным производством*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Экономика и управление машиностроительным производством*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *экзамене* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *экзамене* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *экзамену* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры инженерной графики
(протокол № 2 от 18.09.2025)
Заведующий кафедрой
_____ Е. И. Шангина

ЗАДАНИЯ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Б1.О.23 КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА

Направление -

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль -

Мехатроника и робототехника промышленных производств

Екатеринбург

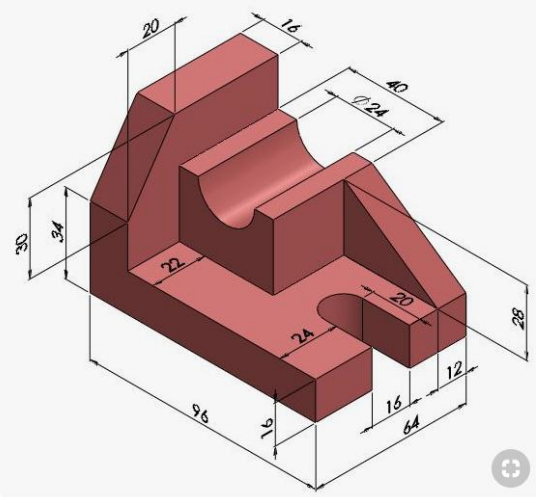
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

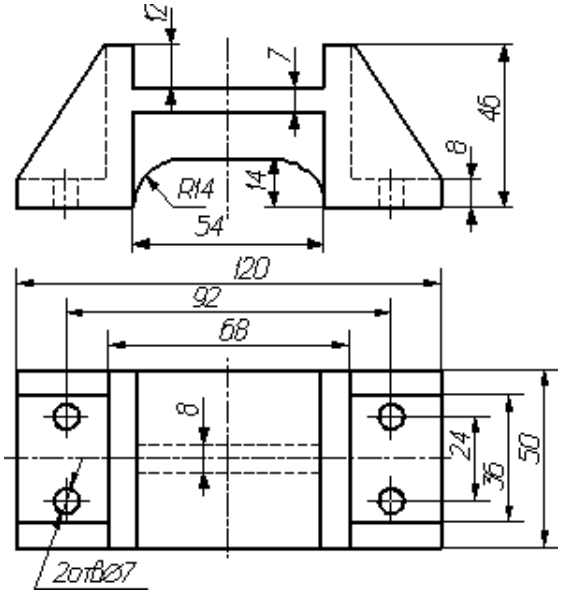
ВАРИАНТ № 1

1. Что такое жизненный цикл изделия (ЖЦИ)? Назовите этапы ЖЦИ.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





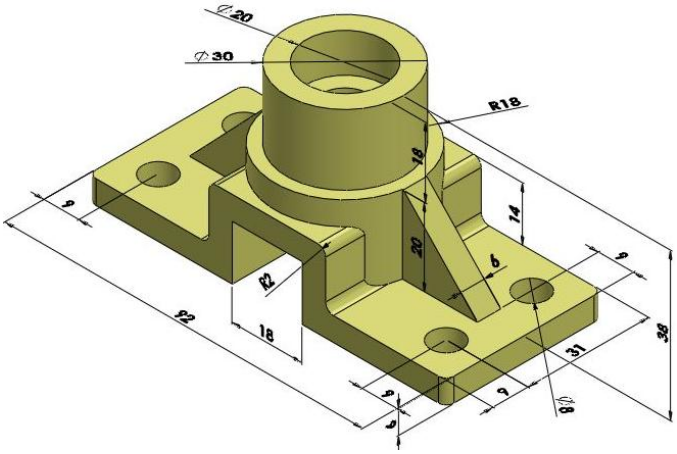
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

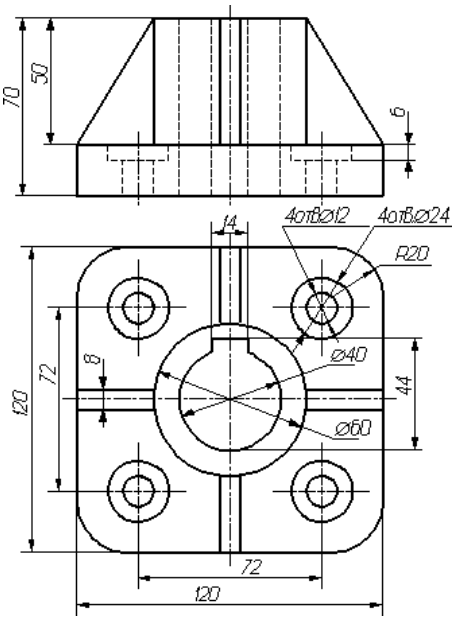
ВАРИАНТ № 2

1. Что такое геометрическая модель? Назовите основателей компьютерной графики. История развития компьютерной графики. Что такое векторная и растровая графика? Приведите примеры изобразительной, научной антропогенной графики.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





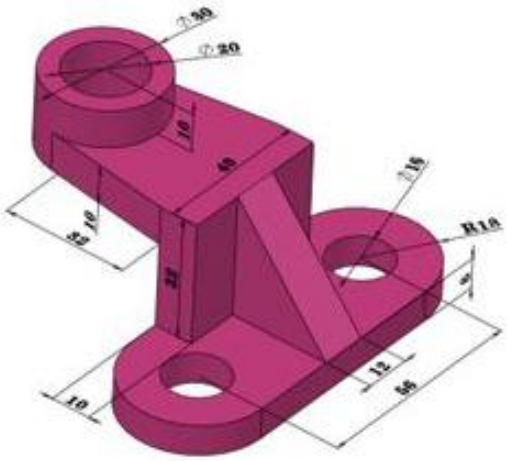
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

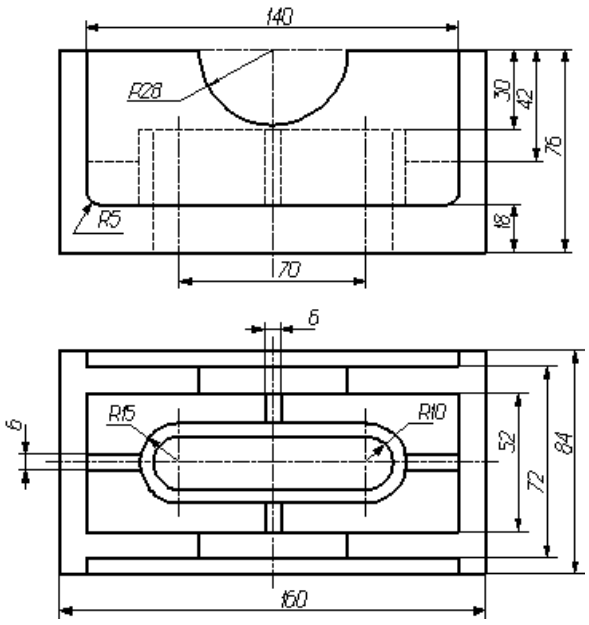
ВАРИАНТ № 3

1. Назовите области применения систем конструкторско-технологической подготовки производства. История развития САПР. Роль САПР в производстве изделий. Укажите основные принципы САПР. Укажите основные признаки классификации САПР.

2.По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





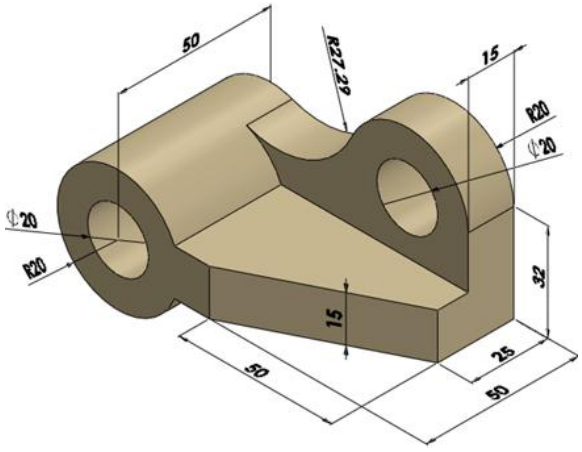
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

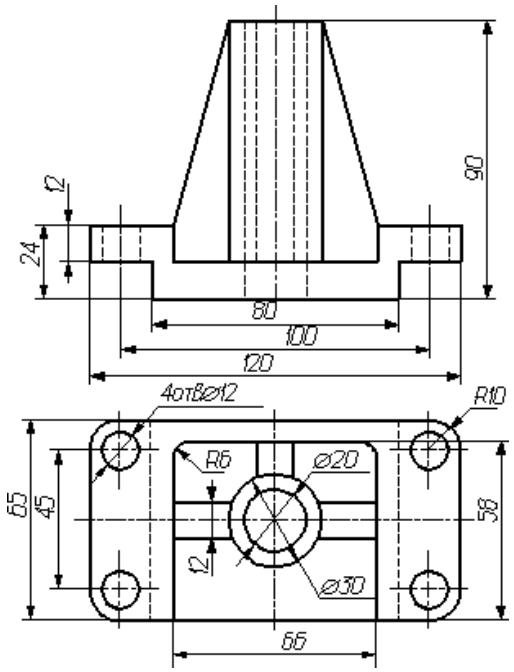
ВАРИАНТ № 4

1. Что называют жизненным циклом изделия (ЖЦИ)? Назовите его основные этапы. Перечислите основные системы автоматизации, использующиеся на различных этапах ЖЦИ. Каковы основные функции каждой из них?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





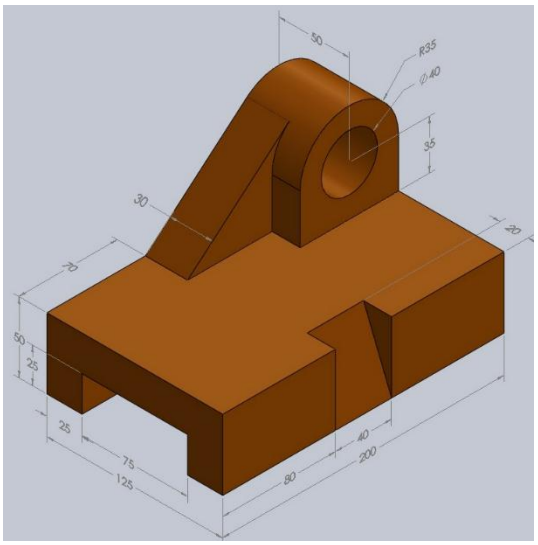
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

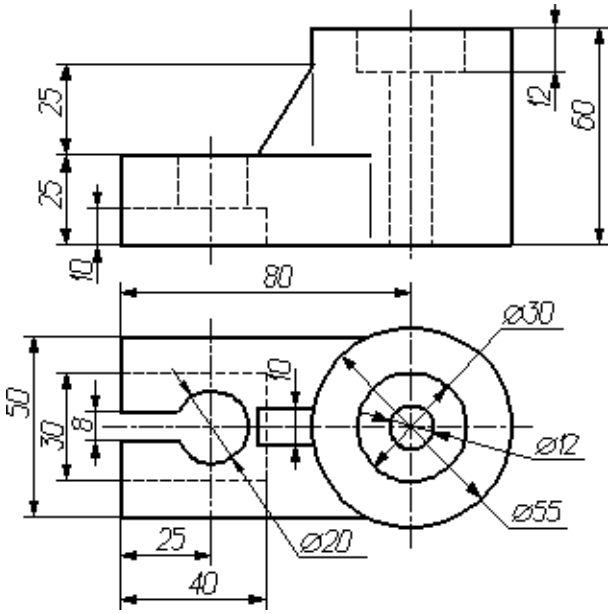
ВАРИАНТ № 5

1. Что такое CALS-технологии. Укажите основной стандарт CALS-технологий. Что он определяет?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





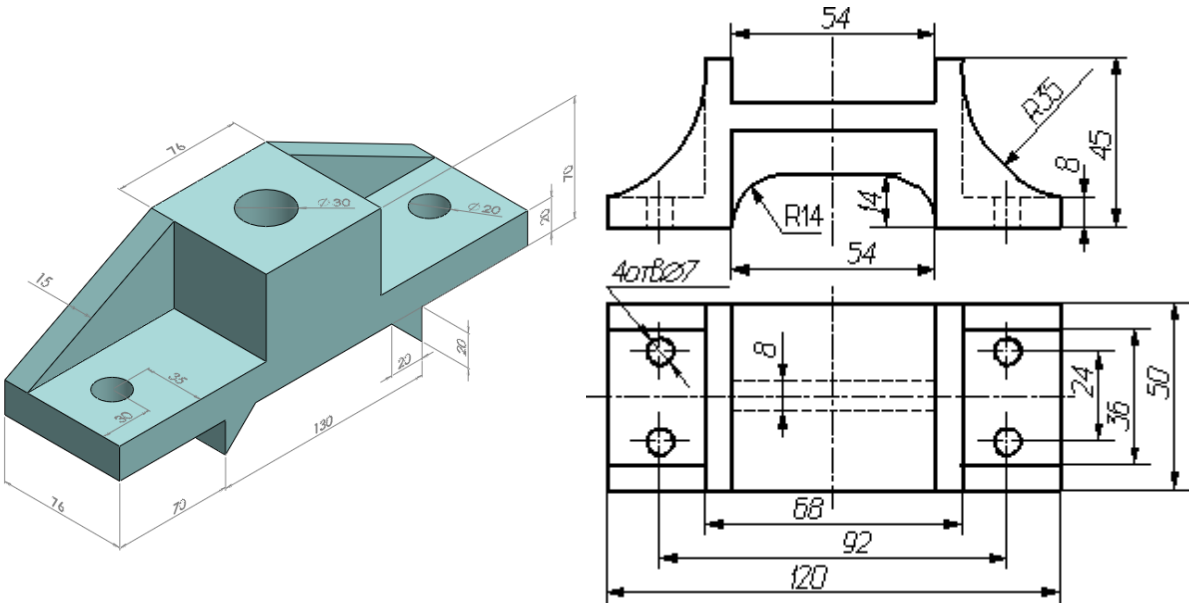
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

ВАРИАНТ № 6

1. Перечислите виды обеспечения САПР и дайте их краткую характеристику. Охарактеризуйте классы САПР: высшего, среднего, низшего уровня. Приведите примеры.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.



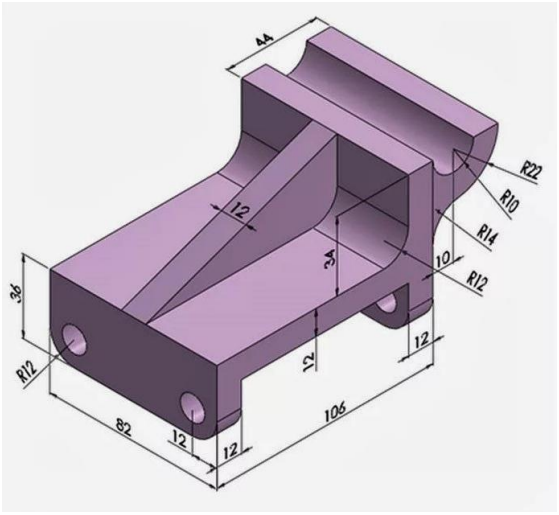
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

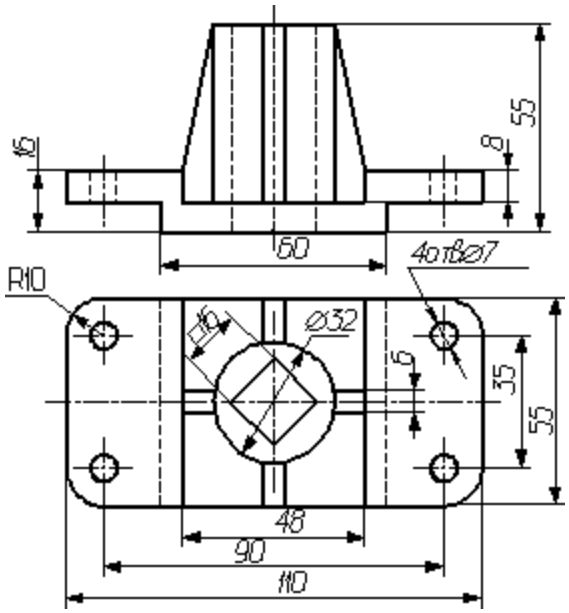
ВАРИАНТ № 7

1. Интегрированные САПР. Преимущества внедрения. Примеры. Что такое САПР ТП? Какие функции они выполняют? С решением какой научной проблемы связано основное направление совершенствования САПР ТП?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





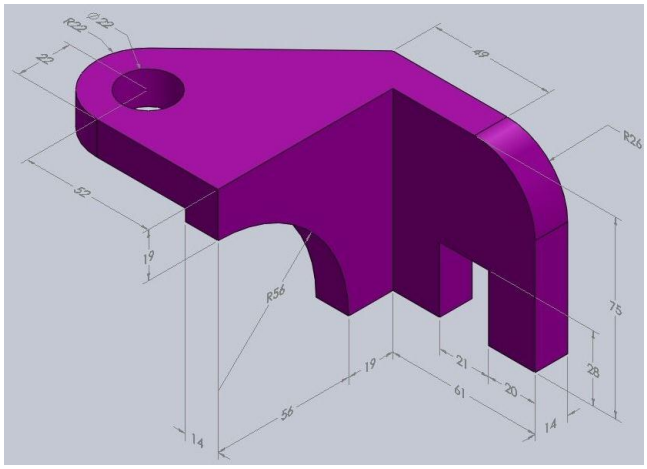
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

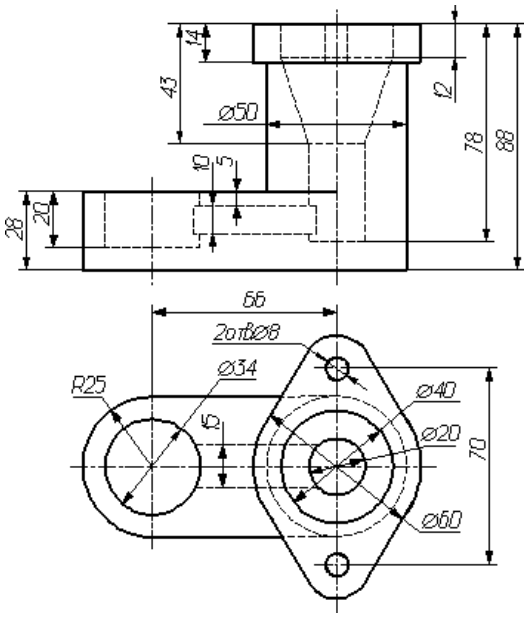
ВАРИАНТ № 8

1. По каким основным признакам классифицируются САПР ТП? Каковы общесистемные принципы построения САПР ТП? Что включает в себя программно-методический комплекс САПР ТП? Каковы базовые методологии построения САПР ТП изделий машиностроения? Укажите методы автоматизированного проектирования ТП? Дайте их краткую характеристику.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





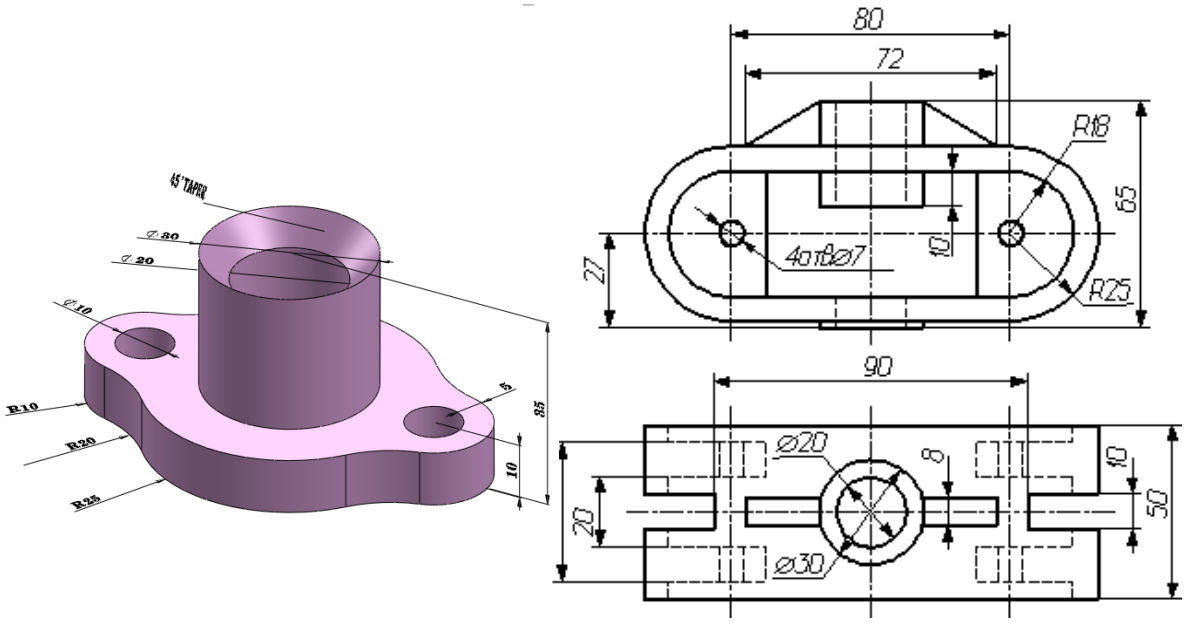
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

ВАРИАНТ № 9

1. Что понимается под цветовыми моделями? Компьютерная графика в конструкторско-технологической подготовке производства. Области применения.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.



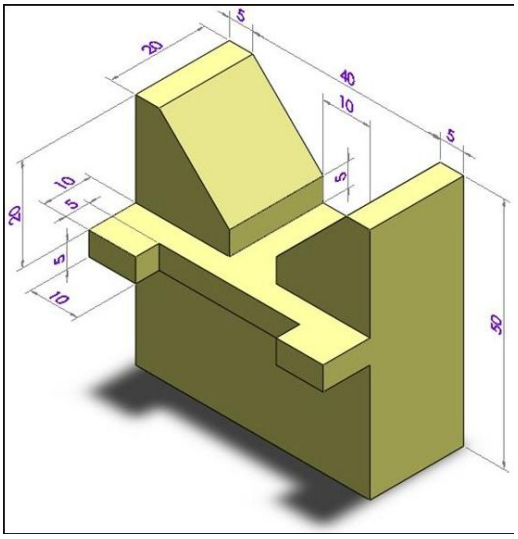
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

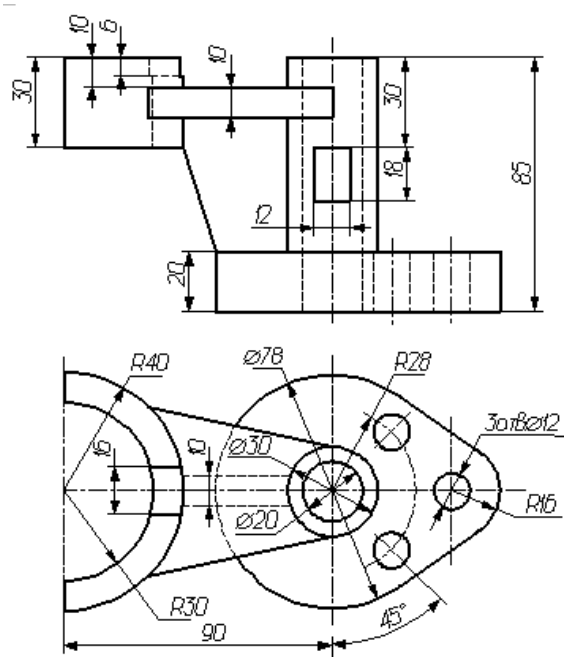
ВАРИАНТ № 10

1. Перечислить основные стадии ЖЦ сложных технических объектов. Перечислить основные классы информации, сопровождающей изделие на этапах ЖЦ. В чем суть стратегии CALS? Расшифровать понятие «CAD-системы». Расшифровать понятие «CAM-системы». Расшифровать понятие «CAE-системы». Расшифровать понятие «PDM-системы». Расшифровать понятие «CAPP -системы».

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





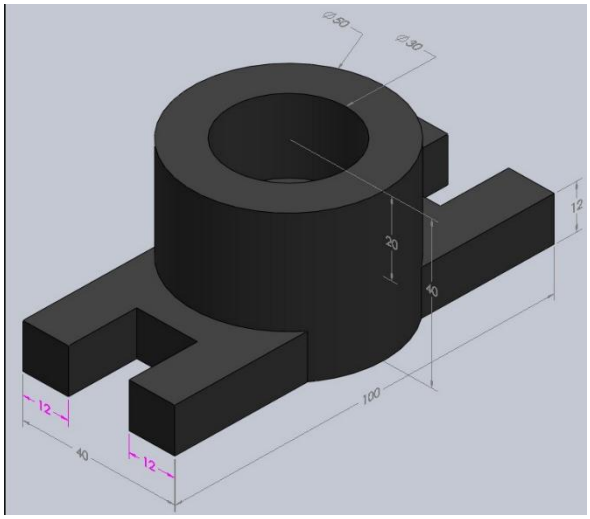
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

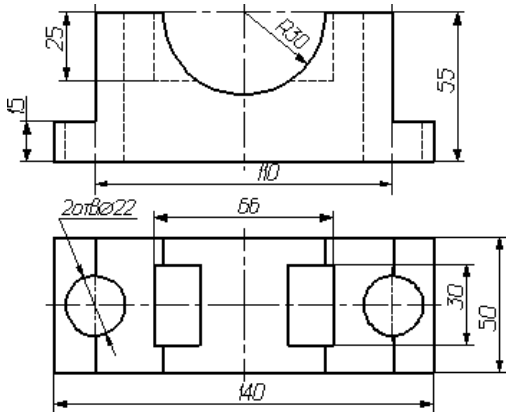
ВАРИАНТ № 11

1. Что входит в состав проектирующих подсистем в структуре САПР? Что входит в состав обслуживающих подсистем в структуре САПР? Перечислить виды обеспечения САПР. Основные требования и принципы, предъявляемые к современным САПР (не менее 5-ти из описанных в лекциях).

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





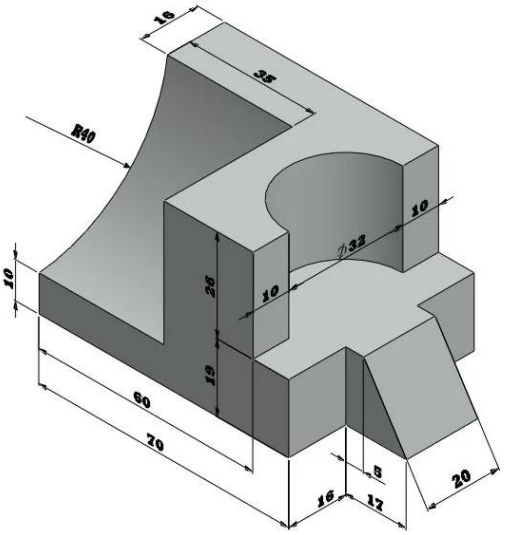
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

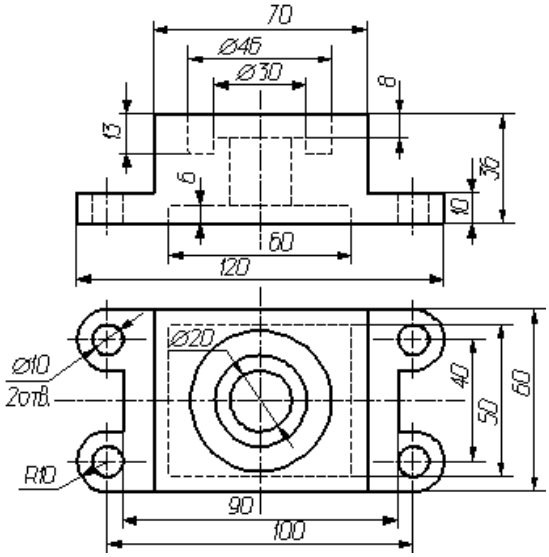
ВАРИАНТ № 12

1. Классификационные признаки и разновидности САПР по программным характеристикам.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





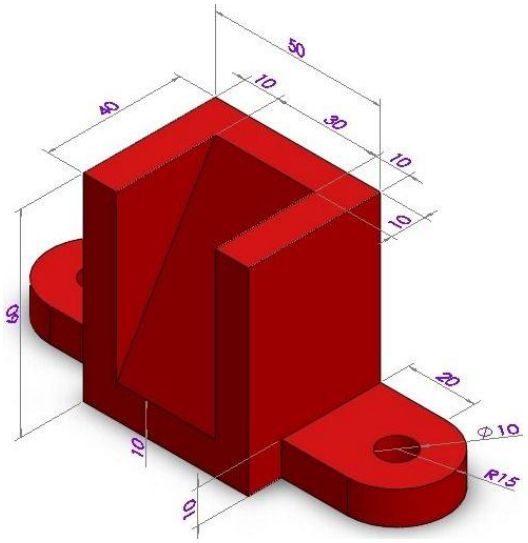
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

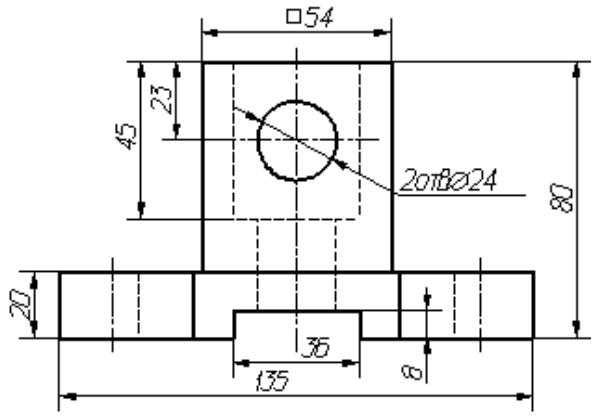
ВАРИАНТ № 13

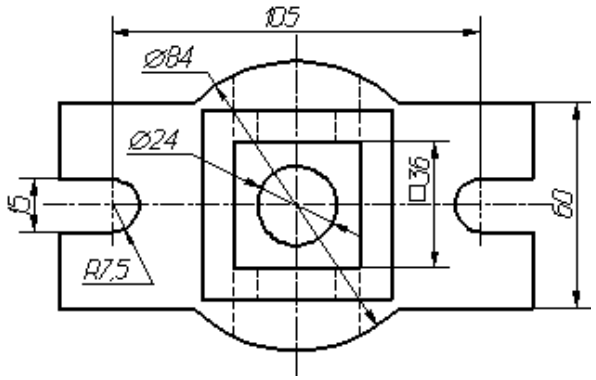
1. Что такое геометрическая модель детали (изделия)? Что может входить в состав технологических атрибутов геометрической модели? Основные процедуры, выполняемые в подсистемах геом. моделирования и машинной графики. Виды 3D моделей. Основные подходы к построению твердотельной модели детали.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.







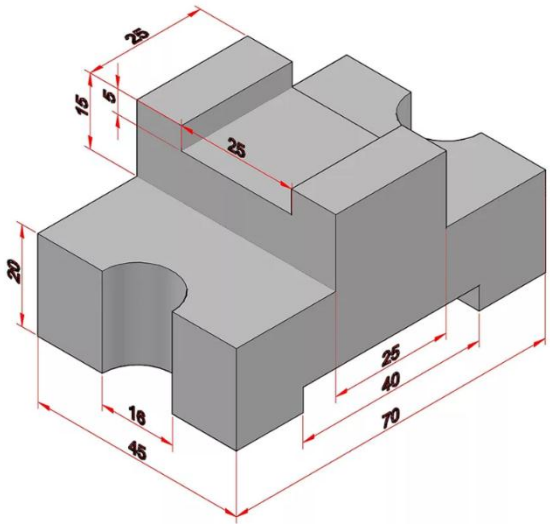
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

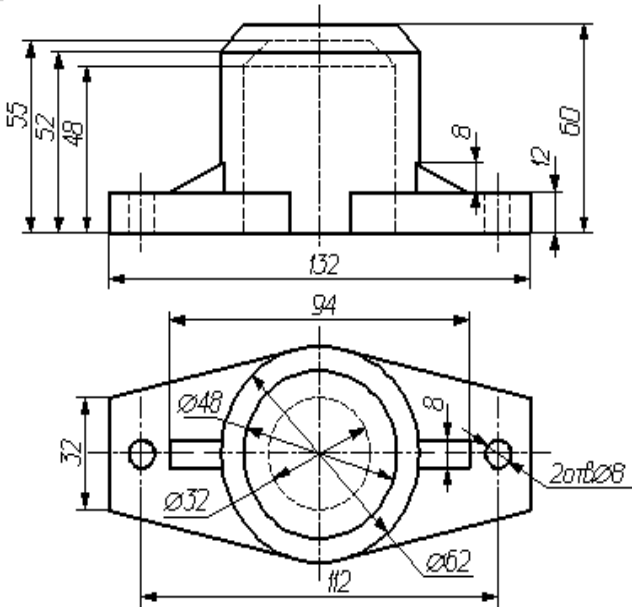
ВАРИАНТ № 14

1. Что такое параметрическое моделирование? Основные достоинства и возможности параметрического моделирования. В чем принцип ассоциативности в геометрическом моделировании. Привести примеры.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





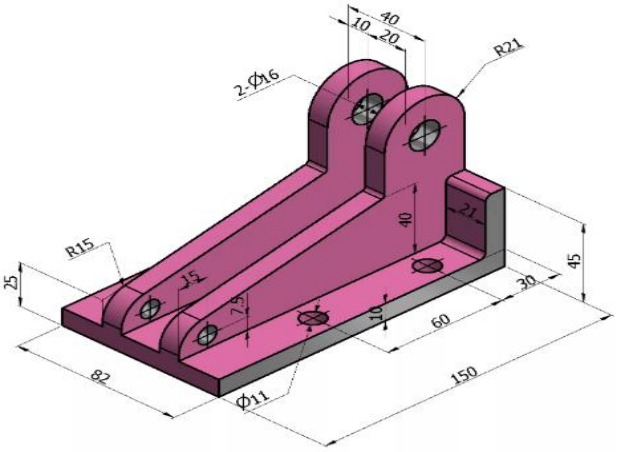
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

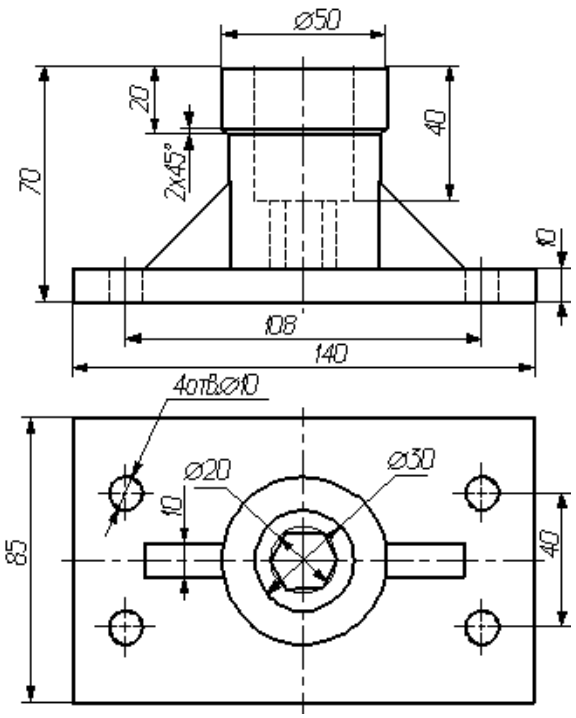
ВАРИАНТ № 15

1. Объяснить понятие «Большая сборка». Основные функции подсистемы анализа «больших сборок». Этапы подготовки чертежной документации. Этапы по проектирования технических объектов. Методы проектирования «сверху-вниз» и «снизу-вверх».

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





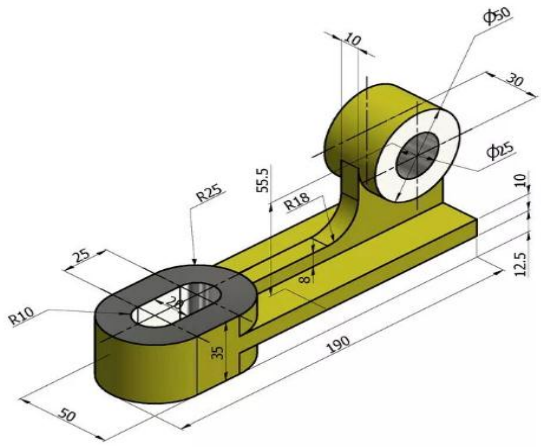
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

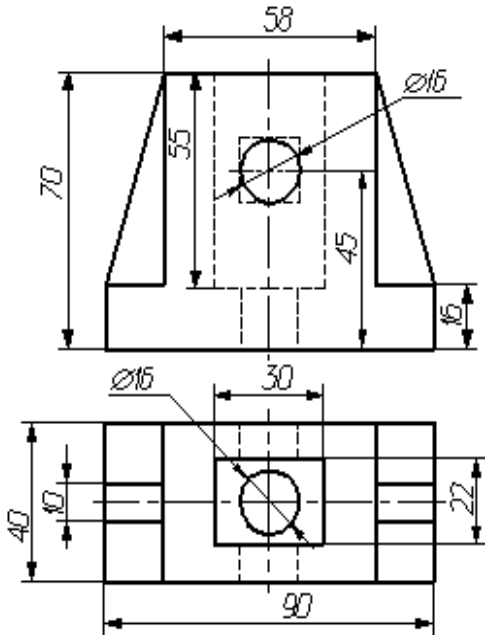
ВАРИАНТ № 16

1. Цели и способы автоматизации конструкторско-технологических работ. Классификация САПР. Стандарты обмена информацией. Преимущества и недостатки каркасной и полигональной аппроксимации трехмерной геометрии. Прямое моделирование и моделирование на основе истории построения.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





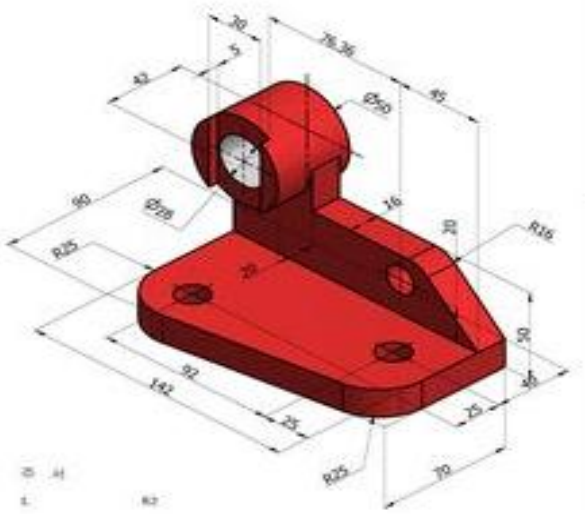
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

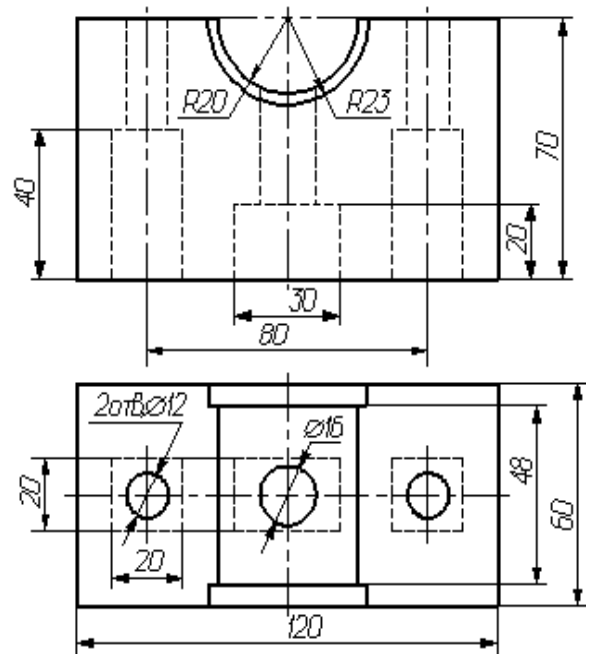
ВАРИАНТ № 17

1. Перечислите основные модели представления технологических знаний. Какие модели наиболее часто используют при разработке САПР ТП? Что такое база знаний? В состав каких компонент САПР ТП она входит? Какую функцию выполняют экспертные компоненты САПР ТП?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





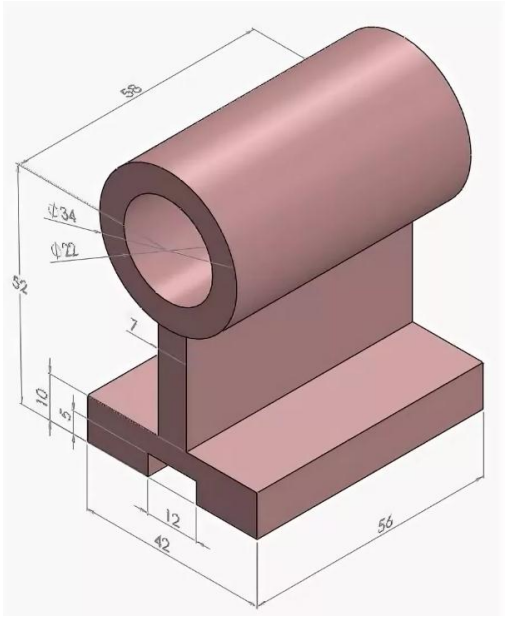
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

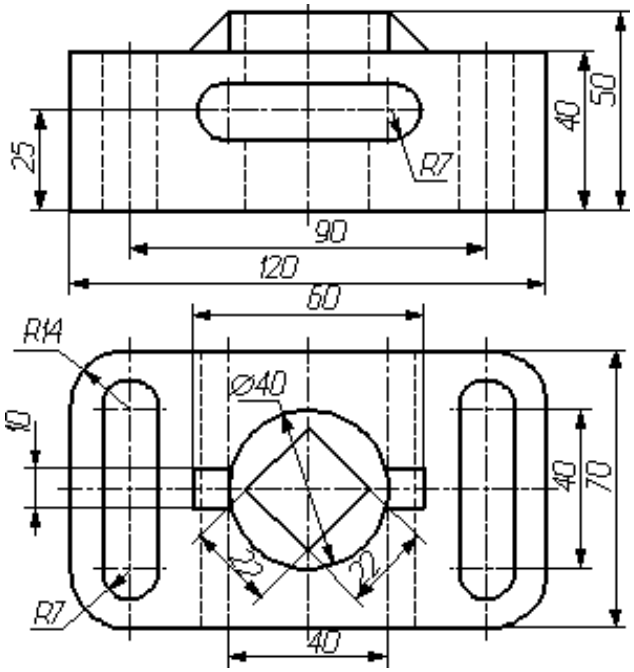
ВАРИАНТ № 18

1. Что включает в себя математическое обеспечение САПР ТП? Для чего используют структурно-логические модели? Какие виды структурно-логических моделей вы знаете? Что такое геометрически-технологическая модель предмета производства?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





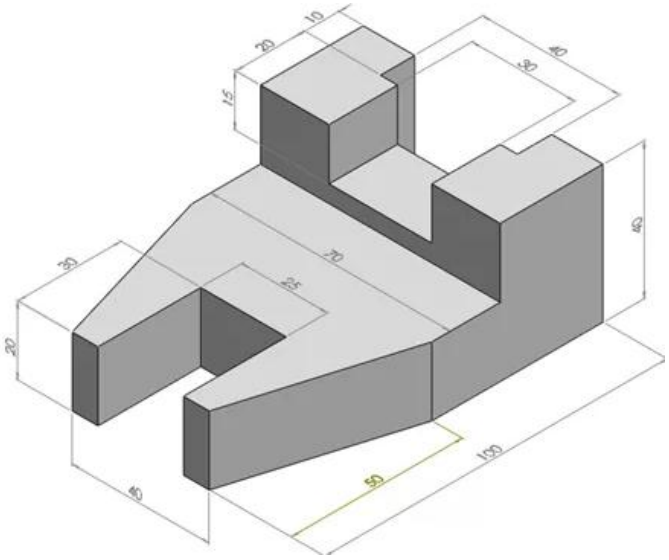
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

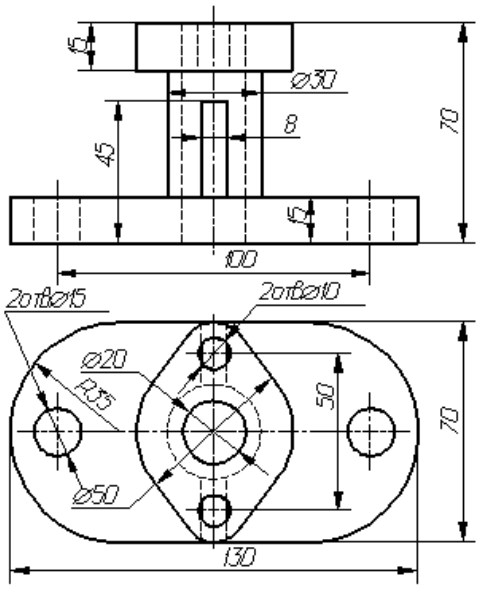
ВАРИАНТ № 19

1. Подходы к автоматизированной технологической подготовке производства. В чем суть проектирования методами «сверху вниз» и «снизу-вверх»? Какой этап предшествует техническому проектированию?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





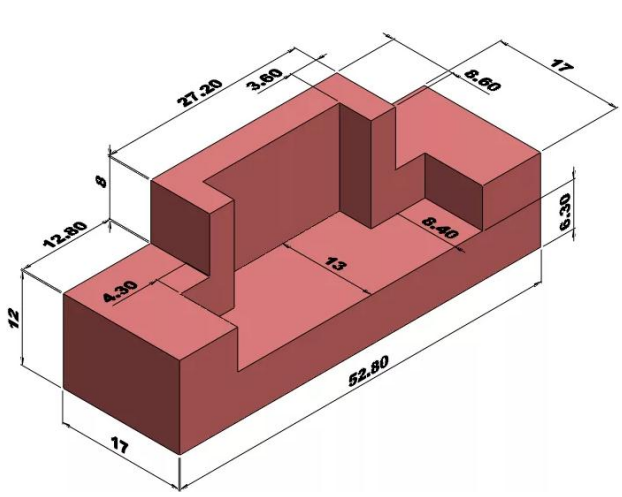
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

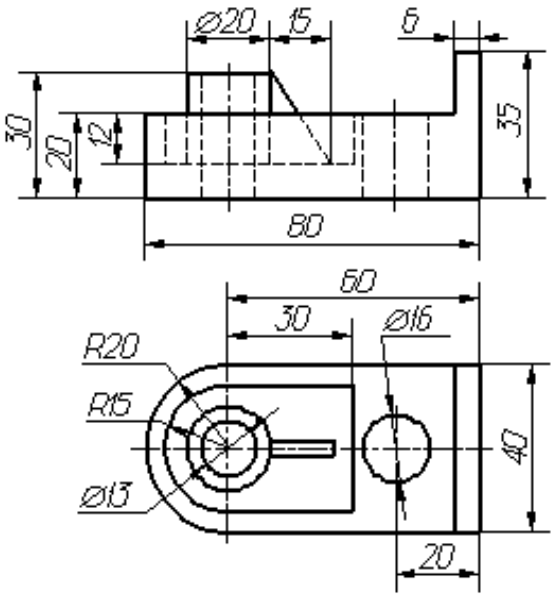
ВАРИАНТ № 20

1. Назовите основные этапы опытно-конструкторских работ. Перечислите основные цели автоматизации проектирования. Назовите основные методы уменьшения трудоемкости инженерного труда. Какими методами достигается улучшение качества проектирования?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





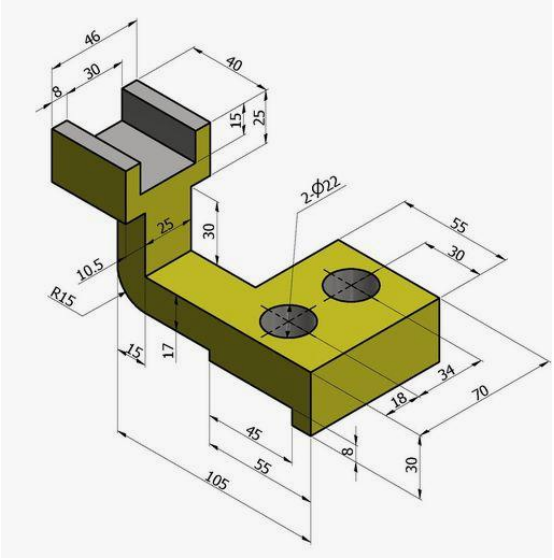
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

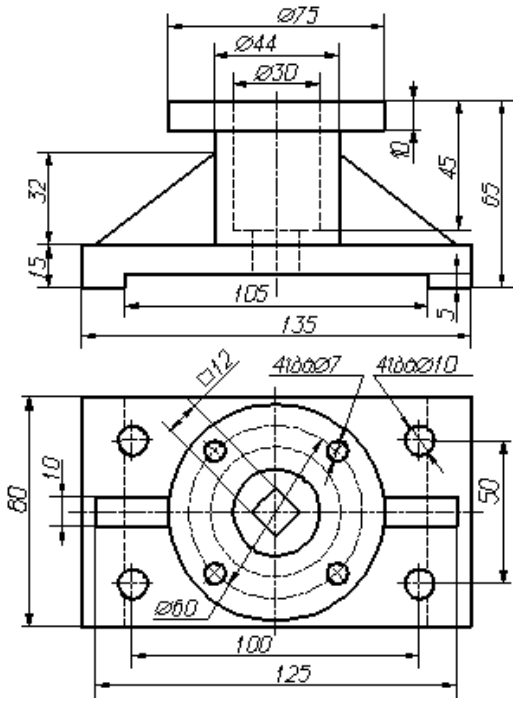
ВАРИАНТ № 21

1. Какие из перечисленных методов используются для сокращения трудоемкости проектных работ: автоматизация оформления проектной документации; совмещенное (параллельное) проектирование; вариативное проектирование и оптимизация.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





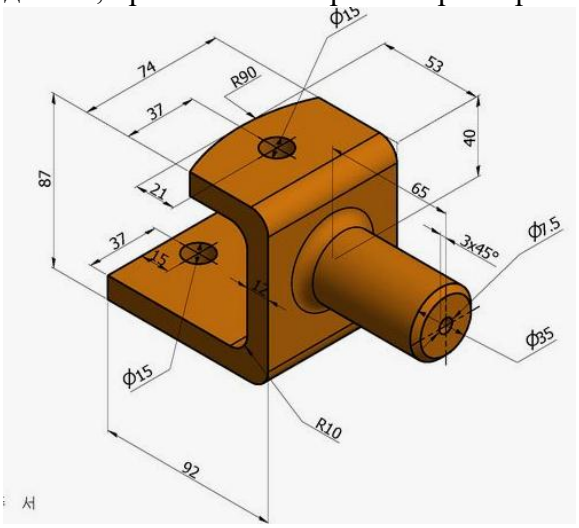
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

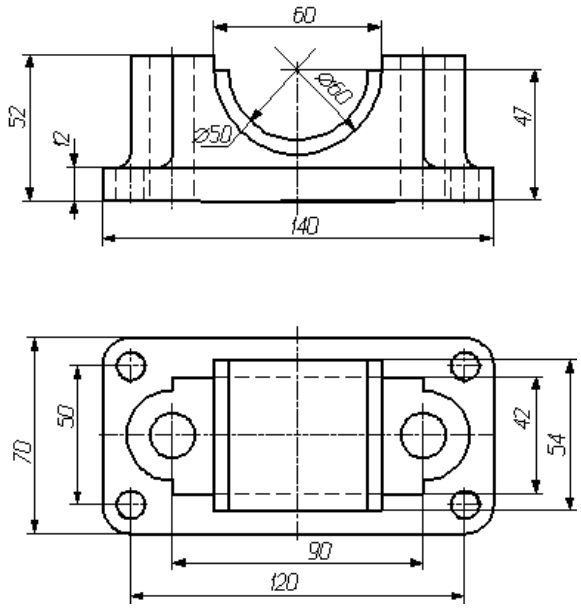
ВАРИАНТ № 22

1. На какие группы можно условно разделить системы автоматизированного проектирования? Какие задачи решают системы подготовки технической документации, САПР конструкций, технологической подготовки программ для станков с ЧПУ?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





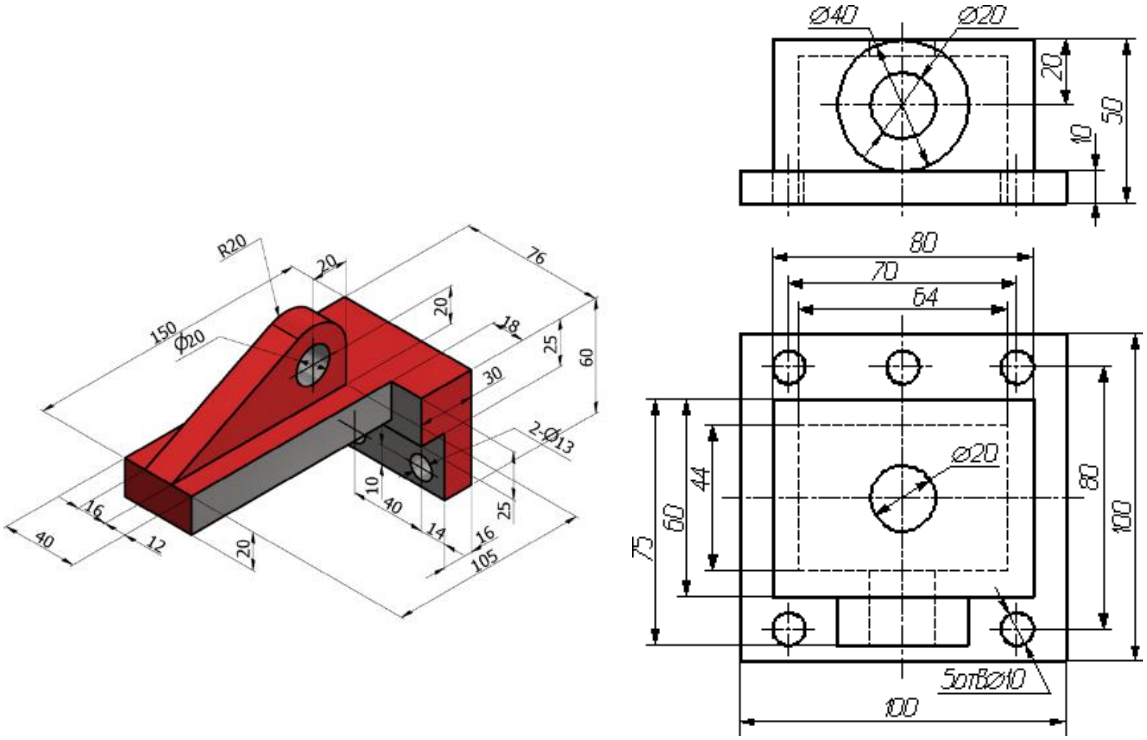
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

ВАРИАНТ № 23

1. Где используются CAD/CAM/CAE/CAPP - системы? Назовите несколько программных продуктов для разных уровней CAD/CAM/CAE - систем? какое место занимает система КОМПАС 3D/AutoCAD среди этих систем?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.



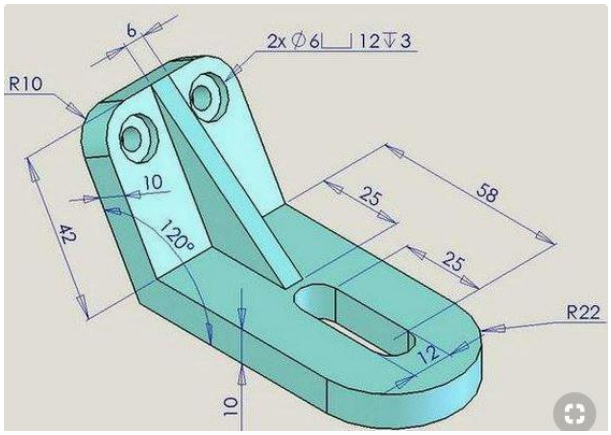
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

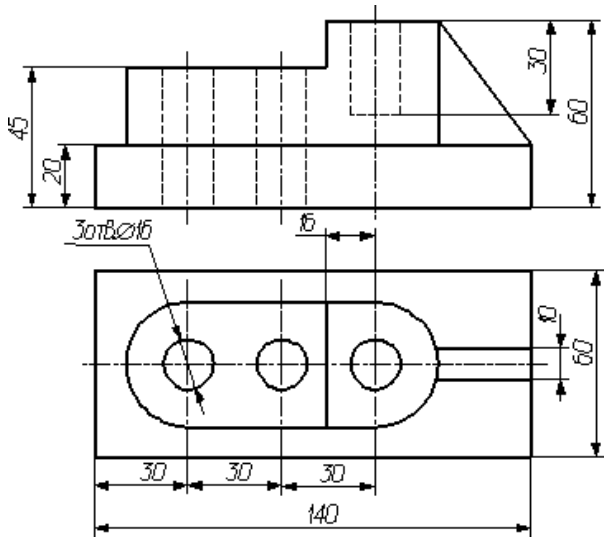
ВАРИАНТ № 24

1. Назовите функциональные возможности изученных систем конструкторско-технологической подготовки производства? Какие требования к оборудованию предъявляют системы конструкторско-технологической подготовки производства?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





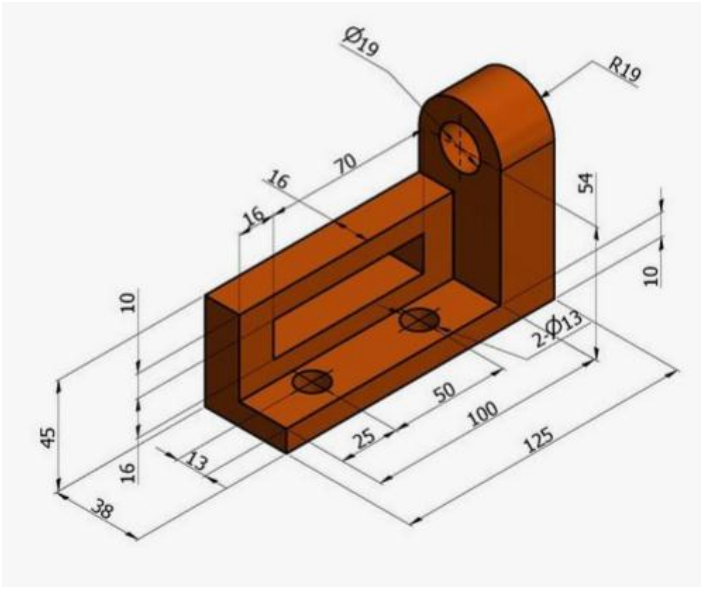
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

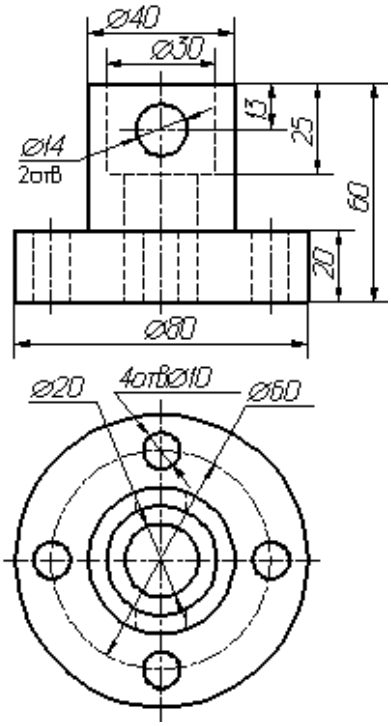
ВАРИАНТ № 25

1. В чем состоит отличие использования системы координат в документах трехмерных моделей от документов: чертеж, фрагмент? Перечислите команды управления изображением в документах детали и сборки. Укажите порядок действий при создании детали.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





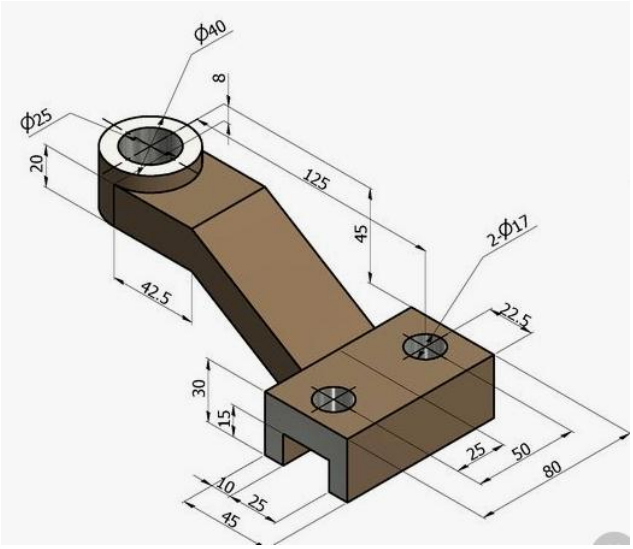
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

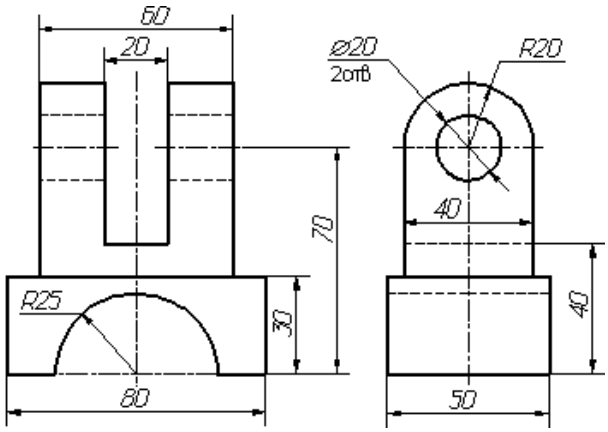
ВАРИАНТ № 26

1. Какие виды систем координат используется в системах конструкторско-технологической подготовки производства? Перечислите основные команды управления изображением. Каким образом реализована функция обмена данными между системами конструкторско-технологической подготовки производства?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





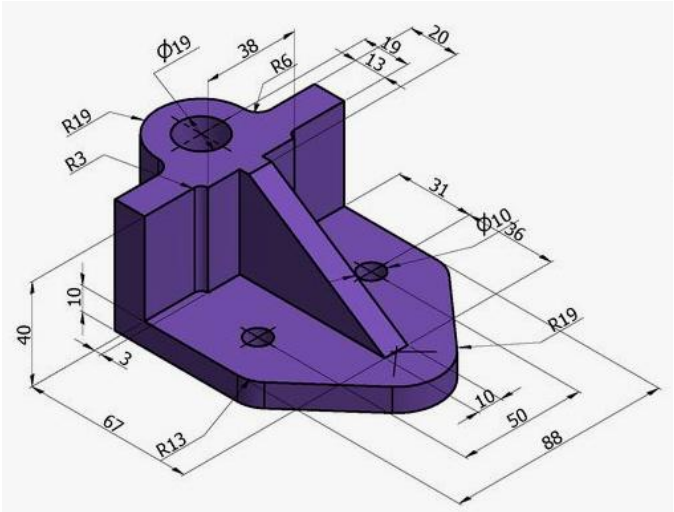
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

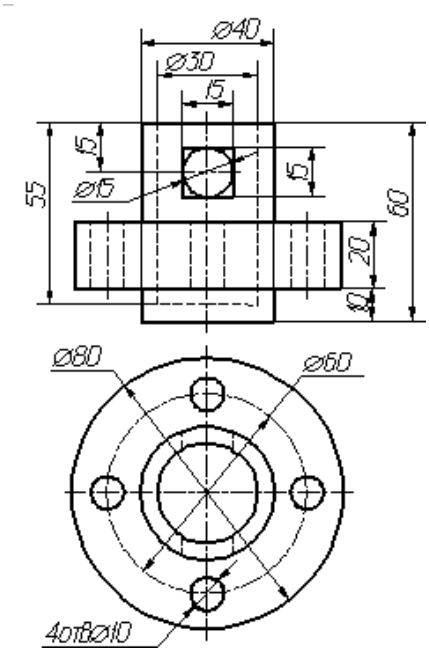
ВАРИАНТ № 27

1. В чем преимущества и недостатки каркасной и полигональной аппроксимации трехмерной геометрии? Раскройте суть истории метода построения геометрической модели. Какое представление геометрии наиболее оптимально?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





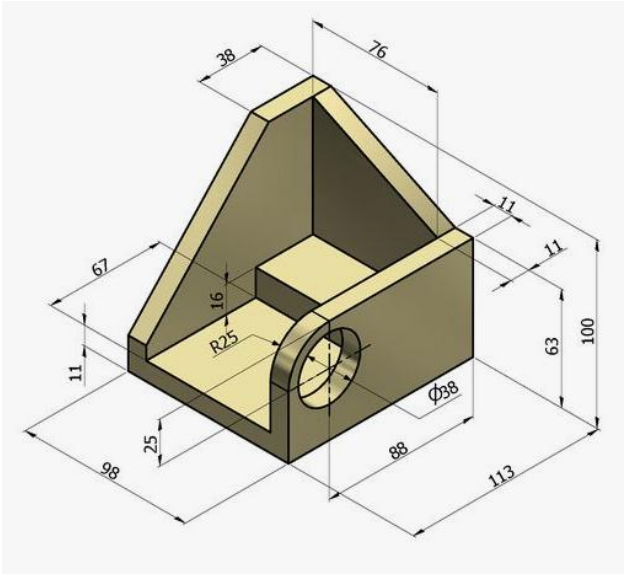
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

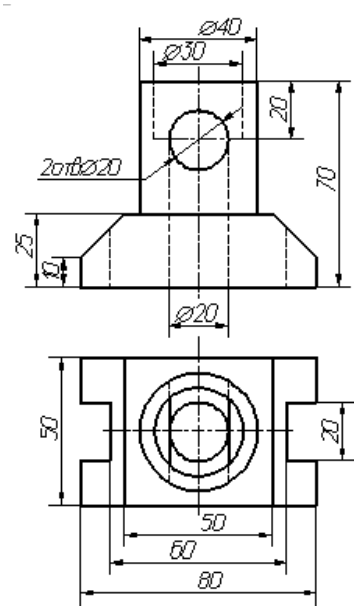
ВАРИАНТ № 28

1. Какие преимущества при создании интерактивной документации дает использование PDM? Какие данные хранятся в PDM-системах? Назовите основные функции PDM.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





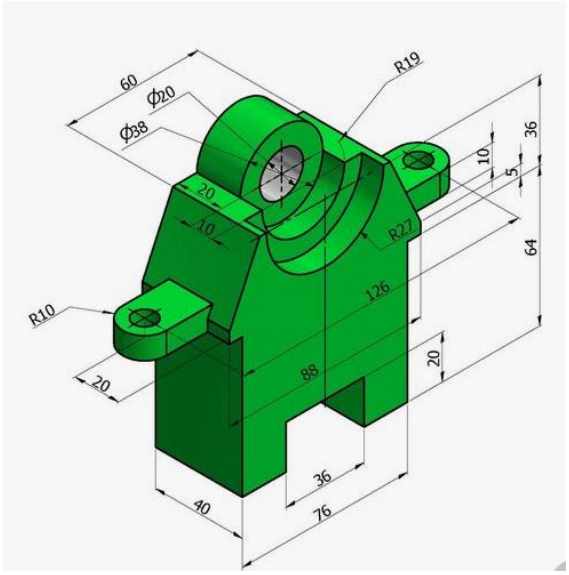
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

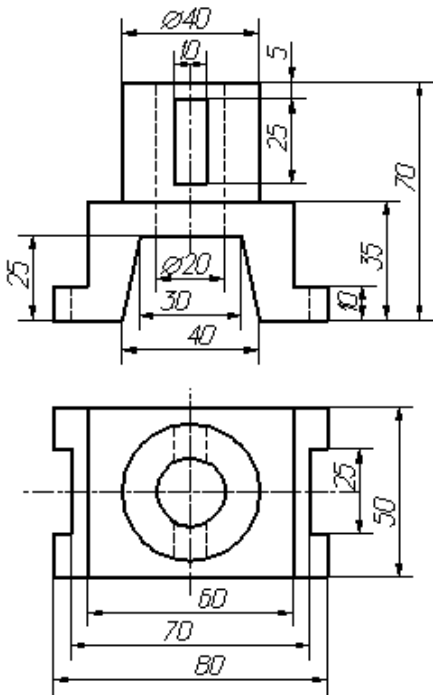
ВАРИАНТ № 29

1. Что называют техническим обеспечением САПР ТП? Назовите его компоненты. Какие основные функции выполняют в САПР ТП принтеры, плоттеры, сканеры, терминальные многофункциональные устройства, графические станции?

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





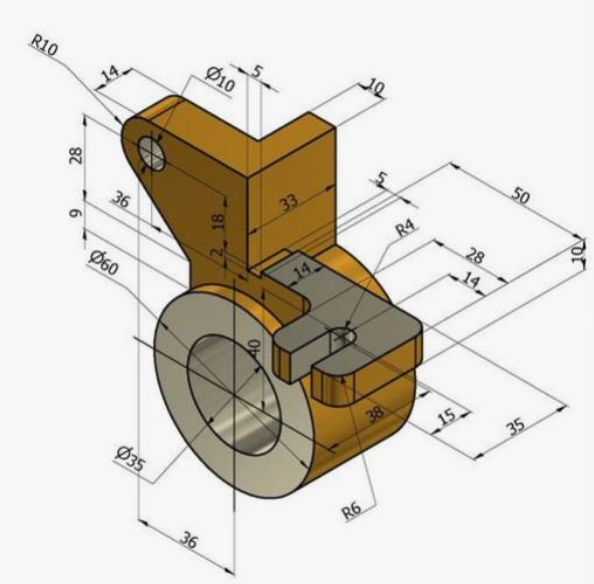
ДИСЦИПЛИНА «КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА»

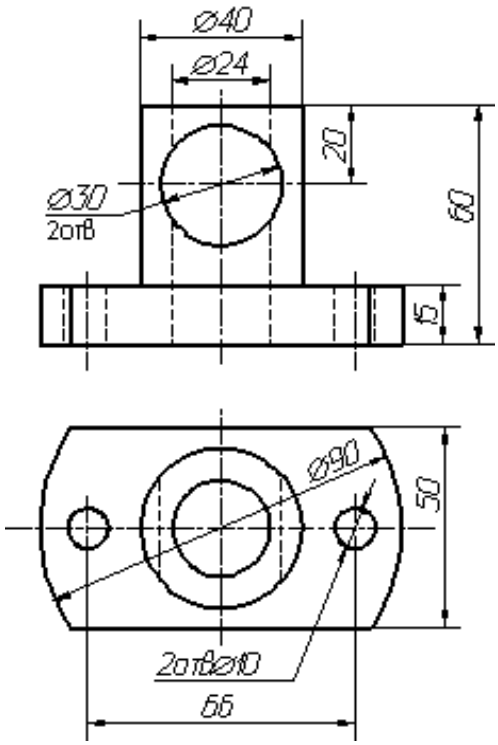
ВАРИАНТ № 30

1. Что называют организационным, а что — методическим обеспечением САПР ТП? В чем их различие? Что регламентируют документы организационного обеспечения САПР ТП? Какие документы входят в состав методического обеспечения САПР ТП? Назовите новые методологии конструкторско-технологического проектирования, реализующиеся в современных САПР.

2. По предложенным изображениям на листах формата А3 в рамках программной системы AutoCAD построить 3D модель, по которой выполнить три вида детали, сделать необходимые разрезы по ГОСТ2.305, проставить размеры по ГОСТ2.307.

3. По заданным проекциям детали в рамках программной системы AutoCAD на отдельном листе выполнить аксонометрическое изображение вырезом одной четверти детали, проставить габаритные размеры и выполнить штриховку.





МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры экономики и менеджмента
(протокол № 1 от 05.09.2025
Заведующий кафедрой
_____ Л. А. Мочалова

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.24 ОСНОВЫ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Направление
15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль
Мехатроника и робототехника промышленных производств

Авторы: Дроздова И.В., доцент, к.э.н., Моор И.А. доцент, к.э.н., Гензель О.В., ст. преподаватель

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ.....3
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ..... 6

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ… 8

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ 11

ПОДГОТОВКА К ДОКЛАДУ С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ 15

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ. 20

ПОДГОТОВКА К ДИСКУССИИ.....22

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....24

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении – это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;

- объем задания должен соответствовать уровню студента;

- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям, подготовка к устному опросу, участию в дискуссиях, решению практико-ориентированных задач и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;

- уровень образования и степень подготовленности студентов;

- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Основы проектной деятельности*» обращаю внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к сдаче экзамена.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Основы проектной деятельности*» являются:

- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- подготовка к практическим занятиям (в т.ч. ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля), ответы на тестовые задания);
- выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (практико-ориентированного задания);
- выполнение курсового проекта;
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Тема 1. Введение в управление проектами

1. В чем заключается суть концепции управления проектами?
2. Что представляет собой проект как процесс точки зрения системного подхода?
3. Назовите основные элементы проекта.
4. Перечислите этапы развития методов управления проектами (УП).
5. В чем сущность УП как методологии?
6. Охарактеризуйте проект как совокупность процессов.
7. В чем заключается взаимосвязь УП и управления инвестициями?
8. Какова взаимосвязь между управлением проектами и функциональным менеджментом.
9. Назовите предпосылки (факторы) развития методов УП.
10. Каковы перспективы развития УП?
11. Определите задачи и этапы перехода к проектному управлению.
12. Перечислите и определите базовые понятия УП.
13. Приведите принципы классификации типов проектов.

Тема 2. Система стандартов и сертификации в области управления проектами

1. Сделайте обзор стандартов в области УП.
2. Какие группы стандартов применяются к отдельным объектам управления проектами (проект, программа, портфель проектов)?
3. Дайте характеристику группе стандартов, определяющих требования к квалификации участников УП (менеджеры проектов, участники команд УП).
4. Какие стандарты, применяются к системе УП организации в целом и позволяющие оценить уровень зрелости организационной системы проектного менеджмента?
5. Каковы основы и принципы Международной сертификации по УП?
6. В чем заключается сертификация по стандартам IPMA, PMI?

Тема 3. Жизненный цикл проекта и его фазы

1. Каковы основные понятия, подходы к определению и структуре проектного цикла?
2. Назовите этапы реализации, состав основных предпроектных документов предынвестиционной фазы.

3. В чем заключается проектный анализ и оценка жизнеспособности и финансовой реализуемости в рамках предынвестиционной фазы?

4. Каково содержание инвестиционной и эксплуатационной фаз жизненного цикла проекта?

5. Охарактеризуйте состав и этапы разработки проектной документации строительной фазы проекта.

6. Каково содержание завершения инвестиционно - строительного этапа проекта. 7.

7. Назовите этапы эксплуатационной фазы, в чем ее содержание, как определяется период оценки?

Тема 4. Процессы и методы управления проектами

1. В чем заключается сущность планирования проекта?

2. Каковы могут быть основные цели и задачи проекта?

3. Каковы требования к информационному обеспечению планирования?

4. Назовите основные методы планирования.

5. В чем сущность методов управления проектом: диаграммы Гантта; сетевого графика?

6. Каковы цели и содержание контроля и регулирования проекта?

7. Как осуществляются: мониторинг работ по проекту; измерение процесса выполнения работ и анализ результатов, внесение корректив; принятие решений; управление изменениями?

8. В чем заключается управление стоимостью проекта, каковы основные принципы; методы оценки?

9. Какова сущность бюджетирования проекта и контроля стоимости?

10. Дайте характеристику процесса управления работами по проекту: взаимосвязью объектов, продолжительностью и стоимостью работ.

11. Каковы принципы эффективного управления временем?

12. Назовите формы контроля производительности труда.

13. Какова роль и сущность менеджмента качества в проектном управлении?

14. В чем заключается процесс управления ресурсами проекта?

15. Назовите процессы, принципы управления ресурсами в проекте - управления закупками и запасами?

16. Как осуществляется правовое регулирование закупок и поставок, проектная логистика?

17. В чем заключается управление командой проекта?

18. Определите основные понятия, принципы, организационные аспекты создания команды.

19. Как осуществляется управление взаимоотношениями в проекте?

20. В чем особенности формирования организационной культуры?

Тема 5. Информационное обеспечение проектного управления

1. В чем сущность управления коммуникациями проекта?

2. Что собой представляет информационная система управления проектами и каковы ее элементы?

3. Приведите ключевые определения и потребности ИСУП.

4. Какова структура ИСУП?

5. Проведите обзор рынка программного обеспечения управления проектами.

6. Каковы требования к информационному обеспечению на разных уровнях управления?

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Концепция управления проектами

- Проект
- Проектное управление.
- Проект как совокупность процессов.
- Переход к проектному управлению.
- Модель управления проектами (УП).
- Структуризация (декомпозиции) проекта.
- Фазы, функции и подсистемы УП.
- Классификационные признаки и виды проектов.
- Цель и стратегия проекта.
- Сценарии и стратегии развития проектного комплекса.
- Результат проекта.
- Управление параметрами проекта.
- Окружение проектов.
- Проектный цикл.
- Методы управления проектами.
- Организационные структуры УП.
- Участники проектов.

Тема 2. Международные стандарты и сертификация в области проектного управления

- Стандартизация и сертификация в проектном управлении
- Группы стандартов
- Международная сертификация по УП.
- Обзор стандартов проектного управления

Тема 3. Жизненный цикл проекта и его фазы

- Жизненный цикл проекта.
- Фазы, этапы разработки и осуществления инвестиционного проекта.
- Предынвестиционная фаза проекта.

- Состав основных предпроектных документов.
- Инвестиционная фаза проекта.
- Этапы разработки проектной документации.
- ТЭО проекта.
- Организации СМР.
- Эксплуатационная фаза проекта.

Тема 4. Процессы и методы управления проектами

- Планирования проекта
- Информационное обеспечение планирования
- Методы планирования.
- Диаграмма Гантта
- Сетевой график
- Контроль и регулирование проекта
- Мониторинг работ по проекту
- Управление изменениями
- Управление стоимостью проекта
- Бюджетирование проекта
- Управление работами по проекту
- Эффективное управление временем
- Менеджмента качества в проектном управлении
- Управление ресурсами проекта
- Управление закупками и запасами
- Правовое регулирование проекта
- Проектная логистика
- Управление командой проекта
- Управление взаимоотношениями в проекте
- Формирование организационной культуры

Тема 5. Инвестиционный проект как объект управления

- Инвестиции
- Инвестиционный проект
- Бизнес-план

- Источники и способы финансирования инвестиционных проектов
- Жизненный цикл инвестиционного проекта
- Предпроектные документы
- Оценка жизнеспособности и финансовой реализуемости проекта
- ТЭО проекта
- Организации СМР
- Денежный поток инвестиционного проекта
- Финансовый анализ инвестиционного проекта
- Система показателей финансовой состоятельности проекта
- Система показателей оценки экономической эффективности
- Ставка дисконтирования
- Коэффициент дисконтирования
- Чистый дисконтированный доход (ЧДД)
- Индекс доходности (ИД)
- Срок окупаемости
- Внутренняя норма доходности (ВНД)
- Запас финансовой устойчивости (ЗФУ)
- Методы учета инфляции

Тема 6. Информационное обеспечение проектного управления

- Управления коммуникациями проекта
- Информационная система управления проектами
- Структура ИСУП
- Рынок программного обеспечения управления проектами.
- Информационное обеспечение управления проектами

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный,

кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель –

познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное,

составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ

Одной из форм текущего контроля является доклад с презентацией, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад с презентацией - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада с презентацией является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обусловливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут

быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS PowerPoint.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносится опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;

- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;

- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;

- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

ПОДГОТОВКА К ДИСКУССИИ

Современная практика предлагает широкий круг типов практических занятий. Среди них особое место занимает *дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет

создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к экзамену по дисциплине «*Основы проектной деятельности*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы проектной деятельности».*

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на экзамене особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на экзамене (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к экзамену на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры
электрификации горных предприятий
(протокол № 3 от 30.09.2025)

Заведующий кафедрой
_____ А. Л. Карякин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.О.25 ЭЛЕКТРОПРИВОД

Направление -

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль -

Мехатроника и робототехника промышленных производств

форма обучения: очная

Екатеринбург

Оглавление

Введение
1. Асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором
1.1 Обозначение электродвигателей
1.2 Построение естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с к.з. ротором по 4-м точкам
1.3 Построение естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с к.з. ротором по уравнению Клосса при помощи ПК
1.3.1 Мой компьютер
1.3.2 Электронная таблица – EXCEL
1.3.3 Уравнение Клосса
2. Асинхронный электродвигатель с фазным ротором
2.1 Назначение электродвигателей
2.2 Построение естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с фазным ротором
2.3 Определение количества и величины секций пускового резистора АД с фазным ротором
3. Двигатель постоянного тока параллельного (независимого) возбуждения
3.1 Обозначение ДПТ серии 4П
3.2 Основные формулы, используемые при решении задач
3.3 Определение количества и величины секций пускового резистора ДПТ с независимым возбуждением
4. Механика электропривода
4.1 Статические и механические нагрузки
4.2 Основное уравнение движения электропривода
4.3 Приведение моментов сопротивления рабочей машины к валу электродвигателя
4.4 Приведение моментов инерции рабочей машины к валу электродвигателя
4.5 Расчёт времени пуска и торможения системы «электродвигатель-рабочая машина»
4.6 Графоаналитический метод определения времени пуска системы «АД с к.з. ротором-вентилятор»
Приложение А. Некоторые часто встречающиеся числа
Приложение Б. Приставки к обозначениям единиц
Приложение В. Единицы физических величин
Приложение Г. Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ
Приложение Д. Основные технические данные электродвигателей серии АИ основного исполнения
Приложение Е. Основные технические данные электродвигателей с фазным ротором
Приложение Ж. Основные технические данные электродвигателей постоянного тока серии 4П
Список литературы

Введение

Для обеспечения растущих потребностей человечества созданы, продолжают разрабатываться и совершенствоваться сотни тысяч рабочих машин, производственных и бытовых механизмов, подъёмно-транспортных средств и т.д.

Для функционирования рабочих машин и механизмов к их исполнительным органам от привода должна быть подведена механическая энергия, за счёт которой и совершается их движение. Характер этого движения может быть разнообразным: вращательным однонаправленным и реверсивным, поступательным однонаправленным и реверсивным, а также возвратно-поступательным. Основное назначение приводного электродвигателя заключается в преобразовании электрической энергии, потребляемой им из сети, в механическую, отдаваемую через вал двигателя.

Механические характеристики электроприводов необходимы для выбора рационального электропривода. Правильное сочетание механических характеристик электропривода и рабочей машины - одно из непременных условий высоких технико-экономических показателей работы производственного агрегата.

Механическими характеристиками электродвигателя называются зависимости частоты или скорости вращения от вращающего момента $n = f_1(M)$ или $\omega = f_1(M)$. Электромеханическими характеристиками электродвигателя называются зависимости частоты или скорости вращения от силы тока $n = f_3(I)$или $\omega = f_4(I)$.

Эти характеристики называются естественными, если они получены при номинальных условиях питания (при номинальных напряжении и частоте), номинальном возбуждении и отсутствии добавочных сопротивлений в цепях ротора (или якоря) и статора. Характеристики двигателя называются искусственными при изменении любого из перечисленных выше факторов. Обычно при исследовании электроприводов механические характеристики изображают на графиках в виде функции $\omega = f(M)$. Однако в некоторых случаях (при теоретическом анализе механических характеристик) их изображают в виде функции $M = \varphi(\omega)$. При исследовании механических характеристик электродвигателей необходимо знать сопротивление их обмоток, а также значение вводимых в цепи обмоток пусковых, тормозных и других сопротивлений.

1. Асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором

1.1 Обозначение электродвигателей

Наиболее распространённой электрической машиной, применяемой для привода сельскохозяйственных машин и механизмов, является трёхфазный асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором. Это обусловлено сравнительно небольшой его стоимостью, простотой конструкции и высокой надёжностью в эксплуатации.

Асинхронные электродвигатели в целях упорядочения их шкал мощностей, скоростей и т. д., а также унификации применения выпускаются сериями, как в основном исполнении, так и в различных модификациях, с учётом областей применения, климатических условий, степени защищённости и т, д.

Двигатели серии АИ - новая, разработанная совместно со странами Интерэлектро, унифицированная серия асинхронных двигателей, отвечающая перспективному уровню развития мирового электромашиностроения. Они предназначены для работы в зоне умеренного климата при температуре окружающей среды - 45...+40 °С и относительной влажности воздуха до 80% при температуре + 20 °С. По сравнению с двигателями серии 4АМ двигатели серии АИ имеют улучшенные энергетические показатели, снижен уровень шума, повышены надёжностные показатели.

Структура условного обозначения:

А И Х, X_2 X_3 X_4 X_5X_6 X_7 X_8 X_9 X_{10} X_{11}

А - асинхронный;

И - унифицированная серия (Интерэлектро);

X_1 - привязка мощности к установочным размерам или обозначение специального исполнения; Р - привязка мощности к установочным размерам по РС3031-71, габариты и шкала мощностей соответствует двигателям серии 4АМ; С - **при**вязка в соответствии с нормами CENELEK, при этом мощности в тех же габаритах снижены на одну-две **ступени** по сравнению с вариантом Р, предназначены только для поставок на экспорт. Отсутствие букв Р или С означает исполнение двигателя по варианту Р, М - взрывозащищённое исполнение; У - взрывозащищённое рудничное исполнение; Ф - с пристроенным вентилятором для охлаждения двигателя;

X_2 - буква - обозначение исполнения по виду защиты и охлаждения: закрытое с внешним обдувом корпуса со встроенным вентилятором (не указывается), Б-закрытое с естественным охлаждением, **Н** — защищённое, Л — открытое, В- встраиваемое, П — закрытое продуваемое;

X_3 - буква - обозначение модификаций: С - с повышенным скольжением, Р- с повышенным пусковым моментом, Х - с регулируемой частотой вращения, Ф - с фазным ротором, У — однофазные с пусковым конденсатором, Е - однофазные с рабочим конденсатором, УЕ - однофазные с пусковым и рабочим конденсатором, Кр - для кратковременного режима работы.

X_4 - габарит (высота оси вращения), мм;

X_5 - установочный размер по длине станины: S, M, L;

X_6 - длина сердечника статора (А или В, отсутствие буквы означает только одну длину сердечника - первую);

X_7 - число полюсов: 2, 4, 6, 8, 10, 12 (в многоскоростных число полюсов указывается через дробь - 2/4; 2/6; 4/6; 4/8 и др.);

X_8 и **X_9** - дополнительные буквы для модификации двигателя (Б - со встроенной температурной защитой; П - с повышенной точностью по установочным размерам; Х2 - химически стойкие; С - сельскохозяйственные, УП - пылезащищённое исполнение; РЗ - для привода зубчатых редукторов; Ж - для моноблочных насосов; Е - с электромагнитным тормозом;

ЕЭ - с электромагнитным тормозом для электроталей; Ф - - фреоно-маслостойкие;

Н - малошумные);

X_{10} - климатическое исполнение (У, УХЛ, Т);

X_{11} - категория размещения (1,2, 3,4, 5) по ГОСТ 15150-69.

Правильное обозначение модификаций и исполнений серии важно для автоматической системы управления производством (АСУП), а также для создания системы ведения чертёжного хозяйства как части общей системы автоматизированного проектирования (САПР).

Серия АИ содержит значительное количество модификаций и исполнений, поэтому задача выбора обозначений является весьма сложной. Для обозначения серии АИ принята структура, в которой можно выделить три вида обозначения: ***базовое, основное, полное.***

Базовое обозначение - это сочетание элементов символов, определяющих серию АД, его мощность, частоту вращения (обозначение серии, вариант увязки мощности к установочным размерам, высота оси вращения, установочный размер по длине станины и длина магнитопровода статора, число полюсов).

Например: АИР100М4 (серия АИ, увязка по варианту Р, высота оси вращения 100, длина корпуса по установочным размерам М. число полюсов 4).

Основное обозначение - это сочетание базового исполнения АД с видом защиты и охлаждения, с электрической и конструктивной модификацией, со специализированным исполнением и исполнением по условиям окружающей среды.

Например: АИРБС100М4НПТ2 (АИР100М4 - базовое обозначение, Б - закрытое исполнение с естественным охлаждением без обдува, С - с повышенным скольжением, Н - малошумные, П - с повышенной точностью установочных размеров, Т - для тропического климата, 2 - категория размещения).

Полное обозначение - сочетание основного обозначения с дополнительными электрическими и конструктивными характеристиками.

Например: АИРБС 100М4НПТТ2 220/380 В, 60 IM2181, КЗ-11-3, F 100, (АИРБС 100М4НПТ2 - основное обозначение, 220/380 В - напряжение, 60 - частота сети, IM2181 - исполнение по способу монтажа и по концу вала, КЗ-11-3 - исполнение выводного устройства и количество штуцеров, F100 - исполнение фланцевого щита).

Классификация конструктивных исполнений электрических машин ***по способу монтажа*** дана в Публикации МЭК 34-7 и в СТ СЭВ 246-76. Согласно этим документам конструктивное исполнение электрической машины обозначается символом IM и четырьмя цифрами.

Условное обозначение конструктивного исполнения расшифровывается так:

IM X_1 X_2X_3 X_4

IM - буквенная часть обозначения;

X_1 - первая цифра определяет группу конструктивных исполнений.

Серия АД Интерэлектро производится по трём группам исполнений (1 - на лапах, с подшипниковыми щитами; 2 - на лапах, с подшипниковыми щитами и с фланцем на подшипниковом щите или щитах; 3 - без лап, с подшипниковыми щитами и с фланцем на одном подшипниковом щите);

X_2X_3 - вторая и третья цифры обозначают способ монтажа.

Вторая цифра. Для группы IM1-0, Третья указывает на расположение вала двигателя в пространстве при монтаже. Для группы IM1 -третья цифра обозначает: 0 - вал горизонтальный, машина лапами вниз; 1- вал вертикальный, конец вала вниз; 3 - вал вертикальный, конец вала вверх; 5 - вал горизонтальный, конец вала влево, машина крепится лапами на вертикальной плоскости; 6 - вал горизонтальный, конец вала направо, машина крепится на вертикальной плоскости;

7 - вал горизонтальный, машина крепится на горизонталь ной плоскости лапами вверх; 8 - машина может работать при любом направлении конца вала;

X_4 - исполнение выступающего конца вала: 0 - без конца вала;

1 - с одним цилиндрическим концом вала; 2 - с двумя цилиндрическими; 3- с одним

коническим; 4 - с двумя коническими; 6, 7 и 9 - в асинхронных двигателях общего назначения не применяются.

Обозначение исполнений вводных устройств расшифровывается так К-3-I - с панелью выводов и одним штуцером; К-3-II - с панелью выводов и двумя штуцерами; К-3-М - с панелью выводов и удлинителем под сухую разделку кабеля или под эпоксидную заделку; К-2-1-без панели выводов с одним штуцером; К-2-Н-без панели выводов с двумя штуцерами.

Основным исполнением вводных устройств является устройство с панелью выводов и одним штуцером (К-3-I). По заказу потребителя заводы-изготовители двигателей устанавливают вводное устройство с двумя штуцерами. Два штуцера необходимо для ввода дополнительных проводов в двигатели с температурной защитой и др.

1.2 Построение естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с к.з. ротором по 4-м точкам

Асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором характеризуется номинальными техническими данными, которые указываются в каталоге: **$P_н$,** кВт - номинальная мощность, $n_н$,об/мин- номинальная частота вращения вала электродвигателя при номинальной нагрузке, $U_н$, В -номинальное напряжение, $I_н$, А - номинальная сила тока, (~) — род тока, $f_н$, Гц - частота питающей сети,$cos\varphi_н$ - коэффициент мощности при номинальной нагрузке, $\eta_н$- коэффициент полезного действия, кроме того в каталоге задаются: n_c, об/мин- синхронная частота вращения (частота вращения магнитного поля статора)$\mu_п = \frac{M_{пуск}}{M_к}$ - кратность пускового момента,$M_к = \frac{M_{макс}}{M_н}$ - кратность максимального (или критического) момента.

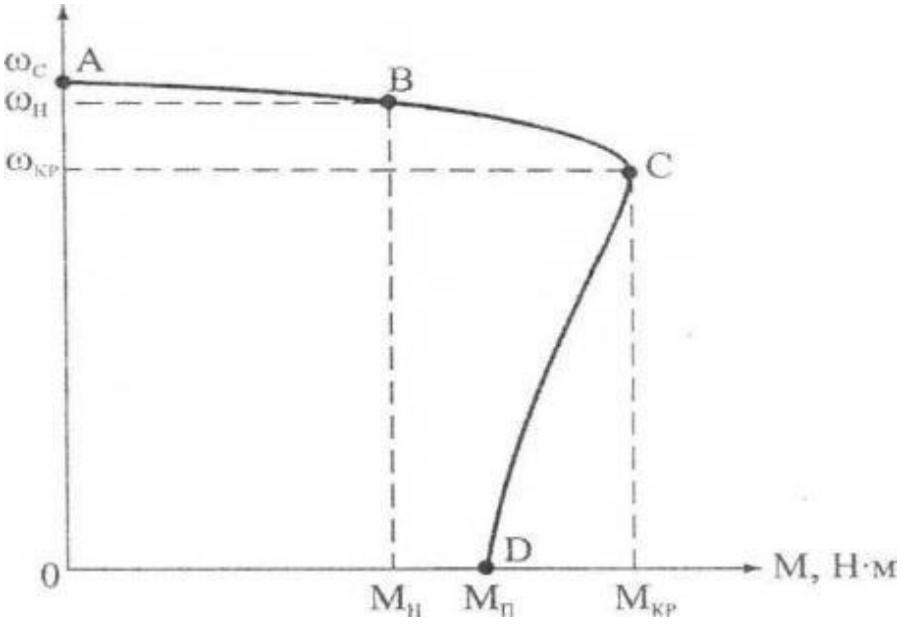
Естественную механическую характеристику асинхронного двигателя с к.з. ротором $\omega = f(M)$ ориентировочно можно построить, используя его данные из каталога, по 4 - м характерным точкам (рисунок 1.1):

Координаты точек:

Точка А ($M = 0$; $\omega = \omega_c$); ω_c -синхронная скорость вращения, рад/с. $\omega_c = \frac{\pi \cdot n_c}{30}$ (1.1)

Точка В ($M = M_н$**;** $\omega = \omega_н$**);** $M_н$**- номинальный момент электродвигателя, Н м;** $\omega_н$ **-** номинальная скорость вращения, рад**/с.**

$M_н = 1000 \cdot \frac{P_н}{\omega_н}$; (1.2) $\omega_н = \frac{\pi \cdot n_н}{30}$. (1.3)



Точка С ($М = М_{кр}$; $\omega = \omega_{кр}$**);**); $М_{кр}$ - момент критический (или максимальный), Н·м; $\omega_{кр}$- критическая скорость вращения, рад/с.

$$М_{кр} = \mu_{кр} \cdot М_{н}; \quad (1.4)$$
$$\omega_{кр} = \omega_{с}(1 - S_{кр}), \quad (1.5)$$

где $S_{кр}$ - критическое скольжение, о.е.

$$S_{кр} = S_{н} \cdot (\mu_{кр} + \sqrt{\mu_{кр}^{2} - 1}). \quad (1.6)$$

Точка Д ($М = М_{пуск}$; $\omega = 0$); $М_{пуск}$ - пусковой момент электродвигателя, Н·м;

$$М_{пуск} = \mu_{п} \cdot М_{н}. \quad (1.7)$$

Примечание: Если нагрузка у АД с к.з. ротором номинальная и параметры сети соответствуют номинальным данным, то запуск электродвигателя осуществляется от точки Д далее точка С и рабочая точка - это точка В.

Задача 1.1. Для асинхронного электродвигателя с к.з. ротором типа АИР225М2, имеющего следующие паспортные данные:

$Р_{н}$ = 55кВт; $n_{н}$ =2940 об/мин; $n_{с}$ = 3000 об/мин; $\mu_{п}$ =1,8; $\mu_{кр}$ = 2,6; построить естественную механическую характеристику по 4-м точкам:

1. Определяем синхронную скорость вращения $\omega_{сс}$, рад/с, по формуле

2. $$\omega_{с} = \frac{\pi \cdot n_{с}}{30} \quad (1.8)$$
$$\omega_{с} = \frac{3{,}14 \cdot 3000}{30} = 314 \frac{рад}{с}.$$

3. Определяем номинальную скорость вращения $\omega_{н}$, рад/с, электродвигателя:

$$\omega_{н} = \frac{\pi \cdot n_{н}}{30} \quad (1.9)$$
$$\omega_{н} = \frac{3{,}14 \cdot 2940}{30} = 307{,}7 \frac{рад}{с}.$$

4. Определяем номинальный момент $М_{н}$, Н·м, электродвигателя:

$$М_{н} = 1000 \cdot \frac{Р_{н}}{\omega_{н}} \quad (1.10)$$
$$М_{н} = 1000 \cdot \frac{55}{307{,}7} = 178{,}7 \text{ Н·м}.$$

5. Определяем критический момент $М_{кр}$, Н·м, электродвигателя:

$$М_{кр} = \mu_{кр} \cdot М_{н} \quad (1.11)$$
$$М_{кр} = 2{,}6 \cdot 178{,}7 = 464{,}6 \text{ Н·м}$$

6. Определяем номинальное скольжение $S_{н}$ о.е., электродвигателя:

$$S_{н} = \frac{(n_{с} - n_{н})}{n_{с}} \quad (1.13)$$

$$S_{\text{н}} = \frac{(3000 - 2940)}{3000} = 0.02$$

7. Определяем критическое скольжение $S_{\text{кр}}$, о.е., электродвигателя:

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{н}} \cdot (\mu_{\text{кр}} + \sqrt{\mu_{\text{кр}}{}^2 - 1}) \quad (1.13)$$

$$S_{\text{кр}} = 0.02 \cdot \left(2.6 + \sqrt{2.6^2 - 1}\right) = 0.1$$

8. Определяем критическую скорость вращения $\omega_{\text{кр}}$, рад/с, электродвигателя:

$$\omega_{\text{кр}} = \omega_{\text{с}}(1 - S_{\text{кр}}) \quad (1.14)$$

$\omega_{\text{кр}} = 314(1 - 0.1) = 282.6$ рад/с

9. Определяем пусковой момент $\text{M}_{\text{пуск}}$, Н·м, электродвигателя:

$$\text{M}_{\text{пуск}} = \mu_{\text{п}} \cdot \text{M}_{\text{н}} \quad (1.15)$$

$\text{M}_{\text{пуск}} = 1.8 \cdot 178.7 = 321.66$ Н·м

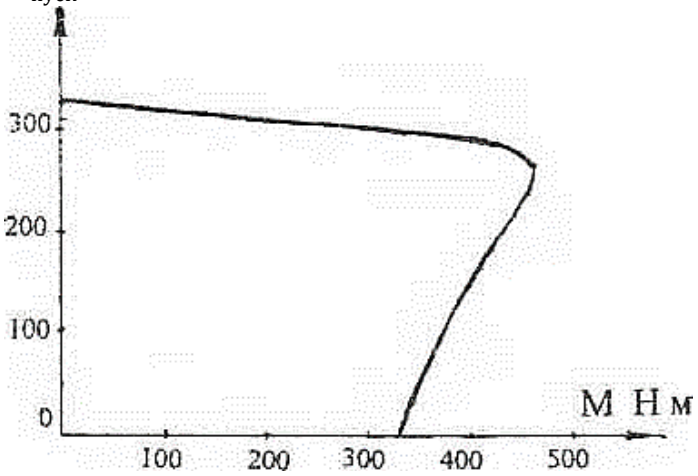


Рисунок 1.2 Естественная механическая характеристика асинхронного электродвигателя типа АИР225М2

1.3 Построение естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с к.з. ротором по уравнению Клосса при помощи ПК

1.3.1 Мой компьютер

Персональный компьютер - это техническое средство, предлагающее сегодня пользователю всё, что необходимо для обработки информации на рабочем месте, и огромные по возможностям программные средства или математическое обеспечение для решения практически любых задач в самом доступном для пользователя виде.

Технические устройства ПК:

Стандартный комплект современного ПК включает в себя:

- системный блок
- монитор
- клавиатуру
- мышь с ковриком.

Системный блок - это основа ПК, в него входят устройства, определяющие всю работу по обработке информации.

Монитор - окно в ПК. Монитор даёт возможность ведения диалога с ПК, а диалог представляет основу работы пользователя на ПК.

Клавиатура - всю клавиатуру можно разбить на 4 зоны:

- основная (пишущая машинка);
- числовая (калькулятор);
- управления курсором;
- функциональная.

Основная. Расположение символов на основной части клавиатуры такое же, как и на пишущей машинке. Русские символы в соответствии с русскоязычной пишущей машинкой, а латинские символы- с англоязычной. Верхний ряд содержит цифры и специальные символы. Большая клавиша внизу - пробел (интервал между словами). Справа и слева - управляющие клавиши.

Ctrl - (контрол), правый и левый;

Alt - (альт), правый и левый;

Shift - (шифт), правый и левый.

У клавиатуры два регистра - нижний и верхний. В нижнем регистре находятся обычные символы, буквы и цифры. В верхнем регистре - заглавные буквы и некоторые специальные символы, которые, обычно, отображены на верху клавиши. Символ из верхнего регистраберётся при нажатой клавише Shift. Для закрепления верхнего регистра используется клавиша Caps Lock. Отключается верхний регистр повторным нажатием этой клавиши. Включённый верхний регистр отмечается включённым индикатором Caps на панели индикации в правом верхнем углу клавиатуры. Для переключения режимов клавиатуры (русский / латинский) в WINDOWS следует нажать одновременно Ctrl + Shift - левый или правый.

Клавиша Back Space стирает набранные символы (справа налево).

Клавиша Tab - табуляция.

Клавиша Enter - ввод, основная клавиша, вводит информацию в ОП для обработки, подтверждает выбор на экране, завершает выполнение команды.

Клавиша Esc (Escape) — в левом верхнем углу клавиатуры, отмена действия, отказ, сброс информации.

Числовая. (Правая часть клавиатуры). Расположение цифр подобно калькулятору. Эта часть клавиатуры может работать в двух режимах - для ввода чисел или для управления курсором. Режимы переключаются клавишей Num Lock. Включённый числовой режим отображается индикатором Num на табло индикации.

Курсор. - это указатель на экране. Символьный курсор - вертикальная мигающая чёрточка обозначает на экране место для ввода. Курсор-указатель - выделенный прямоугольник,перемещая который можно выбрать информацию на экране. Курсор перемещается по экрану клавишами-стрелками. Если информации много, то для перелистывания экранов используются клавиши PgUp и PgDn страница вверх и страница вниз. Ноте - перевод курсора в начало информации (списка, строки), End - перевод курсора в конец информации (списка, строки) Клавиша ins (Inset - вставить) переключает режимы « Вставка » / « Замена ». В режиме « Вставка» символ с клавиатуры вставляется в позицию слева от курсора, раздвигая текст.

Клавиша Del (Delete - удалить) удаляет символ справа от курсора.

Функциональная. 12 клавиш в верхней части клавиатуры - F1, F2 F12.

Эти клавиши имеют конкретное назначение в каждом пакете программ и описываются в инструкциях.

Управление Мышью. При работе на ПК мышь становится основным инструментом в руках пользователя.

Рабочие элементы Мыши - это шарик на её нижней стороне и две рабочие клавиши наверху. При перемещении Мыши по коврику шарик вращается и перемещает стрелку-указатель по экрану.

Левая клавиша - 3 основных действия:

Одинарный щелчок. Выбирает объект на экране, вызывает команду из меню, нажимает кнопку на графическом экране, и т. д.

Двойной щелчок. Открывает папку, вызывает документ, выполняет другие операции по инструкции.

Перетаскивание. Перемещает объект, для этого; установить указатель мыши на нужный объект, нажать левую клавишу и, удерживая её, переместить мышь в нужном направлении. Выбранный объект перемещается вместе с мышкой и остаётся там, где отпущена клавиша.

Правая клавиша.

Щелчок правой клавишей мыши вызывает контекстное меню.

Меню - это перечень команд для выбора пользователем. Контекстное меню всегда содержит только те команды, которые можно применить к выбранному мышкой объекту, работа с этим меню значительно упрощает поиск нужной команды.

1.3.2 Электронная таблица – EXCEL

Электронные таблицы сегодня являются самыми популярными программами для автоматизации обработки информации в любой сфере управления. Одних только математических, логических, бухгалтерских, статистических функций, которые Excel умеет выполнять над табличными данными, - более двухсот штук.

Рабочее поле Excel представляет собой не чистый лист, а пустую таблицу, которую предстоит заполнять.

Идея автоматизации расчётов в электронных таблицах очень простая:

В таблице добавляются номера строк и буквы столбцов, таблица становится адресной, т.е. у каждой клетки есть адрес, как на шахматной доске. Значит, у любой информации таблицы есть адрес, так же, как и у фигуры на шахматной доске. Теперь в таблице можно писать формулы расчёта, используя адреса с информацией.

	A	B	C	D	E
1	15	20	=A1+B1(35)	=10%*C1(3.5)	=C1-D1(31.5)
2					
3					

Когда исходные данные в адресах меняются, одновременно пересчитываются и все формулы с этими адресами.

Таким образом, надо только правильно задать формулы расчёта, и тогда достаточно ввести новые исходные данные и распечатать уже пересчитанную таблицу. Если при этом учесть, **ЧТО** размеры таблиц практически не ограничены, и в формулах можно использовать огромное количество функций, в том числе сложных математических функций и специальных функций EXCEL, и что работа в таблице полностью автоматизирована, то становится понятной растущая популярность этого пакета программ.

Вызов EXCEL

EXCEL входит в состав MS OFFICE и проще всего его вызвать щелчком мыши на кнопке с его значком на панели OFFICE в верхней части экрана Рабочего Стола.

Всегда можно вызвать EXCEL из списка программ через пусковое меню:

ПУСК - Программы - Microsoft Excel Экран EXCEL

Экран EXCEL - стандартное окно WINDOWS. Верхняя строка- заголовок, затем меню, под строкой меню находятся панели инструментов с кнопками-значками для быстрого вызова основных команд. По умолчанию, так же, как и в WORDe, на экране две основные панели - стандартная и форматирование. Другие панели можно устанавливать или убирать по мере необходимости, используя для этого команду:

Вид - Панели инструментов

Вызывается список панелей. Установленные панели отмечены слева галочкой. Нужная панель устанавливается или убирается щелчком мыши. Если необходимо полностью настроить панели инструментов, то следует выполнить:

Вид - Панели инструментов - Настройка

В окне запроса выбираются панели инструментов для постоянного отображения на экране.

Рабочее поле окна EXCEL - таблица. Сверху и слева от таблицы расположена рамка EXCEL с заголовками столбцов и строк. Имена столбцов - буквы латинского алфавита, имена строк - номера по порядку, таким образом, у каждой клетки есть адрес, например: Al, F34,-AN15 и т.д.

Клетка, выделенная прямоугольной рамкой, называется «Активной клеткой» или «Табличным курсором» -Активная клетка перемещается клавишами-стрелками или щелчком мыши.

- указатель мыши в рабочем поле. **Ноте** - перемещает Активную Клетку в начало строки; **Ctrl + Ноше** - в начало таблицы, в клетку A1; курсор имеет форму толстенького белого крестика.

Вся таблица - книга. В этой книге по умолчанию 3 листа. Количество листов можно уменьшить или увеличить практически без ограничений (до 255 листов). Номера листов обозначены на ярлычках под таблицей. Один лист - это 255 столбцов и 65580 строк.

Управление листами:

- **переход на другой лист** - щелчок мыши на ярлычке листа;
- **задать новое имя** - двойной щелчок мыши на ярлычке, задать на ярлычке новое имя с клавиатуры; (или из контекстного меню выполнить команду - **Переименовать**);
- **удалить** лист - из контекстного меню выполнить команду - **Удалить;**
- добавить новые листы - из контекстного меню выполнить команду - Вставить;

Листы можно перемещать, перетаскивая мышкой ярлычок, или копировать, перетаскивая мышкой при нажатии клавиши Ctrl. Между панелями инструментов и таблицей находится

Строка Формул. Эта строка устанавливается или убирается с экрана командой: **Вид - Строка Формул.**

Слева в Строке формул отображается адрес Активной клетки, а справа - содержимое Активной клетки в формульном виде, если эта информация - формула. Последняя строка экрана - строка состояния.

Виды информации в EXCEL:

3 основных вида информации в EXCEL:

Текстовая - эту информацию EXCEL различает самостоятельно. Числовое значение текстовой информации 0 или ошибка.

Числовая - это числа, целые или десятичные с разделителем десятичных знаков - запятая, например, 15,72.

Числа могут быть представлены в нормализованном виде (экспоненциальная форма числа). Этот формат называют ещё инженерным или научным, и используется он для представления очень больших или очень маленьких чисел, используя для этого степень десяти (экспоненту).

Например:

$1200000000 = 1{,}2 * 10^{9} = 1{,}2+ E9$
$0{,}0000000012 = 1{,}2*10^{-9} = 1{,}2\text{-}E9$

Формульная- всегда начинается с признака формулы, знака =. Без этого признака формула воспринимается как текст. Формулы могут содержать:

- числа,
- адресные ссылки (например: A1 + B1),

- текстуальные константы, текст в кавычках, т.е. « текст». Используется для ввода текста в формулы.
- функции EXCEL. Большое разнообразие функций даст возможность решения самых различных классов задач, это в свою очередь и определяет такую популярность данного пакета программ.

Вот далеко не полный перечень только классов функций: - математические;
- статистические;
- логические;
- финансовые;
- календарные и другие.

Для записи (построения) формулы используются следующие арифметические операции:

+ сложение
- вычитание
* умножение
./ деление
^ возведение в степень (например: A1^3),

% процент от числа или от адресной ссылки, используется со знаком умножения * (например: = 5%*A1);

() круглые скобки используются для изменения порядка вычислений. Стандартные правила порядка вычислений при расчёте формул EXCEL выполняет.

Если при вводе формулы допущена синтаксическая ошибка, то формула воспринимается как текст и выдаётся сообщение об ошибке. В формулах не допускаются пробелы.

Вид сообщений об ошибках:

ИМЯ? - в адресных ссылках формулы использованы русские буквы, или неверно записано имя функции.

#ЗНАЧ? - в формуле допущена адресная ссылка на клетку с текстом или с ошибкой.

#ССЫЛКА? - адресная ссылка на ошибку.

#ДЕЛ/0! - деление на 0.

В одной клетке таблицы может быть информация только одного вида, иначе она воспринимается как текст.

Ввод информации:

Информация всегда вводится в «Активную клетку», поэтому необходимо следить за её местоположением в таблице. Перед вводом информации Активную клетку необходимо установить в нужное место.

Размер информации в одной клетке таблицы ограничен до 255 символов. Если при вводе текст превышает размер клетки, то он автоматически переходит в клетки справа по строке, если они свободны. Если клетки справа заняты, то текст на экране обрывается, но при этом он полностью остаётся в оперативной памяти по адресу клетки ввода.

Информация при вводе отображается в активной клетке и в строке формул, чтобы её сбросить в процессе ввода, нужно нажать клавишу Esc. Информация считается введённой в указанный адрес только при завершении ввода: (Enter) - стандартный способ завершения ввода. Обязательно применяется при вводе и редактировании формул. После ввода «Активная клетка» автоматически переходит на одну клетку вниз.

Клавиши-стрелки - обычно завершают ввод исходных данных. После ввода «Активная клетка» автоматически перемещается в выбранном стрелкой направлении.

Щелчок мыши - используется тоже при вводе исходных данных, когда они разбросаны по таблице. «Активная клетка» перемещается по адресу щелчка мыши.

Если перед вводом щелкнуть мышкой в строке формул, то в ней появляется символьный курсор, и информация вводится непосредственно в строку формул. При этом в

строке формул появляются дополнительные кнопки, которые можно использовать для редактирования, удаления или для ввода. В этом случае « Активная клетка» при вводе никуда не перемещается.

Редактирование информации:

Информация стирается из «Активной клетки» или выделенного блока клеток клавишей Del.

Если информация вводится в занятую клетку, то новая информация заменяет старую, таким образом, нет необходимости стирать старую информацию при вводе новых исходных данных.

Если в занятую клетку информация вводится ошибочно, то клавиша Esc стирает набираемую информацию, восстанавливая старую. Для редактирования данных в клетке таблицы необходимо включить режим редактирования, который вызывается двойным щелчком мыши в клетке редактирования или клавишей F2: в клетке появляется текстовый курсор, который можно перемещать по информации в клетке и затем редактировать (удалять, вставлять или заменять символы).

Щелчок мыши в строке формул также вызывает режим редактирования информации Активной клетки, символьной курсор появляется прямо в строке формул, где и отображается процесс редактирования. Редактирование завершается клавишей Enter.

Выделение в таблице:

Практически все операции в EXCEL выполняются для выделенного блока клеток или только для «Активной клетки».

Основные приёмы выделения:

- с клавиатуры - Shift + стрелки управления курсором;
- мышкой - перетаскиванием по нужному блоку клеток.

*Дополнительные приёмы***:**

- **выделение столбца** - щелчок мыши на букве столбца в рамке таблицы, перетаскиванием мышки по буквам столбцов в рамке можно выделить несколько смежных столбцов;
- **выделение строки** - щелчок мыши на номере строки в рамке таблицы, перетаскиванием мыши по номерам строк можно выделить несколько смежных строк в таблице;
- **выделение всей таблицы** - щелчок мыши в левом верхнем углу рамки таблицы;
- **выделение таблицы пользователя** - поместить «Активную клетку» в А1 и нажать клавиши Scift + Ctrl + End;
- **выделение разрывного блока клеток** - EXCEL допускает выделение несмежных между собой блоков клеток, для этого выделить мышкой нужные блоки при нажатой клавише Ctrl. В выделенном блоке остаётся не закрашенной Активная клетка.

Перемещение и копирование мышкой:

- выделить блок клеток;
- установить указатель мыши строго на рамку блока или Активной клетки;
- для перемещения - перетащить мышкой блок в другое место таблицы;
- для копирования - перетащить мышкой при нажатой клавише

Ctrl. Эту клавишу отпустить после выполнения операции в последнюю очередь.

Если блок клеток перемещается или копируется в занятое место таблицы, то на экране появляется окно-предупреждение, что будет произведена замена информации. Если эта замена нежелательна, то надо отказаться от выполнения операции.

Использование некоторых функций EXCEL:

Возможности электронных таблиц значительно расширяются, если использовать функции. Все функции EXCEL можно просмотреть, если вызвать окно «Мастер функции». Это окно вызывается кнопкой fx на стандартной панели инструментов. В этом окне слева представлен список категорий (видов) функций, а справа - список функций выбранной категории. Общий вид функций, выбранной щелчком мыши, и краткая подсказка по ней отображается внизу окна. Чтобы получить подробную инструкцию по её применению

надо нажать кнопку с вопросом (или кнопку СПРАВКА в EXCEL-7).

Окно «Мастер функций» можно использовать при вводе сложных или незнакомых функций, тогда в режиме «шаг за шагом» вводится сначала имя выбранной функции, а затем её аргументы.

1.3.3 Уравнение Клосса

Уравнение механической характеристики АД записывается следующим образом:

$$M = \frac{2M_{макс}(1+aS_{кр})}{\frac{S}{S_{кр}}+\frac{S_{кр}}{S}+2a\cdot S_{кр}} \quad (1.16)$$

Где $M_{макс}$ - максимальный (критический) момент электродвигателя, Н·м;

$S_{кр}$ - критическое скольжение, соответствующее критическому моменту, о.е.

$$2a = \frac{R_1^I}{R_2^{II}}$$

Задача 1.2. Для асинхронного электродвигателя с к.з. ротором типа АНР100L6, имеющего следующие паспортные данные:

$P_н$ = 2.2кВт; $n_н$ =945 об/мин; n_c = 1000 об/мин; $\mu_{кр}$ = 2,2; $R_1^I = 0.09$; $R_2^{II} = 0.067$; построить естественную механическую характеристику по уравнению Клосса при помощи персонального компьютера.

Решение:

1. Составляем блок-схему алгоритма расчёта координат для построения естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя к.з. ротором типа АИР100L6 (рисунок 1.3).
2. Составляем инструкцию по заполнению электронной таблицы EXCEL для реализации вычислительного алгоритма расчёта координат для построения естественной механической характеристики АД с к.з. ротором типа АНР100L6.
3. Заполняем электронную таблицу EXCEL согласно инструкции и получаем механическую характеристику $M = f(S)$ для электродвигателя типа АИР100L6 (рисунок 1.4).

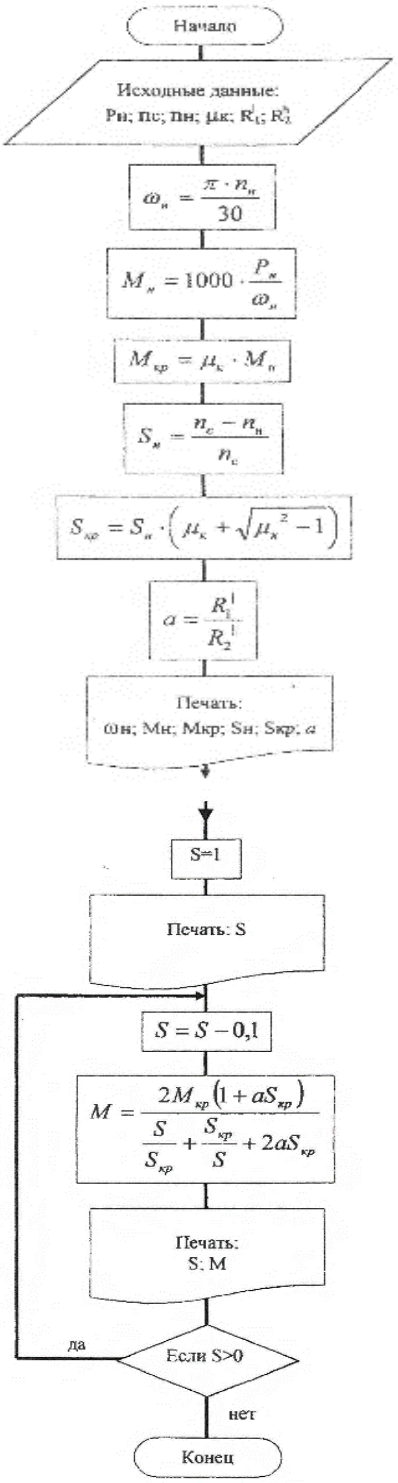


Рисунок 1.3 Блок-схема алгоритма расчета координат для построения естественной механической характеристики асинхронного двигателя с к.з. ротором

Таблица 1.2

Инструкция по заполнению электронной таблицы EXCEL для реализации вычислительного алгоритма определения координат для построения естественной механической характеристики асинхронного двигателя с к.з. ротором

Ячейка	Значение
A1 (A1-G1)	"Построение механической характеристики"
A2 (A2-G2)	"асинхронного электродвигателя с к.з. "
A3 (A3-G3)	"ротором по уравнению Клосса"
B6 (B6-E6)	"Исходные данные"
A8	"Тип двигателя"
B8	"$P_н$. кВт"
C8	"n_c, об/мин"
D8	"$n_н$ об/мин"
E8	"$\mu_к$"
F8	"R_1^I"
G8	"R_2^{II}"
B12 (B 12-E 12)	"Промежуточные расчеты"
B14	"$\omega_н$, рад/с"
C14	"$M_н$, Н*м"
D14	"$M_{кр}$, Н*м"
E14	"$S_н$"
F14	"$S_{кр}$"
G14	"a"
B15	=3,14*D9/30
C15	= 1000*B9/B15
D15	=E9*C15
E15	=(C9-D9)/C9
F15	=E15*(E9+КОРЕНЬ(СТЕПЕНЬ(E9;2)-1))
G15	=F9/G9
A18 (A18-D18)	"Данные для построения"
A1 9 (A19-D19)	"механической характеристики:"
A21	"S"
B21	"M, Н*м"
A22	=0
B22	=0
A23	=A24-0,1
B23	=2*D15*(1+G15*F15)/(A23/F15+F15/A23+2*G15*F15)
A24	=A25-0,1
B24	=2*D15*(1+G15*F15 V(A24/F 15+F15/A24+2*G 15*F
A25	=A26-0,1
B25	=2*D15*(1+G15*F15)/(A25/F15+F15/A25+2*G15*F15)
A26	=A27-0,1
B26	=2*D15*(1+G15*F15)/(A26/F15+F15/A26+2*G15*F15)
A27	=A28-0,1
B27	=2*D15*(1+G15*F15)/(A27/F15+F 15/A27+2*G
A28	=A29-0,1
B28	=2*D15*(1+G15*F15)/(A28/F15+F15/A28+2*G15*F15)
A29	=A30-0,1
B29	=2*D15*(1+G15*F15)/(A29/F15+F15/A29+2*G15*F15)
A3O	=A3 1-0,1
B3O	=2*D15*(1+G15*F15)/(A30/F15+F15/A30+2*G15*F15)
A31	=A32-0,1
B31	=2*D15*(1+G15*F15)/(A31/F15+F15/A31+2*G15*F15)
A32	=1
B32	=2*D15*(1+G15*F15)/(A32/F15+F15/A32+2*G15*F15)

B37 (B37-G37) (B40-G40)	"Рисунок 1.4. Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя с к.з. ротором”
Объект	=ВНЕДРИТЬ(”диаграмма Microsoft Graph”) ="M(S)" Значения X: “=Лист1 !$A$22:$A$32” Значения Y: “ =Лист1!$B$22:$B$32”

Построение механической характеристики асинхронного электродвигателя с к.з. ротором по уравнению Клосса

Ф.И.О.	группа, курс
Иванов Иван Иванович	1,1

Исходные данные:

Тип двигателя	$P_н$, кВт	n_c об/мин	n_c об/мин	$\mu_к$	R_1^I	R_2^{II}
АНР100L6	2,2	1000	945	2,2	0,09	0,067

Промежуточные расчеты:

$\omega_н$, рал/с	$M_н$, Н*м	$M_{кр}$, Н*м	$S_н$	$S_{кр}$	a
98,91	22,242443	48,933374	0,055	0,2288	1,3433

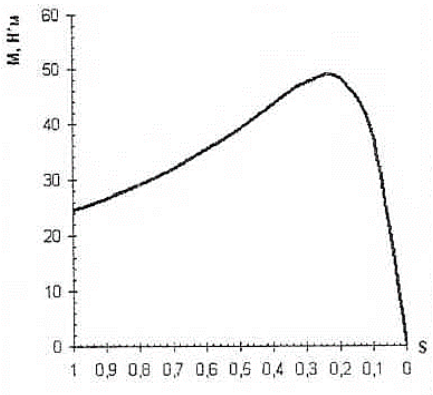


Рисунок 1.4 Естественная механическая характеристика асинхронного электродвигателя с к.з. ротором

Данные для построения механической характеристики

s	M, Н-м
0	0
0,1	38,31178
0,2	48,59697
0,3	47,58817
0,4	43.59209
0,5	39,27374
0.6	35,35732
0,7	31,97609
0.8	29,09473

0,9	26,63928
1	24,53608

2. Асинхронный электродвигатель с фазным ротором

2.1 Назначение электродвигателей

Асинхронные электродвигатели с фазным ротором применяются при тяжёлых условиях пуска, а также при необходимости плавного регулирования частоты вращения вниз от номинальной. Они используются для рабочих машин, требующих большой пусковой момент. Двигатели с фазным ротором являются модификацией АД с короткозамкнутым ротором. Главным достоинством таких АД - возможность пуска при малых пусковых токах, что особенно важно для работы от слабых сетей. Кроме того, фазный АД можно регулировать по частоте вращения, вводя в ротор резистор. В ряде случаев фазные асинхронные электродвигатели работают в режиме генератора, как нагружающие устройства. Иногда они используются в асинхронном вентильном каскаде, допускающем плавную регулировку частоты вращения в широком диапазоне при высоком коэффициенте мощности.

Выводные концы обмотки ротора, соединённой обычно в звезду, подключены к трём контактным кольцам. С помощью щёток через кольца в цепь обмотки ротора можно вводить добавочный резистор или добавочную ЭДС для изменения пусковых или рабочих свойств электродвигателя. Щётки позволяют также замкнуть обмотку накоротко.

В большинстве случаев добавочный резистор вводится в обмотку ротора только для облегчения пуска АД, так как в этом случае увеличивается момент и уменьшается ток. При работе АД пусковой резистор должен быть полностью выведен, а обмотка ротора замкнута накоротко.

Двигатели с фазным ротором выполняются с теми же степенями защиты, что и АД с короткозамкнутым ротором, -IP54 (IP44) и IP23 по СТ СЭВ 247-76.

В серии АИ на базе вариантов АИР, АИС, АИРН, АИСН разработаны соответственно следующие модификации АД с фазным ротором: **АИРФ** - со степенью защиты IP54 (IP44); **АИСФ** - со степенью защиты IP54 (IP44); **АИРНФ** - со степенью защиты IP23; АИСНФ -со степенью защиты IP23.

2.2 Построение естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с фазным ротором

Асинхронный электродвигатель с фазным ротором характеризуется номинальными техническими данными, которые указываются в каталоге:

$Р_н$**,кВт** -номинальная мощность; $U_н$, **В** - номинальное напряжение; $n_н$, об/мин - номинальная частота вращения вала электродвигателя (или $S_н$-номинальное скольжение); $I_н$ А —номинальный ток; $f_н$, Гц -частота питающей сети; $cos\varphi_н$-коэффициент мощности при номинальной нагрузке; $\eta_н$ -номинальный коэффициент полезного действия; n_c, об/мин - синхронная частота вращения (частота вращения магнитного поля статора); $\mu_н = \frac{М_{макс}}{М_н}$ кратность максимального (или критического момента); $I_{2н}$, А-номинальный ток обмотки фазы ротора; $E_{2н}$, В - э.д.с. номинальная ротора (линейное напряжение на кольцах разомкнутой цепи неподвижного ротора).

Естественную механическую характеристику асинхронного двигателя с фазным ротором $\omega = f(М)$ ориентировочно можно построить, используя его данные по каталогу по 3 -м характерным точкам: А; В; С, координаты которых рассчитываются аналогично координатам точек для построения естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с к.з. ротором (см. п.п. 1.2.). Пусковой момент ($М_1$) рассчитывается

при введённом пусковом сопротивлении в цепи ротора согласно законов коммутации по формуле:

$$M_1 = (0{,}8 \dots 0{,}85)M_{макс} \quad (2.1)$$

Естественную механическую характеристику асинхронного электродвигателя с фазным ротором можно построить по уравнению Клосса по формуле (1.16), задаваясь скольжением в пределах от S=0 до $1 > S > S_{кр}$

Задача 2.1. Для асинхронного электродвигателя с к.з. ротором типа АИРФ200М4, имеющего следующие паспортные данные:

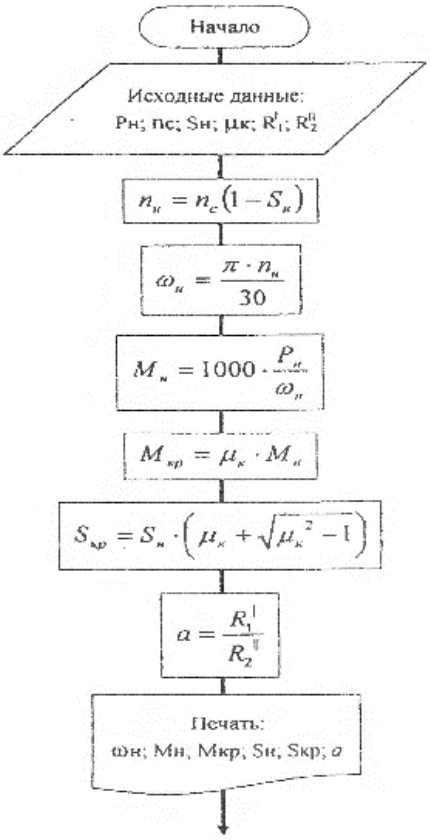
$P_н$ = 22кВт; n_c = 1500 об/мин; $S_н = 0.025$; $\mu_{кр}$ = 2,2;Параметры схемы замещения $R_1^I = 0.024$; $R_2^{II} = 0.026$; построить естественную механическую характеристику по уравнению Клосса при помощи персонального компьютера.

Решение:

1. Составляем блок-схему алгоритма расчёта координат для построения естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя к.з. ротором типа АИРФ200М4 (рисунок 2.1).

2. Составляем инструкцию по заполнению электронной таблицы EXCEL для реализации вычислительного алгоритма расчёта координат для построения естественной механической характеристики АД с к.з. ротором типа АИРФ200М4.

3. Заполняем электронную таблицу EXCEL согласно инструкции и получаем механическую характеристику $M = f(S)$ для электродвигателя типа АИРФ200М4 (рисунок 2.2).



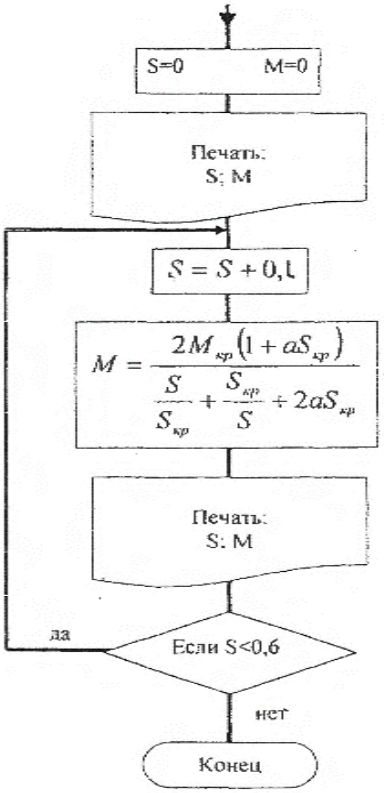


Рисунок 2.1 Блок-схема алгоритма расчета координат для построения естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с фазным ротором

Таблица 2.1

Инструкция по заполнению электронной таблицы EXCEL для реализации вычислительного алгоритма определения координат для построения естественной механической характеристики асинхронного электродвигателя с фазным ротором

Ячейка	Значение
A1 (A1-G1)	"Построение механической характеристики”
A2 (A2-G2)	"асинхронного электродвигателя с фазным[7]’
A3 (A3-G3)	"ротором по уравнению Клосса”
B6 (B6-E6)	’’Исходные данные”
A8	’’Тип двигателя”
B8	"$P_н$. кВт"
C8	"n_c, об/мин"
D8	”"$S_н$ о.е.”
E8	"$\mu_к$"
F8	"R_1^I"
G8	"R_2^{II}"
B12 (B12-E12)	’’Промежуточные расчеты"
B14	"$n_н$ об/мин"
C14	"$\omega_н$, рад/с"
D14	"$M_н$, Н*м"
E14	"$M_{кр}$, Н*м"
F14	"$S_{кр}$"

G14	”a ”
B15	=C9*(1-D9)
C15	=3.14*B15/30
D15	=1000*B9/C15
E15	=E9*D15
F15	=09*(E9+K0РЕНЬ(СТЕПЕНЬ(,E9;2)-1))
G15	=F9/G9
A18 (A18-D1S)	’’Данные для построения”
A19 (A19-D19)	’’механической характеристики:”
A21	”S”
B21	”M, Н·м”
A22	=0
B22	=0
A23	=A22+0.1
B23	=2*E15*(1+G15*F15)/(A23/F15+F15/A23+2*G15*F15)
A24	=A 23+0,1
B24	=2*E15*(1+G15*F15)/(A24/F15+F15/A24+2*G15*F15)
A25	=A24+0,1
B25	=2*E15*(1+G15*F15)/(A25/F15+F15/A25+2*G15*F15)
A26	=A25+0,1
B 26	=2*E 15 *(1 +G15*F 15)/(A26/F 15+F 15/A26+2*G 15*F 15)
A27	=A26+0,1
B27	=2*E15*(1+G15*F15)/(A27/F15+F15/A27+2*G15*F15)
A28	=A27+0,1
B28	=2*E 15*(1 +G15 * F15)/(A2 8/F15+F15/A28+2*Gl 5*F 15)
(B37-G37) (B40-G40)	’’Рисунок 2.2 Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя с фазным ротором”
Объект 13	=ВНЕДРИТЬ (”MSGraph.Chart.8”;” ”)

Построение механической характеристики асинхронного электродвигателя с фазным ротором по уравнению Клосса

Исходные данные:

Тип двигателя	$P_н$, кВт	n_c об/мин	S_H, о.е.	$\mu_к$	R_1^I	R_2^{II}
АИРФ200М4	22	1500.	0,025	2,5	0,024	0,026

Промежуточные расчеты:

$n_н$,об/мин	$\omega_н$, рал/с	$M_н$, Н*м	$M_{кр}$, Н*м	$S_{кр}$	***a***
| 1462,50	153,08	143,72	359,30	0,12	0,92

Данные для построения механической характеристики:

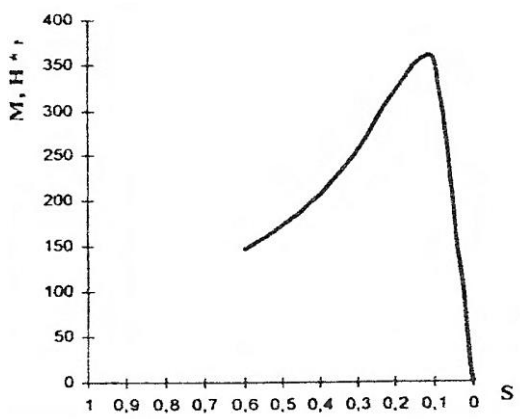


Рисунок 2.2 Естественная механическая характеристика асинхронного электродвигателя с фазным ротором

S	M, Н·м
0	0
0,1	354,09
0,2	320,54
0,3	255,38
0,4	206,75
0,5	172,18
0,6	146,98

2.3 Определение количества и величины секций пускового резистора АД с фазным ротором

Асинхронный электродвигатель с фазным ротором запускается при полностью введённом пусковом резисторе (реостате), который состоит из секций. Пусковой реостат служит для ограничения пускового тока АД с фазным ротором. Определить количество и величины сопротивлений секций пускового реостата можно графическим и аналитическим способами.

Графический метод:

Для определения количества и величины сопротивлений секций пускового реостата необходимо построить пусковую диаграмму АД с фазным ротором (рисунок 2.3).

1. Строим механическую характеристику АД с фазным ротором по 3-м точкам или по уравнению Клосса;
2. Определяем искусственный пусковой момент M_1 Н·м, согласно законов коммутации:

$$M_1 = (0{,}8 \dots 0{,}85)M_{макс} \quad (2.2)$$

3. Определяем момент переключения M_2, Н·м, секций пускового реостата:

$$M_2 = (1 \dots 1{,}5)M_н \quad (2.3)$$

4. Строим прямые M = M, и M = M_2;
5. Соединяем точку 1 и точку А, точку пересечения с прямой $M = M_2$ обозначаем цифрой 2, из точки 2 опускаем перпендикуляр на прямую $M = M_1$ и обозначаем эту точку цифрой 3; соединяем точку 3 с точкой А, точку пересечения с прямой $M = M_2$ обозначаем цифрой 4, из точки 4 опускаем перпендикуляр на прямую $M = M_1$ и обозначаем эту точку цифрой 5; соединяем точку 5 с точкой А, точку пересечения с прямой $M = M_2$ обозначаем цифрой 6, из точки 6 опускаем перпендикуляр на прямую $M = M_1$и обознача-

ем эту точку цифрой 7.

(Цифра 7 обязательно должна находиться на пересечении естественной механической характеристики АД и прямой $M = M_1$ -это может быть достигнуто путём подбора коэффициентов от 1 до 1,5 у момента переключения M_2 и коэффициентов от 0,8 до 0,85 у пускового момента M_1).

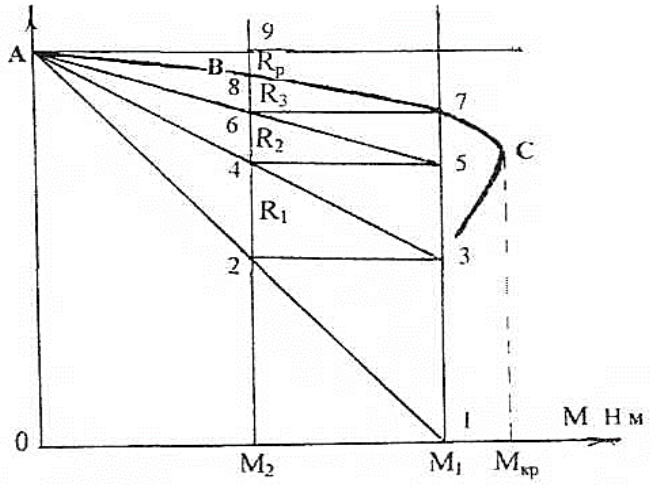


Рисунок 2.3 - Пусковая диаграмма АД с фазным ротором

6. Проводим прямую СО ⁼С0с параллельную оси моментов и обозначаем точку пересечения с прямой M = M2 цифрой 9, а точку пересечения механической характеристики с прямой $M = M_2$ обозначаем цифрой 8. По пусковой диаграмме определяем количество ступеней пускового реостата (m). Согласно рисунка 2.3. m = 3

пределяем номинальное активное сопротивление $R_{2н}$. Ом, обмотки фазы ротора:

$$R_{2н} = \frac{E_{2н}}{\sqrt{3} \cdot I_{2н}} \quad (2.4)$$

где$E_{2н}$ - Э.Д.С. номинальная ротора, В, $I_{2н}$- номинальный ток обмотки фазы ротора, А.

7. Определяем активное сопротивление $R_р$, Ом, обмотки фазы ротора при $M_c = M_н$:

$$R_р = R_{2н} \cdot S_н \quad (2.5)$$

8. Определяем масштаб сопротивлений m_R, **Ом/мм,** замеряем расстояние отрезка (8 - 9) в мм:

$$m_R = \frac{R_р}{(8-9)} \quad (2.6)$$

9. Определяем величину сопротивления первой секции R_1 ?Om, пускового реостата: замеряем расстояние отрезка (2-4) в мм.

$$R_1 = m_R \cdot (2-4) \quad (2.7)$$

10. Определяем величину сопротивления второй секции R_2, Ом, пускового реостата: замеряем расстояние отрезка (4 - 6) в мм.

$$R_2 = m_R \cdot (4-6) \quad (2.8)$$

11. Определяем величину сопротивления третьей секции R_3**,Ом,** пускового реостата: замеряем расстояние отрезка (6 - 8) в мм.

$$R_3 = m_R \cdot (6-8) \quad (2.9)$$

12. Определяем суммарное сопротивление роторной цепи R_n,Ом, при полностью введённом пусковом реостате:

$$R_n = \Sigma R = R_\text{р} + R_1 + R_2 + R_3 \quad (2.10)$$

Аналитический метод:

Так как стоит задача определить число и величину сопротивлений ступеней пускового реостата, следовательно, задаются M_1 и M_2.

1. Задаёмся $\text{M}_1 = (0{,}8 \dots 0{,}85)\text{M}_\text{макс}$, $\text{M}_2 = (1 \dots 1{,}5)\text{M}_\text{н}$
2. Определяем номинальное активное сопротивление $\text{R}_{2\text{н}}$. Ом, обмотки фазы ротора:

$$R_{2\text{н}} = \frac{E_{2\text{н}}}{\sqrt{3} \cdot I_{2\text{н}}} \quad (2.11)$$

3. Определяем активное сопротивление $\text{R}_\text{р}$, Ом, обмотки фазы ротора при $\text{M}_c = \text{M}_\text{н}$:

$$R_\text{р} = R_{2\text{н}} \cdot S_\text{н} \quad (2.12)$$

4. Определяем колебания момента при пуске:

$$\lambda = \frac{\text{M}_1}{\text{M}_2} \quad (2.13)$$

5. Определяем количество ступеней пускового реостата:

$$m = \frac{lg\frac{\text{M}_\text{н} R_{2\text{н}}}{R_p \, \text{M}_1}}{lg\lambda} \quad (2.14)$$

6. Принимаем m целым числом:
7. Рассчитываем уточнённое значение λ

$$\lambda = \sqrt[m]{\frac{R_{2\text{н}}\text{M}_\text{н}}{R_p \text{M}_1}} \quad (2.15)$$

8. Определяем величины сопротивлений секций пускового реостата:

$$R_m = R_p(\lambda - 1) \quad (2.16)$$
$$R_{m-1} = R_p \cdot \lambda(\lambda - 1) = R_m \cdot \lambda \quad (2.17)$$
$$R_1 = R_p \cdot \lambda^{m-1}(\lambda - 1) = R_2 \cdot \lambda \quad (2.18)$$

9. Определяем суммарное сопротивление роторной цепи R_N, Ом, при полностью введённом пусковом реостате:

$$R_n = \Sigma R = R_\text{р} + R_1 + R_2 + R_m \quad (2.19)$$

Задача 2.2. Определить число и величины сопротивлений секций пускового реостата для АД с фазным ротором типа АИРФ200М4, имеющего следующие паспортные данные:

$P_н$ = 22кВт; n_c = 1500 об/мин; $S_н = 2{,}5\%$; $\mu_{кр}$ = 2,5; Данные ротора: $E_{2н}$ = 340 В, $I_{2н}$ = 45 А.

Графический метод:

1. Строим естественную механическую характеристику АД типа АИРФ200М4 по 3-м характерным точкам: А; В; С. (рисунок 2.4).
2. Рассчитываем координаты точек:

- определяем синхронную скорость вращения:

$$\omega_с = \frac{\pi \cdot n_с}{30} \tag{2.20}$$

$$\omega_с = \frac{3{,}14 \cdot 1500}{30} = 157 \frac{рад}{с}.$$

3. Определяем номинальную частоту вращения:

$$n_н = n_с(1 - S_н) \tag{2.21}$$

$$n_н = 1500(1 - 0{,}025) = 1462{,}5 \frac{об}{мин}$$

4. Определяем номинальную скорость вращения $\omega_н$, рад/с, электродвигателя

$$\omega_н = \frac{\pi \cdot n_н}{30} \tag{2.22}$$

$$\omega_с = \frac{3{,}14 \cdot 1462{,}5}{30} = 153 \frac{рад}{с}.$$

5. Определяем номинальный момент $M_н$, Н · м, электродвигателя:

$$M_н = \frac{P_н}{\omega_н} \cdot 10^3 \tag{2.23}$$

$M_н = \frac{22}{153} \cdot 10^3 = 143{,}7$ Н · м;

6. Определяем максимальный (критический) момент $M_{макс}$, Н · м. электродвигателя:

$$M_{макс} = \mu_{кр} \cdot M_н; \tag{2.24}$$

$M_{макс} = 2{,}5 \cdot 143{,}7 = 359{,}25$ Н · м;

7. Определяем критическое скольжение $S_{кр}$, о.е., по формуле:

$$S_{кр} = S_н \cdot (\mu_{кр} + \sqrt{\mu_{кр}{}^2 - 1}) \tag{2.25}$$

$$S_{кр} = 0{,}025 \cdot \left(2{,}5 + \sqrt{2.5^2 - 1}\right) = 0.12$$

8. Определяем критическую скорость вращения $\omega_{кр}$, рад/с, электродвигателя:

$$\omega_{кр} = \omega_с(1 - S_{кр}) \tag{2.26}$$

$\omega_{кр} = 157(1 - 0.12) = 138{,}2$ рад/с

9. Определяем пусковой момент M_1, Н·м, электродвигателя:

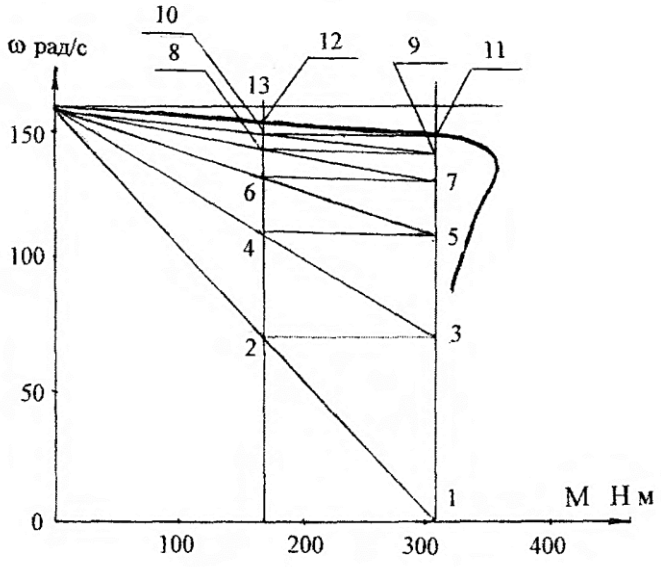
$$M_1 = 0{,}85 \cdot M_{кр} \quad (2.27)$$

$M_1 = 0{,}85 \cdot 359{,}25 = 305{,}4$ Н · м

10. Определяем момент переключения M_2, Н · м, электродвигателя:

$$M_2 = (1 \dots 1{,}5)M_н; \quad (2.28)$$

$M_2 = 1{,}17 \cdot 143{,}7 = 168$ Н · м;



11. Определяем номинальное активное сопротивление $R_{2н}$. Ом, обмотки фазы ротора:

$$R_{2н} = \frac{E_{2н}}{\sqrt{3} \cdot I_{2н}}; \quad (2.29)$$

$R_{2н} = \frac{340}{1{,}73 \cdot 45} = 4{,}6$ Ом;

12. Определяем активное сопротивление $R_р$, Ом, обмотки фазы ротора при $M_c = M_н$:

$$R_р = R_{2н} \cdot S_н; \quad (2.30)$$

$R_р = 4{,}36 \cdot 0{,}025 = 0{,}1$ Ом;

13. Определяем масштаб m_R, Ом/мм, сопротивлений:

$$m_R = \frac{R_р}{(12-13)}; \quad (2.31)$$

$m_R = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05$ Ом;

14. Определяем величину сопротивления первой секции R_1, Ом, пускового реостата:

$$R_1 = m_R \cdot (2-4); \quad (2.32)$$

$R_1 = 0{,}05 \cdot 19 = 0{,}95$ Ом;

15. Определяем величину сопротивления второй секции R_2, Ом, пускового рео-

стата:

$$R_2 = m_R \cdot (4-6); \quad (2.33)$$

$R_2 = 0{,}05 \cdot 11 = 0{,}5$ Ом;

16. Определяем величину сопротивления третьей секции R_3,Ом**,** пускового реостата:

$$R_3 = m_R \cdot (6-8); \quad (2.34)$$

$R_3 = 0{,}05 \cdot 5 = 0{,}25$ Ом;

17. Определяем величину сопротивления четвёртой секции R_4, Ом, пускового реостата:

$$R_4 = m_R \cdot (8-10); \quad (2.35)$$

$R_4 = 0{,}05 \cdot 3 = 0{,}15$ Ом;

18. Определяем величину сопротивления пятой секции R_5, Ом, пускового реостата:

$$R_5 = m_R \cdot (10-12); \quad (2.36)$$

$R_5 = 0{,}05 \cdot 2 = 0{,}1$ Ом;

19. Определяем суммарное сопротивление R_n, Ом, роторной цепи при полностью введённом пусковом реостате:

$$R_n = \Sigma R = R_\text{р} + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5; \quad (2.37)$$

$R_n = \Sigma R = 0{,}1 + 0{,}95 + 0{,}5 + 0{,}25 + 0{,}15 + 0{,}1 = 2{,}05$ Ом;

Аналитический метод:

1. Дано: $\text{М}_1 = 305{,}4$ Н · м; $\text{М}_2 = 168$ Н · м; $\text{М}_\text{н} = 143{,}7$ Н · м; $R_\text{р} = 0{,}1$ Ом; $R_{2\text{н}} = 4{,}36$ Ом;

2. Определяем колебания момента при пуске:

$$\lambda = \frac{\text{М}_1}{\text{М}_2}; \quad (2.38)$$

$\lambda = \frac{305{,}4}{168} = 1{,}82;$

3. Определяем количество ступеней пускового реостата:

$$m = \frac{lg\frac{\text{М}_\text{н} R_{2\text{н}}}{R_p\,\text{М}_1}}{lg\lambda} \quad (2.39)$$

$$m = \frac{lg\frac{143{,}7}{0{,}1}\frac{4{,}36}{305{,}4}}{lg1{,}82} = \frac{1{,}31}{0{,}26} = 5{,}03$$

4. Принимаем m целым числом: m=5
5. Рассчитываем уточнённое значение λ

$$\lambda = \sqrt[m]{\frac{R_{2\text{н}}\text{М}_\text{н}}{R_p\text{М}_1}} \quad (2.40)$$

$$\lambda = \sqrt[5]{\frac{143{,}7 \cdot 4{,}36}{0{,}1 \cdot 305{,}4}} = 1{,}83$$

6. Определяем величины сопротивлений секций пускового реостата:

$$R_5 = R_p(\lambda - 1); \quad (2.41)$$

$R_5 = 0{,}1(1{,}83 - 1) = 0{,}083$ Ом;

$$R_4 = R_5 \cdot \lambda; \quad (2.42)$$

$R_4 = 0{,}083 \cdot 1{,}83 = 0{,}15$ Ом;

$$R_3 = R_4 \cdot \lambda; \quad (2.43)$$

$R_3 = 0{,}15 \cdot 1{,}83 = 0{,}27$ Ом;

$$R_2 = R_3 \cdot \lambda; \quad (2.44)$$

$R_2 = 0{,}27 \cdot 1{,}83 = 0{,}49$ Ом;

$$R_1 = R_2 \cdot \lambda; \quad (2.45)$$

$R_1 = 0{,}49 \cdot 1{,}83 = 0{,}896$ Ом;

7. Определяем суммарное сопротивление роторной цепи R_N, Ом, при полностью введённом пусковом реостате:

$$R_n = \Sigma R = R_\text{р} + R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5; \quad (2.46)$$

$R_n = \Sigma R = 0{,}1 + 0{,}896 + 0{,}49 + 0{,}27 + 0{,}15 + 0{,}083 = 1{,}989$ Ом.

Примечание:

Расхождение значений величин секций пускового реостата, полученных графическим методом и аналитическим объясняются тем, что аналитический метод предполагает, что рабочая часть механической характеристики АД с фазным ротором представляет собой прямую линию.

Рабочая часть механической характеристики АД с фазным ротором построенная по уравнению Клосса максимально приближенна к прямой линии, поэтому и величины сопротивлений секций пускового реостата полученные графическим методом максимально приближены к величинам сопротивлений, рассчитанных аналитическим методом.

3.1 Электродвигатель постоянного тока параллельного возбуждения

3.2 Обозначение ДПТ серии 4П

Двигатели постоянного тока стоят в 3 – 5 раз дороже, чем асинхронные короткозамкнутые двигатели, и требуют больших расходов на обслуживание. Поэтому они находят применение в тех случаях, когда их особые свойства (широкие пределы регулирования частоты вращения и возможность получения специальных механических характеристик) играют решающее значение. Постоянный ток для питания ДПТ получается с помощью генераторов постоянного тока или выпрямительных установок, преобразующих переменный ток в постоянный.

Двигатели постоянного тока серии 4П с высотами оси вращения 80, 100, 112, 132, 160, 180, 200, 225, 250, 280, 355, 450 мм с номинальными вращающими моментами от 1,2 до 15000 Н*м предназначены для регулируемых электроприводов, питаемых как от полупроводниковых преобразователей, так и от иных источников питания (генераторов, аккумуляторных батарей). Электродвигатели изготавливаются для различных отраслей народного хозяйства климатических исполнений УХЛ4, 04 по ГОСТ 15150-69 и для поставки на экспорт в страны с умеренным и тропическим климатом.

Структура условного обозначения:

3.3 П X_1 М С $X_2X_3X_4$ X_5 X_6 X_7 X_8X_9

3.4 **–** порядковый номер серии**;**

П – наименование вида двигателя – постоянного тока;

X_1 – исполнение по степени защиты и способу охлаждения:

(О – закрытое с наружным обдувом от вентилятора на валу двигателя IP44, IC0141;

Н-защищённое с самовентиляцией IP23, IC01;

Ф — защищённое с независимой вентиляцией от постороннего источника;

П-закрытое продуваемое от постороннего источника);

М – модификация;

С – смешанное возбуждение; отсутствие буквы С указывает на параллельное или независимое возбуждение;

X_2 X_3 X_4 – высота оси вращения;

X_5 – условная длина корпуса по МЭК 72 – I;

X_6 – условная длина сердечника якоря (1 – первая длина; 2 – вторая длина). Отсутствие цифры означает совпадение количества длин якорей и корпусов;

X_7 – наличие тахогенератора: Г – с тахогенератором; отсутствие буквы – без тахогенератора;

X_8 – климатическое исполнение по ГОСТ 15150-69;

X_9 – категория размещения по ГОСТ 15543-70.

3.5 Основные формулы, используемые при решении задач

Уравнение электрического равновесия цепи якоря электродвигателя постоянного тока (ДПТ) записывается следующим образом:

$$U = E + I \cdot R = K \cdot \Phi \cdot \omega + 1(R_я + R_д); \quad (3.1)$$

где U - напряжение, приложенное к цепи ДПТ, В.

Е - ЭДС, наведённая в обмотке якоря ДПТ, В;

I - ток в цепи якоря ДПТ, А;

R - общее сопротивление цепи якоря. Ом;

К - безразмерный коэффициент, определяемый конструктивными параметрами электродвигателя;

Ф - магнитный поток ДПТ, Вб;

ω - угловая скорость вращения якоря ДПТ, рад/с;

$R_я$ - сопротивление добавочного резистора, включаемого последовательно в цепь якоря, Ом;

$R_д$ - внутреннее сопротивление цепи якоря ДПТ, состоящее из сопротивлений последовательно соединённых обмоток якоря $r_{оя}$, дополнительных полюсов $r_{дп}$ и компенсационной обмотки $r_{ко}$, щёточного контакта $r_щ$, а также сопротивления последовательной обмотки возбуждения $r_{ов}$(для ДТП последовательного возбуждения);

Внутреннее сопротивление цепи якоря R, Ом, ДПТ с независимым возбуждением рассчитывается по формуле:

$$R_я \approx 0{,}5(1 - \eta_н)\frac{U_н}{I_н} = 0{,}5(1 - \eta_н)R_н; \quad (3.2)$$

Где $\eta_н, U_н, I_н, R_н$ - соответственно номинальные КПД, напряжение, В, ток. А, и сопротивление, Ом.

Электродвижущая сила $E_н$, В, (ЭДС), наведённая в обмотке ДПТ при номинальной скорости вращения $\omega_н$ и номинальном магнитном потоке $\Phi_н$ рассчитывается по формуле:

$$E_н = C_н \cdot \omega_н = U_н - I_н \cdot R_я = U_н - \Delta U_я; \quad (3.3)$$

где $C_н$ - коэффициент пропорциональности между ЭДС и скоростью вращения, а также между электромагнитным моментом и током якоря в ДПТ при неизменном магнитном потоке возбуждения $Ф_н$.

Номинальный электромагнитный вращающий момент $М_{эн}$, Н-м, ДПТ рассчитывается по формуле:

$$М_{эн} = K \cdot Ф_н \cdot I_н = C_н \cdot I_н = М_н + М_{хх} \quad (3.4)$$

где $М_н$ - номинальный вращающий момент на валу электродвигателя, Н · м;

$М_{хх}$.-момент холостого хода (момент потерь) двигателя Н · м.

Этот момент ($М_{хх}$) мал относительно момента на валу электродвигателя, поэтому в приближённых расчётах им можно пренебречь и считать, что момент на валу двигателя равен его электромагнитному моменту.

Уравнение электромеханической характеристики ДПТ независимого возбуждения (параллельного) записывается следующим образом:

$$\omega = \frac{U - I \cdot R}{C} = \omega_0 - \Delta\omega \quad (3.5)$$

где ω_0—скорость якоря при идеальном холостом ходе ДПТ, рад/с; $\Delta\omega$ - статическое падение скорости якоря, рад/с.

Уравнение механической характеристики ДПТ независимого возбуждения записывается следующим образом:

$$\omega = \frac{U}{C} - \frac{М \cdot R}{C^2} = \omega_0 - \Delta\omega \quad (3.6)$$

где М - вращающий момент на валу двигателя, Н-м;

Мощность, потребляемая двигателем из электрической сети $Р_{эн}$., Вт, при номинальной нагрузке:

$$Р_{эн} = U_н \cdot I_н = \frac{Р_н}{\eta_н} = \frac{М_н \cdot \omega_н}{\eta_н} \quad (3.7)$$

где $Р_н$ - номинальная механическая мощность на валу электродвигателя, Вт;

$\omega_н$- номинальная скорость вращения якоря, рад/с;

$\eta_н$ - номинальная частота вращения электродвигателя, об /мин.

Номинальный вращающий момент$М_н$ Н · м, на валу электродвигателя:

$$М_н = 1000\frac{Р_н}{\omega_н} = 9550\frac{Р_н}{n_н} \quad (3.8)$$

Скорость вращения идеального холостого хода ω_0, рад/с:

$$\omega_0 = \frac{U_н}{C_н} = \frac{\omega_н \cdot U_н}{U_н - I_н \cdot R_н} = \frac{\omega_н \cdot U_н}{E_н} \quad (3.9)$$

Полные потери мощности $\Delta Р_н$, Вт, в двигателе при $Р = Р_н$:

$$\Delta Р_н = \Delta Р_н - \Delta Р_н = \Delta Р_н(\frac{1-\eta_н}{\eta_н}) \quad (3.10)$$

Задача 3.1. Для ДПТ независимого возбуждения, используя следующие его паспортные (номинальные) данные: $Р_н$ = 2,5 кВт; $U_н$ = 110 В; $\eta_н$= 72%; $n_н$ = 1000 об /мин, определить величины, характеризующие его работу в номинальном режиме, и построить

естественную механическую характеристику.

Решение:

1. Определяем номинальный ток $I_{\text{н}}$, А, электродвигателя:

$$I_{\text{н}} = 1000\frac{\text{P}_{\text{н}}}{U_{\text{н}} \cdot \eta_{\text{н}}} \tag{3.11}$$

$$I_{\text{н}} = 1000\frac{2{,}5}{110 \cdot 0{,}72} = 31{,}6 \text{ А}$$

2. Определяем номинальное сопротивление $R_{\text{н}}$, Ом, электродвигателя:

$$R_{\text{н}} = \frac{U_{\text{н}}}{I_{\text{н}}} \tag{3.12}$$

$$R_{\text{н}} = \frac{110}{31{,}6} = 3{,}48 \text{ Ом}$$

3. Определяем внутреннее сопротивление цепи якоря R,, Ом по формуле:

$$R_{\text{я}} = 0{,}5(1 - \eta_{\text{н}})R_{\text{н}} \tag{3.13}$$

$$R_{\text{я}} = 0{,}5 \cdot (1 - 0{,}72) \cdot 3{,}48 = 0{,}487 \text{ Ом}$$

4. Определяем потерю напряжения $\Delta U_{\text{я}}$, В, в цепи якоря:

$$\Delta U_{\text{я}} = I_{\text{н}} \cdot R_{\text{я}} \tag{3.14}$$

$$\Delta U_{\text{я}} = 31{,}6 \cdot 0{,}487 = 15{,}4 \text{ В}$$

5. Определяем номинальную ЭДС $E_{\text{н}}$, В, якоря

$$E_{\text{н}} = U_{\text{н}} - \Delta U_{\text{я}} \tag{3.15}$$

$$E_{\text{н}} = 110 - 15{,}4 = 94{,}6 \text{ В}$$

6. Определяем номинальную скорость вращения $\omega_{\text{н}}$, рад/с, якоря:

$$\omega_{\text{н}} = \frac{\pi \cdot n_{\text{н}}}{30} \tag{3.16}$$

$$\omega_{\text{н}} = \frac{3{,}14 \cdot 1000}{30} = 105 \text{ рад/с}$$

7. Определяем номинальный вращающий момент $\text{M}_{\text{н}}$, $\text{Н} \cdot \text{м}$, на валу электродвигателя:

$$\text{M}_{\text{н}} = 1000\frac{\text{P}_{\text{н}}}{\omega_{\text{н}}} \tag{3.17}$$

$$\text{M}_{\text{н}} = 1000\frac{2{,}8}{105} = 23{,}8 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

8. Определяем номинальную мощность $\text{P}_{\text{эн}}$., кВт, потребляемую электродвигателем из электрической сети:

$$\text{P}_{\text{эн}} = \frac{\text{P}_{\text{н}}}{\eta_{\text{н}}} \tag{3.18}$$

$$\text{P}_{\text{эн}} = \frac{2{,}5}{0{,}72} = 3{,}47 \text{ кВт}$$

9. Определяем полные номинальные потери мощности $\Delta\text{P}_{\text{н}}$, кВт, в электродвигателе:

$$\Delta\text{P}_{\text{н}} = \text{P}_{\text{н}}\left(\frac{1-\eta_{\text{н}}}{\eta_{\text{н}}}\right) \tag{3.19}$$

$$\Delta P_н = 2{,}5\left(\frac{1-0{,}72}{0{,}72}\right) = 0{,}97 \text{ кВт}$$

10. Определяем скорость идеального холостого хода ω_0, рад/с, при номинальном напряжении

$$\omega_0 = \frac{U_н \cdot \omega_н}{E_н} \tag{3.20}$$

$$\omega_0 = \frac{110 \cdot 105}{94{,}6} = 122 \text{ рад/с}$$

11. Определяем коэффициент пропорциональности $C_н$ Вб

$$C_н = \frac{E_н}{\omega_н} \tag{3.21}$$

$$C_н = \frac{94{,}6}{105} = 0{,}9 \text{ Вб}$$

12. Определяем номинальный электромагнитный момент $M_{эн}$., Н · м, по формуле

$$M_{эн} = C_н \cdot I_н \tag{3.22}$$

$$M_{эн} = 0{,}9 \cdot 31{,}6 = 28{,}4 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

13. Определяем перепад скорости вращения:

$$\delta_н = \frac{\omega_0 - \omega_н}{\omega_0} \tag{3.23}$$

$$\delta_н = \frac{122 - 105}{122} = 0{,}14$$

14. Определяем момент холостого хода $M_{хх}$., Н · м. (момент потерь):

$$M_{хх} = M_{эн} - M_н \tag{3.24}$$

$$M_{хх} = 28{,}4 - 23{,}8 = 4{,}6 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

15. Определяем скорость вращения $\omega_{хх}$, рад/с, реального холостого хода

$$\omega_{хх} = \frac{U_н}{C_н} - M_{хх}\frac{R_я}{C_н^2} \tag{3.25}$$

$$\omega_{хх} = \frac{110}{0{,}9} - 4{,}6 \cdot \frac{0{,}487}{0{,}81} = 119{,}2 \text{ рад/с}$$

Анализируя уравнение (3.6), можно сделать вывод о том, что механическая характеристика ДПТ параллельного или независимого возбуждения при U =const; Ф = const; R =const представляет собой прямую линию.

Для построения естественной механической характеристики ДПТ независимого возбуждения в двигательном режиме достаточно знать две точки с координатами: А ($M = 0; \omega = \omega_0$);В ($M = M_н; \omega = \omega_н$). (рисунок 3.1)

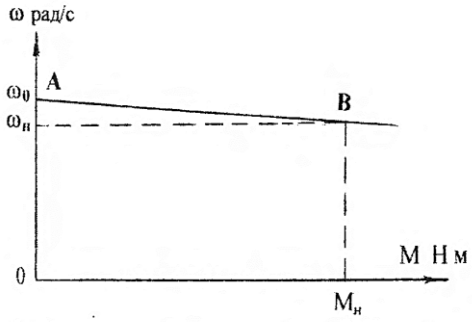


Рисунок 3.1- Построение естественной механической характеристики ДПТ независимого возбуждения

3.3 Определение количества и величины секций пускового резистора ДПТ с независимым возбуждением

Двигатель постоянного тока (ДПТ) запускается при полностью введённом пусковом резисторе (реостате), который служит для ограничения пускового тока при подаче номинального напряжения в якорную цепь. Пусковой ток ($I_{\text{пуск}}$) превышает номинальный ток ($I_{\text{н}}$) в 30-40 раз, поэтому без пускового реостата обмотки ДПТ сгорят. Пусковой реостат состоит из секций.

Определить количество и величины сопротивлений секций пускового реостата можно графическим и аналитическим способами.

Графический метод:

Для определения количества и величины секций пускового реостата графическим способом необходимо построить пусковую диаграмму ДПТ с независимым возбуждением (рисунок 3.2).

1) Строим естественную механическую характеристику ДПТ НВ по двум точкам: А и В;

2) Определяем искусственный пусковой момент $\mathrm{M}_1, \mathrm{Н} \cdot \mathrm{м}$, согласно законов коммутации:

$$\mathrm{M}_1 = (2 - 2{,}5)\mathrm{M}_{\text{н}} \tag{3.26}$$

3) Определяем момент переключения M_2, Н-м, секций пускового реостата:

$$\mathrm{M}_2 = (1{,}1 - 1{,}5)\mathrm{M}_{\text{н}} \tag{3.27}$$

4) Строим прямые $\mathrm{M} = \mathrm{M}_1$ и $\mathrm{M} = \mathrm{M}_2$

5) Соединяем точку 1 и точку А, точку пересечения с прямой $\mathrm{M} = \mathrm{M}_2$ обозначаем цифрой 2, из точки 2 опускаем перпендикуляр на прямую $\mathrm{M} = \mathrm{M}_1$ и обозначаем эту точку цифрой 3; соединяем точку 3 с точкой А, точку пересечения с прямой $M = M_2$ обозначаем цифрой 4, из точки 4 опускаем перпендикуляр на прямую $\mathrm{M} = \mathrm{M}_1$ и обозначаем эту точку цифрой 5; соединяем точку 5 с точкой А, точку пересечения с прямой $M = M_2$ обозначаем цифрой 6, из точки 6 опускаем перпендикуляр на прямую $\mathrm{M} = \mathrm{M}_1$ и обозначаем эту точку цифрой 7.

(Цифра 7 обязательно должна находиться на пересечении естественной механической характеристики ДПТ и прямой $\mathrm{M} = \mathrm{M}_1$ -это может быть достигнуто путём подбора коэффициентов от 1 до 1,5 у момента переключения M_2 и коэффициентов от 2,0 до 2,5 у пускового момента M_1. По пусковой диаграмме определяем количество ступеней пускового реостата (m).

6) Проводим прямую $\omega = \omega_0$ параллельную оси моментов и обозначаем точку

пересечения с прямой $M = M_2$ цифрой 9, точку пересечения механической характеристики с прямой $M = M_2$ обозначаем цифрой 8, а точку пересечения прямых $M = M_1$ и $\omega = \omega_0$ цифрой 10.

7) Определяем масштаб m_R, Ом/мм, сопротивлений: замеряем расстояние отрезка (7-10) в мм.

$$m_R = \frac{R_я}{7-10} \tag{3.28}$$

8) Определяем величину сопротивления первой секции R_1 Ом, пускового реостата: замеряем расстояние отрезка (1 - 3) в мм.

$$R_1 = m_R \cdot (1-3) \tag{3.29}$$

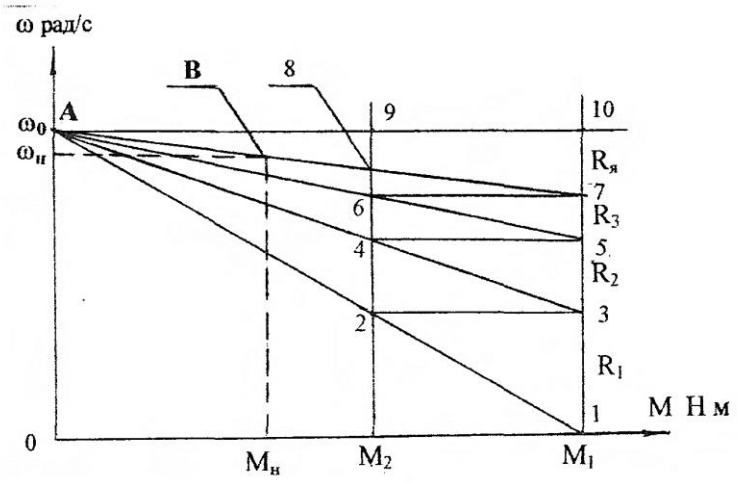


Рисунок 3.2-Пусковая диаграмма ДПТ независимого возбуждения

9) Определяем величину сопротивления второй секции R_2, Ом, пускового реостата: замеряем расстояние отрезка (3 - **5)** в мм.

$$R_2 = m_R \cdot (3-5) \tag{3.30}$$

10) Определяем величину сопротивления второй секции R_3, Ом, пускового реостата: замеряем расстояние отрезка (5 - 7**)** в мм.

$$R_3 = m_R \cdot (5-7) \tag{3.31}$$

11) Определяем суммарное сопротивление £R, Ом, якорной цепи при полностью введённом пусковом реостате

$$\Sigma R = R_я + R_1 + R_2 + R_3 \tag{3.32}$$

Аналитический метод:

При аналитическом методе расчёта сначала определяется колебание момента при пуске λ.

а) Если заданы число ступеней m и момент переключения при пуске M_2

$$\lambda = \sqrt[m+1]{\frac{R_н M_н}{R_я M_2}} \tag{3.33}$$

б) Если заданы число ступеней m и максимальный момент при пуске M_1

$$л = \sqrt[m]{\frac{R_н M_н}{R_я M_1}} \quad (3.34)$$

с) Если заданы M_1 и M_2, сначала определяется $л = \frac{M_1}{M_2}$ а затем определяется число пусковых ступеней:

$$m = \frac{lg\frac{M_н R_н}{R_я M_1}}{lgл} \quad (3.35)$$

Так как стоит задача определить число и величину сопротивлений ступеней пускового реостата, следовательно, задаются M_1 и M_2.

1) Задаёмся $M_1 = (2-2{,}5)M_н$, соответственно $I_1 = (2-2{,}5)I_н$, А; $M_2 = (1{,}1-1{,}5)M_н$

где I_1- пусковой ток ДПТ НВ соответствующий M_1.

2) Определяем сопротивление цепи якоря R_N, Ом, при полностью включённом пусковом резисторе

$$R_N = \Sigma R = \frac{U_н}{I_1} \quad (3.36)$$

$$R_N = \frac{M_н \cdot R_н}{M_1} \quad (3.37)$$

3) Определяем колебания момента (тока) при пуске:

$$л = \frac{M_1}{M_2} \quad (3.38)$$

4) Определяем количество ступеней пускового реостата:

$$m = \frac{lg\frac{R_н}{R_я}}{lgл} \quad (3.39)$$

5) Принимаем m целым числом

6) Рассчитываем уточнённое значение л

$$л = \sqrt[m]{\frac{R_N}{R_я}} \quad (3.40)$$

7) Определяем величины сопротивлений секций пускового реостата

$$R_m = R_я(л-1) \quad (3.41)$$

$$R_{m-1} = R_я \cdot л \cdot (л-1) = R_m \cdot л \quad (3.42)$$

$$R_1 = R_я \cdot л^{m-1} \cdot (л-1) = R_2 \cdot л \quad (3.43)$$

Задача 3.2 Определить графически и аналитически величины и число ступеней пускового реостата для ДПТ НВ типа 4ПНМ180Ь, имеющего следующие паспортные данные:

$P_н$ = 10 кВт; $U_н$ = 220 В; $I_н$ = 53 А; $n_н$ = 1100 об/мин; $з_н$ = 83,6%.

Решение:

1. Определяем внутреннее сопротивление $R_я$, Ом, цепи якоря:(3-44)

$$R_я \approx 0{,}5(1-з_н)\frac{U_н}{I_н} \quad (3.44)$$

$$R_я = 0{,}5(1-0{,}836)\frac{220}{53} = 0{,}34 \text{ Ом}$$

$$R_н = \frac{U_н}{I_н} \quad (3.45)$$

$$R_н = \frac{220}{53} = 4{,}15 \text{ Ом}$$

2. Определяем номинальную скорость вращения $щ_н$, рад/с, электродвигателя:

$$щ_н = \frac{р \cdot n_н}{30} \quad (3.46)$$

$$щ_н = \frac{3{,}14 \cdot 1100}{30} = 115{,}1 \text{ рад/с}$$

3. Определяем скорость вращения идеального холостого хода $щ_0$, рад/с, ДПТ

4.

$$щ_0 = \frac{U_н \cdot щ_н}{U_н - I_н \cdot R_я} \quad (3.47)$$

$$щ_0 = \frac{220 \cdot 115{,}1}{220 - 53 \cdot 0{,}34} = 124{,}3 \text{ рад/с}$$

5. Определяем коэффициент пропорциональности

$$С_н = \frac{U_н - I_н \cdot R_я}{щ_н} \quad (3.48)$$

$$С_н = \frac{220 - 53 \cdot 0{,}34}{115{,}1} = 1{,}7$$

6. Определяем номинальный электромагнитный момент $М_н$ Н · м,

$$М_н = С_н \cdot I_н \quad (3.49)$$

$$М_н = 1{,}7 \cdot 53 = 90 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

7. Определяем пусковой момент $М_1$ Н · м, (задаёмся крайним правым пределом - 2,5)

$$М_1 = 2{,}5 \cdot М_н \quad (3.50)$$

$$М_1 = 2{,}5 \cdot 90 = 225 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

8. Строим пусковую диаграмму ДПТ, варьируя пределами $М_2$ от 1,1 до 1,5, устанавливаем истинное значение коэффициента- 1,5 и количество ступеней пускового реостата:

Согласно рисунка 3.3: $m_r = 3$;

9. Определяем момент $М_2$ Н · м, переключения

$$М_2 = 1.5 \cdot М_н \quad (3.51)$$

$$М_2 = 1{,}5 \cdot 90 = 135 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

10. Определяем момент $М_2$, Н-м, переключения

$$m_R = \frac{R_я}{7-10} \quad (3.52)$$

$$m_R = \frac{0.34}{13} = 0.027 \text{ Ом/мм}$$

11. Определяем величину сопротивления первой секции R_1, Ом, пускового реостата:

$$R_1 = m_R \cdot (1 - 3); \quad (3.53)$$

$R_1 = 0{,}027 \cdot 25 = 0{,}67$ Ом;

12. Определяем величину сопротивления второй секции R_2, Ом, пускового реостата:

$$R_2 = m_R \cdot (3 - 5); \quad (3.54)$$

$R_2 = 0{,}027 \cdot 15 = 0{,}4$ Ом;

13. Определяем величину сопротивления третьей секции R_3**,**Ом**,** пускового реостата:

$$R_3 = m_R \cdot (5-7);. \tag{3.55}$$

$R_3 = 0{,}027 \cdot 9 = 0{,}24$ Ом;

14. Определяем суммарное сопротивление R_n, Ом, роторной цепи при полностью введённом пусковом реостате:

15.

$$\Sigma R = R_я + R_1 + R_2 + R_3; \tag{3.56}$$

$\Sigma R = 0{,}34 + 0{,}67 + 0{,}4 + 0{,}24 = 1{,}65$ Ом;

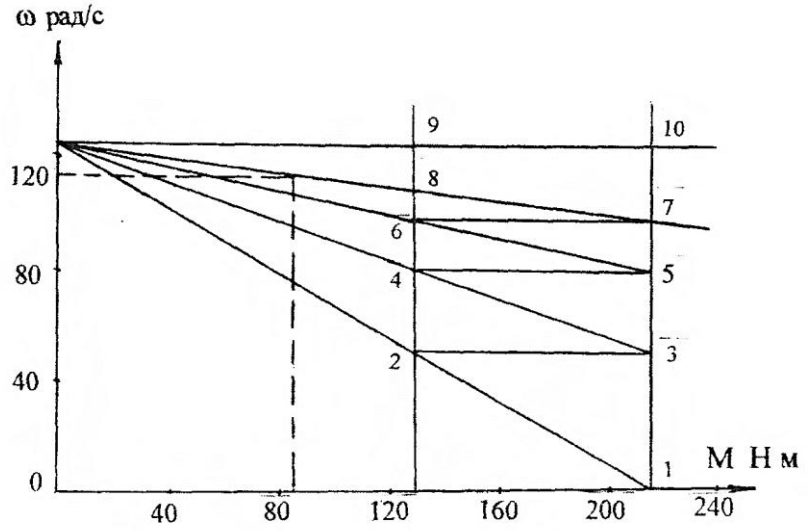


Рисунок 3.3 - Пусковая диаграмма ДПТ типа 4ПНМ180L

Аналитический метод.

1) Дано: $\mathrm{M}_1 = 2{,}5 \cdot \mathrm{M}_н = 225$ Н · м; $\mathrm{M}_2 = 1{,}5 \cdot \mathrm{M}_н = 135$ Н · м; $I_1 = 2.5 \cdot I_н = 132{,}5$ А;

2) Определяем величину сопротивления второй ступени R_2, Ом, пускового реостата

$$R_N = \frac{U_н}{I_1} \tag{3.57}$$

$$R_N = \frac{220}{132.5} = 1.66 \text{ Ом}$$

$$R_N = \frac{\mathrm{M}_н \cdot R_н}{\mathrm{M}_1} \tag{3.58}$$

$$R_N = \frac{90 \cdot 4.15}{225} = 1.66 \text{ Ом}$$

3) Определяем колебания момента (тока) при пуске:

$$л = \frac{\mathrm{M}_1}{\mathrm{M}_2} \tag{3.59}$$

$$л = \frac{225}{135} = 1{,}66$$

4) Определяем количество ступеней пускового реостата:

$$m = \frac{lg\frac{R_н}{R_я}}{lgл} \quad (3.60)$$

$$m = \frac{lg\frac{1,66}{0,34}}{lg1,66} = 3,09$$

5) Принимаем m=3. Рассчитываем уточнённое значение л

$$л = \sqrt[m]{\frac{R_N}{R_я}} \quad (3.61)$$

$$л = \sqrt[з]{\frac{1.66}{0.34}} = 1.69$$

6) Определяем величины сопротивлений ступеней пускового реостата

7)

$$R_З = R_я \cdot (л - 1) \quad (3.62)$$

$$R_З = 0.34 \cdot (1.69 - 1) = 0.24 \text{ Ом}$$

$$R_2 = R_З \cdot л \quad (3.63)$$

$$R_2 = 0.24 \cdot 1,69 = 0,4 \text{ Ом}$$

$$R_1 = R_2 \cdot л \quad (3.64)$$

$$R_1 = 0.4 \cdot 1,69 = 0,67 \text{ Ом}$$

Анализ результатов расчёта показывает, что графический метод расчёта пусковых резисторов ДПТ независимого возбуждения более прост и нагляден, но менее точен, чем аналитический.

4. Механика электропривода

При выборе параметров электродвигателя, приводящего в движение рабочую машину, очень важно разрешение вопроса о совместном действии вращающего момента, развиваемого электродвигателем, и момента сопротивления рабочей машины.

4.1 Статические и динамические нагрузки

Вращающий момент. Соотношение между полезной мощностью электродвигателя $Р_{дв}$, Вт, его вращающим моментом $М_{дв}$ Н · м, и скоростью вращения $щ_{дв}$, рад/с, определяется следующей зависимостью:

$$Р_{дв} = М_{дв} \cdot щ_{дв} \quad (4.1)$$

Если вал электродвигателя соединён непосредственно с валом рабочей машины, то частота вращения вала электродвигателя равна частоте вращения вала рабочей машины, и мощность, развиваемая электродвигателем в установившемся режиме, равна мощности, потребляемой рабочей машиной $Р_м$, Вт, то есть

$$Р_{дв} = Р_м \quad (4.2)$$

Эту мощность на валу, на основании формулы (4.1), можно выразить произведением момента на скорость вращения

$$М_{дв} \cdot щ_{дв} = М_с \cdot щ_м \quad (4.3)$$

где $М_с$- момент сопротивления рабочей машины, Н · м; $щ_м$ - скорость вращения рабочей машины, рад/'с

следовательно

$$М_{дв} = М_с \quad (4.4)$$

Момент сопротивления, приложенный к валу электродвигателя со стороны рабочей машины $М_с$, в установившемся режиме работы называется ***статическим моментом сопротивления.*** При неизменной скорости вращения и неизменной нагрузки момент статического сопротивления является величиной постоянной.

Если же скорость вращения системы, состоящей из электродвигателя и рабочей машины, изменяется, то в этом случае появляется динамическая нагрузка $Р_{дин}$**,** Вт. которая определяется по формуле

$$Р_{дв} - Р_м = Р_{дин} \quad (4.5)$$

Это уравнение мощностей справедливо при вращении системы с любой скоростью вращения.

Динамическую нагрузку $Р_{дин}$**,** Вт можно выразить через динамический момент $М_{дин}$. Н м и скорость вращения вала электродвигателя

$$Р_{дин} = М_{дин} \cdot щ \quad (4.6)$$

В свою очередь динамический момент можно определить по формуле

$$М_{дин} = J_{сис} \frac{dщ}{dt} \quad (4.7)$$

где $J_{сис}$- момент инерции системы, приведённый к валу электродвигателя кг · $м^2$;

$\frac{dщ}{dt}$ -угловое ускорение системы, рад/$с^2$.

4.2 Основное уравнение движения электропривода

Механическая энергия, развиваемая электродвигателем при работе электропривода, расходуется на преодоление сопротивления рабочей машины.

При вращательном движении уравнение движения можно записать следующим образом:

$$М_{дв} - М_с = М_{дин} = J_{сис} \frac{dщ}{dt} \quad (4.8)$$

где $М_{дв}$— вращающий момент, развиваемый электродвигателем, Н-м; Мс-момент сопротивления рабочей машины, Н · м;

$М_{дин}$ - динамический момент, Н · м;

$J_{сис}$ - момент инерции системы, приведённый к валу электродвигателя, кг · $м^2$;

$\frac{dщ}{dt}$- угловое ускорение системы, рад/$с^2$.

Динамический момент -$М_{дин}$ появляется только во время переходных режимов, когда изменяется угловая скорость.

При поступательном движении уравнение движения системы по аналогии с вращательным движением можно записать следующим образом

$$F - F_c = m \frac{dv}{dt} \quad (4.9)$$

где F - движущая сила, Н;

F_c - сила статического сопротивления, Н;

v - скорость поступательного движения, м/с;

m - масса движущего груза, кг;

$m\frac{dv}{dt}$ --динамическая сила, Н.

4.3 Приведение моментов сопротивления рабочей машины к валу электродвигателя

Когда вал рабочей машины соединён непосредственно с валом электродвигателя, рабочая машина и вал электродвигателя вращаются с одинаковой угловой скоростью, в этом случае никакого приведения моментов не требуется.

Если рабочая машина соединена с электродвигателем при помощи передачи, то скорость вращения вала машины $щ_м$, рад/с, отличается от скорости вращения вала электродвигателя $щ_м$; рад/с, поэтому момент сопротивления рабочей машины $М_м$ необходимо привести к скорости вращения вала электродвигателя.

Если рабочая машина совершает вращательное движение, то момент сопротивления рабочей машины $М_{сн}$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя, определяется по формуле:

$$М_{сн} = \frac{М_м}{i \cdot з_н} \quad (4.10)$$

где $М_м$ - момент сопротивления рабочей машины относительно своего вала, Н · м; i - передаточное отношение редуктора (передачи); $з_н$ - коэффициент полезного действия редуктора (передачи);

Передаточное отношение редуктора определяется по формуле:

$$i = \frac{щ_{дв}}{щ_v} \quad (4.11)$$

где $щ_{дв}$ - угловая скорость вращения вала электродвигателя, рад/с; $щ_v$ - угловая скорость вращения вала рабочей машины, рад/с;

Если передача от электродвигателя к рабочей машине состоит из нескольких звеньев, то общее передаточное отношение передачи от электродвигателя к рабочей машине равняется произведению передаточных отношений отдельных звеньев

$$i = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \quad (4.12)$$

аналогично, общий коэффициент полезного действия передачи, состоящей из нескольких звеньев, определяется

$$з_п = з_1 \cdot з_2 \cdot з_3 \quad (4.13)$$

Если рабочая машина совершает поступательное движение, то момент сопротивления рабочей машины$М_{сн}$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя, определяется по формуле:

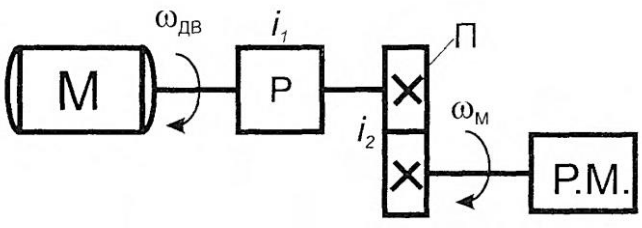
$$М_{сн} = \frac{F \cdot v}{щ_{дв} \cdot з_п} \quad (4.14)$$

где F-сила сопротивления рабочей машины, обусловленная массой груза m, кг; v - скорость поступательного движения груза, м/с;

$$F = 9.81 \cdot m \cdot f_{тр} \quad (4.15)$$

Где $f_{тр}$ – коэффициент трения;

Задача 4.1 Определить потребную (расчётную) мощность асинхронного электродвигателя с к.з. ротором с синхронной частотой вращения $n_с$ = 1500 об/мин, приводящего в движение рабочую машину. Кинематическая схема привода рабочей машины представлена на рисунке 4.1.



М – электродвигатель; Р – редуктор; П- клиноремённая передача; Р.М, - рабочая машины; i_1- передаточное отношение редуктора; i_2- передаточное отношение клиноременный передачи; щ$_{дв}$- угловая скорость вращения вала электродвигателя; щ$_м$ –угловая скорость вращения вала рабочей машины.

Рисунок 4.1 Кинематическая схема системы «электродвигатель – рабочая машина»

Момент сопротивления на валу рабочей машины: М$_м$= 1200 Н·м; Передаточное отношение редуктора i_1=28; передаточное отношение клиноремённой передачи, i_2- = 2; к.п.д. редуктора з$_р$= 0,86; к.п.д. клиноремённой передачи з$_{пер}$= 0,8.

Решение:

1. Определяем скорость вращения щ$_{дв}$, рад/с, электродвигателя

$$щ_{дв} = \frac{р \cdot n_с}{30} \qquad (4.16)$$

$$щ_{дв} = \frac{3{,}14 \cdot 1500}{30} = 157 \text{ рад/с}.$$

2. Определяем общее передаточное отношение

$$i = i_1 \cdot i_2 = 28 \cdot 2 = 56 \qquad (4.17)$$

3. Определяем общий к.п.д. системы

$$з_п = з_р \cdot з_{пер} = 0{,}86 \cdot 0{,}8 = 0{,}69 \qquad (4.18)$$

4. Определяем момент сопротивления рабочей машины М$_{сн}$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя

$$М_{сн} = \frac{М_м}{i \cdot з_н} = \frac{1200}{56 \cdot 0{,}69} = 31 \text{ Н} \cdot \text{м} \qquad (4.19)$$

5. Определяем расчётную мощность Р$_{рас}$ -Вт, электродвигателя

$$Р_{рас} = М_{сн} \cdot щ_{дв} = 31 \cdot 157 = 4867 \text{ Вт} \qquad (4.20)$$

Задача 4.2. Определить потребную (расчётную) мощность асинхронного электродвигателя с к.з. ротором с синхронной частотой вращения $n_с$ = 1000 об/мин, приводящего в движение рабочую машину. Кинематическая схема привода рабочей машины представлена на рисунке 4.2.

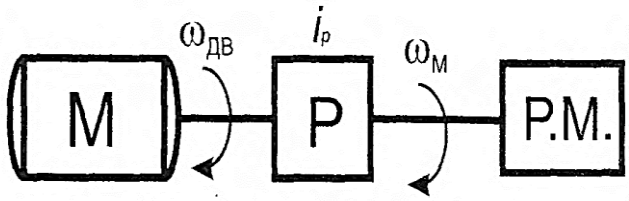


Рисунок 4.2 – Кинематическая схема системы «электродвигатель--рабочая машина»

Рабочая машина совершает поступательное движение и проходит расстояние S = 6 метров за 40 секунд; к.п.д. редуктора $n_р$ = 0,66; Усилие необходимое для передвижения механизма F = 36000 Н.

Решение:

1. Определяем скорость вращения $щ_{дв}$, рад/с, электродвигателя

$$щ_{дв} = \frac{р \cdot n_с}{30} \qquad (4.21)$$

$$щ_{дв} = \frac{3{,}14 \cdot 1000}{30} = 105 \text{ рад/с}.$$

2. Определяем скорость поступательного движения v, м/с, рабочей машины

$$v = \frac{S}{t} \qquad (4.22)$$

$$v = \frac{6}{40} = 0.15 \text{ м/с}$$

3. Определяем момент сопротивления рабочей машины $М_{сн}$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя

$$М_{сн} = \frac{F \cdot v}{щ_{дв} \cdot з_п} = \frac{36000 \cdot 0{,}15}{105 \cdot 0{,}66} = 78 \text{ Н} \cdot \text{м} \qquad (4.23)$$

4. Определяем расчётную мощность $Р_{рас}$ -Вт, электродвигателя

$$Р_{рас} = М_{сн} \cdot щ_{дв} = 78 \cdot 105 = 8190 \text{ Вт} \qquad (4.24)$$

4.4 Приведение моментов инерции рабочей машины к валу электродвигателя

Момент инерции системы $J_{сис}$ кг · м^2, «электродвигатель-рабочая машина», включающего в себя редуктор определяется по формуле:

$$J_{сис} = J_{дв} + J_р + J_м \qquad (4.25)$$

где $J_{дв}$ - момент инерции электродвигателя, кг·м^2; (даётся в паспорте электродвигателя);

$J_р$- момент инерции редуктора, кг·м^2;

$J_м$ - момент инерции рабочей машины, приведённый к валу электродвигателя, кг·м^2;

$$J_р = 1{,}1 \cdot J_{дв} \qquad (4.26)$$

Для вращательного движения рабочей машины её момент инерции, приведённый к валу электродвигателя $J_м$, кг·м^2, определяется по формуле:

$$J_м = \frac{J_с}{i^2} \text{ или } J_м = J_с \frac{щ_м^2}{щ_{дв}^2} \quad (4.27)$$

где $J_с$ - момент инерции рабочей машины на своём валу, кг·м^2; $щ_м$ - скорость вращения вала рабочей машины, рад/с; $щ_{дв}$- скорость вращения вала электродвигателя, рад/с;

Для поступательного движения рабочей машины её момент инерции, приведённый к валу электродвигателя $J_М$, кгм^2, определяется по формуле

$$J_м = m\frac{v^2}{щ_{дв}^2} \quad (4.28)$$

где m -масса поступательно движущихся частей рабочей машины, кг; v - скорость поступательного движения рабочей машины, м/с; $щ_{дв}$ - скорость вращения вала электродвигателя, рад/с;

Если рабочая машина включает поступательно и вращательно движущиеся части, то приведённый к валу электродвигателя момент инерции $J_м$, кг·м^2, определяется по формуле:

$$J_м = J_с \frac{щ_м^2}{щ_{дв}^2} + m\frac{v^2}{щ_{дв}^2} \quad (4.29)$$

Задача 4.3. Определить расчётную мощность асинхронного электродвигателя с к.з. ротором и момент инерции системы «электродвигатель- механизм подъёмной лебёдки», кинематическая схема которой представлена на рисунке 4.3.

Дано:

Скорость вращения приводного электродвигателя $n_{дв}$ = 157 рад/с; момент инерции электродвигателя $J_{дв}$ = 0,08 кг·м^2; к.п.д. передачи $з_п$ = 0,92; масса барабана $m_б$ = 1400 кг; радиус барабана R = 1,25 м; масса груза $m_{гр}$ = 200 кг; скорость поступательного движения груза v = 0,22 м/с; коэффициент трения $f_{тр}$= 0,66.

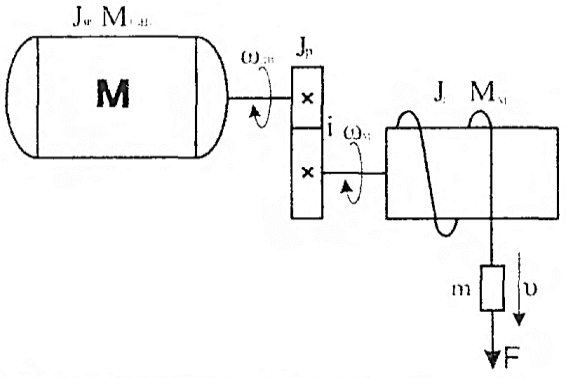


Рисунок 4.3- Кинематическая схема системы «электродвигатель- - подъёмная лебёдка»

Решение:

1. Определяем момент инерции барабана относительно своей оси $J_{бар}$, кг · м^2, как для сплошного цилиндра:

$$J_{бар} = m_б \cdot р^2 = m_б \cdot \frac{R^2}{2} \quad (4.30)$$

где $m_б$- масса барабана, кг;

р - радиус инерции сплошного цилиндра, м;
R- радиус барабана, м;

$$J_{\text{бар}} = 1400 \cdot \frac{1.25^2}{2} = 1093 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

2. Определяем скорость вращения $щ_{\text{дв}}$, рад/с, вала машины

$$щ_{\text{дв}} = \frac{2 \cdot \text{р} \cdot v}{R} \quad (4.31)$$

$$щ_{\text{дв}} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 0.22}{1.25} = 1.1 \text{ рад/с}$$

3. Определяем момент инерции машины, приведённый к валу электродвигателя

$$J_{\text{м}} = J_{\text{с}} \frac{n_{\text{м}}^2}{щ_{\text{дв}}^2} + m \frac{v^2}{щ_{\text{дв}}^2} \quad (4.32)$$

$$J_{\text{м}} = 1093 \frac{1{,}1^2}{157^2} + 200 \frac{0{,}22^2}{157^2} = 0{,}0544 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

4. Определяем момент инерции $J_{\text{р}}$, кг · м^2. Редуктора

$$J_{\text{р}} = 1{,}1 \cdot J_{\text{дв}} \quad (4.33)$$

$$J_{\text{р}} = 1{,}1 \cdot 0{,}08 = 0{,}088 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

5. Определяем момент инерции $J_{\text{сис}}$ кг · м^2 системы

$$J_{\text{сис}} = J_{\text{дв}} + J_{\text{р}} + J_{\text{м}} \quad (4.34)$$

$$J_{\text{сис}} = 0{,}08 + 0{,}088 + 0{,}0544 = 0{,}222 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

6. Определяем передаточное отношение редуктора

$$i = \frac{щ_{\text{дв}}}{щ_{\text{м}}} = \frac{157}{1{,}1} = 142 \quad (4.35)$$

7. Определяем усилие F, Н, необходимое для поднятия груза

$$F = 9.81 \cdot m_{\text{гр}} \cdot f_{\text{тр}} \quad (4.36)$$

$$F = 9.81 \cdot 200 \cdot 0{,}66 = 1295 \text{ Н}$$

где $m_{\text{гр}}$ - масса груза, кг;
$f_{\text{тр}}$ - коэффициент трения ($f_{\text{тр}}$= 0,66);

8. Определяем вращающий момент механизма $\text{М}_{\text{м}}$ Н · м, подъёма груза на своём валу

$$\text{М}_{\text{м}} = F \cdot R \quad (4.37)$$

$$\text{М}_{\text{м}} = 1295 \cdot 1.25 = 1619 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

9. Определяем вращающий момент $\text{М}_{\text{сн}}$ Н · м, механизма подъёма груза, приведённый к валу электродвигателя

$$\text{М}_{\text{сн}} = \frac{\text{М}_{\text{м}}}{i \cdot з_{\text{п}}} \quad (4.38)$$

$$\text{М}_{\text{сн}} = \frac{1619}{142 \cdot 0.92} = 12.4 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

где $\text{М}_{\text{м}}$ - вращающий момент барабана относительно оси, проходящей через центр тяжести и проходящей параллельно длине барабана, Н · м;
i - передаточное отношение редуктора;
$з_{\text{п}}$-к.п.д. редуктора/

10. Определяем расчётную мощность $\text{Р}_{\text{рас}}$ Вт, приводного электродвигателя ме-

ханизма подъёма груза

$$P_{рас} = M_{сн} \cdot щ_{дв} Вт \quad (4.39)$$
$$P_{рас} = 12.4 \cdot 157 = 1947 \text{ Вт}$$

Задача 4.4 Грузоподъёмная лебёдка, кинематическая схема которой представлена на рисунке 4.4 имеет грузоподъёмность: вес поднимаемого груза и крюка G = 22600 Н.

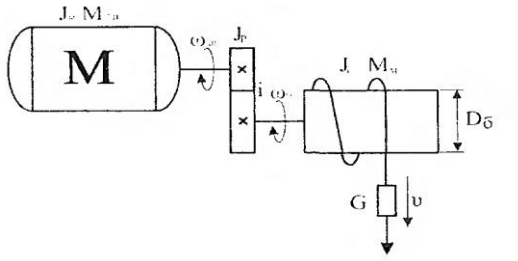


Рисунок 4.4 – Кинематическая схема грузоподъёмной лебёдки

Диаметр барабана $D_б$ = 0,4м; к.п.д. барабана $з_б$ = 0,97; к.п.д. редуктора $з_п$ = 0,96; скорость вращения электродвигателя $щ_{дв}$ = 104,5 рад/с; передаточное отношение редуктора i= 25; момент инерции электродвигателя $J_{дв}$ = 0,84 кг-м^2; момент инерции барабана на своём валу $J_б$ = 77,5 кг · м^2;

Определить:

а) скорость подъёма груза;

б) моменты на валах барабана и электродвигателя при подъёме и опускании груза;

в) мощность на валу электродвигателя при подъёме груза;

г) момент инерции системы «электродвигатель- механизм подъёма груза».

Решение:

1. Определяем скорость вращения $щ_м$, рад/с, барабана

$$щ_м = \frac{щ_{дв}}{i} \quad (4.40)$$
$$щ_м = \frac{104.5}{25} = 4.18 \text{ рад/с}$$

2. Определяем скорость поступательного движения v, м/с, перемещения груза

$$v = \frac{щ_м \cdot R}{2 \cdot р} \quad (4.41)$$
$$v = \frac{4.18 \cdot 0.4/2}{2 \cdot 3.14} = 0.133 \text{ м/с}$$

3. Определяем вращающий момент на валу барабана $M_м$ Н · м, при подъёме груза

$$M_м = \frac{G \cdot v}{щ_м \cdot з_б} \quad (4.42)$$
$$M_м = \frac{22600 \cdot 0.133}{4.18 \cdot 0.97} = 741.33 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

4. Определяем вращающий момент механизма подъёма груза $M_{сн}$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя

$$М_{сн} = \frac{М_м}{i \cdot з_п} \quad (4.43)$$

$$М_{сн} = \frac{741.33}{25 \cdot 0.96} = 19.94 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

5. Определяем вращающий тормозной момент на валу барабана $М_{тм}$ Н · м, при спуске груза

$$М_{тм} = М_м \cdot з_п^2 \quad (4.44)$$

$$М_{тм} = 741{,}33 \cdot 0{,}96^2 = 711.7 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

6. Определяем вращающий тормозной момент механизма опускания груза $М_т$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя

$$М_т = \frac{М_{тм}}{i} з_п^2 \quad (4.45)$$

$$М_т = \frac{711.7}{25} 0{,}96^2 = 26.23 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

7. Определяем мощность на валу электродвигателя $Р_{рас}$ Вт, при подъёме груза

$$Р_{рас} = М_{сн} \cdot щ_{дв} \quad (4.46)$$

$$Р_{рас} = 19.94 \cdot 104.5 = 2083.7 \text{ Вт}$$

8. Определяем момент инерции системы $J_{сис}$ кг · м^2, «электродвигатель- механизм подъёма груза

$$J_{сис} = J_{дв} + J_р + \frac{J_б}{i^2} \quad (4.47)$$

$$J_{сис} = 0.84 + 1.1 + \frac{77.5}{25^2} = 1.888 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

4.5 Расчёт времени пуска и торможения системы «электродвигатель-рабочая машина»

Основное уравнение движения электропривода (4.48) даёт возможность определить продолжительность переходного процесса при пуске, торможении, а также при переходе от одной угловой скорости к другой.

$$М_{дв} - М_с = М_{дин} = J_{сис} \frac{dщ}{dt} \quad (4.48)$$

В простейшем случае, когда можно принять $М_{дв}$= const,

$М_с$ = const и $J_{сис}$= const (например, при пуске ДПТ посредством пускового реостата в цепи якоря или при пуске АД с фазным ротором при помощи пускового реостата в цепи ротора), уравнение движения (4.40) будет линейным и имеет решение:

$$t_{пуск} = J_{сис} \frac{щ_2 - щ_1}{М_{дв} - М_с} \quad (4.49)$$

где $щ_1$ - начальная угловая скорость вращения при пуске, рад/с; («1 = 0);

$щ_2$ - конечная угловая скорость вращения при пуске, рад/с, т.е. скорость, при которой работает электродвигатель, (®2 = ®раб);

$М_{дв}$- за значение вращающего момента электродвигателя принимается его среднее значение: $М_{ср} = б \cdot М_н$; б - коэффициент пропорциональности, ($б = 1{,}2 \div 2$);

$М_н$ - номинальный момент электродвигателя, Н · м;

Следовательно, время пуска $t_{пуск}$, с, рассчитывается по формуле

$$t_{пуск} = J_{сис} \frac{щ_{раб}}{1{,}2 \cdot М_н - М_с} \quad (4.50)$$

При электрическом торможении (генераторном, противовключении, динамическом) время торможения $t_{торм}$ с, рассчитывается по формуле:

$$t_{торм} = J_{сис} \frac{щ_{раб}}{М_{торм} + М_с} \quad (4.51)$$

Если торможение осуществляется за счёт сил сопротивления, т.е. электродвигатель отключен от сети $М_{дв} = 0$, время торможения рассчитывается по формуле

$$t_{торм} = J_{сис} \frac{щ_{раб}}{М_с} \quad (4.52)$$

Однако для многих электроприводов, когда моменты имеют определённую зависимость от угловой скорости (например, электропривод с АД с к.з. ротором) уравнение движения электропривода оказывается нелинейным и не поддаётся аналитическому решению. В таких случаях применяют для решения графоаналитические методы.

Задача 4.5. Определить время пуска системы «электродвигатель- рабочая машина», если рабочую машину, совершающую поступательное движение, приводит ДПТ с параллельным возбуждением типа: 4П42; $Р_н$ = 2,2 кВт; $U_н$ = 220 В; $I_н$ = 13,3 А; $n_н$ = 1000 об/мин; $з_н$= 0,75; $J_{дв}$ = 0,015 кг · м^2. Момент сопротивления и момент инерции рабочей машины на её валу составляют: $М_м$= 101,5 Н · м; $J_{рм}$ = 0,36 кг · м^2. Передаточное отношение редуктора i = 6; к.п.д. редуктора $n_р$ = 0,94.

Решение:

1. Определяем момент инерции редуктора $J_р$ кг · м^2, по формуле

$$J_р = 1{,}1 \cdot J_{дв} \quad (4.53)$$
$$J_р = 1{,}1 \cdot 0{,}015 = 0{,}0165 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

2. Определяем момент инерции рабочей машины $J_м$ кг · м^2, приведённый к валу электродвигателя

$$J_м = \frac{J_{рм}}{i^2} \quad (4.54)$$
$$J_м = \frac{0.36}{36} = 0.01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

3. Определяем момент инерции системы $J_{сист}$ кг · м^2 по формуле

$$J_{сис} = J_{дв} + J_р + J_м \quad (4.55)$$
$$J_{сис} = 0{,}015 + 0{,}0165 + 0{,}01 = 0{,}041 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

4. Определяем момент сопротивления рабочей машины $М_{сн}$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя

$$М_{сн} = \frac{М_м}{i \cdot з_п} \quad (4.56)$$
$$М_{сн} = \frac{101{,}5}{6 \cdot 0{,}94} = 18 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

5. Определяем скорость вращения электродвигателя

$$щ_{дв} = \frac{р \cdot n_н}{30} \tag{4.57}$$
$$щ_{дв} = \frac{3{,}14 \cdot 1000}{30} = 104{,}6 \text{ рад/с.}$$

6. Определяем сопротивление якоря $R_я$ Ом, по формуле

$$R_я = 0{,}5(1 - з_н)\frac{U_н}{I_н} \tag{4.58}$$
$$R_я = 0{,}5(1 - 0.75)\frac{220}{13.3} = 2.06 \text{ Ом}$$

7. Определяем коэффициент пропорциональности

$$С = \frac{U_н - I_н \cdot R_я}{щ_н} \tag{4.59}$$
$$С = \frac{220 - 13{,}3 \cdot 2{,}06}{104{,}6} = 1{,}83$$

8. Определяем скорость идеального холостого хода $щ_0$, рад/с, электродвигателя по формуле

$$щ_0 = \frac{U_н \cdot щ_н}{U_н - I_н \cdot R_я} \tag{4.60}$$
$$щ_0 = \frac{220 \cdot 104{,}6}{220 - 13{,}3 \cdot 2{,}06} = 119{,}9 \text{ рад/с}$$

9. Определяем рабочую скорость вращения $щ_{раб}$, рад/с, решая совместно уравнение механической характеристики ДПТ и уравнение механической характеристики рабочей машины

$щ = щ_0 - \frac{R_я}{С^2} \cdot М$ - уравнение естественной механической характеристики ДПТ.

$М = М_{сн} = const$ - - уравнение механической характеристики рабочей машины, движущийся поступательно

$$щ_{раб} = щ_0 - \frac{R_я}{С^2} \cdot М_{сн}$$
$$щ_{раб} = 119{,}9 - \frac{2{,}06}{1{,}83^2} \cdot 18 = 108{,}9 \text{ рад/с}$$

10. Определяем номинальный момент $М_н$ Н · м, электродвигателя

$$М_н = С \cdot I_н \tag{4.61}$$
$$М_н = 1.83 \cdot 13.3 = 24.34 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

11. Определяем время пуска $I_{пуск}$ с, системы

$$t_{пуск} = 0{,}041 \cdot \frac{щ_{раб}}{a \cdot М_н - М_c} \tag{4.62}$$
$$t_{пуск} = J_{сис} \cdot \frac{щ_{раб}}{1.2 \cdot 24.34 - 18} = 0.398\ c$$

Задача 4.6. Определить время торможения системы «электродвигатель- рабочая

машина», если электродвигатель останавливается за счёт сил сопротивления от $оэ_{раб}$ = 153 рад/с. до нуля. Электродвигатель: АИРФ132М4; $J_{дв}$ = 0,027 кг · м^2; рабочая машина - железный сплошной цилиндр, ось вращения которого проходит через центр тяжести. Радиус цилиндра R = 0,4м; длина цилиндра l = 0,6 м; плотность железа г = 7,88-10^3 кг/м^3. Коэффициент полезного действия и передаточное отношение редуктора $з_р$ = 0,9; i=35. Вращающий момент рабочей машины относительно своей оси $М_м$ = 1323 Н · м.

Решение:

1. Определяем массу цилиндра $m_ц$, по формуле

$$m_ц = р \cdot R^2 \cdot l \cdot г \tag{4.63}$$
$$m_ц = 3.14 \cdot 0.4^2 \cdot 0.6 \cdot 7.88 \cdot 10^3 = 2375 \text{ кг}$$

2. Определяем момент инерции цилиндра $J_с$, кг-м^2, относительно своей оси

$$J_с = m_ц \cdot р^2 = m_ц \frac{R^2}{2} \tag{4.64}$$
$$J_с = 2375 \frac{0{,}4^2}{2} = 190 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

3. Определяем момент инерции рабочей машины, приведённый к валу электродвигателя

$$J_м = \frac{J_с}{i^2} \tag{4.65}$$
$$J_м = \frac{190}{35^2} = 0{,}155 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

4. Определяем момент инерции системы $J_{сис}$ кг · м^2, по формуле

$$J_{сис} = J_{дв} + J_р + J_м \tag{4.66}$$
$$J_{сист} = 0{,}027 + 1{,}1 \cdot 0{,}027 + 0{,}155 = 0{,}2117 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

5. Определяем момент сопротивления рабочей машины $М_{сн}$ Н · м, приведённый к валу электродвигателя

$$М_{сн} = \frac{М_м}{i \cdot з_б} \tag{4.67}$$
$$М_{сн} = \frac{1323}{35 \cdot 0{,}9} = 42 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

6. Определяем время торможения $t_{торм}$ с, системы «электродвигатель-рабочая машина»

$$t_{торм} = J_{сис} \frac{щ_{раб}}{М_с} \tag{4.68}$$
$$t_{торм} = 0{,}2117 \frac{153}{42} = 0{,}771 \text{ с}$$

4.6 Графоаналитический метод определения времени пуска системы «АД с к.з. ротором - вентилятор»

Графоаналитический метод (или метод пропорций) анализа переходных процессов

электроприводов широко применяется во всех случаях, когда механические характеристики двигателя и рабочей машины нелинейные. Графоаналитический метод решения основного уравнения движения электропривода основан на том, что на небольшом участке приращения скорости вращения Δщ момент двигателя и момент сопротивлений принимаются постоянными, равными средним значениям на рассматриваемом участке.

Основное уравнение движения электропривода:

$$\frac{M_{дв}-M_c}{J_{сис}} = \frac{\Delta щ}{\Delta t} \tag{4.69}$$

Сущность этого метода заключается в следующем (рисунок 4.5)

1. Задаёмся масштабами по оси моментов ($м_м$, Н-м/мм), по оси скорости ($м_щ$, рад/с·мм), по оси времени ($м_t$ с/мм);
2. Строим естественную механическую характеристики АД с к.з. ротором по 4-м характерным точкам$M_{дв} = f(щ)$;
3. Строим механическую характеристику вентилятора по уравнению:

$$M_c = 0.2 \cdot M_{сн} + 0.8 \cdot M_{сн}\left(\frac{щ}{щ_н}\right)^2 \tag{4.70}$$

где M_c - статический момент сопротивления вентилятора, Н · м;

$M_{сн}$-момент сопротивления вентилятора при номинальной скорости вращения, Н · м; $щ_н$- номинальная скорость вращения электродвигателя, рад/с;

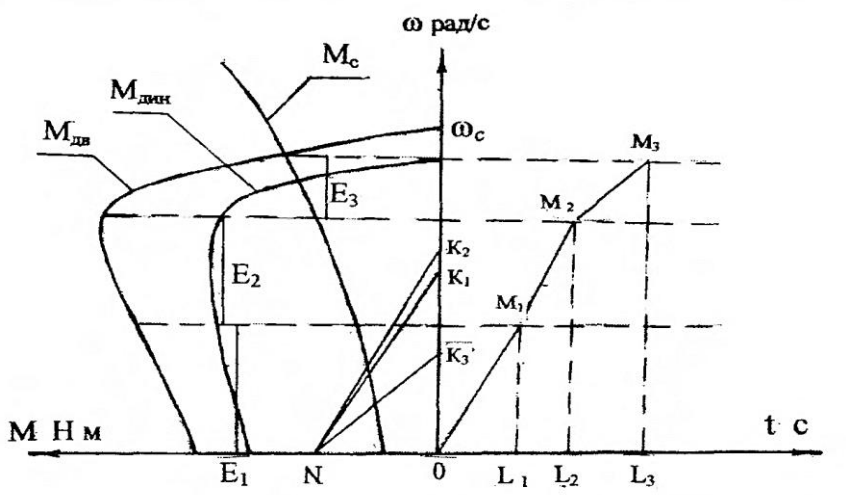


Рисунок 4.5 -Графоаналитический метод определения времени пуска системы «электродвигатель – вентилятор» до установившейся скорости вращения

Вычитая из графика момента двигателя график момента сопротивлений, получаем кривую динамического момента $M_{дин} = f(щ)$ и разбиваем её на ряд участков, для которых динамический момент можно принять постоянным, т.е. не зависящим от скорости.

При этом нужно стремиться к тому, чтобы площадки, лежащие вне кривой динамического момента, были примерно равны площадкам, лежащим внутри кривой. Далее по оси моментов откладываем отрезок ON, мм, - это в масштабе величина момента инерции системы $J_{сис}$

$$ON = \frac{J_{сис}}{м_J} \tag{4.71}$$

где $J_{сис}$-момент инерции системы электродвигатель - вентилятор, кг · м^2;
м$_J$ - масштаб момента инерции, кг · м^2/мм;

$$J_{сис} = J_{дв} + J_{вен} \tag{4.72}$$

где - $J_{дв}$ - момент инерции электродвигателя, кг · м^2 (задаётся в каталоге электродвигателя);
$J_{вен}$ - момент инерции вентилятора, кг · м^2

$$J_{вен} = 1{,}2 \cdot J_{дв} \tag{4.73}$$

Масштаб момента инерции, м$_J$ кг · м^2/мм, определяется по формуле:

$$м_J = \frac{м_м \cdot м_t}{м_щ} \tag{4.74}$$

Значение динамического момента на первом участке (OE_1) переносим на ось скорости и получаем точку K_1 ($OE_1 = OK_1$ = OKi). Соединяем точку K_1 с точкой N и из начала координат до конца первого участка проводим прямую OM_1 параллельную NK_1. Отрезок OL_1 в принятом масштабе представляет собой приращение времени на первом участке ($OL_1 = \Delta t_1$), а отрезок M_1L_1- приращение скорости ($M_1L_1 = \Delta щ_1$).

Для определения приращения времени на втором и последующих участках делаем аналогичные построения: перенося на ось скорости значение динамического момента на втором участке, полученную точку соединяем с точкой N, параллельно этой линии из конца первого участка (точка M_1) проводим линию, точка пересечения которой с линией конца второго участка и даёт приращение времени Δt_2 и т.д. Соединив расчётные точки, получаем ломаную кривую изменения скорости вращения во времени щ $= f_1(t)$.

Время пуска системы $t_{пуск}$ с, «электродвигатель-вентилятор» определяется:

$$t_{пуск} = \Sigma \Delta t_1 = м_t \cdot (OL_3) \tag{4.75}$$

Задача 4.7. Определить время пуска системы «АД с короткозамкнутым ротором-вентилятор», если дано:

М$_{сн} = 0{,}8 \cdot$ М$_н$; тип АД: АНР100L6: Р$_н$ = 2,2 кВт; $I_н$ = 5,58 А; $n_с$ = 1000 об/мин; $n_н$ = 945 об/мин; з$_н$= 81,5%; cosц$_н = 0{,}74$; i = 6.0; м$_п = 1{,}9$; м$_{кр} = 2{,}2$; $J_{дв}$ = 0,013 кг · м^2.

Решение:

1. Определяем синхронную скорость вращения щ$_с$ рад/с, электродвигателя:

$$щ_с = \frac{р \cdot n_с}{30} \tag{4.76}$$
$$щ_{дв} = \frac{3{,}14 \cdot 1000}{30} = 105 \text{ рад/с.}$$

2. Определяем номинальную скорость вращения щ$_н$ рад/с, электродвигателя

$$щ_н = \frac{р \cdot n_н}{30} \tag{4.77}$$
$$щ_{дв} = \frac{3{,}14 \cdot 945}{30} = 98{,}9 \text{ рад/с.}$$

3. Определяем номинальный момент $М_н$ Н · м, электродвигателя:

$$М_н = 1000\frac{Р_н}{щ_н} \quad (4.78)$$

$$М_н = 1000\frac{2,2}{98,9} = 22,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

4. Определяем критический момент $М_{кр}$ Н · м, электродвигателя

$$М_{кр} = м_{кр} \cdot М_н \quad (4.79)$$

$$М_{кр} = 2,2 \cdot 22,2 = 48,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

5. Определяем номинальное скольжение $S_н$, о.е., электродвигателя

$$S_н = \frac{n_c - n_н}{n_c} \quad (4.80)$$

$$S_н = \frac{1000 - 945}{1000} = 0.055$$

6. Определяем критическое скольжение $S_{кр}$ о.е., электродвигателя

$$S_{кр} = S_н(м_{кр} + \sqrt{м_{кр}^2 - 1}) \quad (4.81)$$

$$S_{кр} = 0,055\left(2,2 + \sqrt{2,2^2 - 1}\right) = 0,228$$

7. Определяем критическую скорость вращения $щ_{кр}$ рад/с, электродвигателя

$$щ_{кр} = щ_с(1 - S_{кр}) \quad (4.82)$$

$$щ_{кр} = 105(1 - 0,228) = 81 \text{ рад/с}$$

8. Определяем пусковой момент $М_{пуск}$ Н · м, электродвигателя

$$М_{пуск} = м_п \cdot М_н \quad (4.83)$$

$$М_{пуск} = 1,9 \cdot 22,2 = 42,18 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

9. Строим естественную механическую характеристику электродвигателя по 4-м точкам (рисунок 4.6);

10. Определяем момент сопротивления номинальный $М_{сн}$ Н · м, вентилятора

$$М_{сн} = 0,8 \cdot М_н \quad (4.84)$$

$$М_{сн} = 0,8 \cdot 22,2 = 17,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

11. Задаёмся масштабами:

$$м_щ = 1\frac{\text{рад/с}}{\text{мм}};\ м_м = 0,5\frac{\text{Н·м}}{\text{мм}};\ м_t = 0.002\frac{\text{с}}{\text{мм}}$$

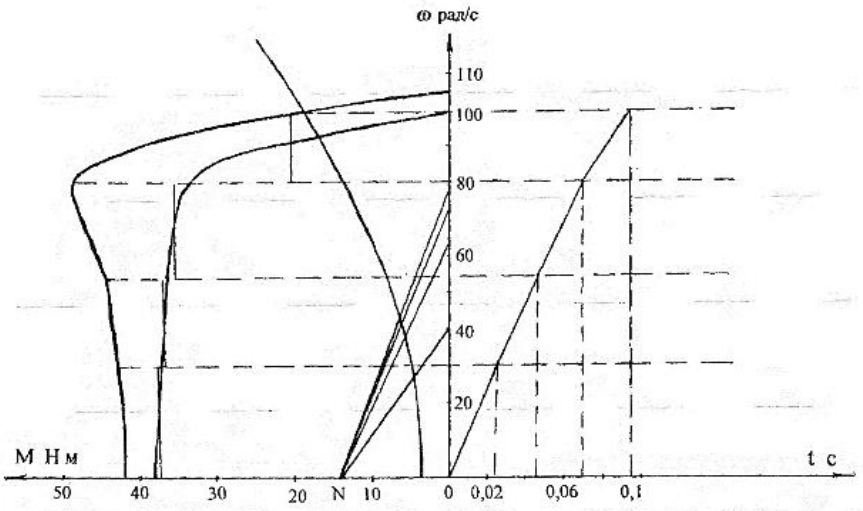


Рисунок 4.6 - Определение времени пуска системы «Электродвигатель типа АИР 100L6 – вентилятор» графоаналитическим методом

Строим механическую характеристику вентилятора:

$$M_c = 0.2 \cdot M_{сн} + 0.8 \cdot M_{сн}\left(\frac{щ}{щ_н}\right)^2 \quad (4.85)$$

Таблица 4.1

Координаты точек механической характеристики

щ	0	40	80	120
M_c	3,56	5,88	12,85	24,46

12. Разбиваем на 4 участка ось скорости вращения от 0 до $M = M_{сн}$, затем вычитаем из графика $M_{дв}$ график M_c, получаем кривую динамического момента $M_{дин}$, заменяем график динамического момента ступенчатым графиком;

13. Определяем масштаб момента инерции $м_J$ кг · м²/мм, по формуле:

$$м_J = \frac{м_м \cdot м_t}{м_щ} \quad (4.86)$$

$$м_J = \frac{0,5 \cdot 0,002}{1} = 0,001 \ \frac{кг \cdot м^2}{мм}$$

14. Определяем момент инерции системы $J_{сис}$ кг · м²

$$J_{сис} = J_{дв} + J_{вен} \quad (4.87)$$

15. Определяем величину отрезка ON, мм

$$ON = \frac{J_{сис}}{м_J} \quad (4.88)$$

$$ON = \frac{0,0286}{0,001} = 28,6 \text{ мм}$$

16. Далее осуществляем построение (см. выше);
17. Замеряем расстояние $OL_1 = 48$ мм;
18. Определяем время пуска:

$$t_{пуск} = м_t \cdot (OL_4) \quad (4.89)$$

$t_{пуск} = 0,002 \cdot 48 = 0,096$ с;

Приложение А
(справочное)

Некоторые часто встречающиеся числа

π= 3,141593	4π = 12,56637	$2/\pi$ = 0,63662
π^2 = 9,86960	$\sqrt{\pi}$= 1,77245	e= 2,718282
$\sqrt{2}$ = 1,41421	$\sqrt{3}$= 1,73205	1° = 0,017453

Приложение Б
(справочное)

Приставки к обозначениям единиц

Тера (Т)	10^{12}	Санти (с)	10^{-2}
Гига (Г)	10^{9}	Милли (м)	10^{-3}
Мега (М)	10^{6}	Микро (мк)	10^{-6}
Кило (к)	10^{3}	Нано (н)	10^{-9}
Деци (Э)	10^{-1}	Пико (п)	10^{-12}

Приложение В
(справочное)

Единицы физических величин ГОСТ 8.417-81

Наименование величины	Наименование	Обозначение	Выражение через единицы СИ
1	2	3	4
Длина	метр	м	м
Масса	килограмм	кг	КГ
Время	секунда	с	с
Сила электрического тока	ампер	А	А
Термодинамическая температура	кельвин	К	А
Температура	градус Цельсия	°С	°С=К
Количество вещества	моль	моль	моль
Сила света	кандела	кд	кд
Плоский угол	радиан	рад	рад
Телесный угол	стерадиан	ср	ср
Площадь	квадратный метр	$м^2$	$м^2$
Объём	кубический метр	$м^2$	$м^2$
Скорость	метр в секунду	м/с	м/с
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	рад/с
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$м/с^2$	$м/с^2$
Угловое ускорение	радиан на секунду в квадрате	$рад/с^2$	$рад/с^2$
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	$кг/м^3$
Удельный объём	кубический метр на килограмм	$м^3/кг$	$м^3/кг$
Плотность электрического тока	ампер на квадратный метр	$А/м^2$	$А/м^2$

Напряжённость магнитного поля	ампер на метр	А/м	А/м
Яркость	кандела на квадратный метр	кд/м^2	кд/м^2
Частота	герц	Гц	с$^{-1}$
Сила, вес	ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot с^2 = Дж \cdot м^{-1}$
Давление	паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^2$
Энергия, работа	джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot с^2$
Мощность	ватт	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} = Дж \cdot с^{-1}$
Количество	кулон	Кл	$с \cdot А$
Электрическое напряжение	вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$
Электрическая ёмкость	фарад	ф	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Электрическое	ом	Ом	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Электрическая	сименс	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^3 \cdot А^2$
Магнитный поток	вебер	Вб	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Магнитная индукция	тесла	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Индуктивность	генри	Гн	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Световой поток	люмен	лм	$кд \cdot ср$
Освещённость	люкс	лк	$м^{-2} \cdot кд \cdot ср$
Момент силы	ньютон-метр	Н · м	$м^2 \cdot кд \cdot ср^{-2}$
Поверхностное натяжение	ньютон на метр	Н/м	$кг \cdot с^{-2}$
Динамическая вязкость	паскаль-секунда	Па -с	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-1}$
Напряжённость электрического	вольт на метр	В/м	$м \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^2$
Абсолютная диэлектрическая проницаемость	фарад на метр	Ф/м	$м^{-3} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Абсолютная магнитная проницаемость	генри на метр	Гн/м	$м \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Удельная энергия	джоуль на килограмм	Дж/кг	$м^2 \cdot с^{-2}$
Теплоёмкость	джоуль на кельвин	Дж/К	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot К^{-1}$
Удельная теплоёмкость	джоуль на килограмм-кельвин	$Дж/кг \cdot К)$	$м^2 \cdot с^{-2} \cdot К^{-1}$
Поверхностная плотность потока энергии	ватт на квадратный метр	Вт/м^2	$кг \cdot с^{-3}$
Теплопроводность	ватт на метр-кельвин	$Вт/м \cdot К$	$м \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot К^{-1}$
Энергетическая сила света	ватт на стерадиан	Вт/ср	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot ср^{-1}$

Приложение Г
(справочное)

Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ

1	2	3	4
Масса	тонна	т	10^3 кг
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86400 с
Объём	литр	л	$м^3$
Плоский угол	градус		$(р/180)рад = 1{,}7453 \cdot 10^{-2}$
	минута		$(р/10800)рад = 2{,}9088 \cdot 10^{-4}$
	секунда		$(р/6480)рад = 4{,}8481 \cdot 10^{-6}$
Оптическая	диоптрия	дптр	$1 \cdot м^{-1}$
Площадь	гектар	га	$10^4 \cdot м^2$
Полная мощ-	вольт-ампер	$В \cdot А$	
Реактивная	вар	вар	
Длина	морская миля	миля	1852 м
	дюйм	ДМ	2,54 см
Масса	карат	кар	
	центнер	Ц	100 кг
Скорость	узел	уз	0,514 м/с
Частота враще-	оборот в секунду	об/с	$1 \cdot с^{-1}$
	оборот в минуту	об/мин	$1/60\ с^{-1} = 0{,}016\ с^{-1}$
Давление	миллиметр водяного столба	мм вод. ст.	9,80665 Па
	миллиметр ртутного столба	м рт. ст.	133,322 Па
	атмосфера	ат.	$9{,}81 \cdot 10^4$ Па
Мощность	лошадиная сила	л.с.	735.499 Вт
Угол поворота	оборот	об	$2р$ рад $= 6{,}28$ рад
Момент инерции (динамический момент	килограмм - квадратный метр	$кг \cdot м^2$	$кг \cdot м^2$
Яркость	нит	нт	$1\ кд/м^2$
Плотность	килограмм на	$кд/м^3$	$кд/м^3$
Магнитодви-	ампервиток	ав	1 А

Приложение Д
(справочное)

Основные технические данные электродвигателей серии АИР основного исполнения

№	Тип электродвигателя	Мощность $P_н$, кВт	Частота вращения $n_н$, об/мин	Ток статора $I_н$, А	КПД $з_н$, %	$cos ц_н$	$\frac{I_{пуск}}{I_{ном}}$	$\frac{M_{пуск}}{M_{ном}}$	$\frac{M_{макс}}{M_{ном}}$	Параметры схемы замещения, о.е		Момент инерции ротора, кг · м^2	Масса кг
										R_1^I	R_2^{II}		
1	2	3	4	5	6	7	8	9 1	10	11	12	13	14
Синхронная частота вращения 3000 об/мин													
1	АИР50А2	0,09	2655	0,30	60,0	0,75	4,5	2,2	2,2	0,, 15	0,14	0,000025	2,5
2	АИР50В2	0,12	2655	0,39	63,0	0,75	5,0	2,2	2,2	0,11	0,12	0,000028	2,8
3	АИР56А2	0,18	2730	0,52	68,0	0,78	5,0	2,2	2,2	0,17	0,094	0,00042	3,4
4	АИР56В2	0,25	. 2730	0,70	69,0	0,79	5,0	2,2	2,2	0,16	0,11	0,00047	3,9
5	АИР63А2	0,37	2730	0,91	72,0	0,86	5,0	2,2	2,2	0,14	0,096	0,00075	4,7
6	АИР63В2	0,55	2730	1,31	75,0	0,85	5,0	2,2	2,2	0,13	0,096	0,00095	5,5
7	АИР71А2	0,75	2820	1,75	79,0	0,80	6,0	2,6	2,7	0,12	0,064	0,00095	8,6
8	АИР71В2	1,1	2805	2,55	79,5	0,80	6,0	2,2	2,4	0,13	0,069	0,0011	9,3
9	АИР80А2	1,5	2850	3,3	81,0	0,85	6,5	2,2	2,6	0,084	0,049	0,0018	12,4
10	АИР80В2	2,2	2850	4,6	83,0	0,87	6,4	2,1	2,6	0,076	0,049	0,0021	15,0
11	АИР 90L2	3,0	2850	6,1	84,5	0,88	7,0	2,0	2,2	0,072	0,047	0,0035	19,0
12	АИР100S2	4,0	2850	7,9	87,0	0,88	7,5	2,0	2,4	0,054	0,036	0,0055	25,5
13	АИР100Ь2	5,5	2850	10,7	88,0	0,89	7,5	2,1	2,4	0,050	0,036	0,0070	31,0
14	АИР112М2	7,5	2895	14,7	88,0	0,88	7,5	2,0	2,2	0,046	0,048	0,010	49,0
15	АИР132М2	11,0	2910	21,1	88,0	0,90	7,5	1,6	2,2	0,040	0,025	0,023	77,5
16	АИР 160S2	15.0	2910	28,5	90,0	0,89	7,0	1,8	2,7	0,052	0,022	0,043	100
17	АИР160М2	18.5	2910	34,5	90,5	0,90	7,0	2,0	2,7	0,019	0,022	0,048	ПО
18	АИР 180S2	22.0	2920	41,5	90,5	0,89	7,0	2,0	2,7	0,030	0,020	0,063	160
19	АИР 180М2	30,0	2925	55,4	91,5	0,90	7,5	2,2	3,0	0,030	0,018	0,076	180
20	АИР200М2	37,0	2940	71,0	91,0	0,87	7,0	1,6	2,8	0,029	0,021	0,12	220
21	АНР200L2	45,0	2940	84,5	92,0	0,88	7,5	1,8	2,8	0,027	0,020	0,13	240
22	АИР225М2	55,0	2940	99,3	92,5	0,91	7,5	1,8	2,6.	0,026	0,019	0,20	320
23	АНР250S2	75,0	2940	134,6	93,0	0,91	7,5	1,8	3,0	0,021	0,015	0,47	425
24	АИР250М2	90,0	2940	160,0	93,0	0,92	7,5	1,8	3,0	0,016	0,016	0,52	455
Синхронная частота вращения 1500 об/мин.													
25	АИР50А4	0.06	1335	0,27	53.0	0.63	4.5	2.3	2.2	0.16	0.22	0.000032	2.6
26	АИР50В4	0.09	1335	0,37	57.0	0.65	4.5	2.3	2.2	0.13	0.21	0.000038	3.0
27	АИР56А4	0,12	1350	0,44	63,0	0,66	5,0	2,3	2,2	0,18	0,15	0,00070	3,4
28	АИР56В4	0,18	1350	0,63	64,0	0,68	5,0	2,3	2,2	0,18	0,16	0,00081	3,9
29	АИР63А4	0,25	1320	0,83	68,0	0,67	5,0	2,3	2,2	0,15	0,14	0,0012	4,7
30	АИР63В4	0,37	1320	1,18	68,0	0,70	5,0	2,3	2,2	0,17	0,14	0,0015	5,6
31	АИР71А4	0,55	1350	1,61	75,0	0,73	5,0	2,3	2,4	0,13	0,11	0,0013	8,3
32	АИР71В4	0,75	1350	1,90	75,0	0,80	5,0	2.5	2,6	0,11	0,11	0.0015	9,4
33	АИР80А4	и	1395	2,75	76,5	0,77	5.0	2.2	2.4	0.12	0.068	0.0034	11,9
34	АИР80В4	1,5	1395	3,52	78,5	0,80	5,3	2,2	2,4	0,12	0,061	0,0035	13,5
35	АИР 90L4	2,2	1395	4,98	81,0	0,81	6,5	2,2	2,4	0,098	0,060	0,0056	18,6
36	АИР100S4	3,0	1410	6,70	82,0	0,82	7,0	2,0	2,2	0,078	0,053	0,0085	23,0
37	АИР100L4	4,0	1410	8,52	85,0	0,84	6,0	2,1	2,4	0,067	0,053	0,011	28,5
38	АИР112М4	5,5	1430	11,3	86,0	0,86	6,0	2,0	2,5	0,054	0,041	0,016	49,0
39	АИР132S4	7,5	1440	15,1	87,5	0,86	7,5	2,0	2,5	0,048	0,033	0,027	70,0
40	АИР32М4	11,0	1450	22,2	88,5	0,85	7,5	2,2	3,1	0,043	0,042	0,048	83,5
41	АИР160S4	15,0	1455	28,5	90,0	0,89	7,0	1,9	2,9	0,047	0,025	0,080	100
42	АИР160М4	18,5	1455	34,9	90,5	0,89	7,0	1,9	2,9	0,012	0,024	0,10	145
43	АИР180S4	22,0	1465	42,5	90,5	0,87	7,0	1,7	2,7	0,041	0,021	0,16	170
44	АИР180М4	30,0	1470	57,0	92,0	0,87	7,0	1,7	2,7	0,034	0,018	0,20	190
45	АИР200М4	37,0	1470	68,3	92,5	0,89	7,5	1,7	2,7	0,039	0,018	0,27	245
46	АНР200L4	45,0	1470	83,1	92,5	0,89	7,5	1,7	2,7	0,034	0,017	0,32	270
47	АИР225М4	55,0	1470	101	93,0	0,89	7,0	1,7	2,6	0,027	0,015	0,50	335

48	АМР250S4	75,0	1480	137,8	94,0	0,88	7,5	1,7	2,5	0,025	0,014	1,0	450
49	АИР250М4	90,0	1480	163,0	94,0	0,89	7,5	1,5	2,5	0,024	0,014	1,2	480
50	АИР280S4	110	1470	196	94,0	0,91	6,5	1,6	2,2	0,023	0,019	2,1	695
51	АИР280М4	132	1470	230	94,5	0,93	6,5	1,6	2,4	0,021	0,018	2,4	760
52	АИР315S4	160	1470	286	94,5	0,91	5,5	1,4	2,0	0,018	0,017	3,0	875
53	АИР315М4	200	1470	352	95,0	0,92	5,5	1,6	2,2	0,014	0,014	3,5	1000
54	АИР355S4	250	1470	437	94,5	0,92	7,0	1,5	2,3	0,013	0,013	6,0	1260
55	АИР355М4	315	1470	544	94,7	0,93	7,0	1,6	3,0	0,012	0,014	7,0	1460
Синхронная частота вращения 1000 об/мин													
56	АИР63А6	0,18	860	0,79	56,0	0,62	4,0	2,0	2,2	0,24	0,22	0,0019	4,55
57	АИР63В6	0,25	860	1,04	59,0	0,62	4,0	2,0	2,2	0,18	0,21	0,0023	5,40
58	АИР71А6	0,37	915	1,31	66,0	0,63	4,5	2,1	2,3	0,17	0,15	0,0019	8,1
59	АИР71В6	0,55	915	1,74	69,0	0,68	4,5	1,9	2,2	0,16	0,15	0,0022	9,7
60	АИР80А6	0,75	920	2,26	71,0	0,71	4,0	2,1	2,2	0,16	0,12	0,0033	12,3
61	АИР80В6	1,1	920	3,05	75,0	0,74	4,5	2,2	2,3	0,12	0,11	0,0048	15,3
62	АИР90L6	1,5	925	4,16	76,0	0,72	6,0	2,0	2,2	0,11	0,088	0,0073	19,0
63	АИРI00L6	2,2	945	5,58	81,5	0,74	6,0	1,9	2,2	0,09	0,067	0,013	26,5
64	АИР112МА6	3,0	950	7,4	81,5	0,76	6,0	2,0	2,2	0,085	0,063	0,017	43,0
65	АИР112МВ6	4,0	950	9,1	82,5	0,81	6,0	2,0	2,2	0,077	0,062	0,021	48,0
66	АИР132S6	5,5	960	12,3	85,0	0,80	7,0	2,0	2,2	0,067	0,041	0,038	68,5
67	АИР132М6	7,5	960	16,5	85,5	0,81	7,0	2,0	2,2	0,060	0,040	0,055	81,5
68	АНРI60S6	11,0	970	22,9	88,0	0,83	6,5	2,0	2,7	0,073	0,030	0,12	125
69	АИР160М6	15,0	970	30,5	88,0	0,85	6,5	2,0	2,7	0,062	0,028	0,15	155
70	АИР180М6	18,5	980	36,9	89,5	0,85	6,5	1,8	2,4	0,056	0,026	0,24	180
71	АИР200М6	22,0	980	44,8	90,0	0,83	6,5	1,6	2,4	0,050	0,024	0,41	225
72	АИР200Ь6	30,0	975	59,6	90,0	0,85	6,5	1,6	2,4	0,046	0,022	0,46	250
73	АИР225М6	37,0	980	72,7	91,0	0,85	6,5	1,5	2,3	0,042	0,019	0,64	305
74	АИР250S6	45,0	980	87,0	92,5	0,85	6,5	1,5	2,3	0,037	0,015	1,1	390
75	АИР250М6	55,0	980	105	92,59	0,86	6,5	1,5	2,3	0,034	0,014	1,2	430
76	АИР280S6	75,0	980	137	93,0	0,90	6,5	1,3	2,2	0,032	0,021	2,8	645
77	АИР280М6	90,0	980	164	93,5	0,90	6,5	1,4	2,4	0,030	0,019	3,3	700
78	АИР315S6	ПО	980	200	93,5	0,90	6,0	1,4	2,3	0,026	0,018	4,0	850
79	АИР315М6	132	980	239	94,0	0,90	6,5	1,4	2,3	0,023	0,018	4,5	990
80	АИР355S6	160	980	288	94,0	0,90	6,5	1,7	2,3	0,020	0,015	7,3	ИЗО
81	АИР355М6	200	980	358	94,5	0,90	6,5	1.7	2,0	0,018	0,014	8.8	1280
Синхронная частота вращения 600 об/мин													
82	АИР71В8	0,25	690	1,04	61,0	0,60	4,0	1,8	1,9	0,22	0,23	0,0021	8,9
83	АИР80А8	0,37	700	1,53	63,5	0,59	3,5	2,0	2,3	0,19	0,16	0,0036	12,1
84	АИР80В8	0,55	700	2,07	65,0	0,60	3,5	2,0	2.1 '	0,17	0,15	0,0047	13,0
85	АИР90LА8	0,75	705	2,08	75,0	0,73	4,0	м	2,0	0,14	0,11	0,0075	18,5
86	АИР90LВ8	1,1	700	3,02	77,0	0,72	3,5	1,4	2,0	0,13	0,11	0,0096	22,0
87	АР100L8	1,5	705	3,95	76,0	0,75	3,7	1,6	2,0	0,11	0,093	0,012	23,5
88	АИР112МА8	2,2	710	6,16	76,5	0,71	6,0	1,8	2,2	0,093	0,083	0,017	43,5
89	АИР112МВ8	3,0	700	7,8	79,0	0,74	6,0	1,8	2,2	0,080	0,083	0,025	48,5
90	АИР132S8	4,0	720	10,5	83,0	0,70	6,0	1,8	2,2	0,068	0,058	0,042	68,5
91	АИР132М8	5,5	715	13,6	83,0	0,74	6,0	1,8	2,2	0,070	0,061	0,057	82,0
92	АИР160S8	7,5	730	17,5	87,0	0,75	5,5	1,6	2,4	0,075	0,032	0,12	125
93	АИР160М8	11,0	730	25,5	87,5	0,75	6,0	1,6	2,4	0,066	0,031	0,15	155
94	АИР180М8	15,0	730	31,3	89,0	0,82	5,5	1,6	2,2	0,064	0,030	0,25	180
95	АИР200М8	18,5	730	39,0	89,0	0,81	6,0	1,6	2,3	0,057	0,026	0,41	225
96	АИР200L8	22,0	730	45,9	90,0	0,81	6,0	1,6	2,3	0,062	0,029	0,46	250
97	АИР225М8	30,0	730	62,2	90,5	0,81	6,0	1,4	2,3 •	0,045	0,022	0,69	305
98	АИР250S8	37,0	735	77,9	92,5	0,78	6,0	1,5	2,3	0,047	0,017	1,2	400
99	АИР250М8	45,0	735	93,6	92,5	0,79	6,0	1,4	2,2	0,037	0,016	1,3	430
100	АИР280S8	55,0	730	106	92,5	0,86	6,0	1,3	2,2	0,035	0,022	3,2	650
101	АИР280М8	75,0	730	141	93,0	0,87	6,0	1,4	2,2	0,028	0,021	4,0	735

102	АИР315S8	90,0	740	173	93,5	0,85	6,0	1,2	2,2	0,023	0,019	4,6	875
103	АИР315M8	110	740	209	93,5	0,85	6,0	1,1	2,2	0,023	0,019	5,6	1010
104	АИР355S8	132	735	252	93,5	0,85	6,0	1,6	2,0	0,023	0,017	9,0	1170
105	АИР355M8	160	735	306	93,5	0.85	6,0	1,6	2,0	0,020	0,017	10.0	1270
Синхронная частота вращения 600 об/мин													
106	АИР250S10	22,0	580	45,8	89,0	0,82	5,0	1,2	2,2	0,050	0,019	1,4	370
107	АИР250M10	30,0	580	61,7	89,0	0,83	5,5	1,2	2,2	0,056	0,023	1,6	410
108	АИР280S10	32,0	580	78,2	91,5	0,79	6,0	1,3	2,3	0,031	0,027	3,7	605
109	АИР280M10	*~~45,0*	580	94,8	92,0	0,79	6,0	1,4	2,1	0,037	0,031	4,0	660
110	АИР315S10	55,0	585	115	92,5	0,79	6,5	1,2	1,9	0,028	0,026	5,2	785
111	АИР315M10	75,0	585	155	92,5	0,80	6,0	1,2	1.9	0,029	0,027	6,0	865
112	АИР355S10	90,0	590	178	92,5	0,83	6,0	1,1	1,9	0,028	0,021	9,3	1080
113	АИР355M10	110,0	590	217	93,0	0,83	6,0	1,1	1,9	0,024	0,021	11	1190
Синхронная частота вращения 500 об/мин													
114	АИР315S12	45,0	480	101	91,0	0,75	6,0	1Д	1,8	0,037	0,023	5,3	785
115	АИР315M12	55,0	480	123	91,5	0,75	6,0	1,1	1,8	0,033	0,032	6,2	865
116	АИР355S12	75,0	490	164	91,0	0,76	6,0	1,1	1,9	0,026	0,021	9,3	1080
117	АИР355M12	90,0	490	196	92,0	0,76	6,0	1.1	1.9	0,024	0,020	10,0	1190

Примечание: Электродвигатели габаритов (50-132) имеют класс нагревостойкости B;
Электродвигатели габаритов (160 - 355) имеют класс нагревостойкости F.

Приложение Е
(справочное)

Основные технические данные электродвигателей с фазным ротором; степень защиты IP45(IP44)

№	Тип электродвигателя	$P_н$, кВт	Энергетические показатели		$I_{2н}$ А	$E_{2н}$ В	Механическая характеристика		Параметры схемы замещения, о.е	
			КПД, %	$cos\text{ц}_н$			$м_к$	$S_н$ %	R_1^I	R_2^{II}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Синхронная частота вращения 1500 об/мин										
1	АИР0100S4	2,2	75	0,70	22,5	84	2,2	5,2	0,058	0,054
2	АИРФ100Ь4	3,0	77	0,78	21,2	91	2,5	5,8	0,052	0,082
3	АИРФ112М4	4,0	80	0,80	24	126	2,5	4,6	0,052	0,012
4	АИРФ132S4	5,5	82	0,82	28	138	2,5	3,6	0,040	0,016
5	АИРФ132М4	7,5	85	0,78	64	185	2,5	3,5	0,032	0,029
6	АИРФ160Б4	11	86	0,86	22	305	2,5	4,4	0,038	0,051
7	АИРФ160М4	15	88	0,87	29	300	2,5	3,7	0,032	0,042
8	АИРФ180М4	18,5	89	0,88	38	295	2,5	2,9	0,022	0,034
9	АИРФ200М4	22	89,5	0,87	45	340	2,5	2,5	0,024	0,026
10	АИРФ200Ь4	30	90	0,87	55	350	2,5	2,5	0,026	0,030
11	АИРФ225М4	37	90,5	0,87	160	160	2,5	3,5	0,023	0,027
12	АИРФ250Б4	45	91	0,88	170	230	2,5	3,0	0,020	0,030
13	АИРФ250Б4	55	91,5	0,90	170	200	2,5	2,3	0,017	0,025
14	АИРФ250М4	75	92	0,86	170	250	2,5	2,5	0,015	0,021
15	АИРФ28084	90	92,5	0,84	210	250	2,2	4,2	0.022	0,014
16	АИРФ280М4	110	92,5	0,81	223	260	2,2	3,8	0,022	0,017
17	АИРФ31584	132	93	0,82	242	280	2,2	3,8	0,020	0,018
18	АИРФ315М4	160	93	0,87	257	310	2,2	3,6	0,017	0,016
19	АИРФ35554	200	93,5	0,87	330	300	2,2	3,5	0,014	0,012
20	АИРФ355М4	250	93,5	0,87	400	370	2,2	3,5	0,013	0,010
Синхронная частота вращения 1000 об/мин										
21	АИРФ100L6	1,5	65	0,80	12,8	118	2,5	5,8	0,088	0,072
22	АИРФ112М6	2,2	70	0,87	14,2	135	2,5	5,2	0,067	0,012
23	АИРФ112М6	3,0	72	0,87	12,2	186	2,5	4,8	0,085	0,062
24	АИРФ13286	4,0	78	0,88	16,1	262	2,5	4,6	0,074	0,061
25	АИРФ132М6	5,5	81	0,88	17,4	282	2,5	4,4	0,068	0,041
26	АИРФ16086	7,5	85	0,77	18	300	2,5	5,1	0,054	0,068
27	АИРФ160М6	11	86	0,76	20	310	2,5	4,3	0,043	0,058
28	АИРФ180М6	15	87,5	0,80	25	325	2,2	4,4	0,035	0,057
29	АИРФ200М6	18,5	88	0,81	35	360	2,5	3,5	0,030	0,038
30	АИРФ200Ь6	22	88,5	0,80	45	330	2,5	3,5	0,032	0,041
31	АИРФ225М6	30	89	0,85	150	140	2,5 '	3,5	0,029	0,030
32	АИРФ25086	37	89,5	0,84	165	150	2,5	3,5	0,026	0,024
33	АИРФ25056	45	90	0,87	160	180	2,5	2,5	0,029	0,024
34	АИРФ250М6	55	90,5	0,87	182	191	2,5	3,5	0,023	0,026
35	АИРФ280Я6	75	91	0,86	200	210	2,2	3,6	0,031	0,038
36	АИРФ280М6	90	91,5	0,88	270	230	2,2	3,6	0,034	0,031
37	АИРФ31586	110	92	0,87	292	291	2,2	3,6	0,036	0,039
38	АИРФ315М6	132	92,5	0,88	300	268	2,2	3,6	0,026	0,018
39	АИРФ35586	160	93	0,82	346	290	2,2	3,6	0.024	0,026
40	АИРФ355М6	200	93,5	0,88	400	302	2,2	2,8	0,026	0,028
Синхронная частота вращения 750 об/мин										
41	АИРФ160Б8	5,5	80	0,70	14	300	2,2	6,4	0,060	0,094
42	АИРФ160М8	7,5	82	0,70	16	290	2,2	5,5	0,053	0,079
43	АИРФ180М8	11	85	0,72	25	270	2,2	4,4	0,041	0,062
44	АИРФ200М8	15	86	0,70	28	360	2,2	3,5	0,040	0,048

45	АИРФ200Ь8	18,5	86,5	0,73	40	300	2,2	3,5	0,038	0,046
46	АИРФ225М8	22	87	0,82	140	102	2,2	4,5	0,039	0,043
47	АИРФ25088	30	88	0,81	155	125	2,2	4,0	0,033	0,034
48	АИРФ25088	37	89	0,80	155	148	2,2	3,5	0,031	0,031
49	АИРФ250М8	45	89,5	0,78	178	162	2,2	5,0	0,035	0,061
50	АИРФ28088	55	90	0,79	180	185	2,2	4,5	0,036	0,053
51	АИРФ280М8	75	90,5	0,80	221	217	2,2	4,5	0,036	0,052
53	АИРФ315М8	110	91,5	0,81	242	283	2,2	3,8	0,031	0,044
54	АИРФ35588	132	92	0,81	257	330	2,2	3,6	0,031	0,052
55	АИРФ355М8	160	92,5	0,87	330	310	2,2	3,5	0,034	0.050
Основные технические данные электродвигателей с фазным ротором; степень защиты IP23.										
Синхронная частота вращения 1500 об/мин.										
56	АИРНФ200	37	88,5	0,88	62	360	2,5.	3,0	0,029	0,035
57	АИРНФ200Ь	45	89	0,88	75	375	2,5	3,5	0,029	0,036
58	АИРНФ225	55	89,5	0,87	200	170	2,5	3,6	0,031	0,035
59	АИРНФ2508	75	90	0,88	250	180	2,5	4,5	0,028	0,039
60	АНРН0250S	90	90,5	0,87	260	220	2,5	4,0	0,021	0,031
61	АИРНФ250	110	91	0,90	260	250	2,5	3,5	0,022	0,031
62	АИРНФ2808	132	91,5	0,88	330	251	2,5	2,9	0,028	0,031
63	АИРНФ280	160	92	0,88	330	300	2,2	2,6	0,024	0,028
64	АИРНФ315S	200	92,5	0,89	396	312	2,2	2,5	0,022	0,026
65	АИРНФ315	250	93	0,90	425	360	2,2	2,5	0,022	0,025
66	АИРНФ3558	315	93,5	0,90	460	420	2,2	2,2	0,020	0,022
67	АИРНФ355	400	94	0,90	485	505	2,2	2,0	0,019	0,020
Синхронная частота вращения 1000 об/мин										
68	АИНФ200М	22	87,5	0,81	37	380	2,2	3,5	0,032	0,043
69	АИРНФ200Ь	30	88	0,82	46	375	2,2	4,0	0,032	0,042
70	АИРНФ225	37	88,5	0,86	180	140	2,2 '	4,0	0,032	0,038
71	АИРНФ2508	45	89	0,86	200	155	2,2	4,0	0,028	0,032
72	АИРНФ2508	55	89,5	0,88	185	190	2,2	3,5	0,024	0,027
73	АИРНФ250	75	90	0,85	200	250	2,2	3,0	0,022	0,025
74	АИРНФ2808	90	90,5	0,88	277	202	2,2	3,6	0,033	0,038
75	АИРНФ280	110	91	0,87	297	230	2,2	3,6	0,034	0,038
76	АИРНФ3	132	91,5	0,88	320	257	2 ">	3,0	0,026	0,029
77	АИРНФ3	160	92	0,88	352	291	2,2	3,0	0,024	0,024
78	АИРНФ355Ь	200	92,5	0,88	411	304	2,2	5	0,025	0,027
79	АИРНФ355	250	93	0,89	401	380	2,2	2,5	0,022	0,023
Синхронная частота вращения 750 об/мин										
80	АИРНФ200	18,5	85	0,78	30	380	2,2	4,5	0,046	0,054
81	АИРНФ2008	22	86	0,79	40	330	2,2 '	4,5	0,042	0,066
82	АИРНФ225	30	86,5	0,80	165	120	2,2	4,1	0,043	0,046
83	АНРН№250	37	87,5	0,80	190	115	2,2	5,5	0,044	0,047
84	АИРНФ250Б	45	88,5	0,82	190	140	2,2	4,0	0,036	0,040
85	АИРНФ250	55	89,5	0,83	185	190	2,2	3,5	0,029	0,031
86	АИРНФ280Ь	75	90	0,84	257	190	2,2	4,0	0,031	0,040
87	АИРНФ280	90	90,5	0,84	267	214	2,2	4,0	0,031	0,040
88	АИРНФ3	110	91	0,84	311	225	2,2	3,5	0,030	0,032
89	АИРНФ3	132	91,5	0,84	364	247	2,2	3,5	0,031	0,031
90	АИРНФ3558	160	92	0,86	353	285	2,2	2,7	0,024	0,026
91	АИРНФ355	.200	92,5	0,86	359	350	2,2	2,7	0,022	0,025

Приложение Ж
(справочное)

Основные технические данные электродвигателей постоянного тока серии 4П

№	Тип электродвигателя	Рн, кВт	1н. А	К.П.Д., %
1	2	3	4	5
Uн =220 В; $n_н$ = 3000 об/мин				
1	4П080А2	0,37	2,9	61,5
2	4П080А2	0.75	4,3	72,0
3	4П080В1	U	5,9	72.0
4	4П0100Sl	1,6	9,0	75,0
5	4П0100S2	2,2	12,5	79,0
6	4П0100L1	3,0	17,5	80.0
7	4П0112М2	5,5	24,5	83,0
Uн = 220 В; $n_н$ = 2200 об/мин				
8	4П080А2	0.25	1.8	58,0
9	4П080А2	0,55	2,8	70.0
10	4П080В1	0,75	4,2	67,0
11	4ПО100S1	1,1	5,1	74,0
12	4П0100S2	1,5	8,5	76,0
13	4ПО100L1	2,2	11.7	76,0
14	4П0112М2	4,0	21,4	79,0
Uн = 220 В; $n_н$ = 1500 об/мин				
15	4П080А2	0.37	2,1	61,5
16	4П080В2	0,55	2,9	66,0
17	4П0100S1	0,75	4.3	70,0
18	4П0100S2	1.1	5,9	75.0
19	4П0100Ll	1.5	8.7	74.0
20	4П0112М1	2,2	12.0	74,0
21	4П0112М2	3.0	18,4	74.0
Uн = 220 В; $n_н$ = 1000 об/мин				
22	4П080А2	0,25	1,4	58,0
23	4П080В1	0,37	2,1	65,0
24	4П0100S1	0,55	2,85	65,0
25	4П0100S2	0,75	4,25	66,0
26	4П0100Ll	1.1	5.25	68,0
27	4П0112М1	1,5	9,3	71,0
28	4ПОП2М2	2,2	13,3	70.0
Uн = 220 В; $n_н$ = 750 об/мин				
29	4П0100S1	0,37	1,95	60,5
30	4П0100S2	0,55	2,9	60,0
31	4П0100L1	0.75	4,2	67,0
32	4П0112М2	1,5	9,75	66,0
Uн =220 В; $n_н$ = 3000 об/мин				
33	4ПНМ132L04	3,5	16,5	74,0
34	4ПНМ112L04	5,3	21,2	83,0
35	4ПНМ160L04	6,3	26,9	82,0
36	4FIНМ200S04	9,0	36,1	86,0
37	4ПНМ132М04	10,6	44,8	84,0
38	4ПНМ180L04	11,0	47,8	83,0
39	4ПФМ200М04	22,0	78,4	85,5
40	4ПФМ200Б	45,0	216	86,0
41	4ПН225М	48.0	218	87,3
42	4ПФМ225М	55,0	287	87.6
43	4ПФМ225L	63,0	324	88.7
Uн = 220 В; $n_н$ = 2500 об/мин				
44	4ПНМ112L04	0.8	3,9	59,0
45	4FIНМ160L04	4.0	19,1	76,0
46	4I1НМ180L04	5,6	29,4	79,0
47	4ПНМ180S04	7.1	33,6	80,0

48	4F1H225S	16,0	76.0	80,5
49	4ПН225М	20,0	94,6	83.0
50	4FIH225S	22,0	112	83,5
51	4ПН225L	32,0	158	85,0
52	4ПН250L	40,0	202	85,0
53	4ПН250М	48,0	210	85,5
54	4ПФМ250М	55,0	274	87,6
55	4ПФМ250S	75,0	371	88,5
56	4ПФМ250L	90,0	486	88,7
Uн =220 В; $n_н$ = 1500 об/мин				
57	4ПНМ112М04	2,5	11,5	73,0
58	4ПНМ132М04	4,0	22.2	79,0
59	4ПНМ132L04	5,5	29,4	80.0
60	4ПОМ200S	14,0	73,5	88,0
61	4ПНМ180L04	15,0	84,6	86,0
62	4ПОМ200М	17,0	92,4	89,0
63	4ПНМ200L04	18,5	102	86,0
64	4ПНМ225L04	22.0	128	87.5
65	4ПНМ225М	30.0	164	88.5
66	4ПН280S	34.0	178	84,5
67	4ПН225S	37,0	188	86,5
68	4ПФМ225Б	45.0	217	86,8
69	4ПФМ225М	55,0	287	87,6
70	4ПН250S	60.0	356	87,1
71	4ПФМ225Ь	63,0	370	88,7
72	4ПФМ250S	67,0	382	88,2
73	4ПН250М	71.0	380	89.5
74	4ПФМ250М	80,0	405	88,5
75	4ПН280Б	110	508	89.0
76	4ПФМ280S	125	632	87,0
77	4ПФМ280М	140	784	88,4
Uн =220 В; $n_н$ = 1000 об/мин				
78	4ПНМ132М04	2,5	1,6	71,0
79	4I1НМ132L04	3.15	2,3	74,0
80	4ПНМ180L04	11,0	61,4	83,0
81	4ПНМ200L04	16,0	78,0	86,0
82	4ПФМ200М	22,0	132	85,5
83	4ПФМ225S	26,5	146	83,0
84	4ПФМ225L	45,0	219	85,0
85	4ПН250М	48,0	236	85,5
86	4ПФМ250М	55,0	286	87.5
87	4IIH280S	75,0	385	88,5
88	4ПФМ280S	90.0	480	88,0
89	4ПФМ280L	125	532	88,5
Uн =220 В; $n_н$ = 750 об/мин				
90	4ПНМ160М04	3,0	18,2	75.0
91	4ПОМ200S	6,0	39,5	81,5
92	4ПНМ180L04	7,1	48,2	80,0
93	4ПН225S	16,0	63.0	SO,5
94	4ПФМ200М	18.5	104	82,5
95	4ПФМ2258	21,0	131	80,1
96	4ПФМ225L	22.0	136	82,0
97	4ПФМ225М	27.0	164	82,0
98	4ПН250М	32.0	174	84,0
99	4ПФМ250L	33,5	180	82,3
100	4ПФМ250М	42,0	222	84.5
101	4ПН280S	45,0	245	87.0
102	4ПН280М	55,0	286	87.5
103	4ПФМ280М	71,0	346	88,0
Uн =220 В; $n_н$ = 600 об/мин				
104	4ПН225S	12,5	78	79,5
105	4ПН225М	15,0	94	79,0
106	4ПФМ225S	18,0	106	78,0

107	4ПФМ225М	20,0	128	79,0
108	4ПН225250М	24,0	134	82,0
108	4ПН225250М	24,0	134	82,0
109	4ПФМ225L	26,5	140	79,5
110	4ПН280S	34,0	172	84,5
111	4ПН280М	37,0	184	85,5
112	4ПФМ280S	45,0	223	87,5
113	4ПФМ280М	55,0	287	87.5
U_H =220 В; $n_н$ = 500 об/мин				
114	4ПН225S	8.5	48	77,0
115	4ПФМ225L	20,0	106	75,0
116	4ПФМ250L	36,0	174	85,0
117	4ПФМ280L	55.0	288	88,0

Список литературы

1. Электрический привод : учебник / Георгий Борисович Онищенко Г. Б. - Москва : РАСХН, 2003. - 320 с. : ил. - Библиогр.: с. 307.
2. Красовский, А.Б. Основы электропривода [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Б. Красовский. — Электрон. дан. — Москва : , 2015. — 405 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/106384
3. Красовский, А.Б. Расчет характеристик электропривода [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Б. Красовский. — Электрон. дан. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. — 36 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/52245 Бастрон А.В. и др. Электропривод. Лабораторный практикум. Красноярск.: КрасГАУ, 2005, 228 с.
4. Маругин А.П. Основы электропривода [Текст] : учебно-методические указания к расчетным заданиям для студентов всех форм обучения по направлению подготовки бакалавриата 15.03.02 - "Технологические машины и оборудование" / А. П. Маругин ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург : УГГУ, 2018. - 26 с.
5. ГОСТ 8.417-81. Единицы физических величин: М.: Изд-во стандартов, 1981, 40 с.
6. ГОСТ 2.105-95. Общие требования к текстовым документам: Минск.: ИПК Изд-во стандартов, 1998, 36 с.
7. Двигатели постоянного тока серии 4П /Сводный отраслевой каталог Информэлектро. М.: Информэлектро, 1993, 28 с.
8. Епифанов А.П. Основы электропривода, СПб.: Лань, 2008. 191 с.
9. Епифанов А.П., Гущинский А.Г., Малайчук Л.М. Электропривод в сельском хозяйстве, СП.б.: Лань, 2010. 223 с.
10. Ильинский Н.Ф., Москаленко В.В, Электропривод. Энерго- и ресурсосбережение. М.: Академия, 2008. 202 с.
11. Коломиец А.П. и др. Электропривод и электрооборудование, М.: КолосС, 2008. 328 с.
12. Левин А.А. Самоучитель работы на компьютере. 5 изд. М.: Нолидж, 1999. 617 с.
13. Москаленко В.В. Электрический привод. М.: Академия, 2007. 361 с.
14. Рычкова Л.П. Электропривод. Примеры решения типовых задач: Учебное пособие рекомендованное УМО.- Иркутск.: ИрГСХА, 2004, 102 с.
15. Унифицированная серия асинхронных двигателей ИНТЕР- ЭЛЕКТРО./ Под редакцией доктора технических наук В.И. Радина. М.: Энергоатомиздат, 1990. 67 с.
16. Шичков Л.П. Электрический привод, М.: КолосС, 2006. 279.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры технической механики
(протокол № 1 от 15.09.2025)
Заведующий кафедрой
_____ Е. Б. Волков

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ И РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ Б1.О.26 ГИДРОМЕХАНИКА

Направление
15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль
Мехатроника и робототехника промышленных производств

Авторы: Двинин Л.А., доцент, к.т.н., Двинина Л. Б., доцент, к.т.н.

Екатеринбург

Методические указания адресованы студентам, обучающимся по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника, и призваны обеспечить эффективную самостоятельную работу по курсу «ГИДРОМЕХАНИКА».

Форма контроля самостоятельной работы студентов – проверка на практическом занятии, контрольные работы, зачет.

ФОРМЫ И СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Расчетно-графическая работа

Расчетно-графические работы выполняются по методической литературе, изданной кафедрой:

Часс С. И. [Текст]: Гидромеханика. Сборник задач. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. – 145 с.

Часс С. И. [Текст]: Гидравлика. Гидромеханика. Сборник задач и контрольных заданий. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. – 137 с.

Номера вариантов берутся по номеру в списке группы или назначаются преподавателем, номера заданий берутся по таблице.

Методические рекомендации для решения задач и примеры для самостоятельного решения приведены в учебных пособиях:

Бебенина Т.П: Гидромеханика: Конспект лекций. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. – 224 с.

Часс С. И.: Гидравлика, гидромеханика. Механика жидкости и газа. Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 215 с.

Тематика расчетно-графических работ:

1. Определение давления в точке жидкости, приборы для измерения давления. Гидростатический закон распределения давления, закон Паскаля.
2. Аналитический метод и графоаналитический метод определения силы на плоские поверхности.
3. Определение силы давления на криволинейные поверхности, закон Архимеда.
4. Ламинарный и турбулентный режимы движения, гидравлические сопротивления, расчет простых коротких трубопроводов.
5. Элементы расчетов сложных трубопроводных систем.

Для подготовки к практическим занятиям преподаватель может привлекать дополнительную литературу, а также раздаточный материал.

Подготовка к контрольной работе проводится студентом самостоятельно в рамках часов, выделенных на самостоятельную работу в учебном плане.

Контрольная работа № 1

1.Дать понятие вязкости жидкости. Представить коэффициенты, характеризующие вязкость жидкости, единицы измерения коэффициентов. Записать закон Ньютона.

2.Представить давление p=720 мм рт. ст. в единицах измерения системы СИ.

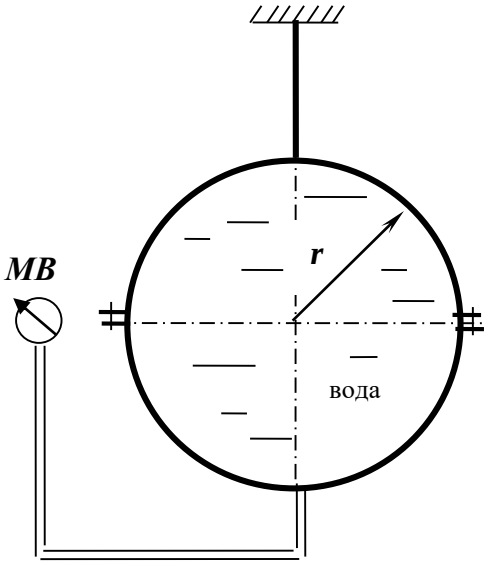
3.Определить какое давление – манометрическое или вакуум – показывает мановакуумметр, если абсолютное давление в измеряемой области равно 68 кПа. Величину давления представить в барах.

4.Определить давление в резервуаре, заполненном водой, на глубине h = 1,2 м, если избыточное давление на поверхности жидкости $p_{изб}$=62 кПа.

5.Сформулировать закон Архимеда.

Задача

Шаровой сосуд радиусом r = 0,4 м, заполненный водой, висит на тяге, прикрепленной к его верхней половине. Найти давление в центре сосуда (показание пружинного мановакуумметра ***МВ***), при котором нижнюю половину сосуда, имеющую силу тяжести G =1500 Н, можно не закреплять. Каким должно быть показание прибора, если силу тяжести не учитывать?



Контрольная работа № 2

1.Записать формулу связи коэффициентов вязкости: динамического μ и кинематического ν.

2.Представить давление $\boldsymbol{p}$ = 1,2 ат в единицах измерения системы СИ.

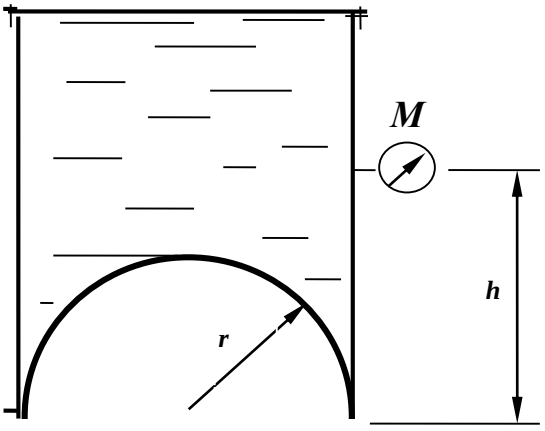
3.Определить абсолютное давление в резервуаре, заполненном воздухом, если показание вакуумметра, установленного на резервуаре, равно $\boldsymbol{p}_{вак}$=0,6 ат.

4.Определить каким будет показание манометра (в бар), установленного на глубине $\boldsymbol{h}$ =1,2 м открытого резервуара, заполненного бензином. Плотность бензина $\rho_{б}$= 700 кг/м^3.

5.Записать дифференциальные уравнения равновесия жидкости.

Задача

Определить силу давления воды на полусферическое дно резервуара радиуса $\boldsymbol{r}$ = 1 м, если показание манометра $\boldsymbol{M}$, установленного на расстоянии $\boldsymbol{h}$ = 1,3 м, равняется $\boldsymbol{p}_{ман}$= 0,2 бар.



Контрольная работа № 3.

1.Дать понятие физического свойства жидкости ***сжимаемость.***
Привести формулу коэффициента объемного сжатия.

2.Представить давление p = 196 кПа в атмосферах технических (ат).

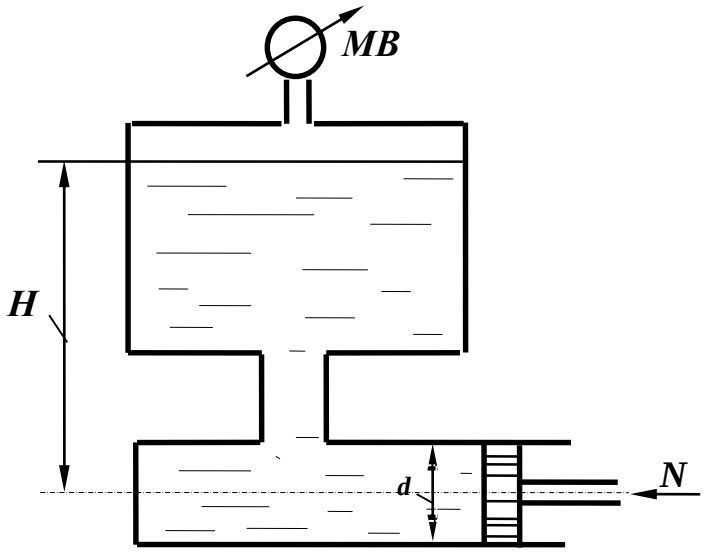
3.Манометрическое давление в измеряемой области равно $p_{ман}$ = 32 кПа. Записать величину абсолютного давления в области измерения.

4.Избыточное давление на поверхности масла в закрытом резервуаре равно $p_{изб}$= 0,13 ат. На какой глубине h установлен манометр, если его показание равно $p_{ман}$= 0,31 ат; плотность масла $\rho_м$= 900 кг/м^3.

5.Записать гидростатический закон распределения давления.

Задача

Определить усилие N, которое надо приложить к штоку поршня для удержания его на месте, если показание мановакуумметра $p_{мв}$= 0,5 ати, диаметр штока d = 100 мм, высота уровня масла над осью штока H = 1,5 м, плотность масла $\rho_м$ = 800 кг/м^3.



Контрольная работа № 4

1.Дать понятие физического явления ***кавитация***.
2.Представить давление $\boldsymbol{p}$ = 500 мм рт.ст. в единицах измерения системы СИ.

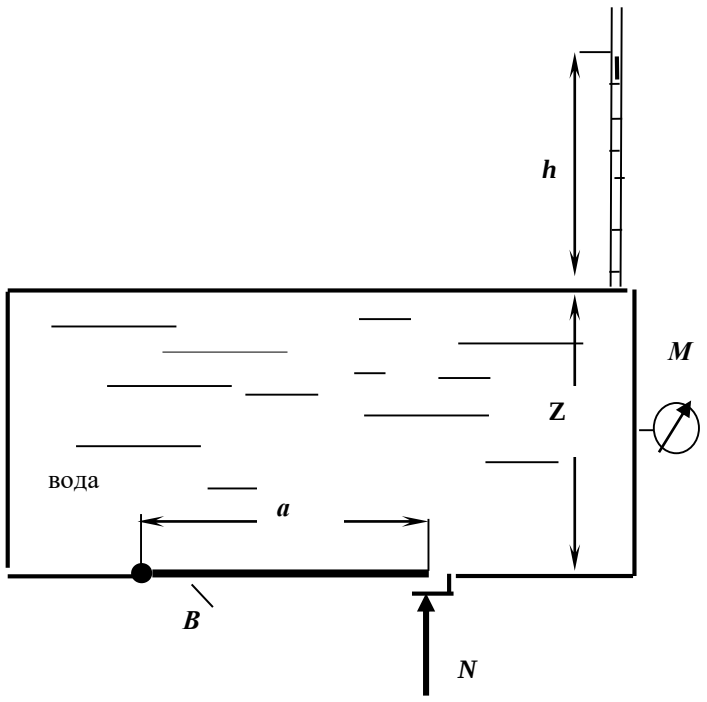
3.Вакуумметрическое давление в измеряемой области равно $\boldsymbol{p}_{вак}$=38 кПа, записать величину абсолютного давления в области измерения.

4.Определить, каким должно быть давление на поверхности масла закрытого резервуара, если показание манометра на глубине $\boldsymbol{h}$ = 0,8 м равно $\boldsymbol{p}_{ман}$= 0,12 ат. Плотность масла принять равной $\rho_м$ =900 кг/м^3.

5.Сформулировать закон Паскаля.

Задача

Определить показание манометра ***M*** в центре боковой стенки резервуара с водой, а также усилие ***N***, приложенное к запорному устройству плоской квадратной крышки ***B*** при следующих данных: ***Z*** = 3 м; ***h*** = 2 м; ***a*** = 1 м.



Контрольная работа № 5

1.Дать понятие гидростатического давления. Свойства гидростатического давления. Единицы измерения давления в системе СИ.

2.Представить давление p = 200 мм рт. ст. в Па.

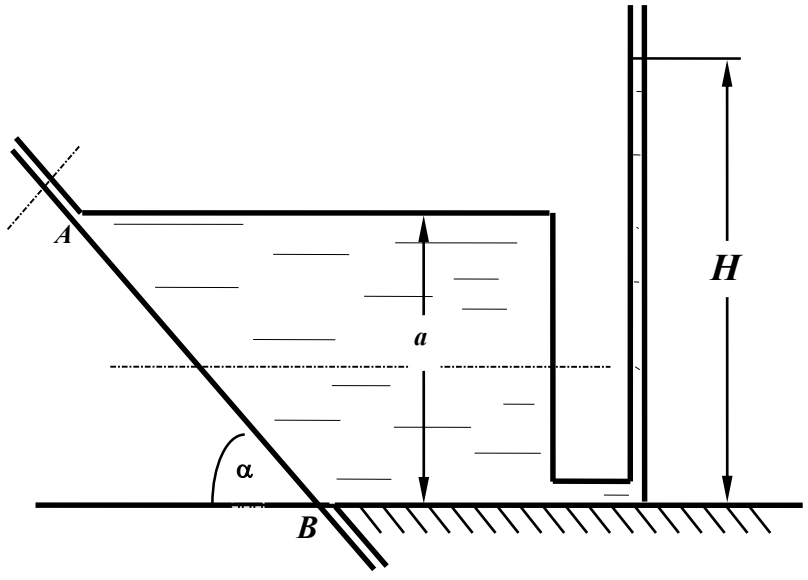
3.Определить, какое давление, манометрическое или вакуум, показывает мановакуумметр и его величину, если абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$= 0,8 ат.

4.Определить, каким будет показание мановакуумметра на глубине h = 2,2 м закрытого резервуара, заполненного водой, если на поверхности жидкости действует вакуумметрическое давление $p_{вак}$= 0,1 ат.

5.Дать определение свойства жидкости ***вязкость***.

Задача

Определить силу давления на крышку маслобака AB, если показание пьезометра H = 400 мм, угол наклона крышки α = 45°. В сечении бак имеет форму квадрата со стороной a = 200 мм. Плотность масла $\rho_м$ = 900 кг/м^3.



Контрольная работа № 6

1. Дать понятие плоскости уровня, представить уравнение плоскости уровня.

2. Представить перевод давления p =1,2 ат в м вод.ст., в Па.

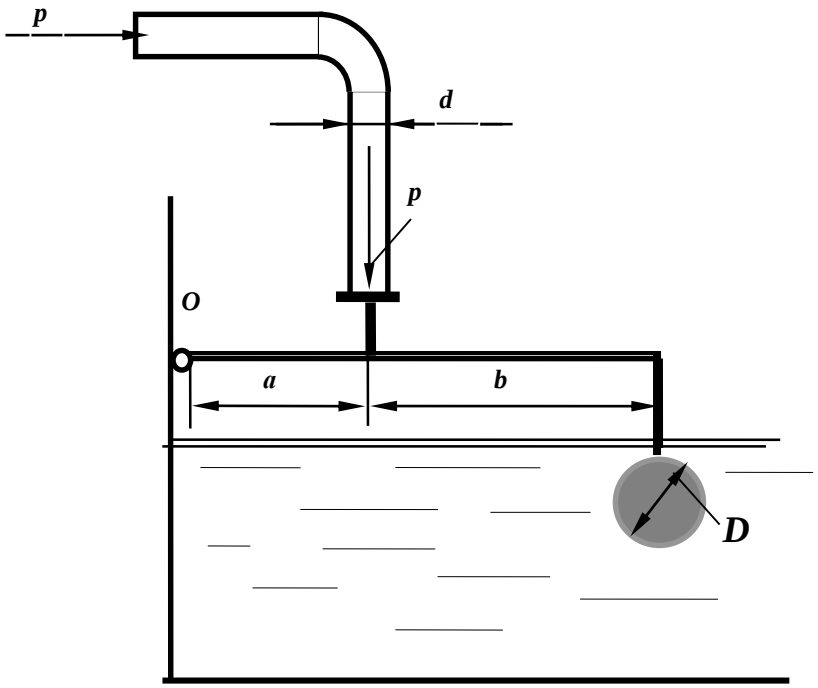
3. Дать понятие абсолютного давления. Записать абсолютное давление при манометрическом давлении $p_{ман}$= 32 кПа.

4. Показание манометра на определенной глубине в открытом резервуаре с водой равно $p_{ман}$=0,14 ат. Определить, как изменится показание манометра на той же глубине, если резервуар заполнить маслом плотностью $\rho_м$= 800 кг/м^3.

5. Нарисовать схему пьезометра для измерения абсолютного давления.

Задача

Вода, подаваемая под давлением p = 2,5 ати по трубе d = 150 мм, заполняет резервуар. Определить минимально необходимый диаметр D шарообразного поплавка, обеспечивающий автоматическое закрытие клапана при наполнении резервуара, если: a = 100 мм; b = 500 мм. Собственным весом рычага, клапана и поплавка пренебречь



Контрольная работа № 7

1. Записать основное уравнение гидростатики, пояснить все входящие в него параметры.

2. Представить давление p = 1,6 ат в единицах измерения системы СИ.

3. Дать понятие абсолютного давления. Записать величину абсолютного давления при вакуумметрическом давлении $p_{вак}$= 38 кПа.

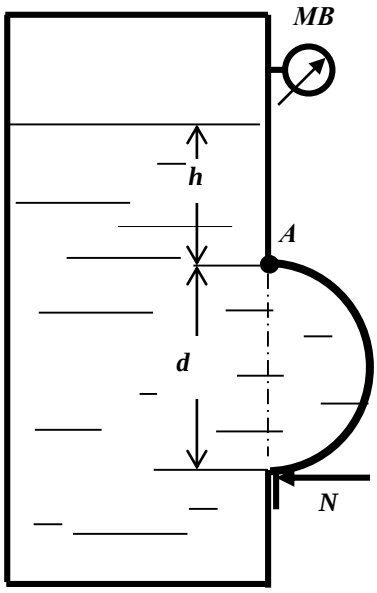
4. Показание манометра на определенной глубине открытого резервуара, заполненного бензином плотностью $\rho_{бен}$= 700 кг/м^3, равно $p_{ман}$= 0,12 ат. Как изменится показание манометра на той же глубине, если резервуар заполнить маслом плотностью $\rho_{мас}$= 900 кг/м^3.

5. По какой формуле следует определять силу давления жидкости на плоскую стенку, если на свободной поверхности жидкости действует абсолютное давление p_0 больше атмосферного, а не смоченная сторона стенки находится под атмосферным давлением?

Задача

Закрытый резервуар заполнен дизельным топливом с плотностью ρ = 846 кг/м^3. В вертикальной стенке резервуара имеется прямоугольное отверстие, закрытое полуцилиндрической крышкой. Она может поворачиваться вокруг горизонтальной оси в точке A. Пренебрегая силой тяжести крышки, определить усилие N, которое нужно приложить к крышке, чтобы она не открывалась при следующих данных: p_{MB} = 11,4 кПа; d = 1 м; h = 1 м; b =1,2 м.

Размер b перпендикулярен плоскости чертежа.



Контрольная работа № 8

1.Записать гидростатический закон распределения давления. Дать определение геометрического и пьезометрического напоров.

2.Представить давление $\boldsymbol{p}$ =196 кПа в технических атмосферах (ат).

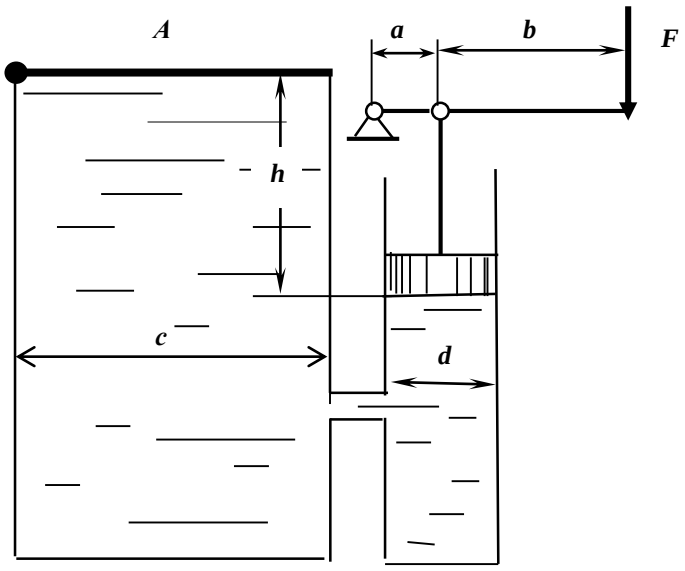
3.Определение абсолютного давления. Чему равно абсолютное давление при манометрическом давлении $\boldsymbol{p}_{ман}$= 62 кПа.

4.Показание манометра, установленного на закрытом резервуаре, заполненном маслом плотностью $\rho_{мас}$= 800 кг/м^3, равно $\boldsymbol{p}_{ман}$= 0,12 ат. Рассчитать, какой должна быть высота уровня масла в пьезометре, выведенном на уровне установки манометра.

5.Дать понятие тела давления, на примерах пояснить различные тела давления.

Задача

К рычагу гидроусилителя приложена сила $\boldsymbol{F}$. Определить силу давления жидкости с плотностью ρ = 900 кг/м^3 на квадратную крышку $\boldsymbol{A}$ при следующих данных: $\boldsymbol{F}$ = 180 Н; $\boldsymbol{d}$ = 40 мм; $\boldsymbol{c}$ =1 м; $\boldsymbol{h}$ = 1 м; $\boldsymbol{a}$ = 10 мм; $\boldsymbol{b}$ =40 мм.



Контрольная работа № 9

1.Понятие гидростатического давления. Расчетная формула давления. Единицы измерения давления.

2.Представить давление, равное p = 12 м вод. ст., в единицах измерения системы СИ.

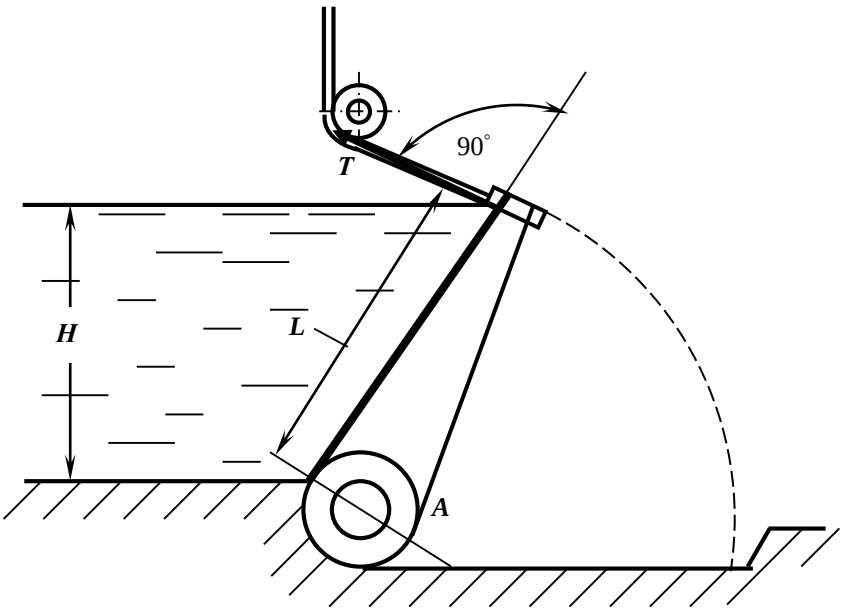
3.Абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$= 0,38 ат. Установить, каким прибором следует пользоваться для измерения давления, рассчитать его величину в системе СИ.

4.Определить давление на поверхности жидкости закрытого резервуара, если показание ртутного U- образного манометра, установленного на глубине h = 1,5 м равно p = 100 мм рт.ст.

5.Какой зависимостью выражается гидростатический напор?

Задача

Плоский прямоугольный затвор с размерами L = 2,5 м и B = 10 м создает подпор воды H = 2,3 м. Затвор может вращаться относительно оси шарнира A. Определить силу натяжения троса T, удерживающую затвор в заданном положении. Размер B перпендикулярен плоскости чертежа



Контрольная работа № 10

1.Понятие физического свойства ***вязкость.*** Коэффициенты, характеризующие вязкость, единицы их измерения.

2.Перевести давление, равное 12 м вод.ст., в мм рт.ст.

3.Дать понятие абсолютного давления. Записать величину абсолютного давления в измеряемой области, если показание манометра в этой области равно $\boldsymbol{p}_{\text{ман}}$= 0,8 ат.

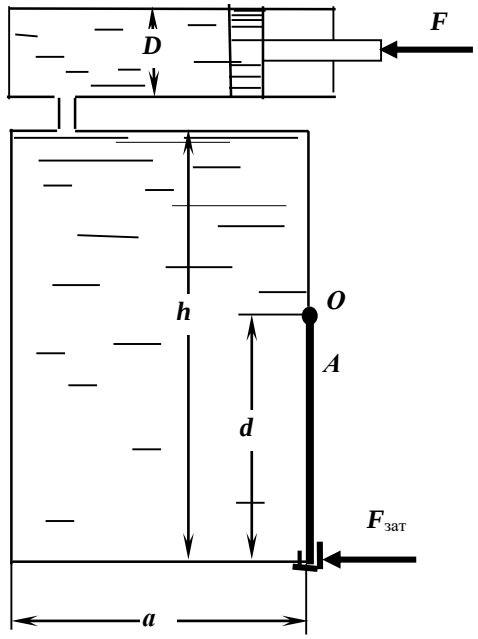
4.Вакуумметрическое давление на поверхности воды в закрытом резервуаре равно $\boldsymbol{p}_{\text{вак}}$= 0,6 ат. Установить, каким прибором следует измерить давление на глубине $\boldsymbol{h}$ = 1,5 м и рассчитать его величину.

5.Как расположена линия действия силы избыточного (весового) давления жидкости, действующей на плоскую фигуру любой формы?

Задача

Жидкость в емкости «$a \cdot h$» нагревается до температуры 20ºС. Определить усилие $\boldsymbol{F}$, которое требуется приложить к поршню расширительного цилиндра диаметром $\boldsymbol{D}$, чтобы сохранился прежний объем жидкости?

Также найти усилие $\boldsymbol{F}_{\text{зат}}$, на которое должен быть рассчитан затвор круглой крышки диаметром $\boldsymbol{d}$ при следующих данных: плотность ρ = 1000 кг/м^3, $\boldsymbol{d}$ =500 мм, $\boldsymbol{D}$ =260 мм, $\boldsymbol{h}$ = 2 м, $\boldsymbol{a}$ =1,5 м; β_T=150·10^{-6}1/град; β_p=0,5 ·10^{-10}Па$^{-1}$.



Контрольная работа № 11

1. Понятие ***плоскости уровня***. Уравнение плоскости уровня. Значение параметров, входящих в уравнение.

2. Представить перевод давления p = 100 мм рт. ст. в единицах измерения системы СИ.

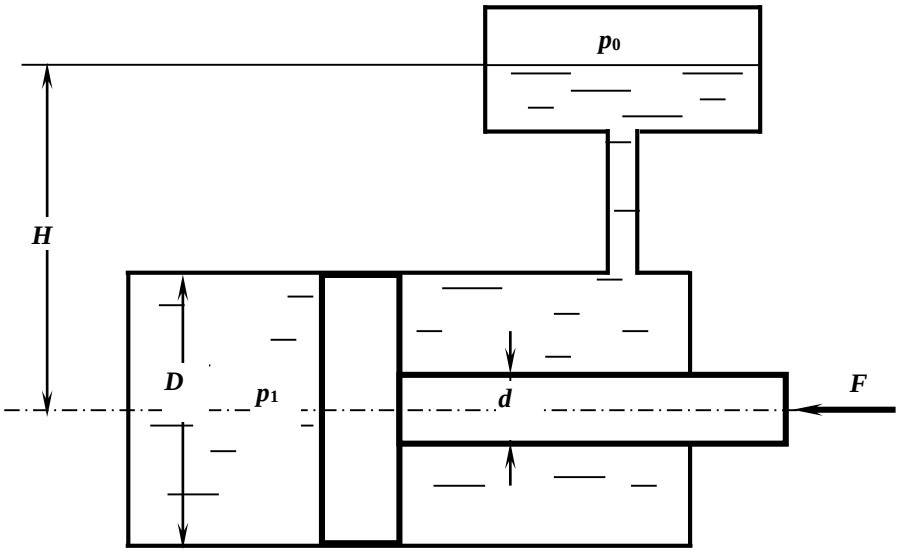
3. Записать величину абсолютного давления в измеряемой области, если показание вакуумметра в этой области $p_{вак}$= 0,6 ат.

4. Вакуумметрическое давление на поверхности закрытого резервуара равно $p_{вак}$= 0,1 ат. Установить каким прибором следует измерить давление на глубине h = 3,0 м и рассчитать его величину.

5. Размерность кинематического коэффициента вязкости в системе СИ

Задача

Определить давление жидкости p_1 в гидроцилиндре, необходимое для преодоления усилия на штоке F при следующих данных: F = 10 кН; диаметр поршня D =160 мм; диаметр штока d = 80 мм; p_0 = 20 кПа, H = 10 м; ρ =900 кг/м^3.



Контрольная работа № 12

1.Записать гидростатический закон распределения давления. Дать понятие геометрического и пьезометрического напоров.

2.Представить давление p = 68 кПа в м вод. ст.

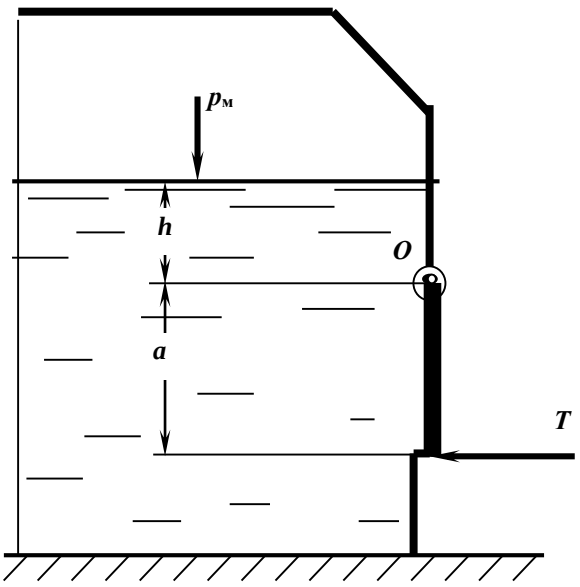
3.Абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$ =198 кПа. Установить, каким прибором следует пользоваться для измерения давления и рассчитать показание этого прибора.

4.Показание манометра на глубине h =1,5 м закрытого резервуара, заполненного водой, равно $p_{ман}$= 0,121 ат. Определить, каким будет показание манометра на той же глубине, если резервуар будет заполнен маслом. Плотность масла равна $\rho_{мас}$= 800 кг/м^3.

5.Записать дифференциальные уравнения равновесия жидкости; пояснить параметры, входящие в уравнения.

Задача

Усилие T удерживает плоскую квадратную крышку со стороной a в закрытом положении. Определить предельно допустимое значение избыточного давления над уровнем жидкости $p_м$, при котором крышка остается в закрытом положении, при следующих данных: T = 2100 Н, a = 50 см, h = 2 м, ρ =1000 кг/м^3.



Контрольная работа № 13

1. Понятие физического свойства жидкости ***капиллярность***.

2. Представить давление p = 300 мм рт.ст. в единицах измерения системы СИ.

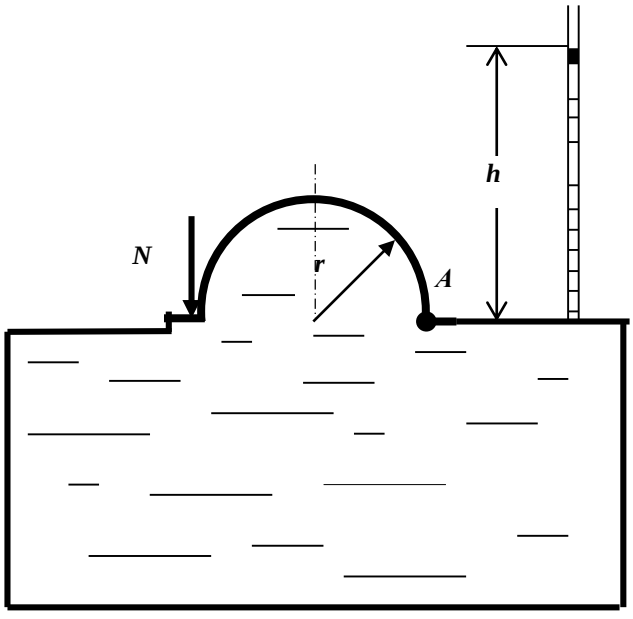
3. Показание манометра в измеряемой области равно $p_{ман}$= 0,12 ат. Представить расчет абсолютного давления в этой области и его величину в системе СИ.

4. В закрытом резервуаре, заполненном бензином, показание манометра на некоторой глубине составляет $p_{ман}$= 0,07 ат. Определить пьезометрическую высоту, соответствующую этому давлению: $\rho_б$=700 кг/м^3.

5. Каковы единица измерения ***динамической вязкости*** ?

Задача

Определить усилие N, которое нужно приложить к цилиндрическому затвору, установленному на квадратном отверстии крышки резервуара с водой, при следующих данных: h = 1м, r = 0,2 м. Затвор поворачивается вокруг шарнира в точке A.



Контрольная работа № 14

1. Представить ***основное уравнение гидростатики***, дать определение, пояснить значение входящих параметров.

2. Представить давление p = 730 мм рт.ст. в ат.

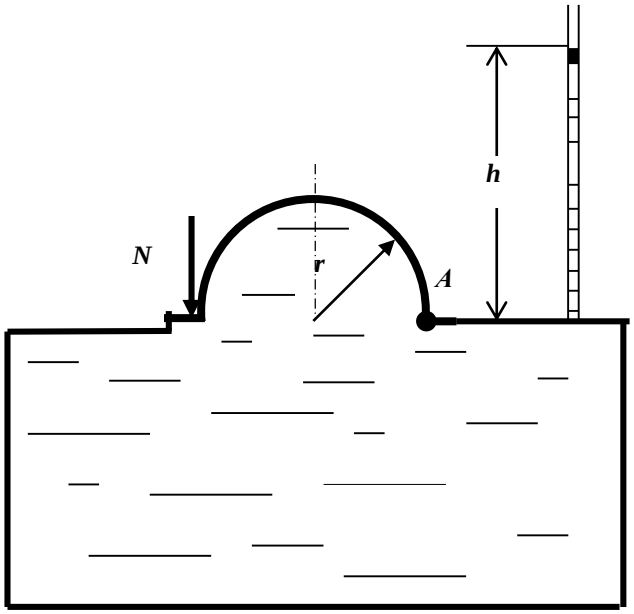
3. Абсолютное давление в измеряемой области равно $p_{абс}$= 68 кПа. Определить, каким будет показание мановакуумметра, установленного в этой области, и величину давления.

4. В закрытом резервуаре, заполненном маслом, показание манометра на определенной глубине составляет $p_{ман}$= 0,06 ат. Определить какой будет пьезометрическая высота (напор) на уровне установки манометра. Плотность масла принять $\rho_м$ = 800 кг/м^3.

5. Дать определение свойства жидкости ***сжимаемость.***

Задача

Запорное устройство полусферической крышки радиусом r рассчитано на усилие N. Определить показание манометра в центре боковой стенки при максимально допустимом давлении в жидкости плотностью ρ = 900 кг/м^3: N = 90 кН, a =3 м, r =0,4 м.



Контрольная работа № 15

1.Записать уравнения Эйлера для равновесного состояния жидкости. Пояснить параметры, входящие в уравнение.

2.Показание манометра на глубине h =2,5 м закрытого резервуара, заполненного водой, равно $p_{ман}$= 0,32 ат. Определить, каким будет показание манометра на той же глубине, если резервуар будет заполнен маслом. Плотность масла равна $\rho_{мас}$= 800 кг/м^3.

3.Определить показание механического вакуумметра (в ат), установленного на воздушном резервуаре, если показание ртутного вакуумметра, присоединенного к тому же резервуару, составляет 0,2 м.

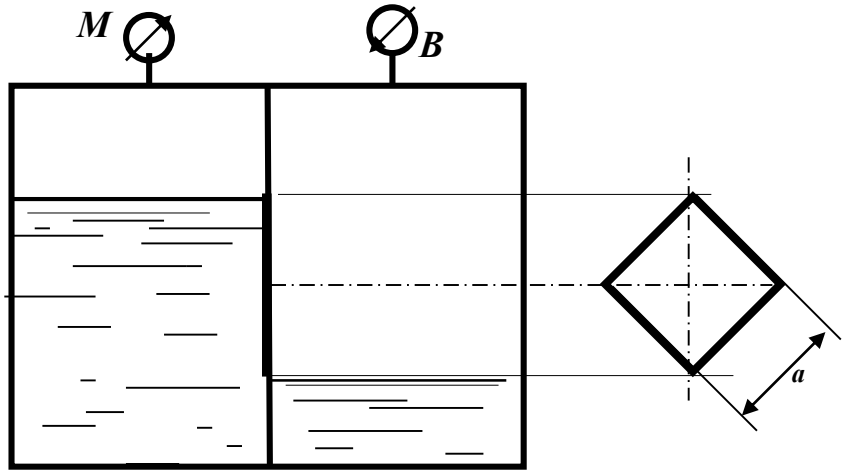
4.В чем физический смысл понятия ***гидростатического давления***.

5.Какие силы действуют в жидкости?

Задача

Замкнутый резервуар с нефтью (ρ =900 кг/м^3) разделен на две части плоской перегородкой, имеющей квадратное отверстие со стороной a = 1 м. Давление над нефтью в левой части резервуара определяется показанием манометра p_M= 0,15 ат, а в правой – показанием вакуумметра p_B= 0,2 ат.

Найти величину силы давления, действующей на крышку, закрывающую отверстие в перегородке, и точку ее приложения.



Контрольная работа № 16

1. Какое движение жидкости называется установившимся?

2. Определить диаметр трубы для пропуска воды с расходом Q = 2,0 л/с при скорости V= 1,0 м/с.

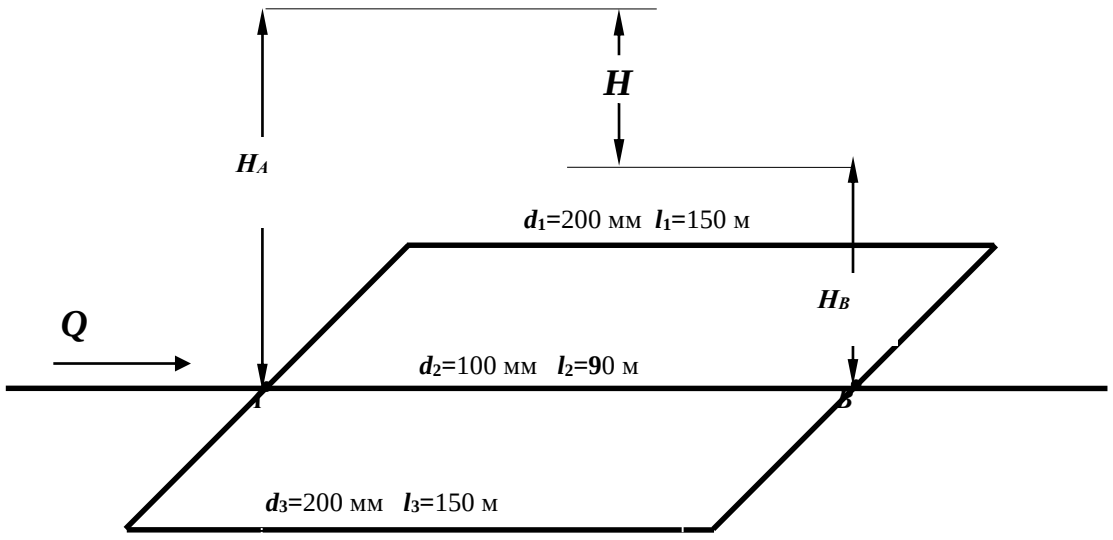
3. Рассчитать коэффициент сопротивления вентиля $\zeta_{вент}$, если потери напора в нем составляют $h_{вент}$= 0,25 м при скорости V= 0,5 м/с.

4. Записать уравнение Бернулли для целого потока реальной жидкости, представить диаграмму уравнения.

5. Определить режим движения жидкости в трубе d = 100 мм, шероховатостью Δ = 0,05 мм при скорости движения V = 0,21 м/с. Коэффициент кинематической вязкости жидкости ν = $0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с. Для турбулентного режима проверить область сопротивления.

Задача

Определить расход воды, подводимый к системе параллельно соединенных труб, если действующий напор H=10 м. Трубы стальные, новые. Местными потерями пренебречь.



Контрольная работа № 17

1.Какое движение жидкости называется равномерным?

2.Определить скорость движения воды в трубе диаметром d_1 = 50 мм, если при постоянном расходе скорость в трубе d_2= 100 мм равна V_2 = 1,0 м/с.

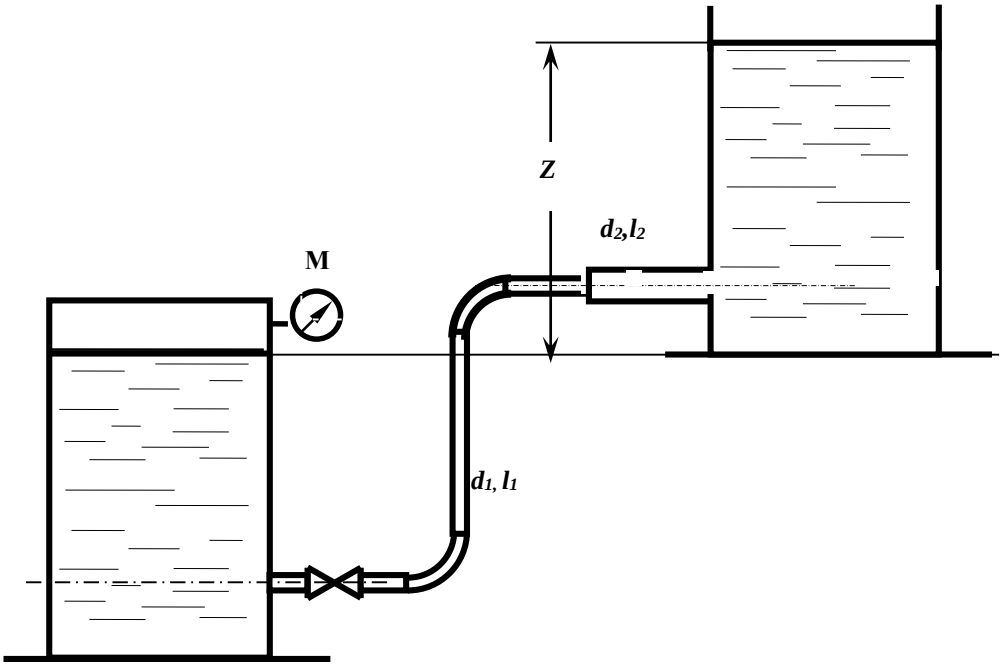
3.Геометрический смысл уравнения Бернулли для идеальной жидкости. Диаграмма уравнения.

4.Определить потери напора в пробковом кране $h_{кр}$, если коэффициент сопротивления крана $\zeta_{кр}$= 17,0, а скорость движения воды V = 1,2 м/с.

5.Определить потери напора при подаче воды по трубопроводу d=200 мм и длиной l=1500 м при скорости потока V=13,1 см/с и температуре 10^0С (ν=0,0131 см^2/с). Трубы стальные, новые (Δ=0,05мм).

Задача

Определить максимально возможную высоту наполнения верхнего резервуара Z из нижней емкости при расходе воды Q = 8 л/с по двум коротким трубам d_1= 100 мм, l_1= 40 м, d_2 = 150 м, l_2 = 60 м при показании манометра $p_м$ = 50 кПа; ν = 0,01 Ст; Δ = 0,1 мм; пробковый кран закрыт на 30^o.



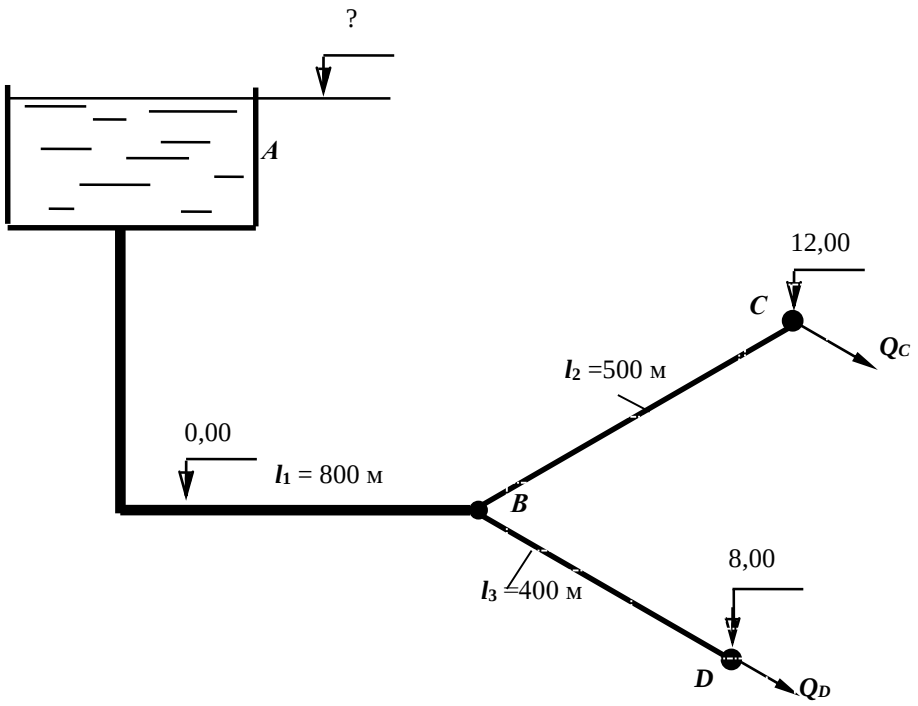
Контрольная работа № 18

1.Какой трубопровод называется коротким?
2.Рассчитать расход воды в трубе d = 100 мм при скорости V =1,27 м/с.
3.Как экспериментально определяется скоростной напор и рассчитывается скорость в точке потока? Нарисовать схему прибора.
4.Какие гидравлические сопротивления называются местными? Привести расчетную формулу определения потерь напора в местных сопротивлениях.
5.Определить режим движения жидкости в трубе d = 100 мм и шероховатостью Δ = 0,05 мм при пропускной способности Q = 1,6 л/с, если коэффициент кинематической вязкости $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с. Для случая турбулентного режима движения установить область сопротивления.

Задача

Из напорного бака ***A*** идет магистральный трубопровод длиной ***l*** =800 м.

В т.***B*** магистраль разделяется на две нитки: одна идет к пункту ***C***, где расходуется $\boldsymbol{Q}_C$ =11 л/с, другая –к пункту ***D***, где потребляется $\boldsymbol{Q}_D$ =95 л/с. Определить диаметры каждого участка и отметку уровня воды в баке, при условии, что $\boldsymbol{V} \leq$ 1,2 м/с.



Контрольная работа № 19

1.От чего зависит величина коэффициента гидравлического трения в квадратичной области сопротивления турбулентного режима?

2. Рассчитать диаметр трубы для пропуска расхода *Q* =2 л/с при скорости V =1,0 м/с.

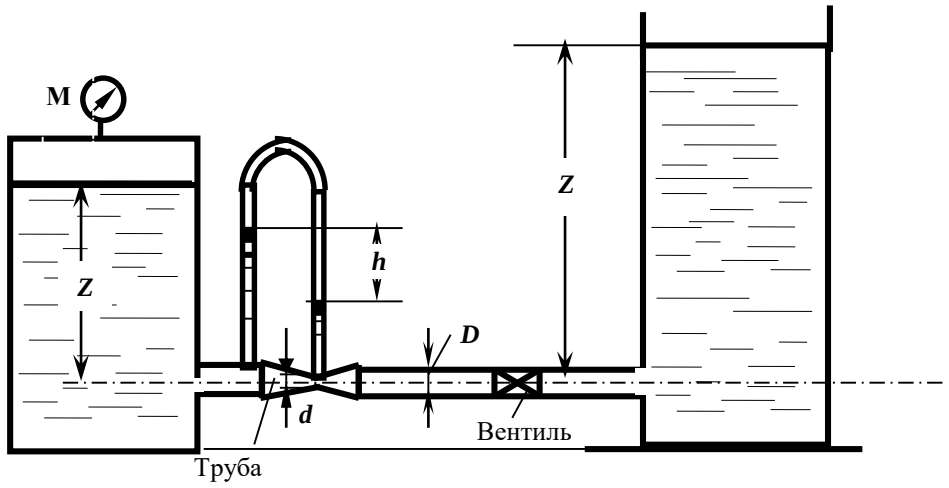
3.Каким прибором определяется полный напор в точке потока жидкости? Начертить схему прибора.

4.Какие внешние факторы вызывают потери напора по длине? Записать расчетные зависимости для определения этих потерь.

5.Определить режим движения жидкости в трубе диаметром ***d*** = 50 мм при расходе **Q** = 1,2 л/с, если коэффициент кинематической вязкости жидкости равен $\nu = 0{,}3 \times 10^{-4}$ м^2/с.

Задача

В трубопроводе диаметром ***D*** = 100 мм длиной ***l*** = 100 м установлен расходомер Вентури с модулем $d^2/D^2 = 0{,}3$.Определить расход воды ***Q*** по перепаду уровней жидкости в дифманометре ***h*** = 0,5 м. Определить избыточное давление на поверхности жидкости в баке, под действием которого происходит движение при следующих данных: $Z_1 = 2$ м, $Z_2 = 5$ м, коэффициенты сопротивления вентиля принять $\zeta_{вен} = 7{,}0$; трубы Вентури $\zeta_{Вент} = 0{,}5$; остальные коэффициенты местных сопротивлений по таблице. Труба водопроводная нормальная (коэффициет Дарси при турбулентном режиме можно определить по таблице).



Контрольная работа № 20

1.Какой трубопровод называется простым?

2.Рассчитать гидравлический радиус потока жидкости в круглой трубе диаметром ***d*** = 100 мм и в трубе квадратного сечения со стороной ***a*** = 200 мм.

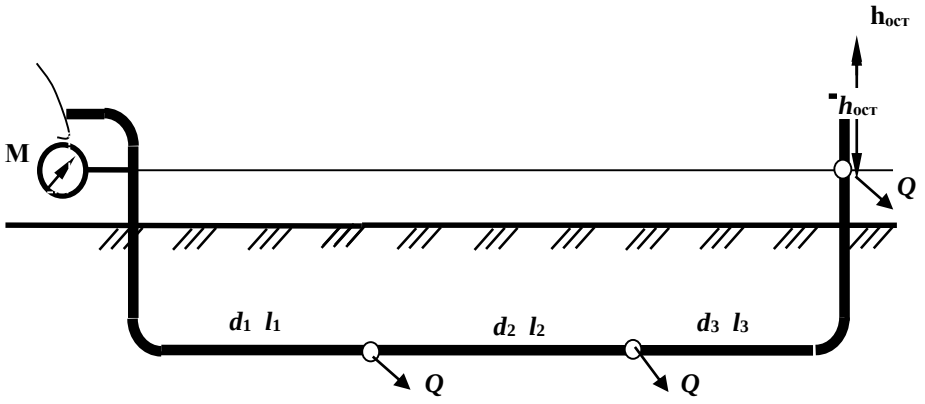
3.Представить уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости, начертить диаграмму уравнения. Дать пояснение всех параметров, входящих в уравнение.

4.Как изменятся потери напора по длине при постоянном расходе, если диаметр трубопровода уменьшится в 2 раза? Показать расчетом.

5.Определить, при каком значении коэффициента кинематической вязкости ν возможен ламинарный режим в трубе ***d*** = 50 мм при скорости движения ***V*** =1,2 м/с.

Задача

Определить расходы воды у потребителей в системе трех последовательно соединенных труб: d_1 = 200 мм, l_1 = 600 м, d_2 = 150 мм, l_2 = 300 м, d_3 = 100 мм, l_3 = 200 м, если показания манометра в начале системы $p_м$ = 3,0 ат и остаточный напор у потребителя должен быть не менее 10 м. Местные потери принять равными 5% от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию.



Контрольная работа № 21

1.Дать определение ламинарного режима.

2.Определить, при какой скорости воды в трубе диаметром ***d*** = 100 мм будет обеспечен расход **Q** = 2 ,0 л/с.

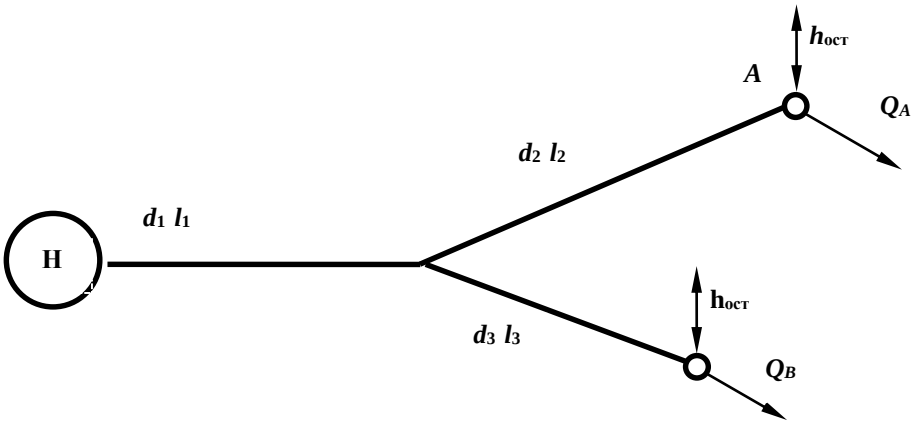
3. Записать уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости, построить диаграмму уравнения, пояснить параметры, входящие в уравнение.

4.Рассчитать потери напора по длине в трубе диаметром ***d*** = 100 мм длиной ***L*** = 10 м при расходе ***Q*** = 8,2 л/с и коэффициенте гидравлического трения λ = 0,04.

5.Определить режим движения воды в трубе диаметром *d* = 100 мм при скорости *V* =1,2 м/с, если кинематический коэффициент вязкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с, шероховатость внутренней поверхности трубы Δ=0,5мм. При турбулентном режиме установить область сопротивления.

Задача

Рассчитать тупиковую водопроводную систему, снабжающую водой шахты ***A*** и ***B***, а также определить высоту водонапорной башни ***H*** (действующий напор), если остаточный напор у потребителя должен быть не менее 10 м , расходы шахт составляют Q_A = 40 л/с; Q_B = 60 л/с, эксплуатационная скорость в трубах $V_{экс}$ =1,5 м/с; длины участков: l_1 = 1000 м, l_2 = 1200 м, l_3 = 900 м. Местные потери принять равными 10% от потерь по длине. Построить пьезометрическую линию. Чертеж представлен в плане



Контрольная работа № 22

1.Охарактеризовать турбулентный режим движения.

2.Определить пропускную способность (расход) для трубы диаметром d = 100 мм при скорости движения потока воды V =1,27 м/с.

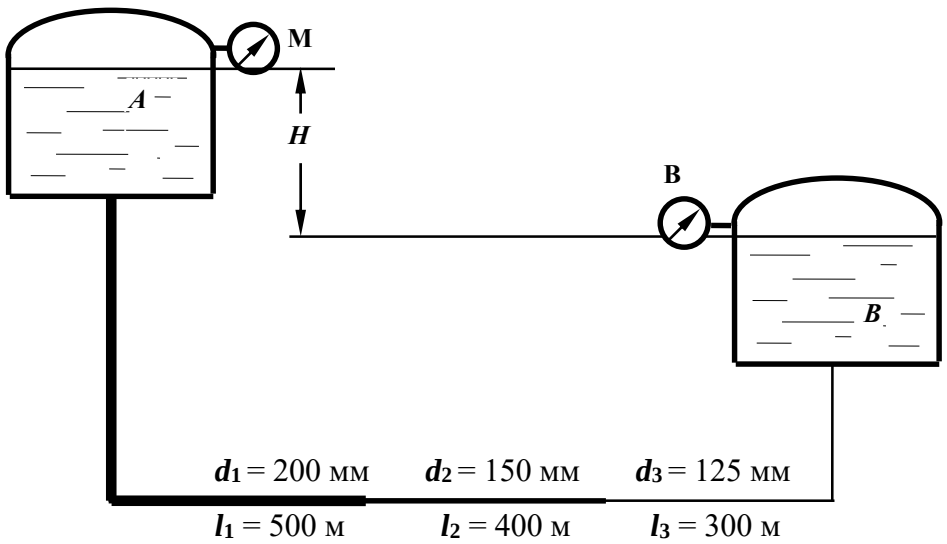
3.Записать уравнение Бернулли для потока вязкой жидкости, построить диаграмму уравнения. Пояснить параметры, входящие в уравнение.

4.Рассчитать коэффициент гидравлического трения λ для водопроводной трубы d = *100* мм, длиной L = 40 м, если потери напора по длине h_l = 1,5 м при расходе Q = 9 ,5 л/с.

5.Определить режим движения воды в трубе диаметром d = 50 мм с шероховатостью Δ= 1,0 мм при скорости V =1,2 м/с, если кинематический коэффициент вязкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с. Для турбулентного режима установить область сопротивления.

Задача

Расход Q = 20 л/с поступает из напорного бака A в резервуар B по системе последовательно соединенных труб (размеры – на схеме). Определить H при следующих показаниях приборов: $p_{ман}$=0,5 ат, $p_{вак}$= 0,2 ат. Трубы водопроводные нормальные. Местные потери составляют 10% потерь по длине. Построить пьезометрическую линию.



Контрольная работа № 23

1.Что такое критическая скорость и как ее определить для трубопровода?

2.Определить пропускную способность (расход) для трубы диаметром d = 100 мм, при скорости движения потока воды V =2,0 м/с; какой режим движения в трубе при этой скорости?

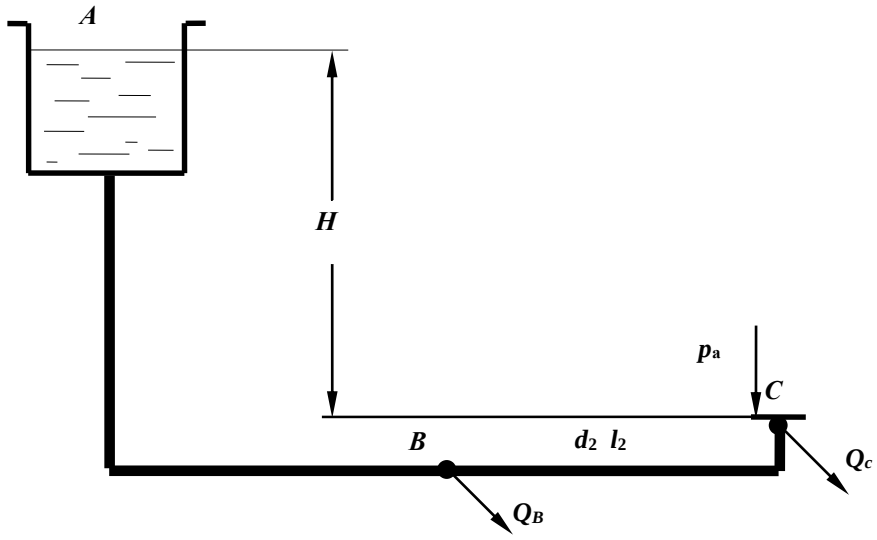
3.Построить диаграмму уравнения Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости; пояснить геометрический смысл уравнения.

4.Как изменятся потери напора по длине, если расход жидкости увеличится в 2 раза, показать расчетом.

5.Определить, при какой скорости возможен ламинарный режим для потока жидкости в трубе диаметром d = 50 мм, если коэффициент кинематической вязкости жидкости равен $\nu = 0{,}3 \times 10^{-4}$ м^2/с.

Задача

Из водонапорного бака A в пункты B и C подаются одинаковые расходы воды $Q_B = Q_c = Q$. Определить величину Q расхода у потребителей, если напор H =15 м, трубы водопроводные, нормальные, соединены последовательно: d_1 = 100 мм, l_1 = 500 м, d_2 = 75 мм, l_2 = 300 м. Местные потери принять равными 5% от потерь по длине.



Контрольная работа № 24

1.Записать уравнение неразрывности потока.

2.Дать понятие гидростатического напора в сечении потока. Как он определяется экспериментально?

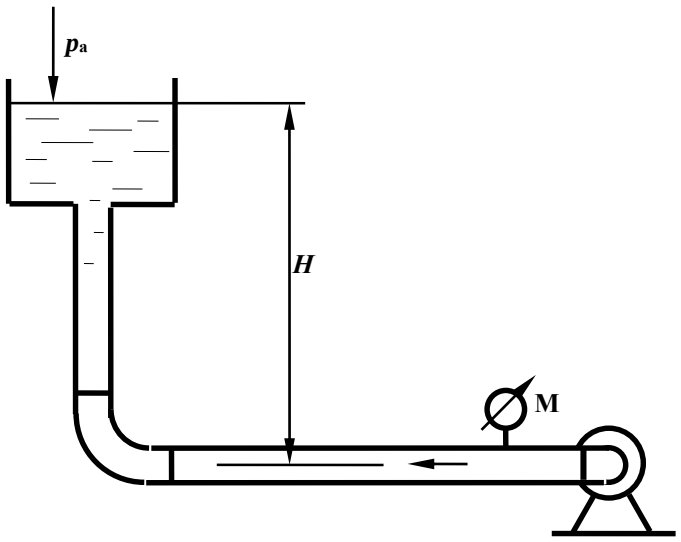
3.Рассчитать при каком значении коэффициента сопротивления пробкового крана $\zeta_{кр}$ будет обеспечен расход **Q** = 1 л/с в трубе диаметром ***d*** = 50 мм, если величина потерь напора в кране составляет $h_{кр}$= 25 см.

4.Определить потери напора по длине в трубе длиной ***L*** = 20 м диаметром ***d*** = 50 мм с абсолютной шероховатостью **Δ**= 0,5 мм при расходе **Q** = 2,5 л/с, если коэффициент кинематической вязкости воды $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

5.Рассчитать гидравлический радиус потока жидкости в круглой трубе диаметром ***d*** = 200 мм и в трубе квадратного сечения со стороной ***a*** = 100 мм.

Задача

Определить манометрическое давление, которое должен создавать насос, чтобы подать воду в количестве ***Q*** = 5 л/с в водонапорный бак на высоту ***H*** = 12 м по трубопроводу длиной ***l*** = 50 м с высотой выступов шероховатости внутренней поверхности трубы $\Delta_э$ = 1мм; при температуре воды ***t*** = 15^{0}С (ν = 0,011463 см^2/с). Диаметр трубы ***d***=150 мм, коэффициент сопротивления колен $\zeta_{кол}$ = 0,29.



Контрольная работа № 25

1.Определение потерь напора по длине с помощью обобщенных параметров.

2. Рассчитать диаметр трубопровода для пропуска расхода **Q** =4 л/с при скорости ***V*** =1,6 м/с.

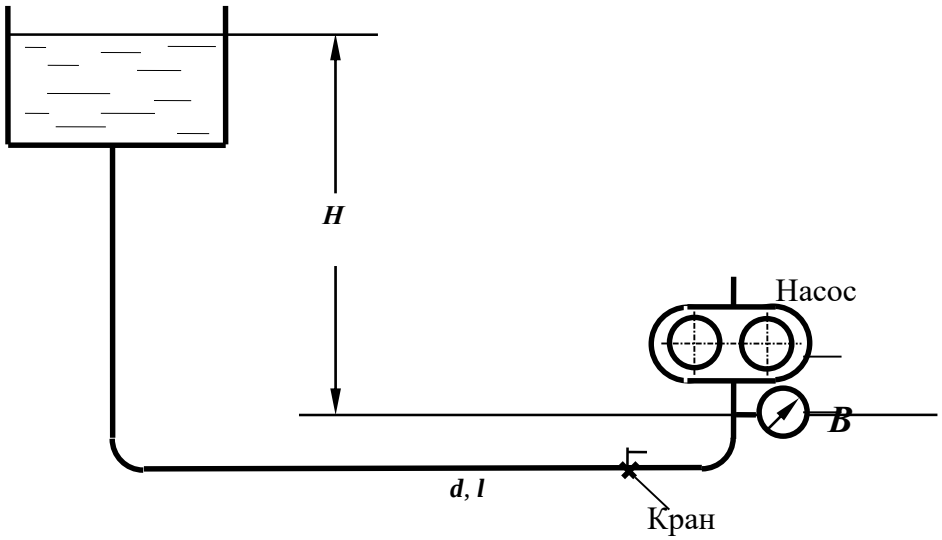
3.Записать уравнение Бернулли для потока вязкой жидкости, построить диаграмму уравнения. Пояснить параметры, входящие в уравнение, исходя из геометрической интерпретации уравнения.

4.Определить потери напора в пробковом кране $h_{кр}$, если коэффициент сопротивления крана $\zeta_{кр}$= 27,0, а скорость движения воды ***V*** = 2,1 м/с.

5.Определить режим движения жидкости в трубе диаметром ***d*** = 100 мм с абсолютной шероховатостью Δ= 0,05 мм при скорости ***V*** =0,21 м/с, если коэффициент кинематической вязкости жидкости $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с.

Задача

Определить расстояние ***H*** от уровня жидкости в маслобаке, если давление на входе в шестеренный насос системы смазки, подающий расход ***Q*** = 1 л/с машинного масла $p_{вак}$=0,1 ат; $\rho_м$ = 900 кг/м^3, $\nu = 38 \cdot 10^{-6}$ м^2/с, ***d*** = 35 мм, ***l*** = 5 м, , $\zeta_{кр}$ = 4, $\zeta_{кол}$ = 0,3.



Контрольная работа № 26

1.Дать определение понятия «***гидравлически гладкие стенки***».

2.Определить разность показаний трубки Пито и пьезометра, если скорость в точке установки прибора равна $\boldsymbol{u}$ =0,21 м/с. Начертить схему установки приборов.

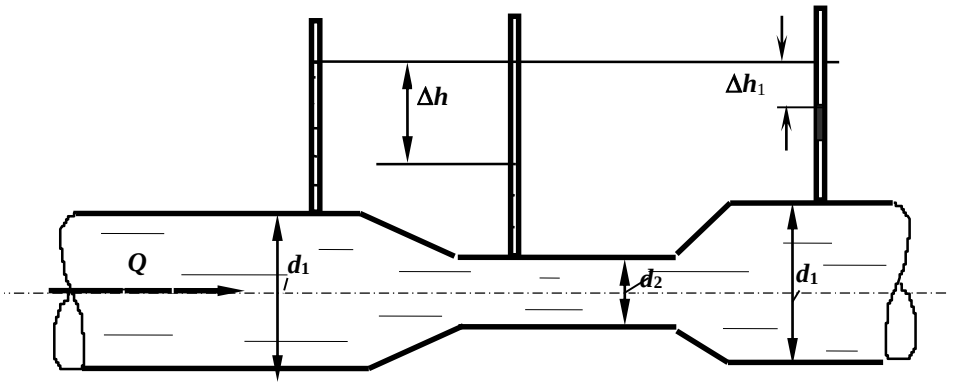
3.Как преобразуется уравнение Бернулли при переходе от элементарной струйки идеальной жидкости к элементарной струйке реальной вязкой жидкости; привести формулы, пояснить параметры.

4.Определить разность показаний пьезометров, установленных до и после пробкового крана, если скорость движения воды в трубопроводе равна $\boldsymbol{V}$ =0,8 м/с, а коэффициент сопротивления пробкового крана равен $\zeta_{кр}$= 7,0.

5.Определить, каким должно быть давление в начале трубы для транспортирования воды, если длина участка составляет $\boldsymbol{L}$ = 150 м, диаметр $\boldsymbol{d}$ = 100 мм с абсолютной шероховатостью Δ= 0,5 мм, показание манометра в конце участка $\boldsymbol{p}$ = 0,7 ат, пропускная способность трубы равна $\boldsymbol{Q}$ = 6,3 л/с, кинематической коэффициент вязкости жидкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

Задача

Определить разность показаний пьезометров $\Delta\boldsymbol{h}$, установленных на водомере Вентури с диаметрами $\boldsymbol{d_1}$ = 100 мм, $\boldsymbol{d_2}$ = 50 мм, если расход воды равен $\boldsymbol{Q}$ = 3 л/с. Потерями напора в водомере пренебречь, коэффициент Кориолиса α принять равным 1. Найти также $\Delta\boldsymbol{h}_1$ для случая учета сопротивления трубы Вентури , если принять $\zeta_{\text{Вентури}}$= 0,5.

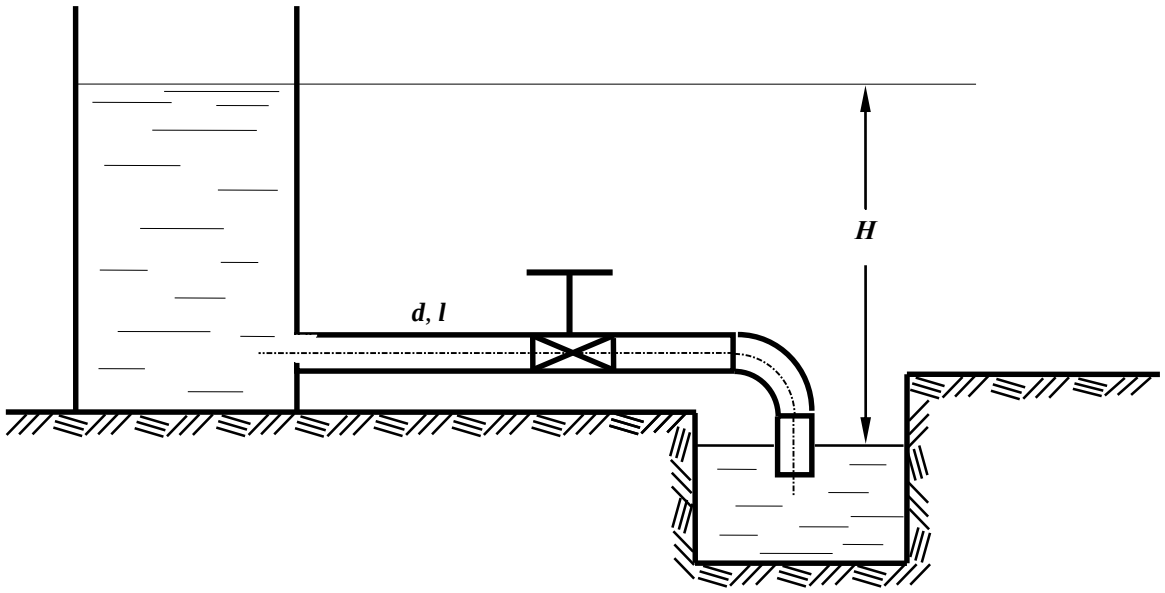


Контрольная работа № 27

1.Каким должен быть коэффициент сопротивления вентиля, чтобы при пропускной способности трубопровода Q = 2,5 л/с потери напора в вентиле составили $h_{вент}$= 32 см. Диаметр трубопровода равен d = 50 мм.
2.Определить скорость по оси потока жидкости в горизонтальной трубе, если показание трубки Пито, установленной по оси потока равно 100 мм, а показание пьезометра – 50 мм. Начертить схему установки приборов.
3.Записать уравнение Бернулли для потока реальной жидкости, начертить диаграмму уравнения.
4.Разность показаний пьезометров, установленных на расстоянии L = 5 м в горизонтальной водопроводной трубе диаметром d = 50 мм, равна 30 см. Определить коэффициент гидравлического трения (λ), если расход воды составляет Q = 2,5 л/с.
5.Что такое квадратичная область сопротивления?

Задача

Определить, какой должна быть разность уровней трансформаторного масла в резервуаре и отстойнике, чтобы по трубе диаметром d = 50 мм и длиной l = 25 м проходил расход Q = 3,0 л/с. На трубе установлен пробковый кран с углом открытия α = 20°. Кинематический коэффициент вязкости масла $\nu = 0{,}38 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.



Контрольная работа № 28

1.Пояснить, какие параметры составляют гидравлическую характеристику сечения потока. Дать определения.

2.В горизонтальной трубе с плавным сужением скорость в первом сечении равна V =0,5 м/с, пьезометрический напор – $p_1/\rho g$ = 0,8 м. Рассчитать пьезометрический напор во 30втором сечении, если диаметр трубы уменьшится в два раза.

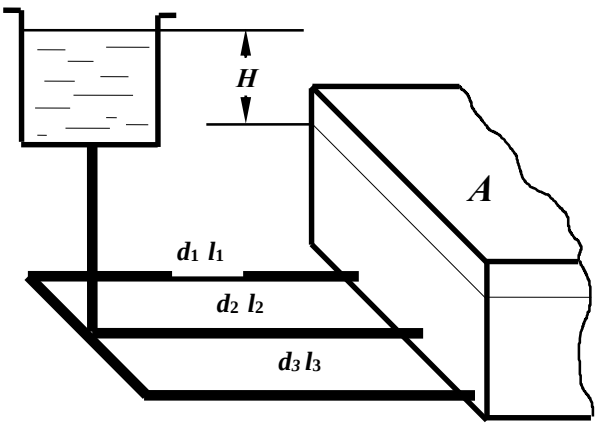
3.Как преобразуется уравнение Бернулли при переходе от элементарной струйки идеальной жидкости к элементарной струйке реальной жидкости. Записать уравнения.

4. Рассчитать критическую скорость для потока бензина в трубе диаметром d = 50 мм, 30пли кинематический коэффициент вязкости бензина равен $\nu = 0{,}7 \times 10^{-6}$ м^2/с.

5.Определить давление в начале водопроводной стальной трубы длиной L =200 м, диаметром d = 100 мм с абсолютной шероховатостью Δ= 0,5 мм, если показание манометра в конце участка p = 0,9 ат, пропускная способность трубы равна **Q =** 5,3 л/с, кинематической коэффициент вязкости жидкости $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

Задача

В бассейн A из напорного бака через три параллельно соединенных трубопровода поступает расход Q = 50 л/с. Определить необходимый напор H и расход в каждом трубопроводе, трубы водопроводные, нормальные; область сопротивления – квадратичная. Местные потери напора принять равными 10% от потерь по длине. Размеры труб: d_1=150 мм; l_2=450м d_2 =100 мм; l_2=400м; d_3=200мм; l_3=420м.



Контрольная работа № 29

1.Записать дифференциальные уравнения движения жидкости (уравнение Эйлера).

2.Рассчитать скоростной напор потока воды в трубе диаметром d = 100 мм, если при таком же расходе скоростной напор в трубе диаметром d = 50 мм равен 0,2 м.

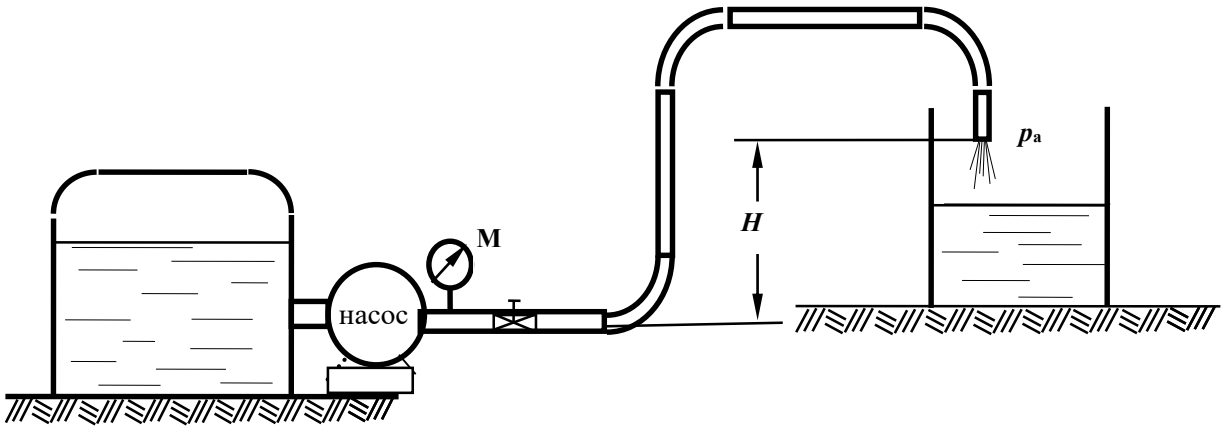
3.Записать уравнение Бернулли для элементарной струйки вязкой жидкости. Дать пояснения параметров, входящих в уравнение, учитывая его геометрическую интерпретацию. Построить диаграмму уравнения.

4.При какой скорости потока воды произойдет переход от ламинарного режима к турбулентному в стеклянной трубе диаметром d = 30 мм, если кинематический коэффициент вязкости равен $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

5.Определить потери напора при подаче воды по трубопроводу диаметром d = 50 мм и длиной l=150 м при скорости потока V=1,3 м/с и температуре 10^0С (ν=0,0131 см^2/с). Трубы стальные, новые (Δ=0,05мм).

Задача

Определить длину трубопровода диаметром d = 100 мм (Δ = 0,5 мм), с помощью которого бензин ($\rho_б$ = 700 кг/м^3 и $\nu = 3{,}0\cdot10^{-6}$м^2/с) может быть поднят на высоту H = 12 м при пропускной способности Q = 6 л/с, если показания манометра, установленного после насоса, $p_м$ = 1,2 ат. Истечение бензина происходит в атмосферу. Сумму коэффициентов местных сопротивлений принять равной $\sum\zeta$ = 6,0.



Контрольная работа № 30

1.Пояснить понятие ***коэффициент расхода трубопровода.***

2. Определить сторону ***a*** квадратного сечения трубопровода пропускной способностью ***Q*** = 2,5 л/с при скорости движения жидкости ***V*** = 1,0 м/с.

3.Как преобразуется уравнение Бернулли при переходе от элементарной струйки реальной жидкости к целому потоку? Записать уравнения.

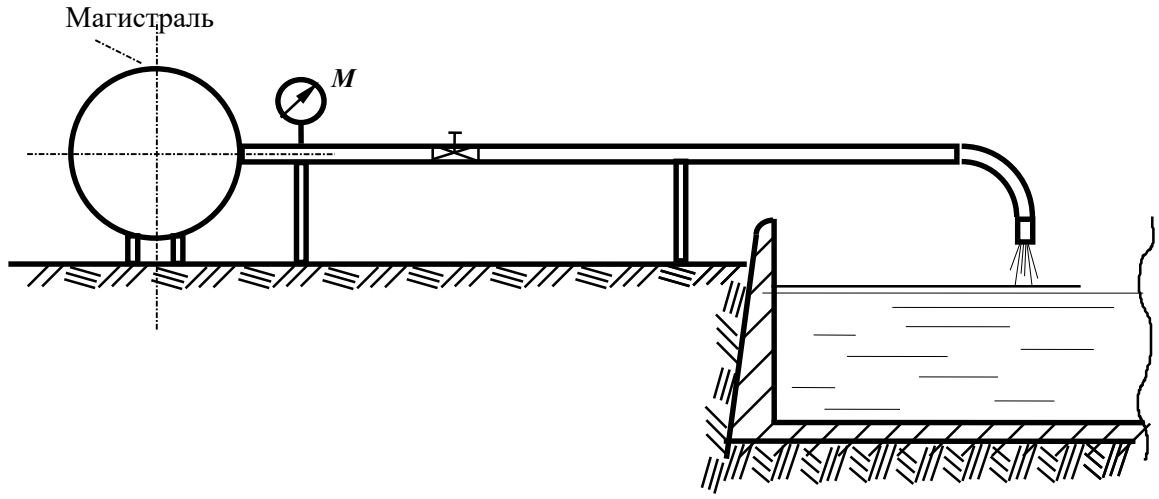
4.Определить при какой скорости движения воды в водопроводной трубе диаметром ***d*** = 50 мм и длиной ***L*** = 40 м потери напора по длине составят h_l = 30 см. Коэффициент гидравлического трения $\lambda = 0{,}03$.

5. Определить давление в конце водопроводной трубы длиной ***L*** = 150 м, диаметром ***d*** = 100 мм (Δ= 1,0 мм), если показание манометра в начале трубы ***p*** = 0,87 ат, расход составляет ***Q*** = 6,3 л/с ($\nu = 10^{-6}$ м^2/с).

Задача

Определить какой объем воды (***W***) наполнится в бассейне за 30 мин, если на трубе установлен пробковый кран с углом закрытия $\alpha = 30^o$ и одно колено.

Через нормальную водопроводную трубу длиной ***l*** = 50 м и диаметром ***d*** = 100 мм, присоединенную к магистральному трубопроводу с избыточным давлением $p_м$ = 100 кПа,



Министерство образования Российской Федерации

Уральская государственная горно-геологическая академия

Т. П. Бебенина, С. И. Часс, Н. В. Савинова

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ГИДРОДИНАМИКЕ

Екатеринбург

2004

Министерство образования Российской Федерации
Уральская государственная горно-геологическая академия

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горномеханического факультета

"__3_" ноября_____2003г.

Председатель комиссии, проф.

_____Н.Б. Ситников

Т. П. Бебенина, С. И. Часс, Н. В. Савинова

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ГИДРОДИНАМИКЕ

Издание УГГГА Екатеринбург, 2004

Лабораторный практикум по гидродинамике./Т.П. Бебенина, С.И. Часс, Н.В. Савинова; Уральская госуд. горно-геол. академия. Каф. технической механики. - Екатеринбург: Изд. УГГГА, 2004. - 69с.

Методическое пособие составлено в соответствии с программами курса «Гидромеханика» и «Гидравлика».

Лабораторный практикум по гидродинамике содержит теоретические основы гидравлического экспериментирования, методы и технику выполнения лабораторных работ, материалы для обработки экспериментальных данных и оценки точности эксперимента. Практикум включает основные лабораторные работы по разделу «Гидродинамика» и предназначен в качестве учебного пособия для студентов всех специальностей, изучающих гидравлические дисциплины.

Методическая разработка рассмотрена на заседании кафедры технической механики 04.07.2003 года (протокол № 45) и рекомендована для издания.

Р е ц е н з е н т – Л.И. Пастухова, канд. техн. наук, доцент кафедры гидравлики УГТУ (УПИ).

© Уральская государственная горно-геологическая академия, 2004

Содержание

1. ***Лабораторная работа №1***. Экспериментальное изучение уравнения Д.Бернулли. 4

2. ***Лабораторная работа №2.*** Изучение режимов движения жидкости 20

3. ***Лабораторная работа №3.*** Определение потерь напора по длине и коэффициента гидравлического трения. 28

4. ***Лабораторная работа №4***. Определение местных потерь напора и коэффициентов местных сопротивлений. 41

5. ***Лабораторная работа №5***. Истечение жидкости через отверстие и насадки. 51

6. ***Лабораторная работа №6***. Определение эквивалентной шероховатости. 63

Список использованной литературы. 69

Лабораторная работа № 1

Экспериментальное изучение уравнения Бернулли

Уравнение Бернулли – одно из основных уравнений прикладной гидродинамики. С его помощью решается широкий круг инженерных задач. Принцип действия многих приборов для измерения скорости и расхода потока жидкости основан на использовании уравнения Бернулли.

В гидравлике уравнение Бернулли используется трёх видов:

- для элементарной струйки идеальной жидкости,
- для элементарной струйки вязкой жидкости,
- для потока реальной (вязкой) жидкости.

Вывод каждого последующего уравнения базируется на предыдущем. В то же время каждое уравнение имеет самостоятельное значение и свой круг задач, решаемых с его помощью.

1.1.Теоретические положения

Уравнение Бернулли - уравнение движения жидкости, устанавливающее связь между давлением, скоростью и положением сечения потока или, иначе, между удельной кинетической и удельной потенциальной энергией:

- для элементарной струйки идеальной жидкости

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}; \qquad (1.1)$$

- для элементарной струйки вязкой жидкости

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w_{1-2}}; \qquad (1.2)$$

- для потока реальной (вязкой) жидкости

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}}. \qquad (1.3)$$

Индексы **1** и **2** соответствуют номерам сечений потока, расположенных по ходу движения жидкости.

В уравнениях приняты обозначения:

z – расстояние по вертикали от плоскости сравнения до центра живого сечения, м;

p – абсолютное давление в центре сечения, Па;

ρ - плотность жидкости, кг/м^3;

g - ускорение свободного падения, м/с^2;

u - действительная скорость в ***сечении струйки*** или в ***точке сечения*** потока, м/с;

v - средняя скорость в сечении потока, м/с;

α - коэффициент Кориолиса;

$\mathbf{h'_w}$, $\mathbf{h_w}$ – потери энергии (напора) при движении единицы веса жидкости между двумя сечениями струйки и потока.

1.1.1. Энергетическая интерпретация уравнения Бернулли

Все слагаемые уравнения Бернулли выражают энергетические характеристики жидкости, а именно ***удельные*** (т.е. соответствующие ***единице веса*** жидкости) энергии:

z – ***удельная потенциальная энергия положения***;

$\frac{p}{\rho g}$ - ***удельная потенциальная энергия давления;***

$\frac{u^2}{2g}, \frac{\alpha v^2}{2g}$ - ***удельная кинетическая энергия*** движущейся жидкости;

$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}$ - ***удельная механическая (полная) энергия***.

Для ***идеальной*** жидкости удельная механическая энергия остается постоянной во всех сечениях одной и той же элементарной струйки, взятых по ее длине, т.е. уравнение Бернулли (1.1) выражает ***закон сохранения энергии.***

Движение ***вязкой*** жидкости вызывает обязательное появление касательных напряжений в соответствии с законом вязкого трения. Работа касательных напряжений приводит к переходу части механической энергии в тепло, которое рассеивается по всему объему жидкости и теряется безвозвратно. Поэтому в уравнение Бернулли (1.2) вводится дополнительный член $\mathbf{h'_{w1\text{-}2}}$, учитывающий затраты энергии при движении между двумя сечениями струйки.

Поток жидкости конечных размеров теоретически представляется в виде совокупности бесчисленного множества элементарных струек. И, переходя от струйки к целому потоку жидкости, энергию струек, входящих в сечение потока, складывают. При этом удельная потенциальная энергия для потока жидкости с ***установившимся равномерным*** движением выражается так же, как и для струйки, вследствие справедливости для данного вида движения гидростатического закона распределения давления: для всех точек одного и того же сечения $\mathbf{z + p/(\rho g) = const}$.

При определении кинетической энергии в сечении потока необходимо учитывать закон распределения скорости по живому сечению, который весьма сложен и зависит от режима течения. Поэтому для практических расчетов при решении ***одномерных*** задач вводят понятие средней скорости, по которой и определяют удельную кинетическую энергию в сечении потока. ***Средняя скорость*** – это скорость, постоянная во всех точках сечения, при которой расход остается таким же, как при действительном распределении скоростей в точках сечения:

$$\mathbf{v = Q/\omega}, \qquad (1.4)$$

где $\mathbf{Q}$ – расход жидкости;

$\boldsymbol{\omega}$ – площадь живого сечения потока.

При определении кинетической энергии по средней скорости появляется ошибка, которую устраняют введением коэффициента $\boldsymbol{\alpha}$, называемым коэффициентом Кориолиса (коэффициентом корреляции кинетической энергии) и учитывающим неравномерность распределений действительной скорости. Тогда удельная кинетическая энергия для потока имеет вид: $\alpha v^2/2g$

Уравнение Бернулли для ***потока*** вязкой жидкости – это уравнение ***баланса удельной энергии*** при движении жидкости между двумя сечениями, записанное на основе закона сохранения энергии, где затраты удельной механической энергии, вызванные вязким трением, учтены слагаемым $\mathbf{h_{w_{1\text{-}2}}}$.

1.1.2. Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли

Все слагаемые, входящие в уравнение Бернулли, имеют размерность длины и характеризуют следующие высоты (или напоры):

- $\mathbf{z}$ - ***геометрическая высота (геометрический напор)*** - высота положения центра сечения, которая отсчитывается по вертикали от выбранной горизонтальной ***плоскости сравнения***;
- $\dfrac{\mathbf{p}}{\rho \mathbf{g}}$ - ***пьезометрическая высота (пьезометрический напор)***, определяется с помощью пьезометра, установленного в рассматриваемом сечении потока;
- $\dfrac{\alpha v^2}{2g} = \mathbf{H_{ск}}$ - ***скоростной напор*** (или высота скоростного напора).

Сумма геометрического и пьезометрического напоров называется ***гидростатическим напором***:

$$\mathbf{z + \frac{p}{\rho g} = H_{ст}}. \qquad (1.5)$$

Гидростатический и скоростной напоры в сумме составляют ***полный напор:***

$$H = H_{ст} + H_{ск} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}. \qquad (1.6)$$

Геометрическая интерпретация слагаемых уравнения обусловлена их экспериментальным определением, которое поясняется рис. 1.1. Отсчитывая для сечения геометрический **z** и пьезометрический **p/(ρg)** напоры по одной шкале с нулем, расположенным на плоскости сравнения 0-0, по уровню воды в пьезометре сразу получаем величину ***статического напора*** $H_{ст}$.

Полный напор **H** в ***точке*** сечения, например, в его центре, может быть определен ***трубкой Пито***. Это стеклянная трубка, один конец (носик) которой загнут под углом 90° и установлен навстречу потоку (см. рис. 1.1). По уравнению Бернулли можно получить, что труб-



Рис.1.1. Экспериментальное определение статического, полного и скоростного напоров

ка Пито определяет величину полного напора **H**, а разность показаний трубки Пито и пьезометра соответствует величине скоростного напора в данной точке сечения

$$\frac{u^2}{2g} = H_{ск}. \qquad (1.7)$$

На этом основано определение действительной скорости **u** в ***точке*** потока, в которой располагается носик трубки Пито:

$$u = \sqrt{2gH_{ск}}. \qquad (1.8)$$

1.1.3.Диаграмма уравнения Бернулли, ее построение и анализ

При движении потока жидкости в трубе переменного сечения с изменением диаметра имеют место:

- перераспределения видов механической энергии (напоров);
- затраты энергии на преодоление гидравлических сопротивлений.

Это отражается с помощью диаграммы.

Графическое изображение напоров в сечениях, взятых по длине потока и связанных уравнением Бернулли, называют ***диаграммой уравнения.***

Построение диаграммы для трех сечений трубопровода рассмотрено на рис. 1.2.

На трубопроводе намечены сечения 1-1, 2-2, 3-3 с различными диаметрами d_1, d_2, d_3. В сечениях установлены пьезометры, по которым в каждом сечении определяется статический напор. На схеме трубопровода в принятом масштабе для каждого сечения от выбранной горизонтальной плоскости сравнения 0-0 откладывается величина статического напора $H_{ст}$, в которую входят геометрический **z** и пьезометрический **p/(ρg)** напоры.

Линия, соединяющая значения статических напоров в сечениях по длине потока, называется ***пьезометрической линией***. Эта линия наглядно показывает изменения давления в сечениях, вызванные измене-

ниями их размеров. При переходе от большего сечения 1-1 к меньшему 2-2 давление падает, к большему 3-3 - вновь возрастает, т.е., пьезометрическая линия для трубопровода переменного сечения по ходу движения жидкости может как опускаться, так и подниматься. Затем в каждом сечении рассчитывается средняя скорость **v** и скоростной напор $\alpha v^2/(2g)$. По условию неразрывности потока скоростной напор в сечении 2-2 больше скоростного напора в сечении 1-1, т.е. часть потенциальной энергии жидкости преобразуется в кинетическую. Это подтверждено на диаграмме (см. рис. 1.2) падением пьезометрической линии. И, наоборот, при переходе к большему сечению 3-3 скоростной напор уменьшается, давление возрастает. Пьезометрическая линия поднимается.

Складывая статический напор $\mathbf{H_{ст}}$ с рассчитанным скоростным напором $\alpha v^2/(2g)$, в каждом сечении определяют полный напор **H**.



Рис.1.2. Диаграмма уравнения Бернулли для потока вязкой жидкости

Линия, соединяющая на диаграмме значения полных напоров в сечениях по длине потока, называется ***линией полного напора или линией полной удельной энергии.*** Полный напор в сечениях потока непрерывно уменьшается на величину ***потерь напора*** (напора, затраченного на преодоление гидравлических сопротивлений), поэтому ***линия полного напора*** обязательно ***понижается*** по ходу движения жидкости.

Проведя горизонтальную линию на уровне полного напора в ***первом*** сечении (линию начального напора), получают на диаграмме область, называемую ***эпюрой потерь напора***, заштрихованную вертикальными штриховыми линиями. Их высота соответствует разностям полного напора в сечении 1-1 и в любом последующем сечении, и показывает потери напора в гидравлических сопротивлениях от начала движения до рассматриваемого сечения.

1.2. Выполнение лабораторной работы

1.2.1. Цель лабораторной работы

Основная цель - научиться определять параметры, входящие в уравнение Бернулли:

- на напорном трубопроводе переменного сечения проследить по приборам переход потенциальной энергии в кинетическую и обратно (при изменении размера сечений) в соответствии с уравнением Бернулли;
- по опытным данным построить диаграмму уравнения Бернулли, а именно, пьезометрическую линию, линию полного напора и эпюру потерь напора;
- проанализировать построенную диаграмму;
- для указанных сечений определить скоростной напор с помощью трубки Пито и пьезометра, рассчитать максимальную скорость в сечении и сравнить ее со средней скоростью потока в данном сечении.

1.2.2. Описание лабораторной установки

Опытная установка (рис. 1.3, **б**) состоит из напорного бака, наклонно расположенной трубы переменного сечения и мерной емкости. В напорный бак для поддержания постоянного напора во время проведения опыта может подаваться вода с помощью подпиточной трубы из системы водоснабжения или с помощью насоса из зумпфа. Труба переменного сечения снабжена регулирующим вентилем и пробковым краном для обеспечения установившегося движения при проведении опыта.

Рабочий участок трубы расположен на стенде и выполнен из оргстекла. На стенде обозначена ***плоскость сравнения***, принятая за «0» шкалы, и выполнена градуировка по вертикали (цена деления – 1 см).

По длине рабочего участка трубы для выполнения лабораторной работы выбраны 19 характерных сечений, отражающих все изменения ее конфигурации и отвечающих целям работы. В каждом таком сечении выведены штуцеры для присоединения к пьезометрическим трубкам и для установки трубок Пито (в сечениях 1, 2, 4, 7, 11, 15, 19).

На участке трубы от 13 до 19 сечения имеются штуцеры для отбора жидкости по пути следования. Это – путевой расход $\mathbf{Q_{пут}}$. Для определения его величины предназначена мерная емкость – бак, который имеет градуировку с ценой деления 5000 см^3.На трубе за рабочим участком установлен расходомер – механический счетчик количества протекающей жидкости. Он предназначен для измерения объема транзитного расхода $\mathbf{Q_{тр}}$, т.е., расхода, который присутствует в трубе от начала до конца.

Кроме упомянутых приборов в работе используются секундомеры для определения времени заполнения фиксированного объема воды в мерном баке и при работе с расходомером.

Экспериментальные данные во время выполнения работы заносятся в бланк с таблицей и со схемой установки (см. рис. 1.3). Бланк по ходу обработки эксперимента заполняется расчетными данными и затем на нем с использованием схемы трубопровода строится диаграмма уравнения Бернулли.

1.2.3. Порядок выполнения работы

1. На установке с помощью подпиточной трубы, регулирующего вентиля и пробкового крана обеспечивается установившееся движение жидкости (вместо подпиточной трубы может быть использован насос).

2. Затем в ***каждом*** сечении снимаются ***показания пьезометров*** и заносятся в первую строку бланка отчета.

3. В сечениях, где установлены трубки Пито, определяется ***разность показаний трубки Пито и пьезометра***, что соответствует величине скоростного напора в точке установки трубки Пито, т.е. по оси потока. Данные заносятся в 7-ю строку бланка.

4. На установке работает бригада из нескольких человек. ***Одновременно*** со снятием показаний пьезометров проводится определение ***времени заполнения указанного объема воды*** в мерном баке и ***времени прохождения установленного объема*** по водомеру.

1.2.4. Обработка результатов эксперимента

1. Расход определяется объёмным методом:

$$\mathbf{Q_{пут} = W_{пут} / t_{пут}};\qquad \mathbf{Q_{тр} = W_{тр} / t_{тр}};\qquad (1.9)$$

$$\mathbf{Q = Q_{пут} + Q_{тр}},\qquad (1.10)$$

где $\mathbf{W_{пут}}$; $\mathbf{W_{тр}}$ – объём путевого расхода и объём транзитного расхода, см^3;

$\mathbf{t_{пут}}$; $\mathbf{t_{тр}}$ – соответствующее время, с.

По приведенным формулам определяется величина расхода в сечениях с **1** по **13**.

Определение расхода в последующих сечениях зависит от количества штуцеров, открытых во время опыта. Рассмотрим несколько примеров.

а) ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

Объем транзитного расхода $W_{тр}$= см^3; время прохождения транзитного расхода $t_{тр}$= с; транзитный расход $Q_{тр}$= см^3/с

Объем путевого расхода $W_{пут}$= см^3; время заполнения объема путевого расхода $t_{пут}$= с; путевой расход $Q_{пут}$= см^3/с

Общий расход воды $Q = Q_{тр} + Q_{пут}$= см^3/с, Q_{19}= см^3/с, Q_{18}= см^3/с, Q_{17}= см^3/с

№№ пп	Наименование параметров	Номера сечений																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1.	Статический напор (удельная потенциальная энергия) $z + p/\rho g$, см																			
2.	Площадь живого сечения ω, см^2																			
3.	Средняя скорость в сечении v, рассчитанная через расход $v = Q/\omega$, см/с																			
4.	Скоростной напор в сечении (удельная кинетическая энергия) $\alpha v^2/2g$, см; при α=1,1																			
5.	Полный напор в сечении (полная удельная энергия) $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}$, см																			
6.	Потери напора h_w, см (рассчитываются относительно сечения 1)																			
7.	Скоростной напор по оси потока $u^2/2g$, см																			
8.	Скорость по оси потока u, см/с																			

б)

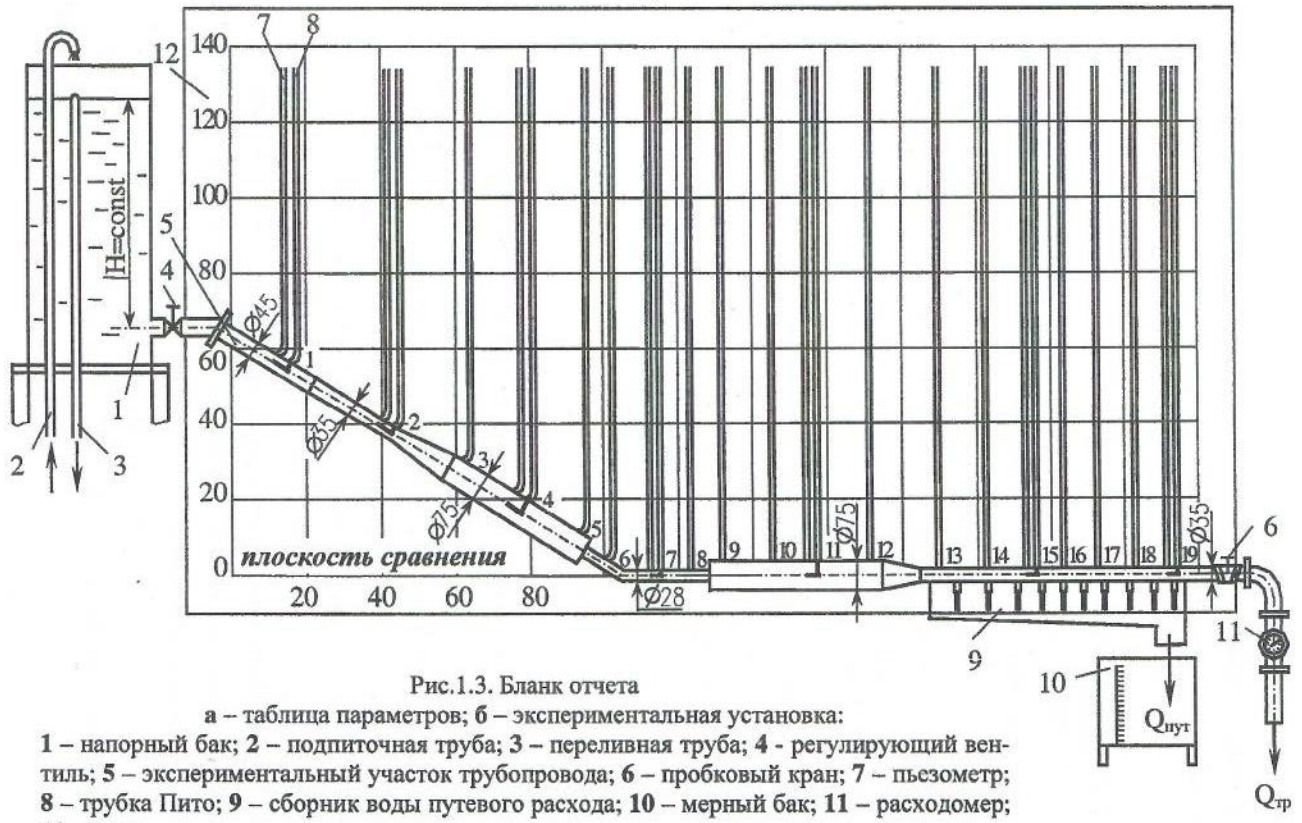


Рис.1.3. Бланк отчета

а – таблица параметров; **б** – экспериментальная установка:

1 – напорный бак; **2** – подпиточная труба; **3** – переливная труба; **4** - регулирующий вентиль; **5** – экспериментальный участок трубопровода; **6** – пробковый кран; **7** – пьезометр; **8** – трубка Пито; **9** – сборник воды путевого расхода; **10** – мерный бак; **11** – расходомер; **12** - стенд

Открыто 3 последних отверстия.

Расход **Q** для сечений с1-го по17-ое определяется по формуле (1.10), для 18-го сечения - $Q_{18} = Q - Q_{пут}/3$; для 19-го - $Q_{19} = Q_{тр}$.

Открыто 4 последних отверстия.

Расход **Q** для сечений с1-го по17-ое определяется по формуле (1.10), для 18-го сечения - $Q_{18} = Q - 2Q_{пут}/4$; для 19-го - $Q_{19} = Q_{тр}$.

Открыто 5 последних отверстий.

Расход **Q** для сечений с1-го по16-ое определяется по формуле (1.10), для 17-го сечения - $Q_{17} = Q - Q_{пут}/5$; для 18-го - $Q_{18} = Q - 3Q_{пут}/5$; для 19-го - $Q_{19} = Q_{тр}$.

При увеличении количества открытых отверстий определение расхода выполняется аналогично. Если работа выполняется без путевого расхода, то $Q = Q_{тр}$.

2. Определяются площади живых сечений:

$$\omega = \pi d^2 / 4 \qquad (1.11)$$

3. Определяется средняя скорость во всех сечениях:

$$v = Q / \omega$$

4. Определяется скоростной напор по средней скорости:

$$H_{ск} = \alpha v^2 / (2g)$$

(при расчете принять: коэффициент Кориолиса $\alpha = 1{,}1$; ускорение свободного падения $g = 981$ см/с^2).

5. Определяется полный напор во всех сечениях:

$$H = H_{ст} + H_{ск} = z + p/(\rho g) + \alpha v^2/(2g)$$

6. Определяются потери напора в гидравлических сопротивлениях от начала движения жидкости, за которое принимается сечение 1, до каждого последующего сечения

$$h_{w1\text{-}i} = H_1 - H_i, \qquad (1.12)$$

где **i** – номер сечения, **i** =1, 2, 3, …,19.

7. По полученному с помощью трубок Пито и пьезометра скоростному напору, определяется максимальная скорость в сечении:

$$u_{max} = \sqrt{2gH_{ск}}.$$

8. Строится диаграмма уравнения. Для этого на схеме установки в масштабе откладываются в каждом сечении значения статического напора $H_{ст} = z + p/(\rho g)$, которые соединяются отрезками ломаной линии. Это – ***пьезометрическая линия***. Затем выше, также для каждого сечения, откладываются значения полного напора $H = z + p/(\rho g) + \alpha v^2/(2g)$ и тоже соединяются прямыми отрезками. Это – ***линия полного напора***. После построения линии полного напора нужно построить эпюру потерь напора. Для этого через точку, соответствующую полному напору в сечении **1**, проводят горизонтальную линию. Это - линия ***начального напора***. Участок между линиями начального напора и полного напора заштриховывается вертикальной штриховкой. Это – ***эпюра потерь напора***. Каждая штриховая линия соответствует потерям напора между первым и любым последующим сечением.

9. Оценить точность определения полного напора для одного из сечений, указанного преподпвателем:

$$\delta H = \frac{\Delta H}{H} = \left| \frac{\Delta(z + \frac{p}{\rho g})}{(z + \frac{p}{\rho g})} \right| + \left| \frac{2\Delta W}{W} \right| + \left| \frac{2\Delta t}{t} \right| \qquad (1.13)$$

где $\Delta(z + \frac{p}{\rho g})$ - абсолютная ошибка показания пьезометра, равная 0,5 цены деления прибора; ΔW - абсолютная ошибка определения объема, равная 0,2 цены деления шкалы мерного бака; Δt - абсолютная ошибка определения времени, принимается равной 0.5 цены деления секундомера.

1.2.5. Вопросы для самопроверки и составления выводов по работе

1. Какой закон выражает уравнение Бернулли?

2. Какой напор называется статическим? Как экспериментально определяется в работе статический напор в сечениях по длине трубы?

3. Какая линия называется пьезометрической?

4. Проанализируйте изменения пьезометрической линии: на каких участках происходит ее понижение или повышение, чем оно обусловлено; наблюдаются ли скачки пьезометрической линии, на каких участках и чем вызваны?

5. Как изменяется пьезометрическая линия на участке постоянного сечения с путевым расходом?

6. Каков геометрический смысл каждого слагаемого в уравнении Бернулли?

7. Каков энергетический смысл каждого члена уравнения Бернулли и всего уравнения в целом?

8. Какая скорость входит в уравнение Бернулли для потока реальной жидкости, как она определяется?

9. Как определяется расход в лабораторной работе?

10. Как определяется полный напор в сечении?

11. Какие линии, кроме пьезометрической, строятся на диаграмме уравнения Бернулли?

12. Проанализируйте характер линии полного напора по длине трубы: имеется ли подъем линии? резкие падения, чем вызваны?

13. Как определяются потери напора в сечениях, как строится эпюра потерь напора?

14. Каким прибором можно определить скорость в данной точке сечения потока?

15. Сопоставьте значения средней скорости в сечении со скоростью по оси потока в том же сечении? Какая из них больше и почему?

16. Что такое геометрический, пьезометрический и гидравлический уклон? Какой уклон может быть только положительным?

Состав отчета

Отчет составляется на стандартных листах формата А4 и содержит:

- краткие теоретические положения, обязательно включающие используемые расчетные формулы с расшифровкой обозначений и их единицами измерения;
- бланк с заполненной таблицей и построенной диаграммой, на которой должны быть подписаны основные линии и для одного из сечений показаны все напоры;
- выводы по работе, в которых даются подробные ответы на следующие вопросы: 4, 5, 12, 15.

Лабораторная работа № 2

Изучение режимов движения жидкости

2.1. Теоретические положения

Современные представления о двух режимах движения жидкости сформировались в результате работ английского физика Осборна Рейнольдса, опубликованных в 1883-1885 годах и обобщивших экспериментальные исследования многих ученых. Было замечено, что затраты энергии на преодоление гидравлических сопротивлений при движении потока существенно зависят от характера движения жидкости. Было доказано наличие двух режимов движения – ламинарного и турбулентного.

Ламинарным называется упорядоченное течение жидкости, при котором жидкость в потоке перемещается как бы слоями, струйками, параллельными направлению течения, не перемешивающимися друг с другом. Ламинарный режим наблюдается при движении жидкостей с малыми скоростями или при движении очень вязких жидкостей.

Турбулентный режим – форма течения жидкости, при которой частицы совершают неустановившееся движение по сложным траекториям, слойность движения жидкости нарушается, появляется пульсация скорости, вызывающая более или менее интенсивное перемешивание жидких частиц в потоке.

Переход от ламинарного течения к турбулентному может начинаться со случайных возмущений параметров потока. Но пока скорости малы, возмущения затухают за счет действия сил вязкого трения. С увеличением скорости и ростом сил инерции возмущения приводят к потере устойчивости ламинарного режима и переходу его в турбулентный.

Гидродинамическая характеристика, определяющая режим движения жидкости, называется ***числом Рейнольдса*** **Re**. Расчетная зависимость числа Рейнольдса:

- для потоков любого профиля

$$\mathbf{Re} = \frac{\mathbf{v}l}{\nu}; \qquad (2.1)$$

- для трубопроводов круглого сечения:

$$\mathbf{Re} = \frac{\mathbf{v}\mathbf{d}}{\nu}; \qquad (2.2)$$

где **v** – средняя скорость потока, м/с;

l – линейная характеристика потока, м;

d – диаметр трубы, м;

ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости, $м^2/с$.

Скорость течения жидкости, при которой происходит переход от одного режима движения к другому, называется ***критической*** ($v_{кр}$). Число Рейнольдса, соответствующее критической скорости, так же называют критическим:

$$\mathbf{Re}_{кр} = \mathbf{v}_{кр}\mathbf{d}/\nu.$$

В технических расчётах для течения в круглых трубах принято значение критического числа Рейнольдса $\mathbf{Re}_{кр} = 2300$.

Ламинарный режим движения будет устойчивым для круглых труб при числах Рейнольдса $\mathbf{Re} < 2300$.

При $\mathbf{Re} > \mathbf{Re}_{кр}$ режим движения будет турбулентным.

Практически переход от ламинарного движения к турбулентному происходит в некотором диапазоне чисел Рейнольдса от нижнего критического $\mathbf{Re}_{кр}^{н} = 2300$ до верхнего критического $\mathbf{Re}_{кр}^{в} = 4000$. Область неустойчивого движения при расчетах относят к турбулентному течению, хотя визуально режим кажется близким к ламинарному.

2.2. Выполнение лабораторной работы

2.2.1. Цель работы

Изучить опытным путём с помощью подкрашивания струек воды наличие двух режимов движения. Рассчитать значения чисел Рейнольдса во всех опытах.

Сравнить визуальные наблюдения режимов движения с теоретическими расчётами.

2.2.2. Описание лабораторной установки

Установка Рейнольдса является классической для изучения режимов движения вязкой жидкости. На рис. 2.1. представлена схема установки, аналогичная установке Рейнольдса. Установка состоит из напорного бака **1** с постоянным уровнем жидкости. Из бака выведена стеклянная труба **2**, имеющая плавный скругленный вход для обеспечения минимальных потерь напора при формировании потока в трубе. Диаметр трубы - **d** = 30 мм, длина - l = 2,5 м. Регулирующий кран **3** служит для изменения скорости движения воды по трубе. Промежуточный резервуар **4** предназначен для смягчения гидравлического удара при открытии и закрытии крана. Объём воды в опыте измеряется мерным бачком **5**. Температура жидкости в питающем резервуаре регистрируется термометром **6**.

Для визуального наблюдения за распределением струек жидкости в потоке к трубе подводится красящая жидкость по двум капиллярным трубочкам из сосуда **7** с красителем. Поступление краски регулируется зажимом **8**.

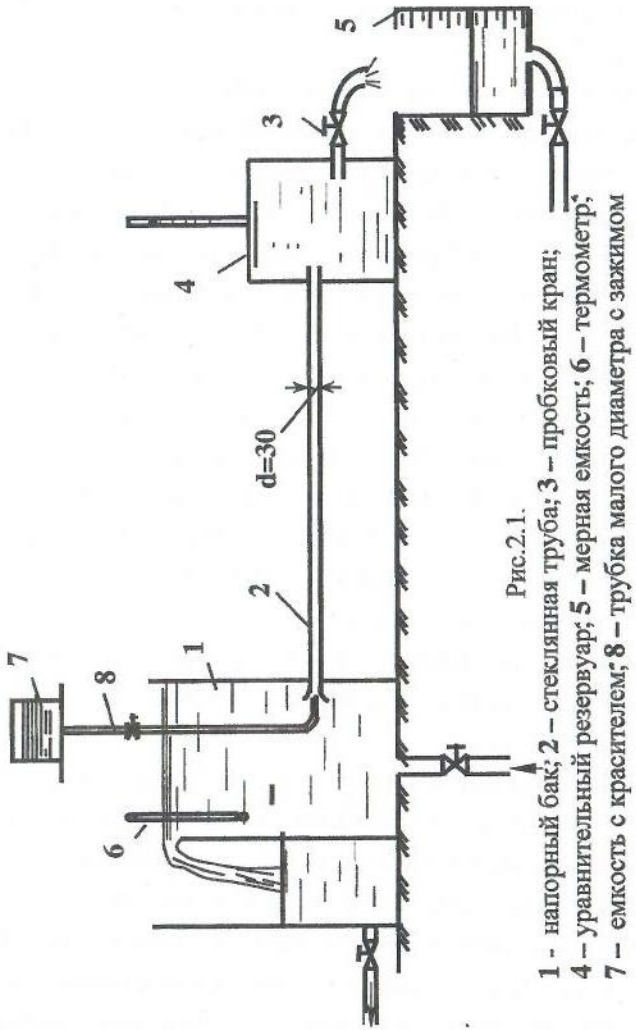


Рис.2.1.
1 - напорный бак; **2 –** стеклянная труба; **3 –** пробковый кран;
4 – уравнительный резервуар; **5 –** мерная емкость; **6 –** термометр;
7 – емкость с красителем; **8 –** трубка малого диаметра с зажимом

2.2.3. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Ознакомиться с установкой и с назначением каждого её элемента и устройства.

2. Записать показания термометра в табл. 2.1.

3. Опыт начинается с малых скоростей. Пробковому крану дается небольшое открытие. Одновременно ослабляется зажим у сосуда с красителем. Добиваются, чтобы скорость поступления красителя по двум капиллярным трубочкам была равна скорости движения воды в стеклянной трубе. Визуально наблюдают поведение окрашенных струек в потоке. При малых скоростях наблюдается параллельно-струйное, прямолинейное, послойное движение воды. В процессе опыта по секундомеру определяется время наполнения 1 литра воды в мерной ёмкости.

4. Пробковому крану дается большее открытие, опыт повторяется. Снова визуально наблюдается поведение окрашенных струек и фиксируется время наполнения принятого объёма воды в мерной ёмкости. Картина опыта снова зарисовывается, если она изменилась.

5. При постепенном открытии крана желательно уловить визуально момент перехода от ламинарного режима к турбулентному, т.е. режиму неустойчивого движения. Окрашенные струйки начинают колебаться, двигаться волнообразно. Скорость движения в этом опыте следует зафиксировать как критическую.

6. В последующих опытах крану дается наибольшее открытие, при котором наблюдаются сильные пульсации, завихрение струек, и наступает момент, когда краска полностью размывается. Это свидетельствует о турбулентном режиме движения. Картину опыта нужно зарисовать.

7. В последнем опыте следует пронаблюдать переход от турбулентного режима к ламинарному, для чего постепенно прикрывать кран.

8. Все опытные данные занести в табл. 2.1, сделать необходимые расчёты и зарисовки траекторий струек в каждом опыте. Для каждого опыта подсчитать значение числа Рейнольдса и сделать заключение о режиме движения.

Таблица 2.1.

Определение режимов движения воды

Наименование параметров	Номер опыта				
	1	2	3	4	5
1. Диаметр трубы **d**,см					
2. Площадь сечения **ω**, $см^2$					
3. Температура воды **T**, °C					
4. Кинематический коэффициент вязкости воды **ν**, $см^2/с$					
5. Объём воды в мерном бак **W**, $см^3$					
6. Время заполнения объёма **t**,с					
7. Расход воды **Q**, $см^3/с$					
8. Средняя скорость воды **v**,см/с					
9. Число Рейнольдса **Re**					
10. Режим движения (визуально)					
11. Режим движения (теоретически)					

2.2.4. Обработка результатов лабораторной работы

Для каждого опыта вычислить

1. площадь живого сечения $\omega = \pi d^2 / 4$,
2. величину расхода воды $Q = W / t$,
3. среднюю скорость воды $v = Q / \omega$,
4. число Рейнольдса $Re = vd / \nu$.

Кинематический коэффициент вязкости ν определяется по таблице 2.2 в соответствии с температурой воды.

5. по рассчитанным числам **Re** теоретически определяется режим движения при сравнении его с $Re_{кр} = 2300$.

Все расчетные данные заносятся в таблицу 2.1.

Таблица 2.2.

Кинематический коэффициент вязкости воды ν при различной температуре T

T,° C	ν, см²/с	T,°C	ν, см²/с	T,°C	ν, см²/с	T,°C	ν, см²/с
1	0,0173	8	0,0139	15	0,0115	22	0,0099
2	0,0168	9	0,0135	16	0,0112	23	0,0096
3	0,0162	10	0,0131	17	0,0109	24	0,0092
4	0,0157	11	0,0128	18	0,0106	25	0,0090
5	0,0152	12	0,0125	19	0,0104	26	0,0088
6	0,0148	13	0,0121	20	0,0101	27	0,0086
7	0,0144	14	0,0118	21	0,0100	28	0,0084

По заданию преподавателя для одного из опытов оценивается величина инструментальной погрешности при определении экспериментальных параметров:

- средней скорости **v**

$$\delta v = v\left(\frac{\delta W}{W} + \frac{\delta t}{t} + 2\frac{\delta d}{d}\right),$$

- числа **Re**

$$\delta Re = Re\left(\frac{\delta v}{v} + \frac{\delta d}{d} + \frac{\delta \nu}{\nu}\right)$$

при $\delta W/W = 1{,}5\%$; $\delta t = 0{,}1$ с; $\delta d = 0{,}5$ мм; $\delta\nu/\nu = 1\%$.

2.2.5. Вопросы для самопроверки и составления выводов по работе

1. Из каких элементов состоит установка Рейнольдса? Их назначение?
2. Для чего измеряется температура воды?
3. Дать определение ламинарного режима, турбулентного течения.

4. Каково назначение сосуда с красителем? Как краситель подается в поток?
5. Каков порядок проведения опытов?
6. Какая скорость называется критической? Какой критерий является гидродинамической характеристикой потока?
7. Что такое критическое число Рейнольдса?
8. Как определяется расход? средняя скорость? число Рейнольдса?
9. Для чего в работе используется кинематический коэффициент вязкости? Какова его размерность?
10. Какими методами в работе определяется режим движения?
11. Чему равна теоретическая критическая скорость для данной трубы? Какое получено опытное значение критической скорости?
12. Совпали ли визуальные наблюдения с теоретическими расчетами?

Состав отчета

Отчет составляется на стандартных листах формата А4 и включает в себя:

- краткие теоретические положения, где обязательно приводятся используемые расчетные формулы с расшифровкой обозначений и их единицами измерения;
- схему установки с названиями входящих в нее элементов;
- выводы по работе, в которых даются ответы на следующие вопросы: 7, 10, 11,12.

Лабораторная работа № 3

Определение потерь напора по длине и коэффициента гидравлического трения

3.1. Теоретические положения

Часть механической энергии, идущая на преодоление ***сил гидравлического сопротивления,*** возникающих при движении реальной (вязкой) жидкости по трубам и каналам, теряется для данной системы безвозвратно. Эта потеря обусловлена необратимым переходом механической энергии, равной работе сил вязкого трения, в теплоту. Поэтому под ***гидравлическими сопротивлениями*** будем понимать все внешние факторы, приводящие к затратам энергии, а под ***гидравлическими потерями*** - величину, равную потере полной энергии на данном участке.

Гидравлические сопротивления, а также и потери напора подразделяют на два вида

- ***потери напора по длине (или линейные)***, т. е. распределенные по всей длине, вдоль которой происходит движение;
- ***местные потери напора***, т. е. сосредоточенные в конкретном месте, где происходит переформирование потока.

Основным гидравлическим сопротивлением при движении потока жидкости является вся внутренняя поверхность твердой границы потока, так называемое ***линейное сопротивление***.

Потери напора по длине в напорном трубопроводе зависят от геометрических размеров трубопровода, длины и диаметров трубы, средней скорости движения, режима движения жидкости и состояния внутренней поверхности трубы, т. е. её шероховатости.

Потери по длине рассчитываются по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \qquad (3.1)$$

λ – коэффициент гидравлического трения, коэффициент Дарси;

l, d - длина и диаметр участка;

v - средняя скорость в сечении потока.

Значение коэффициента λ и выбор зависимости для его расчета в общем случае зависят от режима течения жидкости, характеризуемого числом Рейольдса, и шероховатостью Δ/d. Характеристикой шероховатости внутренней поверхности труб является высота выступов шероховатости Δ – ***абсолютная шероховатость***. Отношение Δ/d называют ***относительной шероховатостью***, а обратную величину d/Δ - ***относительной гладкостью***.

$$\lambda = f(Re, \frac{\Delta}{d}). \qquad (3.2)$$

Потери напора h_l связаны со скоростью движения жидкости v закономерностью, которую называют ***общим законом сопротивления***:

$$I = \frac{h_l}{l} = av^n, \qquad (3.3)$$

где I - удельные потери напора по длине (или гидравлический уклон);

a – коэффициент, зависящий от рода жидкости, от формы и размеров русла;

n – показатель степени, изменяющийся от 1 до 2.

При ***ламинарном режиме*** движения ($Re \leq 2300$, $n = 1$, $h_l \sim v$) коэффициент Дарси не зависит от шероховатости стенок и может быть определен по формуле Пуазейля:

$$\lambda = 64/Re. \qquad (3.4)$$

При ***турбулентном режиме*** зависимость h_l от v более сложная, показатель степени n изменяется в пределах от 1,75 до 2. Вследствие этого в турбулентном режиме выделяют три зоны с различным ***законом сопротивления.*** Коэффициент Дарси для каждой из зон определяют по

соответствующим формулам. При этом важным является понятие гидравлических «гладких» и «шероховатых» труб (рис.3.1).

Измерения скоростей показывают, что при турбулентном режиме у стенок имеется тонкий слой жидкости, в котором частицы, подторможенные и направленные стенкой, сохраняют в основном слоистый характер. Этот слой называют ***пограничным*** или ***вязким пристенным слоем*** и толщину его обозначают **δ**:

$$\delta = \frac{32{,}5d}{Re\sqrt{\lambda}}. \qquad (3.5)$$

Определение «гидравлически гладких» стенок связано с толщиной этого слоя следующим образом. Если пристенный слой полностью перекрывает выступы шероховатости (**δ > Δ**, рис. 3.1, а), то стенки называются «гидравлически гладкими», если **δ < Δ**(рис. 3.1, б), то стенки считаются «шероховатыми».



а) «гладкая» стенка б) «шероховатая» стенка в) эквивалентная шероховатость

Рис.3.1. К определению понятий гидравлических «гладких» и «шероховатых» труб

Границы зон турбулентного режима можно определить различными способами, но наиболее применяемыми в последнее время считаются рекомендации А.Д. Альтшуля. Критерием для определения зоны турбулентности является число **Re** и **Δэ/d**, где Δэ - эквивалентная шероховатость. Обычно естественная шероховатость имеет многообразные нерегулярные формы (рис. 3.1, а, б) и установить ее среднее значение невозможно. Поэтому параметр шероховатости вводится как условная величина, определяемая по специальной шкале искусственной однородной шероховатости (рис. 3.1, в). Значения ее приводятся в справочной литературе в зависимости от материала поверхности, способа изготовления, периода и условий эксплуатации. При необходимости Δэ определяется опытным путем.

При турбулентном режиме могут быть рекомендованы следующие зависимости для определения коэффициента Дарси.

1. ***«Гидравлически гладкие» стенки*** ($h_l \sim v^{1,75}$).

К началу этой области будем относить числа **Re > 2300**. Границу конца гладкостенного течения определим по соотношению

$$Re = 20\,d / \Delta_э,$$

т. е. будем считать течение, происходящим вдоль гладких стенок, если

$$2300 < Re \le 20d/\Delta_э. \qquad (3.6)$$

Для этой зоны может быть рекомендована формула Блазиуса:

$$\lambda = 0{,}3164 / Re^{0,25}. \qquad (3.7)$$

2. Область ***доквадратичного закона сопротивления*** шероховатых стенок соответствует турбулентному течению с числами Рейнольдса

$$20d/\Delta_э < Re < 500d/\Delta_э. \qquad (3.8)$$

Коэффициент **λ** в этой области определяется по формуле Альтшуля

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25} \qquad (3.9)$$

3. Область ***квадратичного закона сопротивления*** характеризуется тем, что потери напора пропорциональны ***квадрату*** скорости: $h_l \sim v^2$.

Границей начала данной области – области автомодельности турбулентного режима – можно считать число Рейнольдса

$$Re = 500d/\Delta_э.$$

В этой области вязкий слой практически разрушен и не оказывает влияния на потери напора, при этом δ минимально возможное и постоянное, а коэффициент гидравлического трения не зависит от числа Рейнольдса.

Итак, при

$$Re \geq 500d/\Delta_э \qquad (3.10)$$

формулы для определения коэффициента Дарси:

Никурадзе

$$\lambda = (1{,}74 + 2\lg(r/\Delta_э))^{-2} \qquad (3.11)$$

Шифринсона

$$\lambda = 0{,}11(\Delta_э/d)^{0{,}25}. \qquad (3.12)$$

На рис.3.2 представлена схема для выбора теоретической расчетной формулы коэффициента λ, обобщающая изложенные выше теоретические положения.

3.2. Выполнение лабораторной работы

3.2.1. Цель лабораторной работы

1. Определить опытным путем коэффициент гидравлического трения, коэффициент Дарси $\lambda_{оп}$ в трубопроводе при различных скоростях движения воды.
2. Рассчитать теоретическое значение коэффициента Дарси $\lambda_{теор}$ в соответствии с режимом движения воды и зоной сопротивления.

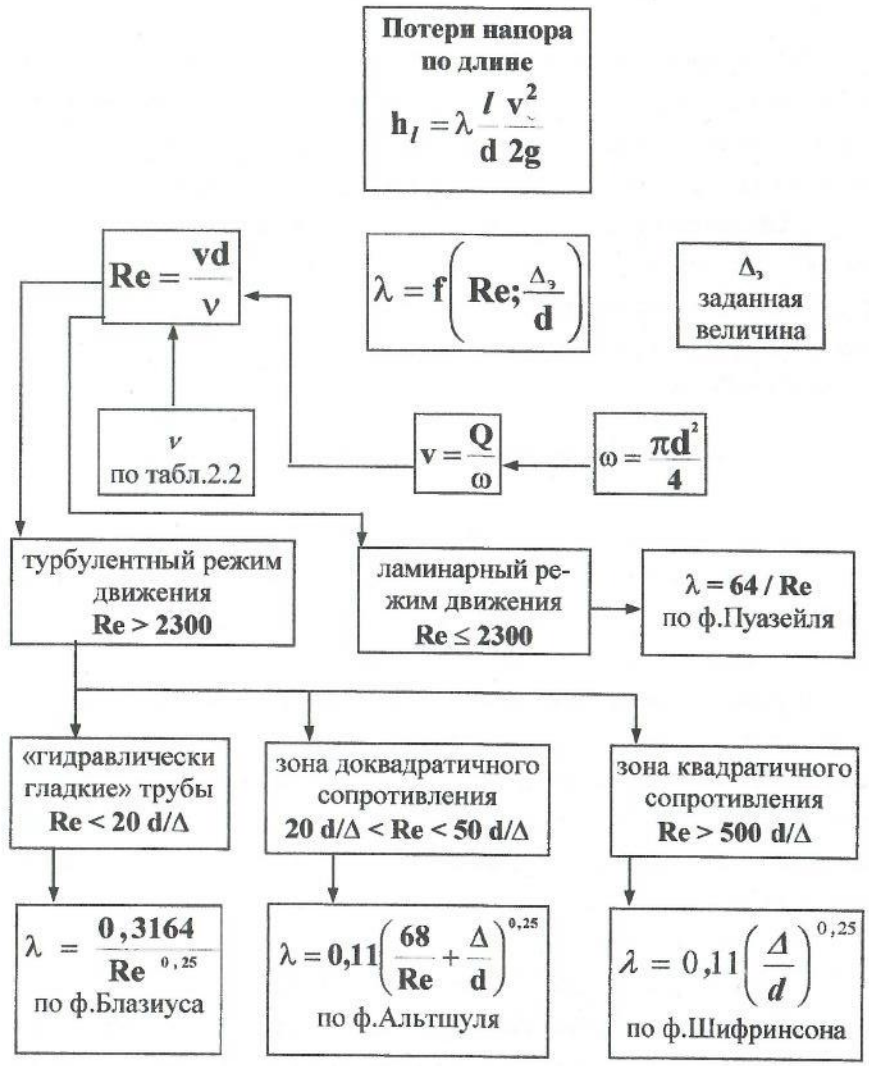


Рис. 3.2. Схема выбора теоретической формулы для расчета коэффициента гидравлического трения $\lambda_{теор}$

3.2.2. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка (рис 3.3) состоит из напорного бака **1**, трубопровода постоянного диаметра **2**, вентиля **3** для регулирования скорости движения воды, пьезометров **4**, присоединенных к штуцерам в начале и в конце испытуемого участка трубы, мерной ёмкости **5**.

Лабораторные работы выполняются при установившемся движении, поэтому для поддержания постоянного напора в напорном баке **1** предусмотрена сливная труба **7**. Подпитка напорного бака осуществляется от центробежного насоса или из водопроводной сети по соответствующим трубам **8**.

3.2.3. Порядок выполнения лабораторной работы

Лабораторная работа по определению коэффициента гидравлического трения λ может быть выполнена по указанию преподавателя на одной из труб: с диаметром **d** = 36мм или **d** = 20 мм. Длина экспериментального участка l = 4,4 м.

В процессе проведения работы опытные значения коэффициента гидравлического трения $\lambda_{оп}$ следует определить при различной средней скорости движения воды в трубе. Первый опыт можно начать с небольшой скорости и затем от опыта к опыту увеличивать скорость, или в обратной последовательности: начать с максимальной скорости и уменьшать ее от опыта к опыту.

Последовательность проведения каждого опыта.

1. Перед началом работы осмотреть установку. В табл. 3.1. внести значения диаметра и длины рабочего участка испытуемой трубы. Проверить подключение пьезометров, установить их нумерацию: 1 – в начале участка трубы; 2 – в конце трубы по ходу движения жидкости. Убедиться, что нет воздушных пробок в соединительных резиновых трубах: показания пьезометра должны быть одинаковы.

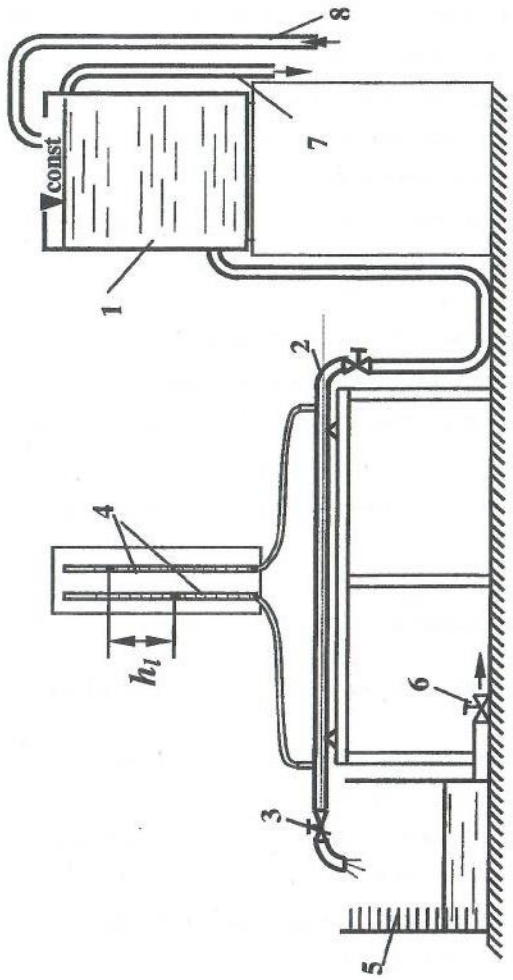


Рис. 3.3. Установка для изучения потерь напора по длине:
1 – напорный бак; 2 – исследуемая труба; 3 – вентиль; 4 – пьезометры; 5 – мерный бак;
6 – сливная труба; 7 – переливная труба; 8 – подпиточная труба

2. Открыть регулировочный вентиль **3**, установить определенную скорость движения воды, одновременно с помощью подпиточной трубы (8) (или насоса) и сливной трубы **7** установить постоянный уровень воды в напорном баке. Таким образом обеспечить установившееся движение воды в экспериментальной установке.
3. Перекрыть вентиль **6** на сливной трубе мерной емкости.
4. Перейти к снятию замеров и показаний приборов:

- снять показания пьезометров **4**;
- с помощью секундомера определить время наполнения определенного объема воды в мерной емкости **5**. Цена деления в мерной емкости 10 литров ($10^4 см^3$);
- измерить температуру воды в мерном баке.

5. Последовательно провести 5-6 опытов при различных скоростях, полностью используя возможности установки. Если мерный бак **5** переполняется в процессе работы, можно, открыв вентиль **6**, слить воду из него, снова закрыть вентиль и продолжить работу до завершения.
6. Все исходные и опытные данные занести в табл. 3.1. и обработать результаты экспериментов.

3.2.4. Обработка результатов лабораторной работы

1. Рассчитывается площадь живого сечения трубы:

$$\omega = \pi d^2 / 4.$$

2. В соответствии с температурой по табл. 2.2.выбирается кинематический коэффициент вязкости воды ν.

3. Находится величина расхода воды в каждом опыте:

$$Q = W / t.$$

4. Определяется средняя скорость воды в каждом опыте:

$$v = Q / \omega.$$

5. Вычисляются потери напора:

$$h_l = p_1/(\rho g) - p_2/(\rho g). \qquad (3.13)$$

6. Рассчитывается опытное значение коэффициента гидравлического трения:

$$\lambda_{оп} = \frac{2gdh_l}{l \cdot v^2}. \qquad (3.14)$$

7. Для каждого опыта вычисляется число Рейнольдса **Re**

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

и определяется режим движения воды.

8. В случае турбулентного режима определяются граничные значения чисел **Re** для установления области сопротивления

$$20d/\Delta_э = ? \qquad 500d/\Delta_э = ?$$

Сравнивая полученные значения с числами **Re** в каждом опыте, определяют зону турбулентного течения.

9. В соответствии с выполненными расчетами руководствуясь теоретическими положениями (рис.3.2), выбирается теоретическая формула для определения коэффициента Дарси $\lambda_{теор}$.

10. Затем для сравнения полученных значений $\lambda_{теор}$ и $\lambda_{оп}$ вычисляется величина отклонения ε опытного значения коэффициента от теоретического:

$$\varepsilon = (|\lambda_{теор} - \lambda_{оп}| / \lambda_{теор}) \cdot 100\%. \qquad (3.15)$$

Результаты обработки измерений заносятся в таблицу 3.1.

11. По заданию преподавателя для одного из опытов может быть выполнен расчет погрешности определения $\lambda_{оп}$. Для этого формула (3.14) может быть представлена в виде:

$$\lambda_{оп} = \frac{h_l d^5 t^2}{0{,}0827 l W^2} \qquad (3.16)$$

и тогда расчет ошибки может быть выполнен по зависимости:

$$\delta\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta h_l}{h_l} + \frac{5\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta W}{W} + \frac{2\Delta t}{t}. \qquad (3.17)$$

Таблица 3.1

Определение коэффициента гидравлического трения

Наименование параметров	Номер опыта					
	1	2	3	4	5	6
1. Диаметр трубы **d** ,см						
2. Длина рабочего участка ***l***, см						
3. Площадь живого сечения **ω**, $см^2$						
4. Эквивалентная шероховатость **Δ**,см						
5. Температура воды **T**, °C						
6. Кинематический коэффициент вязкости воды **ν**, $см^2/с$						
7. Объём воды в мерном баке **W**,$см^3$						
8. Время заполнения объёма **t**, с						
9. Расход воды **Q**, $см^3/с$						
10. Средняя скорость воды **v**, см/с						
11. Показание первого пьезометра $p_1/(\rho g)$, см						
12.Показание второго пьезометра $p_2/(\rho g)$, см						
13.Потери напора h_l, см						
14.Опытное значение коэффициента $\lambda_{оп}$						
15.Число Рейнольдса **Re**						
16.Режим движения и область сопротивления турбулентного режима						
17.Теоретическое значение коэффициента $\lambda_{теор}$						
18. Отклонение ε, %						

Абсолютные погрешности измеряемых величин Δ... принимаются следующим образом:

$\Delta d = 0{,}1$ мм; $\Delta W = 0{,}1$ наименьшего деления шкалы мерного бака; $\Delta t = 0{,}1$ с; $\Delta h_l = 0{,}5$ цены деления шкалы пьезометра; погрешностью измерения длины трубы можно пренебречь вследствие малости.

3.2.5. Вопросы для самопроверки и составления выводов по работе

1. Что такое гидравлические сопротивления, какие виды гидравлических сопротивлений учитывают в инженерных расчетах?
2. Каковы причины, вызывающие потери напора по длине? Какие имеются формулы для определения потерь по длине?
3. От каких параметров зависит коэффициент гидравлического трения?
4. Какие зоны турбулентного режима различают?
5. Какой смысл вкладывается в понятия «гидравлически гладкие» и «гидравлически шероховатые» трубы?
6. Что такое «эквивалентная шероховатость», как ее можно определить?
7. Какие имеются рекомендации для определения границ зон турбулентного режима?
8. Какие показатели степени у скорости в общем, законе сопротивления при различных режимах и в разных зонах сопротивления турбулентного режима?
9. Как в данной работе экспериментально определяются потери напора по длине?
10. Из каких элементов состоит лабораторная установка?
11. Какие замеры выполняются в каждом опыте на установке?

Состав отчета

Отчет составляется на стандартных листах формата А4 и содержит следующие моменты:

- краткие теоретические положения, обязательно включающие используемые расчетные формулы с расшифровкой обозначений и их размерностями;
- схему установки с названиями входящих в нее элементов;
- выводы по работе, в которых даются ответы на вопросы: 1, 2, 3, 7, а также приводятся значения границ зон турбулентного режима для данной трубы и обоснование выбранных расчетных формул для теоретического значения коэффициента Дарси; в заключении отмечаются опыты с наилучшей сходимостью опытных и теоретических значений коэффициента.

Лабораторная работа №4

Определение местных потерь напора и коэффициентов местных сопротивлений

4.1.Теоретические положения

Местными сопротивлениями называются различного рода устройства, при прохождении через которые меняется направление движения потока жидкости или величина скорости, или и то, и другое. К местным сопротивлениям относятся краны, задвижки, повороты труб, тройники, внезапное сужение потока, внезапное расширение и т.п.

Потери напора в местном сопротивлении рассчитываются по формуле Вейсбаха:

$$h_r = \zeta \frac{v^2}{2g}, \qquad (4.1)$$

где ζ - коэффициент местного сопротивления, показывающий долю скоростного напора, затрачиваемого на преодоление данного сопротивления.

Течение жидкости через местные сопротивления – очень сложное явление, и теоретические значения коэффициентов ζ получены лишь для немногих видов местных сопротивлений.

Для большинства местных сопротивлений значения коэффициентов ζ получены из экспериментов и приводятся в гидравлических справочниках.

На величину коэффициента ζ влияют многие факторы, в том числе геометрические параметры устройства, режим течения, шероховатость его стенок. Для запорных устройств (кранов, вентилей, задвижек, клапанов, дросселей и т. д.) большое влияние на величину ζ оказывает степень открытия.

Рассмотрим подробнее несколько видов местных сопротивлений, а именно тех, которые используются в данной лабораторной работе.

Вентиль (рис.4.1, а). Это очень распространенный элемент запорной арматуры. Выпускается промышленностью с различной конструкцией и конфигурацией внутренних клапанов. На рисунке показана примерная структура потока при прохождении вентиля. При различном открытии вентиля коэффициент ζ будет иметь свои значения. Кроме того, эти значения зависят от диаметра трубопровода, от расположения делительных стенок. В справочной литературе значения коэффициента ζ чаще всего приводятся для полностью открытого вентиля.

Диафрагма (измерительная шайба) (рис.4.1, б). Такое устройство часто применяется в качестве измерительного прибора для определения величины расхода. В самом деле, потери напора h_r пропорциональны напору $v^2/(2g)$ и, следовательно, расходу жидкости Q. Если предварительно выполнить тарировочные работы, т.е. опытным путем получить для диафрагмы зависимость $h_r=f(Q)$ или, наоборот, $Q=f(h_r)$ то, построив график этой зависимости (рис.4.1, в), можно его применять в дальнейшем для определения величины расхода по показаниям пьезометров или дифманометра.

Значение коэффициента сопротивления ζ для диафрагмы зависят от размера проходного отверстия.

Пробковый кран (4.1, г). Эти устройства часто применяются в гидросистемах для регулирования расхода, для включения и выключения системы. Коэффициент ζ зависит от угла поворота пробки относительно оси. Примерные значения ζ при турбулентном режиме течения с числами $Re>10^4$ приведены в табл.4.1.

Таблица 4.1

Коэффициент сопротивления пробкового крана

α,град	5	10	20	30	40	50	55	67
ζ	0,05	0,31	1084	6,15	20,7	95,3	275	∞

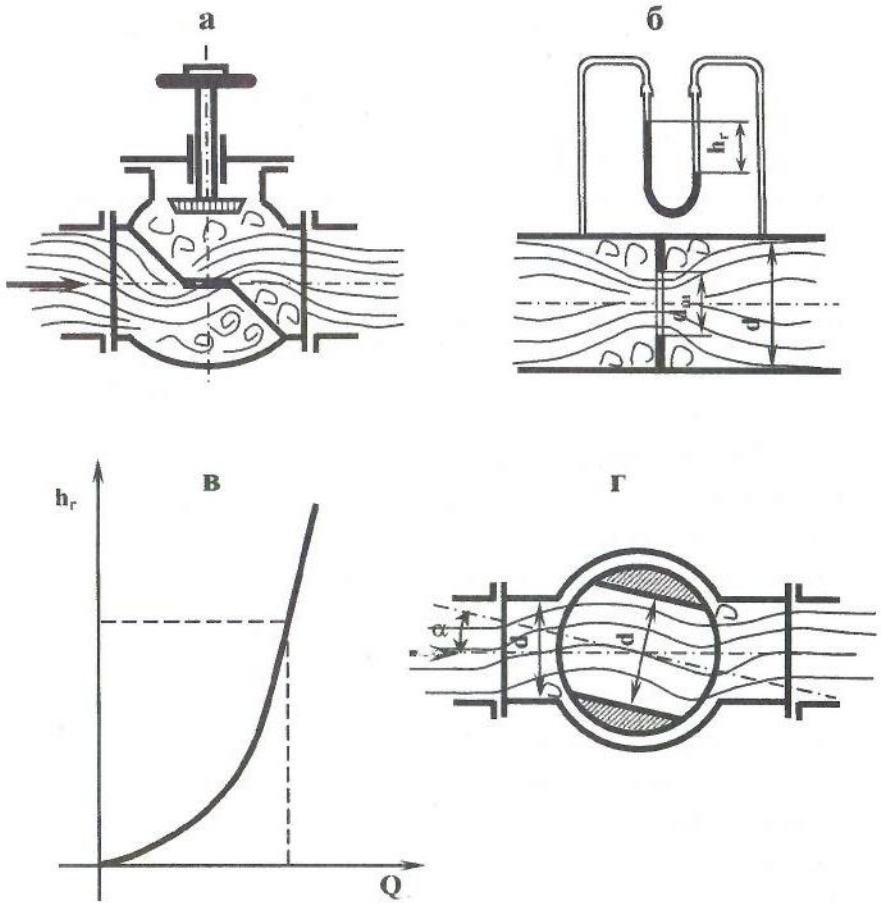


Рис. 4.1. Примеры местных сопротивлений

Значения коэффициентов ζ для местных сопротивлений строго индивидуальны и даже при соблюдении рекомендаций по установке стандартной аппаратуры в каждом случае могут появиться отклонения значений ζ от табличных справочных данных. Поэтому важно уметь определять коэффициенты сопротивлений опытным путем.

4.2. Выполнение лабораторной работы

4.2.1. Цель лабораторной работы

1. Определить опытным путем коэффициенты местных сопротивлений различных устройств: вентиля, пробкового крана, диафрагмы.

2. Изменить угол открытия пробкового крана в пределах от 5° до 45° и, определив коэффициенты сопротивления пробкового крана при разных углах открытия, сравнить опытные значения с табличными.

4.2.2. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка для изучения потерь напора в местных сопротивлениях аналогична установке для определения потерь напора по длине. Обе питаются от одного напорного бака, смонтированы на одной раме, имеют аналогичные измерительные приборы.

Лабораторная установка (рис. 4.2) состоит из напорного бака **1**, трубопровода постоянного диаметра **2** с вентилем **3** для регулирования расхода и с рабочими местными сопротивлениями: вентилем **4**; пробковым краном **5**, диафрагмой **6**. На трубе у каждого местного сопротивления, до и после него, имеются штуцеры, к которым присоединены пьезометры **7**. Мерная емкость **8** оборудована сливом **9**. У напорного бака **1** для обеспечения постоянного напора имеется подпиточная **10** и сливная **11** трубы.

4.2.3. Порядок выполнение лабораторной работы

Перед началом выполнения опытов осмотреть установку, внимательно разобраться с присоединением пьезометров к местным сопротивлениям, установить их нумерацию по ходу движения жидкости для каждого местного сопротивления. Убедиться, что в резиновых трубках, идущих к пьезометрам, нет пузырьков воздуха.

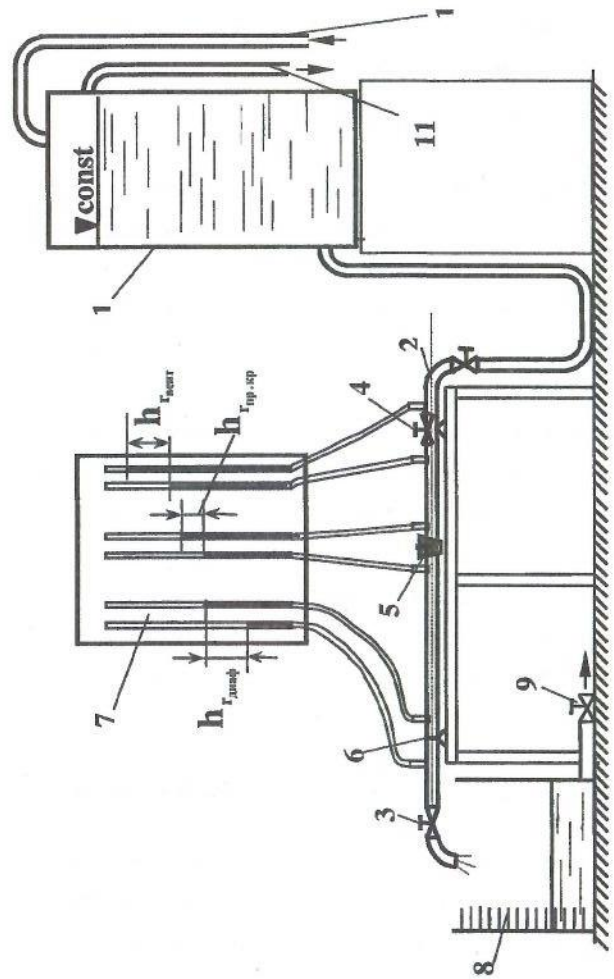


Рис.4.2. Установка для изучения потерь напора в местных сопротивлениях:
1 – напорный бак; **2** – исследуемая труба; **3** – вентиль для регулирования скорости; **4** – вентиль; **5** – пробковый кран; **6** – диафрагма (шайба); **7** – пьезометры; **8** – мерный бак; **9** – сливная труба; **10** - подпиточная труба; **11** – переливная труба

На установке можно проводить различные опыты, в том числе тарирование измерительной диафрагмы, определение зависимости коэффициентов сопротивления пробкового крана от угла поворота пробки.

Чаще всего определяются коэффициенты ζ для всех сопротивлений при двух различных расходах воды.

Порядок эксперимента следующий:

1. Открыть полностью вентиль **4** и пробковый кран **5**.
2. Вентилю **3** дать значительное открытие, так чтобы установился развитый турбулентный режим (открывать вентиль **3** можно до тех пор, пока есть показания во 2-ом пьезометре измерительной шайбы).
3. Подпиточным краном или насосом установить постоянный уровень воды в напорном баке.
4. Перекрыв вентиль слива мерного бака, измерить время заполнения установленного объема. Снять показание всех пьезометров (у каждого местного сопротивления). Открыть слив и измерить температуру воды в мерном баке. Данные опыта заносятся в таблицу 4.2.
5. Следующая серия опытов проводится при измерении угла открытия пробкового крана. Гаечным ключом пробка поворачивается на определенный угол в интервале от 5° до 45°. Опыт повторяется при новом расходе.

4.2.4. Обработка результатов лабораторной работы

Обработка экспериментальных данных аналогична обработке данных лабораторной работы №3 по определению потерь напора на трение по длине. В расчетах принять ускорение свободного падения $\mathbf{g = 981}$ см/с^2.

Таблица 4.2.

Определение коэффициентов местных сопротивлений

Наименование параметров	Вентиль		Пробковый кран		Диафрагма	
	1 опыт	2 опыт	1 опыт	2 опыт	1 опыт	2 опыт
1. Диаметр трубы **d** ,см						
2. Площадь живого сечения ω, см^2						
3. Температура воды **T**, °C						
4. Кинематический коэффициент вязкости воды ν,см^2/с						
5. Объём воды в мерном баке **W**, см^3						
6. Время опыта **t**, с						
7. Расход воды **Q**, см^3/с						
8. Средняя скорость воды **v**, см/с						
9. Показание первого пьезометра $\mathbf{p_1/(\rho g)}$, см						
10.Показание второго пьезометра $\mathbf{p_2/(\rho g)}$, см						
11.Потери напора $\mathbf{h_r}$, см						
12. Коэффициент местного сопротивления ζ						
13.Число Рейнольдса **Re**, режим течения						

1. Рассчитывается площадь живого сечения трубы:

$$\omega = \pi d^2 / 4.$$

2. В соответствии с температурой по табл. 2.2 .выбирается кинематический коэффициент вязкости воды ν.

3. Находится величина расхода воды в каждом опыте:

$$Q = W / t.$$

4. Определяется средняя скорость воды в каждом опыте:

$$v = Q / \omega.$$

5. Вычисляются местные потери напора:

$$h_r = p_1/(\rho g) - p_2/(\rho g). \qquad (4.2)$$

6. Определяется значение коэффициентов местных сопротивлений:

$$\zeta = 2gh_r/v^2 . \qquad (4.3)$$

7. Для каждого опыта вычисляется число Рейнольдса **Re**

$$Re = \frac{vd}{\nu}$$

и определяется режим движения воды.

8. Все расчетные данные заносятся в таблицу 4.2.

9. По заданию преподавателя для одного из опытов может быть выполнен расчет погрешности определения ζ. Для этого формула (4.3) может быть представлена в виде:

$$\zeta = 12{,}08\, h_r\, d^4\, t^2/W^2 \qquad (4.4)$$

и тогда расчет относительной систематической погрешности может быть выполнен по зависимости:

$$\delta\zeta = \frac{\Delta\zeta}{\zeta} = \frac{\Delta h_r}{h_r} + \frac{4\Delta d}{d} + \frac{2\Delta W}{W} + \frac{2\Delta t}{t}. \qquad (4.5)$$

Абсолютные погрешности измеряемых величин Δ... принимаются следующим образом:

$\Delta d = 0{,}1$ мм; $\Delta W = 0{,}1$ наименьшего деления шкалы мерного бака; $\Delta t = 0{,}1$ с; $\Delta h_r = 0{,}5$ цены деления шкалы пьезометра.

4.2.5. Вопросы для самопроверки и составления выводов по работе

1. Что такое местное сопротивление?
2. По какой формуле рассчитываются местные потери напора?
3. Какие местные сопротивления используются при выполнении лабораторной работы?
4. Как экспериментально в данной работе определялись местные потери напора?
5. От чего зависит коэффициент местного сопротивления для запорной аппаратуры?
6. Из каких элементов состоит лабораторная установка?
7. Какие измерения выполняются в каждом опыте?
8. Для чего измеряется температура в опыте?

Состав отчета

Отчет составляется на стандартных листах формата А4 и содержит следующее:

- краткие теоретические положения, обязательно включающие используемые расчетные формулы с расшифровкой обозначений и их размерностями;
- схему установки с названиями входящих в нее элементов и построением пьезометрической линии для одного из опытов;
- выводы по работе, в которых даются ответы на вопросы: 1, 2, 3, 4. Так же следует указать, каким был угол открытия ***пробкового крана*** в 1 и 2 опытах, как изменилось значение коэффициента сопротивления крана при изменении угла. Сравнить экспериментальные значения коэффициента с табличными (таб. 4.1). Если по таблице интерполирование значения коэффициента $\zeta_{кр}$ не дает достаточной точности, то значение коэффициента $\zeta_{кр}$ требуется найти по графику (рис. 4.3).

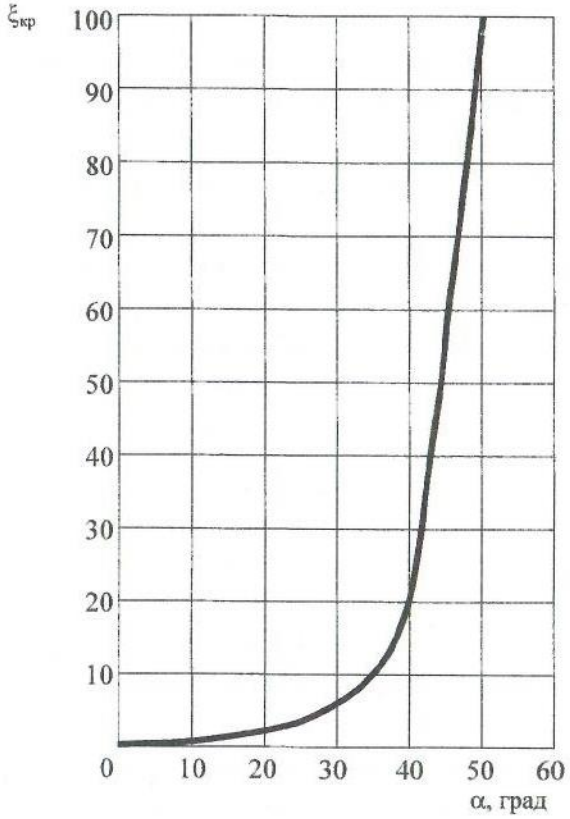


Рис. 4.3. График зависимости коэффициента сопротивления пробкового крана от угла поворота

Лабораторная работа №5

Истечение жидкости через отверстия и насадки

5.1. Теоретические положения

В инженерной практике часто приходится встречаться с явлниями истечения жидкости через отверстия различной формы и через насадки - короткие патрубки разной конфигурации длиной $(3\div5)\mathbf{d}_{отв}$ (диаметров отверстий), к которым они присоединены. Через отверстия и насадки происходит перетекание жидкости из одного резервуара в другой, опорожнение резервуаров. Насадки и их комбинации являются конструктивными элементами различных аппаратов и устройств.

Отверстия различают малые и большие, в тонкой или толстой стенке. Истечение может происходить при постоянном или переменном напоре.

Насадки по форме патрубка могут быть цилиндрические (внутренние и внешние), конические (сходящиеся и расходящиеся) и коноидальные, выполненные по форме выходящей струи.

Отверстие можно считать малым, если его высота не превышает 0,1H. При этом условии скорость в точках сжатого сечения (на расстоянии полудиаметра, рис.5.1) практически одинакова и может быть определена по формуле

$$\mathbf{v} = \varphi\sqrt{\mathbf{2gH}}\ , \qquad (5.1)$$

где **H** – напор над центром тяжести отверстия;

φ - коэффициент скорости, которым учитываются потери энергии на формирование струи, выходящей из отверстия с коэффициентом местного сопротивления $\zeta_{отв}$,

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta_{отв}}} \qquad (5.2)$$

α - коэффициент Кориолиса, $\alpha = 1$ при турбулентном режиме.

Площадь сжатого сечения струи определяется через площадь отверстия ω и коэффициент сжатия ε: $\omega_{сж} = \varepsilon\omega$, тогда $\varepsilon = \omega_{сж}/\omega$ и для круглого отверстия

$$\varepsilon = d_{сж}^2/d^2 \ . \qquad (5.3)$$

При установившимся движении пропускная способность **Q** (расход) малых отверстий и насадков вычисляется по зависимости:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH}\ , \qquad (5.4)$$

в которой μ – коэффициент расхода, связанный с остальными коэффициентами соотношением

$$\mu = \varepsilon\varphi. \qquad (5.5)$$

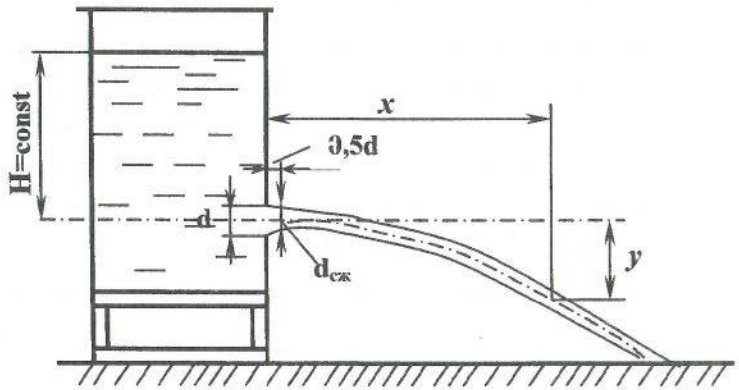


Рис.5.1. Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке

Коэффициенты истечений $\zeta_{отв}$, ε, φ, μ зависят от формы отверстий и насадков, характера обработки кромок отверстия, от полноты и совершенства сжатия струи, а для конических насадков – от угла конусности. Для некоторых видов отверстий и насадков значения коэффициентов приведены в табл.5.1.

Таблица 5.1

Коэффициенты скорости, сжатия струи и расхода

Вид конструктивного элемента	φ	ε	μ
Круглое отверстие в тонкой стенке с полным совершенным сжатием	0,97	0,64	0,62
Внешний цилиндрический насадок	0,82	1,00	0,82
Конический сходящийся насадок с углом конусности $13^{\circ}24'$	0.96	0.98	0,94
Конический расходящийся насадок с углом конусности 7°	0,50	1,00	0,50

Явление сжатия струи весьма сложно: форма поперечного сечения струи изменяется по сравнению с формой сечения струи в самом отверстии. Это явление называется ***инверсией струй***. Так, при вытекании жидкости из круглого отверстия струя имеет в сжатом сечении форму эллипса; из квадратного - форму креста; из треугольного - форму буквы γ.

Для вывода формул опытного определения коэффициентов истечения рассматривается свободное истечение струи через малое отверстие в тонкой стенке с полным совершенным сжатием. Траектория струи имеет форму параболы (рис.5.1). Координаты траектории струи можно получить, допустив, что каждая частица струи движется, как свободная материальная точка, на которую действует только сила тяжести.

Тогда горизонтальное перемещение равно $x = vt$,

вертикальное – $y = gt^2/2$.

Исключив **t**, выразим скорость через координаты x и y

$v = x\sqrt{g/(2y)}$. Приравнивая полученное выражение к скорости по формуле (5.1), получим

$$\varphi = \frac{x}{2\sqrt{yH}} \qquad (5.6)$$

Отличительной особенностью истечения жидкости через гидравлические насадки является образование сжатого сечения внутри насадка на расстоянии **0,5d** и возникновение вакуума в области сжатия струи. Сужаясь на входе в насадок, как при истечении через отверстие, струя жидкости затем расширяется, заполняя все сечение. Сжатие струи отсутствует в коноидальном насадке, форма которого очерчена по форме вытекающей струи.

Наличие вакуума внутри насадка, присоединенного к отверстию, способствует дополнительному подсосу жидкости и увеличению пропускной способности отверстия, т.к. для насадка действующий напор увеличивается. Он складывается из пьезометрического (**H**) и вакуумметрического ($\mathbf{H_{вак}}$) напоров. Для насадков величина вакуума составляет: цилиндрический ≈ **0,75H**; конический сходящийся ≈ **0,8H**; конический расходящийся ≈ **0,85H**.

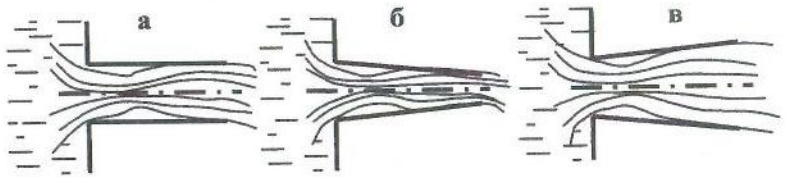


Рис.5.2. Истечение жидкости через насадки
а - внешний цилиндрический насадок, **б** - конический сходящийся насадок, **в** - конический расходящийся насадок

Особенности истечения жидкости через насадки – наличие вакуума - учитываются величиной коэффициентов скорости φ, сжатия ε и расхода μ (табл.5.1).

5.2. Выполнение лабораторной работы

5.2.1. Цель лабораторной работы

Целью лабораторной работы является экспериментальное изучение процесса истечения жидкости через малое отверстие в тонкой стенке и насадки при постоянном напоре с определением коэффициентов скорости, сжатия и расхода.

5.2.2. Описание лабораторной установки

Установка для проведения лабораторных работ (рис.5.3) по изучению истечения жидкости через отверстия и насадки состоит из металлического напорного бака **1**, на торцевой стенке которого имеются малое отверстие в тонкой стенке **2** и гидравлические насадки: внешний цилиндрический **3**, конический расходящийся **4** и конический сходящийся **5**. Краном **6** регулируется поступление воды в бак и поддерживается постоянный действующий напор **H** при проведении эксперимента. Напор **H** на уровне оси отверстия измеряется с помощью пьезометра **7**. Подвижным координатником **8** измеряются координаты (**x**, **y**) вытекающей струи. Расход жидкости определяется объемным методом по установленному объему и времени заполнения его в подвижном мерном баке **9**. Кран **10** служит для выпуска воздуха из бака **1** при заполнении его водой. При помощи клапанов **11** осуществляется открытие отверстия и насадков. Для гидравлических насадков величина вакуума определяется с помощью U -образного вакуумметра **12**.

5.2.3. Порядок выполнения лабораторной работы

1. С помощью штангенциркуля проводятся замеры геометрических размеров отверстия и насадков, а именно, внутреннего диаметра. Линейкой замеряется координата *y* на подвижном координатнике **8**. Это расстояние от оси отверстия до натянутой нити в координатнике.

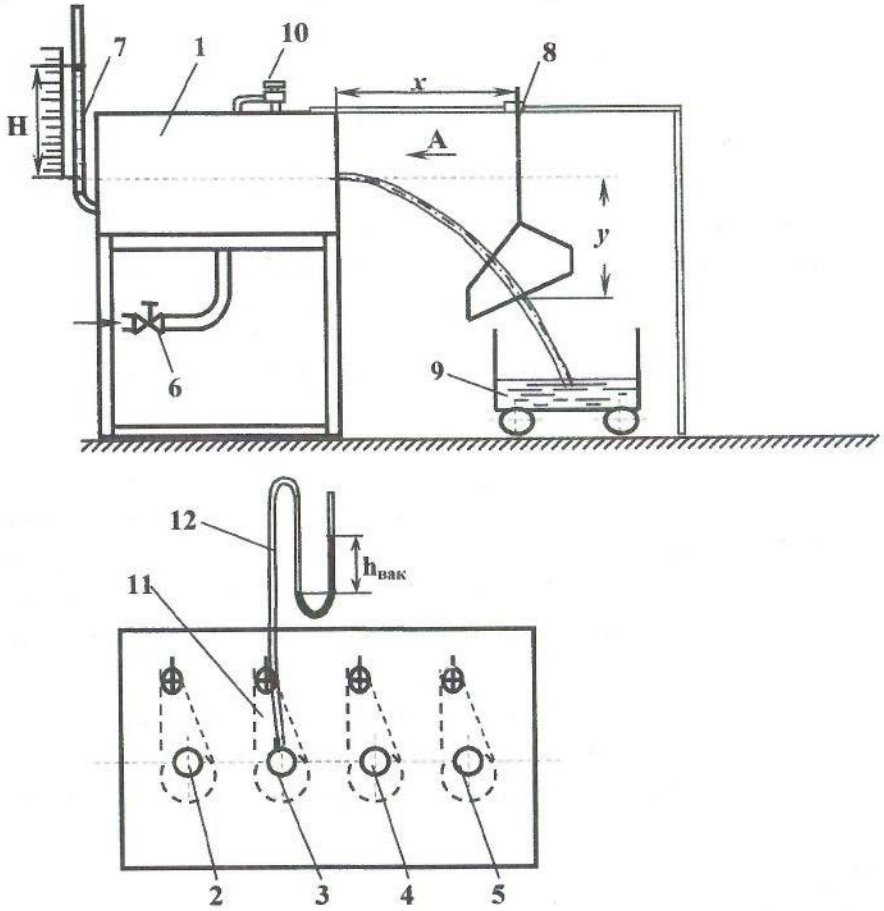


Рис.5.3. Схема установки для изучения истечения жидкости через отверстие и насадки

Данные вносятся в табл. 5.2 для отверстия или в табл. 5.3 для насадков.

2. Открывается регулировочный кран **6.** Заполняется напорный бак **1** и устанавливается некоторый действующий напор **H**. При заполнении напорного бака установка освобождается от воздуха путем открытия крана **10**.

3. Поворотом клапана **11** открывается малое отверстие или один из насадков в зависимости от цели эксперимента.

4. При помощи регулировочного вентиля **6** устанавливается постоянный действующий напор **H**, который фиксируется по пьезометру (**7**).

5. Производится визуальное наблюдение за характером истечения жидкости, видом вытекающей струи, ее траекторией. Для малого отверстия наблюдается явление инверсии струи.

6. Одновременно измеряются и записываются следующие параметры: действующий напор **H** по пьезометру **7**; время **t** наполнения установленного объема жидкости в подвижном баке, принимающем вытекающую струю; координата ***x*** траектории вытекающей струи, при этом натянутая нить координатника **8** должна быть установлена по оси струи; диаметр струи в сжатом сечении $d_{сж}$ на расстоянии **0,5d** от входа в отверстие.

Все данные вносятся в соответствующие таблицы: табл. 5.2 или табл. 5.3.

7. При истечении жидкости через насадки замеряется величина вакуума с помощью U - образного вакуумметра **9**, заполненного жидкостью, плотность которой больше плотности воды, например, четыреххлористым углеродом CCl_4 или ртутью.

В табл. 5.3 вносится величина $h_{вак}$,, равная высоте столба жидкости в U - образном манометре и соответствующая вакууму.

При проведении опытов с насадками наличие вакуума можно наглядно продемонстрировать следующим образом: на расстоянии **0,5d** в месте сжатия струи и возникновения вакуума выводится штуцер, на который одевается резиновая трубка с зажимом, трубка опускается в сосуд с подкрашенной жидкостью. При открытии зажима подкрашенная жидкость вследствие вакуума всасывается в насадок, и струя, выходящая из насадка, окрашивается.

8. В конце опыта закрывается клапан **11**, а по окончании всех опытов закрывается кран **6** на трубе, подающей воду в напорный бак **1**. Затем выпускается вода из напорного бака.

Таблица 5.2

Истечение жидкости через малое отверстие

Наименование параметров	№ опыта				
	1	2	3	4	5
1. Диаметр отверстия **d** ,см					
2. Площадь живого сечения **ω**, $см^2$					
3. Действующий напор **H**, см					
4. Объем воды в мерной емкости **W**, $см^3$					
5. Время наполнения принятого объема **t**, с					
6. Объемный расход воды **Q**, $см^3/с$					
7. Коэффициент расхода **μ**					
8. Координата траектории струи **x**, см					
9. Координата траектории струи **y**, см					
10. Коэффициент скорости **φ**					
11. Коэффициент сжатия **ε**					
12. Диаметр струи в сжатом сечении $d_{сж}$, см					
13. Опытное значение коэффициента сжатия $ε_{оп}$					

Таблица 5.3

Истечение жидкости через гидравлические насадки

Наименование параметров	Цилиндрический насадок		Конический расходящийся насадок		Конический сходящийся насадок	
	Опыты		Опыты		Опыты	
	1	2	1	2	1	2
1. Диаметр насадка **d** ,см						
2. Площадь живого сечения **ω**, $см^2$						
3. Действующий напор **H**, см						
4. Показание вакуометра $h_{вак}$, см						
5. Вакуумметрический напор $H_{вак}$, см вод. ст.						
6. Расчетный напор $H_{расч}=H+H_{вак}$, см						
7. Объем воды в мерной емкости **W**, $см^3$						
8. Время наполнения принятого объема **t**, с						
9. Объемный расход воды **Q**, $см^3/с$						
10. Коэффициент расхода **μ**						
11. Координата траектории струи **x**, см						
12. Координата траектории струи **y**, см						
13. Коэффициент скорости **φ**						
14. Коэффициент сжатия **ε**						

5.2.4. Обработка экспериментальных данных

Для удобства вычислений линейную размерность следует принять в см, поэтому ускорение $g = 981$ см/с^2.

До начала обработки экспериментальных данных следует проверить, чтобы в табл.5.2 или табл. 5.3 были внесены следующие величины, полученные в результате измерений:

d - диаметр отверстия или насадков;

H - действующий напор;

W - объем воды в мерной емкости;

t – время заполнения фиксированного объема воды;

x и ***y*** - координаты вытекающей струи;

$\mathbf{d_{сж}}$ - диаметр сжатого сечения струи для малого отверстия;

$\mathbf{h_{вак}}$ - показание вакуумметра для насадков.

При обработке опытных данных следует вычислить следующие параметры и внести в соответствующую таблицу.

1. Площадь живого сечения $\omega = \pi d^2 / 4$.
2. Объемный расход воды $Q = W / t$.
3. Коэффициент расхода $\mu = Q / \omega\sqrt{2gH}$. (5.6)
4. Коэффициент скорости, определяется по формуле 5.2

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta_{отв}}}.$$

5. Значение коэффициента сжатия ε определяется, исходя из величины коэффициентов расхода μ и скорости φ согласно формуле 5.5:

$$\varepsilon = \mu / \varphi.$$

6. Опытное значение коэффициента сжатия ($\varepsilon_{оп}$) можно получить путём геометрических замеров диаметра отверстия и диаметра струи в сжатом сечении и рассчитать по формуле 5.3: $\varepsilon = d_{сж}^2 / d^2$.

7. Величину вакуумметрического напора в гидравлических насадках рассчитываем в см вод. ст., исходя из следующих рассуждений. Вакуумметрическое давление внутри насадка определяется по зависимости:

$$p_{вак} = \rho_ж g h_{вак}, \quad (5.7)$$

где $\rho_ж$ – плотность жидкости в приборе (уточняется у преподавателя);

$\mathbf{h_{вак}}$- показание U-образного вакуумметра.

Вакуумметрический напор внутри насадка в см вод.ст. найдется из соотношения

$$H_{вак}\,(\text{см вод.ст.}) = p_{вак}/\rho_{воды} g = \rho_ж h_{вак} / \rho_{воды}. \quad (5.8)$$

Показание $\mathbf{h_{вак}}$ U-образного манометра следует снимать в см.

Закончив обработку экспериментальных данных, следует проанализировать полученные величины коэффициентов расхода, скорости и сжатия и сравнить их с табличными значениями, приведенными в табл. 5.1.

5.2.5. Вопросы для самопроверки и составления вывода по работе

1. Какое отверстие называется малым отверстием в тонкой стенке?
2. Какое явление называется инверсией струи?
3. Что такое гидравлический насадок? Классификация насадков.
4. Приведите расчетную формулу пропускной способности **Q**, (расхода) для отверстий и насадков.
5. Каковы особенности истечения жидкости через насадки?
6. Как влияет возникновение вакуума в насадке на величину расхода?
7. Какими коэффициентами характеризуется процесс истечения через отверстия и насадки? От чего зависит величина этих коэффициентов?
8. Опишите принцип действия лабораторной установки для изучения процесса истечения жидкости через отверстия и насадки.
9. Какие показания снимаются в процессе проведения лабораторной работы?

10. Какие параметры и коэффициенты рассчитываются, исходя из опытных данных?

11. Приведите примеры области применения отверстий и насадков.

Состав отчета

Отчет составляется на стандартных листах формата А4 и содержит следующее:

- краткие теоретические положения, обязательно включающие используемые расчетные формулы с расшифровкой обозначений и их размерностями;
- схему установки с названиями входящих в нее элементов;
- выводы по работе, в которых должны быть сформулированы цели и задачи эксперимента, описан процесс истечения жидкости через отверстие и особенности истечения через насадки. Провести сравнение опытных и табличных значений характеристических коэффициентов скорости, сжатия и расхода, дана оценка проведенным опытам.

Лабораторная работа № 6

Определение эквивалентной шероховатости трубопровода

6.1. Теоретические положения

При движении жидкости в напорном трубопроводе потери напора по длине трубы постоянного сечения зависят от геометрических размеров трубопровода l, d, скоростного напора $v^2/(2g)$ и коэффициента гидравлического трения λ и рассчитываются по формуле Дарси-Вейсбаха:.

$$h_l = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Как известно (см. лабораторную работу №3), коэффициент Дарси λ в общем случае является функцией числа Рейнольдса и шероховатости $\lambda = f(Re, \Delta/d)$. Движение воды в технических трубопроводах чаще всего происходит при турбулентном режиме, так как ламинарный режим в них весьма неустойчив. При турбулентном режиме определение коэффициента Дарси обусловлено областью (зоной) сопротивления. Понятие области сопротивления связано с шероховатостью и толщиной образующегося у стенки трубопровода пограничного слоя (или подслоя), называемого вязким (ранее – ламинарным) пристенным слоем, толщину которого можно оценить по формуле (3.5)

$$\delta = \frac{32{,}5d}{Re\sqrt{\lambda}}.$$

Данный слой характеризуется малыми скоростями движения жидкости, и его толщина влияет на характер трения при турбулентном режиме и на общий закон сопротивления (3.3)

$$I = \frac{h_l}{l} = av^n,$$

в связи с которым выделено 3 зоны сопротивления турбулентного режима.

Область гидравлически гладких труб. Это такое условие движения жидкости, когда толщина пограничного слоя больше высоты выступов абсолютной шероховатости, и она не влияет на величину коэффициента Дарси.

Согласно формуле (3.5) с увеличением числа **Re** толщина пограничного слоя δ уменьшается, происходит разрыв его выступами шероховатости. На величину коэффициента λ начинает влиять как число Рейнольдса, так и шероховатость трубы. Течение вдоль ***гидравлически шероховатых стенок,*** когда с возрастанием числа Рейнольдса толщина вязкого слоя уменьшается и при достижении определенного значения ($\mathbf{Re = 20\,d / \Delta_э}$), становится меньше абсолютной шероховатости, делится на 2 зоны.

Область доквадратичного сопротивления. Исследования показали, что потери по длине в этом случае пропорциональны скорости в степени $\mathbf{1{,}75<n<2{,}0}$. Значения коэффициента λ для технических труб с неравномерной шероховатостью определяются по формуле А.Д. Альтшуля

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0.25}. \qquad (3.9)$$

Область квадратичного сопротивления. Для неравномерной шероховатости в технических трубах предельное значение числа Рейнольдса, при котором начинает действовать квадратичный закон сопротивления, можно с точностью до 5% принять $\mathbf{Re = 500d / \Delta_э}$. В этом случае коэффициент сопротивления является функцией только шероховатости и не зависит от числа **Re** . Для зоны квадратичного сопротивления существует ряд формул для расчёта коэффициента λ, например, Б.Л. Шифринсона (3.12)

$$\lambda = 0{,}11(\Delta_э/d)^{0{,}25}.$$

Обычно естественная действительная неравномерная шероховатость имеет многообразные нерегулярные формы (рис.3.1, а, б) и установить ее среднее значение невозможно. Поэтому параметр шероховатости вводится как условная величина - ***гидравлически эквивалентная шероховатость*** $\Delta_э$ (рис.3.1 в). Это - равномерно зернистая условная шероховатость, которая определяется путем измерения сопротивления. Она зависит:

- от материала и способа производства труб (например, чугунные трубы изготовленные центробежным литьем более гладкие, чем сварные); трубы, изготовленные одним и тем же способом, имеют одинаковую эквивалентную шероховатость независимо от диаметра;
- от свойства жидкости, протекающей по трубе; влияние жидкости на внутреннюю поверхность трубы может проявиться в виде коррозии стенок, образовании наростов и осадка;
- от продолжительности эксплуатации труб.

Рекомендации по величине $\Delta_э$ можно найти в справочной литературе (например, И.Е. Идельчик "Справочник по гидравлическим сопротивлениям) для различного вида труб, как металлических – стальных, чугунных, так и бетонных, асбестоцементных, деревянных, фанерных, стеклянных и т.д. Весьма важно уметь определять $\Delta_э$ опытным путем.

6.2 Выполнение лабораторной работы

6.2.1. Цель лабораторной работы

Целью лабораторной работы является определение эквивалентной шероховатости трубы.

Так как лабораторная работа выполняется на установке, схема которой представлена на рис. 3.3, и для расчета $\Delta_э$ необходимо определить коэффициент Дарси, то описание лабораторной установки и выполнение

эксперимента следует смотреть в разделах **3.2.2** и **3.2.3**. Исходные, экспериментальные и расчетные данные заносятся в таблицу 6.1.

6.2.2.Обработка результатов лабораторной работы.

1. Рассчитывается площадь живого сечения трубы:

$$\omega = \pi d^2 / 4.$$

2. В соответствии с температурой по табл. 2.2.выбирается кинематический коэффициент вязкости воды ν.

3. Находится величина расхода воды в каждом опыте:

$$Q = W / t.$$

4. Определяется средняя скорость воды в каждом опыте:

$$v = Q / \omega.$$

5. Вычисляются потери напора:

$$h_l = p_1/(\rho g) - p_2/(\rho g).$$

6. Рассчитывается опытное значение коэффициента гидравлического трения:

$$\lambda_{оп} = \frac{2gdh_l}{lv^2}.$$

7. Для каждого опыта вычисляется число Рейнольдса **Re**

$$Re = \frac{vd}{\nu}.$$

8. Вычисляется значение эквивалентной шероховатости Δ, по зависимости, полученной из формулы Альтшуля:

$$\Delta_э = d\left[\left(\frac{\lambda}{0{,}11}\right)^4 - \frac{68}{Re}\right]. \qquad (6.1)$$

9. Определяется по формуле (3.5) толщина пристенного вязкого слоя

$$\delta = \frac{32{,}5d}{Re\sqrt{\lambda}}.$$

10. По соотношению $\Delta_э$ и δ выясняется область сопротивления турбулентного режима.

6.2.3. Вопросы для самопроверки и составления выводов по работе

1. Какие потери напора называются потерями по длине? Расчётная формула потерь по длине.

2. Функцией каких параметров является коэффициент сопротивления **λ**?

3. Что лежит в основе методики выбора расчётной зависимости коэффициента **λ**?

4. Какие области сопротивления различают при турбулентном режиме?

5. От чего зависит коэффициент гидравлического трения в каждой области сопротивления?

6. Каковы расчётные формулы коэффициента **λ** для каждой области сопротивления при турбулентном режиме?

7. Как экспериментально определяются потери напора по длине? Из каких частей состоит лабораторная установка для определения потерь по длине и эквивалентной шероховатости труб?

8. Как определяется расход воды в системе?

9. Как рассчитывается скорость воды в трубе

10. С какой целью определяется температура воды?

11. Как определяется режим движения воды? Каков он в опытах?

12. Как рассчитывается эквивалентная шероховатость?

13. Как определяется толщина вязкого слоя?

14. Какое заключение можно сделать из сравнения полученной эквивалентной шероховатости и толщины пограничного слоя?

Таблица 6.1

Определение эквивалентной шероховатости

Наименование параметров	Номер опыта					
	1	2	3	4	5	6
1. Диаметр трубы **d** ,см						
2. Длина рабочего участка *l*, см						
3. Площадь живого сечения **ω**, см^2						
4. Температура воды **T**, °C						
5. Кинематический коэффициент вязкости воды **ν**, см^2/с						
6. Объём воды в мерном баке **W**,см^3						
7. Время заполнения объёма **t**, с						
8. Расход воды **Q**, см^3/с						
9. Средняя скорость воды **v**, см/с						
10. Показание первого пьезометра $p_1/(\rho g)$, см						
11. Показание второго пьезометра $p_2/(\rho g)$, см						
12. Потери напора h_l, см						
13. Опытное значение коэффициента $\lambda_{оп}$						
14. Число Рейнольдса **Re**						
15. Эквивалентная шероховатость $\Delta_э$, см						
17. Толщина вязкого слоя δ, см						
18. Область сопротивления						

Состав отчета

Отчет составляется на стандартных листах формата А4 и включает в себя:

- краткие теоретические положения, где обязательно приводятся используемые расчетные формулы с расшифровкой обозначений и их размерностями;
- схему установки с названиями входящих в нее элементов;
- выводы по работе, в которых даются ответы на следующие вопросы: 11,12, 13, 14.

Список использованной литературы

1. ***Альтшуль А.Д.*** Гидравлические сопротивления. М.: Недра,1970.
2. ***Гейер В.Г., Дулин В.С.*** и др. Гидравлика и гидропривод. - М.: Недра, 1990.
3. ***Константинов Н.М.*** и др. Гидравлика, гидрология, гидрометрия. - М.: Высшая школа, 1987.
4. ***Идельчик И.Е.*** Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.:Машиностроение, 1992.
5. ***Лабораторный курс гидравлики, насосов и гидропередач.*** / под ред.С.С. Руднева и Л.Г. Подвидза. – М.: Машинотроение, 1984.
6. ***Чугаев Р.Р.*** Гидравлика (техническая механика жидкости). М.: Энергия, 1986

Татьяна Павловна Бебенина
Светлана Ивановна Часс
Наталья Владимировна Савинова

Лабораторный практикум по гидродинамике

Корректура кафедры технической механики
Подписано в печать 15.03.2004 г.
Бумага писчая. Формат 60x84 1/16.
Печ.л. 4,4. Уч.изд. л.3,89. Тираж 350 экз. Заказ №46

Издательство УГГГА
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральская государственная горно-геологическая академия
Лаборатория множительной техники

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

С. В. Ситдикова, В. П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы
для студентов всех форм обучения
направления подготовки бакалавров 15.03.06
«Мехатроника и робототехника»

Екатеринбург
2024

Министерство образования и науки РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«___» _____ 2024 г.
Председатель комиссии
_____ П. А. Осипов

С. В. Ситдикова, В. П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы
для студентов всех форм обучения
направления подготовки бакалавров 15.03.06
«Мехатроника и робототехника»

Издание УГГУ Екатеринбург, 2024

УДК 681.5.011 (075.8)

РЕЦЕНЗЕНТ: *Маругин А.П.,* канд. техн. наук, доцент кафедры электрификации горных предприятий Уральского государственного горного университета.

Работа рассмотрена на заседании кафедры автоматики и компьютерных технологий (протокол № от _____ 2024 г.) и рекомендована в качестве печатного издания в УГГУ.

С. В. Ситдикова, В. П. Барановский

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

: учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы / С. В. Ситдикова, В. П. Барановский; Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. 80 с.

АННОТАЦИЯ

Приведены задания на курсовую работу, изложен порядок выбора вариантов исходных данных, указана общая последовательность и даны рекомендации по выполнению расчетов и оформлению курсовой работы. В Приложении рассмотрены примеры выполнения отдельных разделов работы.

Для студентов всех форм обучения направления подготовки бакалавров 15.03.06 «Мехатроника и робототехника».

© Уральский государственный
горный университет, 2024
© Ситдикова С. В., 2024

ВВЕДЕНИЕ

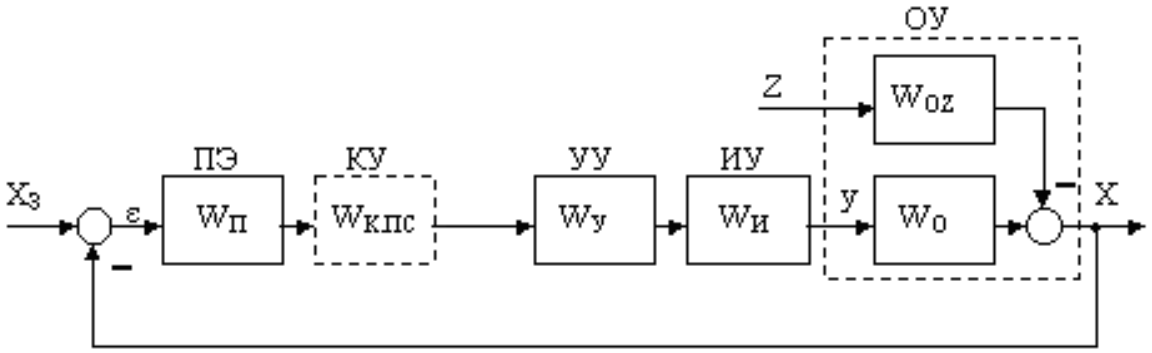
Учебным планом направления 15.03.06 «Мехатроника и робототехника», а также соответствующей программой дисциплины «Теория автоматического управления» предусмотрено выполнение студентами курсовой работы. Выполняя курсовую работу, студент должен глубже понять основные теоретические положения дисциплины и освоить ряд технических приемов расчета автоматических систем управления.

В курсовой работе студенту необходимо выполнить комплекс расчетов автоматической системы управления, заданной в виде обобщенной унифицированной алгоритмической схемы. В зависимости от варианта задания (см. раздел 1) это будет система, изображенная на рис. В.1 или на рис. В.2. Система состоит из объекта управления ОУ, преобразующего элемента ПЭ, исполнительного устройства ИУ, управляющего устройства УУ и одного корректирующего устройства КУ, включенного либо последовательно (см. рис. В.1), либо встречно-параллельно (см. рис. В.2) в основной контур системы. Кроме того, в основной контур системы, изображенной на рис. В.2, включен усилительный элемент УЭ. В зависимости от варианта задания исполнительное устройство системы ИУ может рассматриваться как идеальное интегрирующее звено или как инерционное звено первого порядка (без множителя p, обведенного на рис. В.1 и В.2 кружком). Соответственно вся система будет астатической или статической.

Выходная величина объекта x (управляемая величина системы) зависит от управляющего воздействия y и возмущающего воздействия z. Требуемый закон изменения величины x определяется задающим воздействием $x_з$.

Из-за действия обоих входных сигналов и из-за инерционности элементов системы в замкнутом контуре в переходных и установившихся режимах возникает сигнал отклонения (сигнал ошибки) ε, который складывается из двух составляющих: составляющей $\varepsilon_з$, обусловленной неточным воспроизведением задающего воздействия, и

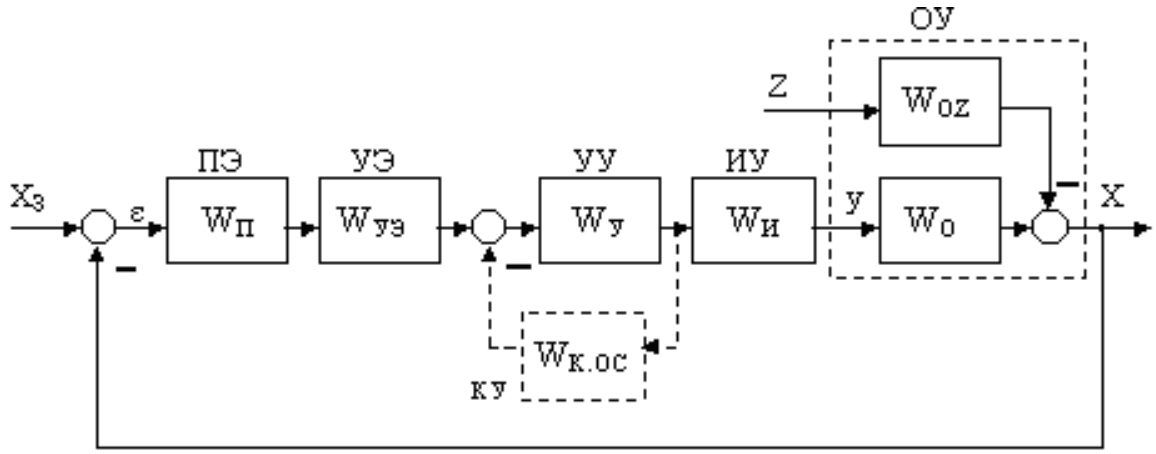
составляющей ε_z, обусловленной неполным подавлением возмущающего воздействия.



$$W_{\text{o}}(p)=\frac{k_{\text{o}}}{T_{\text{o}}p+1};\qquad W_{\text{oz}}(p)=\frac{k_{\text{oz}}}{T_{\text{oz}}p+1};\qquad W_{\text{y}}(p)=\frac{k_{\text{y}}}{T_{\text{y}}p+1};$$

$$W_{\text{и}}(p)=\frac{k_{\text{и}}}{p\,(T_{\text{и}}p+1)};\qquad W_{\text{п}}(p)=k_{\text{п}}$$

Рис. В.1. Алгоритмическая схема автоматической системы управления (для вариантов 0 – 4)



$$W_{\text{o}}(p)=\frac{k_{\text{o}}}{T_{\text{o}}p+1};\quad W_{\text{oz}}(p)=\frac{k_{\text{oz}}}{T_{\text{oz}}p+1};\quad W_{\text{y}}(p)=\frac{k_{\text{y}}}{T_{\text{y}}p+1};$$

$$W_{\text{и}}(p)=\frac{k_{\text{и}}}{p\,(T_{\text{и}}p+1)};\qquad W_{\text{п}}(p)=k_{\text{п}};\quad W_{\text{уэ}}(p)=\frac{k_{\text{уэ}}}{\mathrm{T}_{\text{уэ}}p+1}$$

Рис. В.2. Алгоритмическая схема автоматической системы управления (для вариантов 5 – 9)

При расчете автоматической системы управления рассматриваются вопросы анализа и структурно-параметрического синтеза при детерминированных воздействиях.

Анализ системы заключается в:

- расчете установившейся ошибки замкнутой системы по заданному каналу воздействия при заданном виде входного воздействия;
- определении устойчивости замкнутой системы по заданному критерию устойчивости;
- получению графика переходного процесса по заданному каналу воздействия и вычислению качественных показателей процесса.

Синтез системы состоит в:

- определении структуры и параметров корректирующего устройства;
- вычислении оптимального значения передаточного коэффициента усилительного элемента из условия минимума квадратичной интегральной оценки.

1. ВЫБОР ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Исходные параметры системы (и саму систему) каждый студент определяет в зависимости от номера задания, который выбирается в зависимости от первых трех букв фамилии студента (табл. 1.1). Например,

ИВАнов,	ПЕТров,	ТРОфимов
↓↓↓	↓↓↓	↓↓↓
210	628	865

Таблица 1.1

Определение номера задания на выполнение курсовой работы

Первые три буквы фамилии студента	А, Б	В, Г	Д, Е,Ё, Ж,З, И,Й	К	Л,М	Н,О	П,Р	С	Т,У, Ф,Х, Ъ,Ь	Ц,Ч Ш,Щ, Ы,Э, Ю,Я
Цифры разрядов номера задания	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Примечание. Если в группе учатся супруги, то жена номер задания определяет по девичьей фамилии.

В зависимости от номера задания выбирают варианты задания (рис. 1.1).

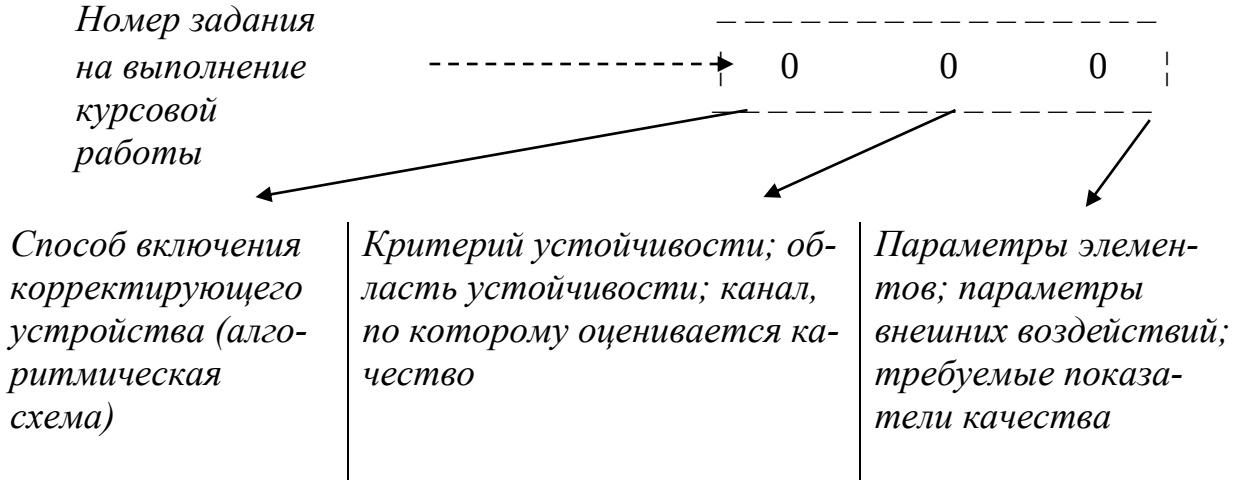


Рис. 1.1. Схема выбора вариантов задания

Цифра, стоящая в разряде единиц, определяет вариант параметров элементов (табл. 1.2, *а, б*) и вариант параметров внешних воздействий и требуемых показателей качества (табл. 1.3, *а, б*) Для нечетных цифр постоянная времени $T_и$ задана, и исполнительное устройство рассматривается как инерционное звено первого порядка (без множителя «*p*» на рис. В.1 и В.2), для четных цифр $T_и$=0 и исполнительное устройство рассматривается как идеальное интегрирующее звено с одним параметром $k_и$.

Цифра, стоящая в разряде десятков, определяет:

по табл. 1.4 – применяемый критерий устойчивости; параметры, в пространстве которых необходимо построить область устойчивости; канал системы, по которому необходимо оценить качество управления в установившихся и переходных режимах.

Каждый раздел работы соответствует определенному пункту задания.

Цифра, стоящая в разряде сотен, определяет способ включения корректирующего устройства и, вследствие этого, выбор исследуемой системы: для цифр 0-4 – последовательное включение (см. рис. В.1), для цифр 5-9 – встречно-параллельное (см. рис. В.2).

Таблица 1.2, *а*

Параметры элементов системы
(для алгоритмической схемы на рис. В.1)

Цифра единиц номера задания	ОУ			ИУ		УУ		ПЭ
	$k_о$	k_{oz}	$T_о=T_{oz}$, с	$k_и$	$T_и$, с	$k_у$	$T_у$, с	$k_п$
9	0,1	0,1	1,0	10,0	0,1	15	0,35	0,8
8	1,0	0,2	1,1	1,0	-	3	0,35	0,9
7	0,2	0,1	1,2	5,0	0,25	20	0,60	1,0
6	3,0	0,6	1,3	0,3	-	2	1,00	1,1
5	0,4	0,2	1,4	2,5	0,50	5	1,40	1,2
4	5,0	1,0	1,5	0,2	-	1	1,5	1,2
3	0,6	0,3	1,6	0,35	0,35	20	1,20	1,1
2	7,0	1,4	1,7	0,1	-	2	0,85	1,0
1	0,8	0,4	1,8	1,2	0,20	15	0,60	0,9
0	9,0	1,8	1,9	0,1	-	3	0,45	0,8

Таблица 1.2, *б*

Параметры линейных элементов системы
(для алгоритмической схемы на рис. В.2)

Цифра единиц номера задания	УО			ИУ		УУ		УЭ		ПЭ
	$k_о$	k_{oz}	$T_о=T_{oz}$, с	$k_и$	$T_и$, с	$k_у$	$T_у$, с	$k_{уэ}$	$T_{уэ}$, с	$k_п$
9	0,5	0,25	2,0	2,0	0,2	0,2	0,8	10,0	0,6	0,90
8	1,0	0,50	2,1	1,0	-	1,0	1,0	2,0	0,7	0,95
7	2,0	1,00	2,2	0,50	0,4	2,0	1,2	5,0	0,8	1,00
6	3,0	1,50	2,3	0,35	-	0,5	1,4	2,0	0,9	1,05
5	4,0	2,00	2,4	0,25	0,6	3,0	1,6	5,0	1,2	1,10
4	5,0	2,50	2,5	0,20	-	0,5	1,8	3,0	1,4	1,10
3	6,0	3,00	2,6	0,15	0,8	2,0	2,0	2,5	1,8	1,05
2	7,0	3,50	2,7	0,15	-	0,25	2,2	2,0	1,9	1,00
1	8,0	4,00	2,8	0,10	1,0	2,0	2,4	5,0	1,5	0,95
0	9,0	4,50	2,9	0,10	-	0,5	2,6	2,0	1,7	0,90

Таблица 1.3, *а*

Параметры внешних воздействий и требуемые показатели качества системы (для алгоритмической схемы на рис. В.1)

Цифра единиц номера задания	Параметры воздействий вида a_o+a_1t		Показатели качества				
			в установившемся режиме		в переходном режиме		
	a_o	a_1	$\varepsilon_з$	ε_z	σ, %	$t_п$, с	M
9	1,0	-	0,05	0,005	20	1,0	1,25
8	-	2,0	0,50	0,10	25	3,0	1,30
7	3,0	-	0,20	0,02	30	1,5	1,50
6	-	4,0	2,00	1,20	35	4,5	1,60
5	5,0	-	0,50	0,10	40	2,5	1,80
4	-	6,0	4,00	4,00	40	5,0	1,80
3	7,0	-	0,50	0,15	35	2,0	1,60
2	-	8,0	4,00	5,60	30	5,5	1,50
1	9,0	-	0,45	0,20	25	1,5	1,30
0	-	10,0	3,00	5,00	20	5,0	1,25

Таблица 1.3, *б*

Параметры внешних воздействий и требуемые показатели качества системы (для алгоритмической схемы на рис. В.2)

Цифра единиц номера задания	Параметры воздействий вида a_o+a_1t		Показатели качества				
			в установившемся режиме		в переходном режиме		
	a_o	a_1	$\varepsilon_з$	ε_z	σ, %	$t_п$, с	M
9	0,5	-	0,02	0,005	25	1,5	1,3
8	-	1,0	0,50	0,25	25	6,0	1,3
7	2,0	-	0,10	0,10	30	2,0	1,5
6	-	3,0	2,00	3,00	30	10,0	1,5
5	4,0	-	0,30	0,60	35	3,0	1,6
4	-	5,0	4,00	10,0	35	8,0	1,6
3	6,0	-	0,50	1,50	30	4,0	1,5
2	-	7,0	8,00	28,0	30	10,0	1,5
1	8,0	-	0,70	2,80	25	5,0	1,3
0	-	9,0	11,0	50,0	25	10,0	1,3

Таблица 1.4

Выбор заданий по анализу устойчивости и качества системы

Цифра десятков номера задания	Критерий устойчивости	Область устойчивости по параметрам	Показатели качества по каналу	
			в установившемся режиме	в переходном режиме
9	Гурвица	$k_{и}$ и $T_{у}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - x$
8	Михайлова	$k_{и}$ и $T_{о}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - \varepsilon$
7	Найквиста	$k_{п}$ и $T_{у}$	$z - x$	$z - x$
6	«Логарифмический»	$k_{о}$ и $T_{у}$	$z - \varepsilon$	$z - \varepsilon$
5	Гурвица	$k_{п}$ и $T_{и}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - x$
4	Михайлова	$k_{и}$ и $T_{о}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - \varepsilon$
3	Найквиста	k и $T_{и}$	$z - x$	$z - x$
2	«Логарифмический»	k и $T_{о}$	$z - \varepsilon$	$z - \varepsilon$
1	Гурвица	$k_{п}$ и $T_{о}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - x$
0	Найквиста	k и $T_{у}$	$x_{з} - \varepsilon$	$x_{з} - \varepsilon$

Все исходные данные и указания, выбранные из табл. 1.2 – 1.4 в соответствии с номером задания, выбранным из табл. 1.1, студент вписывает в специальный бланк задания на курсовую работу (см. Приложения 1, 2) и представляет на утверждение руководителю курсовой работы.

При оформлении курсовой работы бланк задания служит титульным листом.

2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа состоит из 6 разделов:

1. Оценка точности в установившемся режиме.
2. Проверка устойчивости исходной системы.
3. Расчет корректирующего устройства.
4. Построение области устойчивости скорректированной системы.
5. Построение графика переходного процесса и оценка качества скорректированной системы.
6. Вычисление и минимизация квадратичной интегральной оценки при типовом воздействии.

Перечень возможных рисунков курсовой работы

Рис. 1. Алгоритмическая схема рассчитываемой системы управления.

Рис. 2. Годограф Михайлова нескорректированной системы.

Рис. 2. Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) разомкнутого контура нескорректированной системы.

Рис. 2. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура нескорректированной системы.

Рис. 3. К расчету корректирующего устройства.

Рис. 4. Принципиальная схема корректирующего устройства.

Рис. 5. Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметра… .

Рис. 5. Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметров… и … .

Рис. 6. Переходная характеристика замкнутой скорректированной системы по каналу … .

Рис. 7. Зависимость квадратичной интегральной оценки скорректированной системы от коэффициента k_y.

В некоторых вариантах курсовой работы рис. 2 отсутствует и нумерация рисунков соответственно смещается.

Перечень возможных таблиц курсовой работы

Таблица 1. Годограф Михайлова.

Таблица 1. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутого контура.

Таблица 1. Фазовая частотная характеристика разомкнутого контура.

Таблица 2. Граница области устойчивости системы.

Таблица 3. Исходные данные для цифрового моделирования.

Таблица 4. Результаты цифрового моделирования.

Таблица 5. Зависимость квадратичной интегральной оценки от коэффициента k_y**.**

3. УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

3.1. Указания к разделу «Оценка точности в установившемся режиме»

Точность статической системы в установившемся режиме оценивают при ступенчатом воздействии, а точность астатической – при линейном. Для вычисления значения сигнала ошибки в установившемся режиме следует воспользоваться теоремой Лапласа о конечном значении оригинала или методом коэффициентов ошибок.

Сначала записывают передаточную функцию замкнутой системы по заданному каналу воздействия. Например, по каналу «$x_з$–ε» передаточная функция запишется (для рис. В.1) в виде:

$$\Phi(p) = \frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)} = \frac{1}{1 + W_п(p)W_у(p)W_и(p)W_о(p)}. \qquad (3.1)$$

Затем в формулу (3.1) следует подставить выражения для передаточных функций элементов системы. Далее для заданного канала воздействия записывают теорему Лапласа о конечном значении оригинала

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} p\Phi(p)X_з(p). \qquad (3.2)$$

Результатом решения формулы (3.2) является полученное в общем виде (а затем и в численном) значение сигнала ошибки ε(t) в установившемся режиме. Если это значение удовлетворяет заданному, то расчет окончен. Если не удовлетворяет, то следует вычислить новое (большее) значение передаточного коэффициента $k_у$, обеспечивающее требуемое значение сигнала ошибки. Проверить правильность решения в общем виде для различных каналов воздействий можно при помощи табл. 4.2 в [1].

3.2. Указания к разделу «Проверка устойчивости исходной системы»

Проверка устойчивости замкнутой нескорректированной системы по заданному критерию проводится или один раз (если в разделе «Оценка точности...» численное значение передаточного коэффициента $k_у$ осталось неизменным), или дважды (при исходном и большем значении $k_у$).

3.2.1. Критерий устойчивости Гурвица

Исходным выражением для определения устойчивости по данному критерию является характеристическое уравнение **замкнутого** контура системы

$$1 + W_{рк}(p) = 0, \qquad (3.3)$$

где $W_{рк}(p)$ – передаточная функция разомкнутого контура. Например, для алгоритмической схемы на рис. В.2 передаточная функция разомкнутого контура системы запишется в виде

$$W_{рк}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{у}(p)W_{и}(p)W_{о}(p). \qquad (3.4)$$

Подставив в формулу (3.3) формулу (3.4), получают характеристическое уравнение замкнутого контура системы сначала в общем, а затем в численном виде. Затем составляют определитель Гурвица (с. 259-264 [1]) и на основании формулировки критерия Гурвица делают вывод об устойчивости (или неустойчивости) системы.

3.2.2. Критерий устойчивости Михайлова

Исходным выражением для определения устойчивости по данному критерию является характеристическое уравнение **замкнутого** контура системы (см. формулу (3.3) данного пособия). После подстановки в формулу (3.3) передаточной функции разомкнутого контура системы $W_{рк}(p)$, затем подстановки в формулу для $W_{рк}(p)$ передаточных функций элементов системы, получают характеристический полином системы, который в общем виде (для схемы на рис. В.1) записывается как

$$F(p) = a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3, \qquad (3.5)$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 – коэффициенты характеристического полинома, зависящие от постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы.

Далее в выражении (3.5) делают подстановку $p = j\omega$ и получают функцию комплексного переменного

$$F(j\omega) = a_0 (j\omega)^3 + a_1 (j\omega)^2 + a_2 j\omega + a_3 = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (3.6)$$

Затем задаются численными значениями частоты ω от 0 до ω=∞, вычисляют значения $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ на этих частотах и строят годограф Михайлова. Далее на основании формулировки критерия Михайлова (с. 266-272 [1]) делают вывод об устойчивости системы.

Суждение об устойчивости системы можно сделать и без построения годографа Михайлова, используя следствие из критерия. Для этого надо найти корни уравнений

$$P(\omega) = 0, \qquad Q(\omega) = 0 \qquad (3.7)$$

и на основании формулировки следствия сделать вывод об устойчивости системы.

3.2.3. Критерий устойчивости Найквиста

Исходным выражением для определения устойчивости по данному критерию является передаточная функция **разомкнутого** контура системы $W_{\text{рк}}(p)$. Затем в этой формуле делают подстановку $p = j\omega$ и записывают

$$W_{\text{рк}}(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \qquad (3.8)$$

где $A(\omega) = |W_{\text{рк}}(j\omega)|$ – амплитудно-частотная функция системы;
$\varphi(\omega) = \arg W_{\text{рк}}(j\omega)$ – фазо-частотная функция системы.

Далее, задаваясь значениями частоты ω от 0 до ω=∞, в координатах $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ строят график $W_{рк}(j\omega)$ – амплитудно-фазо-частотную характеристику разомкнутого контура системы, и на основании основной формулировки критерия Найквиста (с. 272-280 [1]) делают вывод об устойчивости системы. График функции $W_{рк}(j\omega)$ можно построить и другим способом, разложив эту функцию на действительную и мнимую составляющие

$$W_{рк}(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (3.9)$$

3.2.4. Логарифмический критерий устойчивости

Этот критерий является разновидностью основной формулировки критерия Найквиста и применяется для определения устойчивости замкнутых систем, разомкнутый контур которых образован последовательным соединением типовых динамических звеньев. Для определения устойчивости системы строят 2 графика: логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) и фазо-частотную характеристику **разомкнутого** контура. Формулировка критерия и пример определения устойчивости статической системы третьего порядка приведены на с. 280-282 [1].

3.3. Указания к разделу «Расчет корректирующего устройства»

Расчет корректирующего устройства осуществляется при помощи логарифмических частотных характеристик. Результатами расчета являются передаточная функция, принципиальная схема и параметры корректирующего устройства, передаточная функция скорректированной системы. Для замкнутой скорректированной системы следует определить запасы устойчивости по фазе и по амплитуде. При выборе корректирующего устройства по справочным таблицам допускается приближенная замена требуемой характеристики.

3.3.1. Расчет последовательного корректирующего

устройства (для алгоритмической схемы на рис. В.1)

Решение задачи коррекции осуществляют в следующей последовательности (с. 392-396 [1]):

1. Строят ЛАЧХ нескорректированной системы $L_{нс}(\omega)$.

2. По заданным показателям качества замкнутой системы в переходном режиме σ, $t_п$, M строят ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$. При этом параметры среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы рассчитывают по формулам

$$\omega_{ср} = \frac{0{,}12\pi\sigma}{t_п},\ \omega_2 = \frac{M-1}{M}\omega_{ср},\ \omega_3 = \frac{M+1}{M}\omega_{ср}. \qquad (3.10)$$

3. Из ЛАЧХ скорректированной системы вычитают ЛАЧХ нескорректированной системы и получают ЛАЧХ последовательного корректирующего устройства $L_{ку}(\omega)$.

4. По виду ЛАЧХ корректирующего устройства выбирают принципиальную схему (см. табл. 7.2 [1]), записывают передаточную функцию $W_{ку}(p)$, а затем рассчитывают параметры устройства.

5. Записывают передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы $W_{ск}(p)=W_{ку}(p)W_{нс}(p)$ и вычисляют запасы устойчивости замкнутой системы по фазе $\Delta\varphi$ и по амплитуде ΔL.

Для вычисления запаса по фазе $\Delta\varphi$ вычисляют фазовый сдвиг системы на частоте среза ($\omega_{ср}$)

$$\varphi(\omega_{ср}) = \arg W_{ск}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_{ср}}, \qquad (3.11)$$

откуда запас по фазе равен

$$\Delta\varphi = 180^{\circ} - \left|\varphi(\omega_{ср})\right|. \qquad (3.12)$$

Для определения запаса устойчивости по амплитуде ΔL следует сначала найти частоту ω_π, при которой фазовый сдвиг системы будет равен $-180^{\circ}\pm 1^{\circ}$,

$$\varphi(\omega_\pi) = \arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_\pi} = -180^\circ(\pm 1^\circ) \qquad (3.13)$$

Частоту ω_π находят подбором, учитывая при этом, что $\omega_\pi > \omega_{\text{ср}}$. *З*атем по графику ЛАЧХ скорректированной системы находят запас устойчивости по амплитуде ΔL (см. рис. 6.5 [1]).

3.3.2. Расчет встречно-параллельного корректирующего устройства (для алгоритмической схемы на рис. В.2)

Решение задачи коррекции осуществляется в следующей последовательности (с. 392-396 [1]):

1. Строят ЛАЧХ звеньев, не охваченных обратной связью $L_{\text{но}}(\omega)$. При этом передаточный коэффициент $k_{\text{у}}$ следует реализовать за счет изменения передаточного коэффициента $k_{\text{п}}$.

2. По заданным показателям качества системы в переходном режиме σ, $t_{\text{п}}$, M строят ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{\text{ск}}(\omega)$. При этом параметры среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы находят по формулам (3.10).

3. Из ЛАЧХ звеньев, не охваченных обратной связью, вычитают ЛАЧХ скорректированной системы и получают ЛАЧХ звена обратной связи $L_{\text{ос}}(\omega)$.

4. По виду ЛАЧХ обратной связи $L_{\text{ос}}(\omega)$ выбирают принципиальную схему (см. табл. 7.2 [1]) и записывают передаточную функцию устройства $W_{\text{ос}}(\omega)$, а затем рассчитывают параметры устройства.

5. Записывают передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы $W_{\text{ск}}(p) = W_{\text{но}}(p)/W_{\text{ос}}(p)$ и вычисляют запасы устойчивости замкнутой системы по фазе $\Delta\varphi$ и по амплитуде ΔL (см. формулы (3.11-3.13) данного пособия).

3.4. Указания к разделу «Построение области устойчивости скорректированной системы»

3.4.1. Построение области устойчивости в плоскости одного параметра (с. 284-287 [1])

Исходным выражением для построения является характеристическое уравнение **замкнутого** контура скорректированной системы (см. раздел 3.3. данного пособия)

$$1+W_{\text{ск}}(p)=0\,. \qquad (3.14)$$

Данное уравнение решают относительно интересующего нас параметра *(k, $k_{\text{о}}$, $k_{\text{у}}$, $k_{\text{и}}$)* и после подстановки $p=j\omega$ представляют в виде, например,

$$k=P(\omega)+jQ(\omega)\,. \qquad (3.15)$$

Затем, изменяя частоту ω от 0 до $+\infty$, строят одну ветвь кривой *D*-разбиения, а вторую ветвь кривой (при изменении частоты ω от $-\infty$ до 0) достраивают как зеркальное отражение первой ветви, затем кривую штрихуют.

После построения кривой *D*-разбиения на рисунке следует показать точку, соответствующую принятому значению варьируемого параметра.

3.4.2. Построение области устойчивости в плоскости двух параметров

Исходным выражением для построения области устойчивости является характеристическое уравнение замкнутого контура скорректированной системы (см. формулу (3.14) данного пособия). Затем в соответствии с методикой и примерами, приведенными на с. 287-295 [1], строят кривую *D*-разбиения, особые прямые и штрихуют их. На рисунке следует показать точку, соответствующую принятым значениям варьируемых параметров.

В процессе выполнения раздела «Расчет корректирующего устройства» может оказаться, что в передаточную функцию скорректированной системы не будет входить постоянная времени, которая приведена в задании для построения области устойчивости. В этом

случае построение области устойчивости в плоскости двух параметров иногда «вырождается» в построение области устойчивости в плоскости одного параметра и **следует проконсультироваться** с преподавателем о дальнейшем ходе решения.

3.5. Указания к разделу «Построение графика переходного процесса и оценка качества скорректированной системы»

В этом разделе необходимо построить график переходного процесса в **замкнутой** скорректированной системе по заданному каналу воздействия, вызванного единичным ступенчатым воздействием. Оценка качества системы осуществляется по форме переходного процесса, числу полуколебаний, периоду затухающих колебаний, первому максимальному отклонению, длительности и перерегулированию. Значения двух последних показателей сравнивают с требуемыми значениями. График переходного процесса системы следует получить при помощи моделирования системы на цифровой вычислительной машине (ЦВМ).

Исходным выражением для моделирования является передаточная функция **замкнутой** скорректированной системы по заданному каналу воздействия, представленная в следующем виде:

$$\Phi(p) = \frac{b_0 p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4}. \qquad (3.16)$$

Затем составляют таблицу исходных данных для цифрового моделирования, куда входят коэффициенты b_i и a_i из формулы (3.16), а также «шаг интегрирования» Δt, «шаг печати» $t_{\text{печ}}$ и «длительность выполнения расчетов» $t_{\text{к}}$.

Таблица 3.1

Исходные данные для цифрового моделирования

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	Δt	$t_{\text{печ}}$	$t_{\text{к}}$

Рекомендуется выбирать $t_{\text{к}} \approx 1{,}2t_{\text{п}}$, где $t_{\text{п}}$ – заданное время переходного процесса; $t_{\text{печ}} = t_{\text{к}}/20$; $\Delta t = t_{\text{печ}}/50$. В табл. 3.1 вместо отсутствующих коэффициентов следует (без смещения других коэффициентов) ставить нули.

После ввода исходных данных в ПК получают листинг результатов расчёта, на основании которого строят график переходного процесса. Листинг результатов расчёта подшивается к курсовому проекту. Результаты расчёта следует проверить, используя формулы Лапласа о конечном и начальном значении оригинала,

$$\Phi(0) = h(\infty),\ \Phi(\infty) = h(0) \qquad (3.17)$$

и при необходимости повторить решение, подкорректировав численные значения Δt, $t_{\text{печ}}$, $t_{\text{к}}$.

При получении неустойчивого машинного решения следует уменьшить Δt с соответствующим пересчётом $t_{\text{печ}}$ и $t_{\text{к}}$.

График переходного процесса можно получить и другим способом, используя систему МАТЛАБ [2].

3.6. Указания к разделу «Вычисление и минимизация квадратичной интегральной оценки при типовом воздействии»

Квадратичная интегральная оценка вычисляется при **единичном ступенчатом воздействии**. При этом допускается (по согласованию с преподавателем) упрощение передаточной функции скорректированной системы.

Исходным выражением для дальнейших расчетов является передаточная функция **замкнутой** скорректированной системы по заданному каналу воздействия, записанная в виде:

$$\Phi(p)=\frac{b_0 p^{\mathrm{m}}+b_1 p^{\mathrm{m}-1}+\ldots+b_{\mathrm{m}}}{a_0 p^{\mathrm{n}}+a_1 p^{\mathrm{n}-1}+\ldots+a_{\mathrm{n}}}. \qquad (3.18)$$

Пусть задан канал воздействия «$x_з$-ε»,тогда:

$$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)}. \qquad (3.19)$$

Находят выражение для изображения переходной составляющей сигнала ошибки

$$\varepsilon_{\mathrm{п}}(p)=\left[\Phi_\varepsilon(p)-\Phi_\varepsilon(0)\right]\cdot 1/p. \qquad (3.20)$$

При решении выражения (3.20) сначала проводят математические операции в квадратных скобках, при этом возможны следующие упрощения (если передаточный коэффициент разомкнутого контура $k_{\mathrm{рк}}\geq 10$):

$$k_{\mathrm{рк}}+1=k_{\mathrm{рк}}, \qquad k_{\mathrm{рк}}-1=k_{\mathrm{рк}}. \qquad (3.21)$$

Далее выражение (3.20) записывают как отношение следующих полиномов:

$$\varepsilon_{\mathrm{п}}(p)=\frac{c_0 p^{n-1}+c_1 p^{n-2}+\ldots+c_{n-1}}{d_0 p^{n}+d_1 p^{n-1}+\ldots+d_n}=\frac{C(p)}{D(p)}. \qquad (3.22)$$

В дальнейшем для вычисления квадратичной интегральной оценки $Q_{\text{кв}_\text{в}}$ по выражению (3.22) используют методику, изложенную на с. 328-336 [1].

Минимум интегральной оценки и оптимальное значение передаточного коэффициента $k_{\text{рк}}$ рекомендуется определять непосредственно по графику функции $Q_{\text{кв}}=f(k_{\text{рк}})$, построенного по точкам. Затем от оптимального значения коэффициента $k_{\text{рк}}$ следует перейти к оптимальному значению передаточного коэффициента $k_{\text{у}}$.

4. ОФОРМЛЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа оформляется на стандартных листах белой писчей бумаги формата А4 (210×297) в виде распечатки с электронного варианта, причем используется только одна сторона каждого листа.

Страницы курсовой работы должны иметь поля. Заголовки разделов рекомендуется выделять.

Математические преобразования и расчеты, выполняемые в каждом разделе курсовой работы, необходимо сопровождать краткими текстовыми пояснениями, связывающими исходное математическое выражение (характеристическое уравнение, характеристическую функцию, амплитудно-фазовую частотную характеристику, передаточную функцию и т. п.), конечную расчетную формулу, таблицу с вычисленными значениями и соответствующий график. **Особое внимание следует уделять четкому формулированию выводов в конце каждого раздела.**

При получении переходных характеристик скорректированной системы (см. раздел 5 курсовой работы) способом **цифрового моделирования** следует привести листинг программы с распечаткой результатов или результаты расчета в виде вычисленных значений ординат переходной функции в соответствующие моменты времени.

Математические выражения необходимо записывать вначале в самом общем виде – через передаточные и частотные функции отдельных звеньев, затем, вместо каждой функции W_i, подставляется ее конкретный вид, далее производятся алгебраические преобразования

и упрощения, и, наконец, подстановка числовых значений постоянных времени и передаточных коэффициентов звеньев.

Название и номер рисунка пишутся под рисунком. Название и номер таблицы пишутся над таблицей. Располагают рисунки и таблицы после первой ссылки на них.

При использовании справочников, учебников и специальной литературы в тексте следует делать соответствующие ссылки: в квадратных скобках указывается номер литературного источника в списке. Список литературы приводится на последней странице курсовой работы сразу после раздела 6. **Перед списком литературы должно быть приведено развернутое заключение по выполненной работе.**

В конце курсовой работы ставятся дата и подпись студента.

Все листы курсовой работы (включая лист с содержанием работы и листы с рисунками и таблицами) необходимо пронумеровать. Номера ставятся в середине нижнего поля страницы. Разделы, рисунки, таблицы и страницы нумеруются арабскими цифрами. Нумерацию рисунков, таблиц и формул рекомендуется делать сквозной по всей работе. На все рисунки и таблицы должны быть ссылки.

Все листы должны быть скреплены между собой и сброшюрованы в обложке из плотной бумаги. На обложке стандартным шрифтом пишется содержание титульного листа.

После проверки работы преподавателем со студентом проводится собеседование по содержанию работы. Оценка работы определяется качеством выполнения работы и результатами собеседования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленном пособии студент должен выполнить курсовую работу в виде комплекса расчетов линейной системы управления, работающей при различных входных воздействиях.

После оценки точности в установившемся режиме (раздел 1 курсовой работы) может оказаться, что автоматическая система при оценке ее устойчивости (раздел 2 курсовой работы) будет неустойчивой как при заданном значении передаточного коэффициента управляющего устройства k_y, так и при новом, выбранном по условию точности, большем значении k_y. А может случиться, что при заданном значении k_y система является устойчивой, а при новом – неустойчивой. В обоих случаях в разделе 3 курсовой работы будут одновременно выполнены 2 задачи: задача стабилизации (приведение системы из неустойчивого состояния в устойчивое) и задача коррекции (придание системе нового качества).

При оценке запасов устойчивости замкнутой системы по фазе и амплитуде (раздел 3 курсовой работы) может случиться, что полученные результаты не соответствуют рекомендуемым (см. с. 311-312 [1]). В этом случае необходимо по согласованию с преподавателем изменить заданные показатели качества или сделать правильные выводы о причинах несоответствия.

При построении области устойчивости в плоскости двух параметров заданные значения параметров **обязательно** должны попасть в область устойчивости, в противном случае следует искать математические ошибки. «Вырождение» области устойчивости в плоскости двух параметров в область устойчивости в плоскости одного параметра возможно (в рамках рассматриваемого курсовой работы) только для системы третьего порядка с интегрирующим исполнительным устройством.

При сравнении полученных показателей качества переходного процесса с заданными показателями при выполнении раздела 5 курсовой работы следует сделать выводы о причинах несоответствия.

При вычислении оптимального передаточного коэффициента управляющего устройства k_y в разделе 6 курсовой работы следует

понимать, что одинаковые численные значения коэффициента k_y в этом разделе и в разделе 1 курсовой работы могут быть только случайными, так как критерии оптимальности в разделах разные. В первом разделе коэффициент k_y выбирают из условия заданной точности в установившемся режиме, в шестом – из условия минимума квадратичной интегральной оценки по заданному каналу воздействия.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лукас В. А.* Теория автоматического управления: учебное пособие / В. А. Лукас. 4-е издание, исправленное. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2005. 677 с.

2. *Леонов Р. Е.* Решение типовых линейных задач в системе МАТЛАБ: учебное пособие / Р. Е. Леонов. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. 168 с.

3. *Лукас В. А., Барановский В. П.* Теория автоматического управления. Часть 1. Математическое описание, анализ устойчивости и качества линейных непрерывных систем управления: курс лекций / В. А. Лукас, В. П. Барановский. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2007. 226 с.

4. *Лукас В. А., Барановский В. П.* Основы теории автоматического управления: учебное пособие / В. А. Лукас, В. П. Барановский. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2007. 190 с.

Приложение 1

Титульный лист курсовой работы

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра автоматики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА
по дисциплине
«ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»

Тема: Комплекс расчётов линейной
системы управления

Группа_____

Студент_____

Номер задания_____

Руководитель_____

Екатеринбург, 20_ _

Приложение 2

Задание на выполнение курсовой работы

ЗАДАНИЕ №

Для автоматической системы, алгоритмическая схема которой приведена на рис. В.1 (или В.2), выполнить следующие расчёты:

1. При заданных параметрах линейной системы (см. табл. 1.2, *а, б*) $k_о$= ; k_{oz}= ;$T_о$=T_{oz}= ,с; $k_и$= ;$T_и$= ,с; $k_у$= ;$T_у$= ,с; $k_{уэ}$= ; $T_{уэ}$= ,с; $k_п$= оценить точность в установившемся режиме по каналу _____(см. табл. 1.4) при типовом воздействии _____(см. табл. 1.3, *а, б*).

При неудовлетворительной точности выбрать значение передаточного коэффициента $k_у$, обеспечивающее требуемое значение сигнала ошибки $\varepsilon_з(\varepsilon_z)\leq$ _____(см. табл. 1.3, *а, б*).

2. С помощью критерия _____(см. табл. 1.4) проверить устойчивость линейной системы при заданных и выбранных параметрах.

3. По требуемым показателям качества в переходном режиме σ = ,%; $t_п$ = , с; M = (см. табл. 1.3, *а, б*) определить структуру и параметры корректирующего устройства (см. рис. В.1 или В.2).

4. Методом *D*-разбиения построить область устойчивости по параметрам _____(см. табл. 1.4) для скорректированной системы.

5. На ЦВМ получить график переходного процесса по каналу _____(см. табл. 1.4) и сравнить полученные показатели качества с требуемыми.

6. Для замкнутой скорректированной системы вычислить квадратичную интегральную оценку по каналу _____(см. табл. 1.4) и определить оптимальное значение коэффициента $k_у$.

Дата выдачи задания Подпись руководителя

Приложение 3

ПРИМЕРЫ РАСЧЁТА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

П.3.1. Оценка точности в установившемся режиме

Оценим точность **статического** варианта системы в установившемся режиме по каналу «$x_з$-ε» при **ступенчатом** воздействии $x_з(t)=a_о$ для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.1. Подставим в формулу (3.1) передаточные функции элементов системы

$$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)}=\frac{1}{1+\dfrac{k_п k_у k_и k_о}{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)}}= \tag{П.3.1}$$

$$=\frac{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)}{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)+k_п k_у k_и k_о}.$$

Запишем теорему Лапласа о конечном значении оригинала для сигнала ошибки (см. формулу 3.2) с учётом формулы (П.3.1) и изображения ступенчатого воздействия $X_з(p)=a_о/p$

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\frac{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)}{(T_у p+1)(T_и p+1)(T_о p+1)+k_п k_у k_и k_о}\cdot\frac{a_о}{p}. \tag{П.3.2}$$

После упрощения выражения (П.3.2) и взятия предела получим

$$\varepsilon_з(\infty)=\frac{a_о}{1+k_п k_у k_и k_о}. \tag{П.3.3}$$

С учётом заданных численных значений передаточных коэффициентов элементов системы ($k_п$=1,0; $k_у$=20; $k_и$=5,0; $k_о$=0,2) и величины входного сигнала ($a_о$=3,0) получим

$$\varepsilon_з(\infty)=\frac{3{,}0}{1+1{,}0\cdot 2{,}0\cdot 5{,}0\cdot 0{,}2}\approx 0{,}14. \tag{П.3.4}$$

Исходя из решения (П.3.4) и условия точности системы в установившемся режиме по рассматриваемому каналу воздействия

(например, $\varepsilon_з \le 0{,}2$) видно, что передаточный коэффициент управляющего устройства ($k_у = 20$) обеспечивает значение сигнала ошибки ниже требуемого, следовательно, точность системы при заданных условиях удовлетворительная.

Предположим, требуемая точность по заданному каналу воздействия должна быть $\varepsilon_з \le 0{,}1$. В этом случае новое большее значение передаточного коэффициента управляющего устройства $k_у$ следует определить из условия

$$0{,}10 = \frac{3{,}0}{1 + 1{,}0 \cdot k_у \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}2}, \qquad (П.3.5)$$

откуда $k_у \approx 29$.

Оценим точность **астатического** варианта системы (системы с интегрирующим исполнительным устройством) в установившемся режиме по каналу «$x_з$-ε» при линейном воздействии $x_з(t)=a_1 t$ для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.2. Перепишем формулу (3.1) с учётом дополнительного элемента $W_{уэ}(p)$, введённого в контур системы,

$$\Phi(p) = \frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)} = \frac{1}{1 + W_п(p) W_{уэ}(p) W_у(p) W_и(p) W_о(p)}. \qquad (П.3.6)$$

Подставим в формулу (П.3.6) передаточные функции элементов системы

$$\Phi(p) = \frac{\varepsilon(p)}{X_з(p)} = \frac{1}{1 + \dfrac{k_п k_{уэ} k_у k_и k_о}{p(T_{уэ}p + 1)(T_у p + 1)(T_о p + 1)}} =$$

$$= \frac{p(T_{уэ}p + 1)(T_у p + 1)(T_о p + 1)}{p(T_{уэ}p + 1)(T_у p + 1)(T_о p + 1) + k_п k_{уэ} k_у k_и k_о}. \qquad (П.3.7)$$

Запишем теорему Лапласа о конечном значении оригинала для сигнала ошибки (см. формулу 3.2) с учётом формулы (П.3.7) и изображения линейного воздействия $X_з(p)=a_1/p^2$

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\frac{p(T_{\text{уэ}}p+1)(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}{p(T_{\text{уэ}}p+1)(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)+k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}\cdot\frac{a_1}{p^2}. \quad \text{(П.3.8)}$$

После упрощения выражения (П.3.8) и взятия предела получим

$$\varepsilon_{\text{з}}(\infty)=\frac{a_1}{k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}. \quad \text{(П.3.9)}$$

С учётом заданных численных значений передаточных коэффициентов элементов системы ($k_{\text{п}}$=1,1; $k_{\text{уэ}}$=2,0; $k_{\text{у}}$=5,0; $k_{\text{и}}$=2,0; $k_{\text{о}}$=2,5) и величины входного сигнала (a_1=5,0) получим

$$\varepsilon_{\text{з}}(\infty)=\frac{5,0}{1,1\cdot 2\cdot 5\cdot 2\cdot 2,5}\approx 0,09. \quad \text{(П.3.10)}$$

Исходя из решения (П.3.10) и условия точности системы в установившемся режиме по рассматриваемому каналу воздействия (например, $\varepsilon_{\text{з}}\le 0,05$) видно, что передаточный коэффициент управляющего устройства $k_{\text{у}}$=5,0 не обеспечивает требуемой точности. Новое, бóльшее значение передаточного коэффициента $k_{\text{у}}$ найдём из условия

$$0,05=\frac{5,0}{1,1\cdot 2\cdot k_{\text{у}}\cdot 2\cdot 2,5}, \quad \text{(П.3.11)}$$

откуда $k_{\text{у}}\approx 9,1$.

Оценим точность системы в установившемся режиме по каналу «z-ε», предварительно записав передаточную функцию замкнутой системы по этому каналу (для рис. В.2)

$$\Phi(p)=\frac{\varepsilon(p)}{Z(p)}=\frac{W_{\text{oz}}(p)}{1+W_{\text{п}}(p)W_{\text{уэ}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p)}, \quad \text{(П.3.12)}$$

Запишем теорему Лапласа о конечном значении оригинала для сигнала ошибки по каналу «z-ε»

$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\varepsilon(p)=\lim_{p\to 0}p\Phi(p)Z(p), \quad \text{(П.3.13)}$$

где $Z(p)$ – изображение по Лапласу возмущающего воздействия: для $z(t)=a_0$ $Z(p)=a_0/p$, а для $z(t)=a_1 t$ $Z(p)=a_1/p^2$.

Подставив в формулу (П.3.12) передаточные функции элементов системы, с учётом формулы (П.3.13) получим следующие выражения в общем виде для сигнала ошибки:

- для статической системы

$$\varepsilon_z(\infty)=\frac{a_{\text{о}}k_{oz}}{1+k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}, \qquad \text{(П.3.14)}$$

- для астатической системы

$$\varepsilon_z(\infty)=\frac{a_1 k_{oz}}{k_{\text{п}}k_{\text{уэ}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}. \qquad \text{(П.3.15)}$$

Если после подстановки в формулы (П.3.14) или (П.3.15) численных значений передаточных коэффициентов элементов системы и величин входного сигнала точность системы удовлетворяет заданной, то расчёт точности закончен; если не удовлетворяет, то новое, бóльшее значение передаточного коэффициента управляющего устройства $k_{\text{у}}$ следует найти, подставив в формулы (П.3.14) или (П.3.15) требуемые по условию точности численные значения сигнала ошибки ε_z из табл. 1.3, *а* или табл. 1.3, *б*.

Для оценки точности системы по каналу «*z*-*x*» запишем передаточную функцию замкнутой системы по этому каналу (для рис. В.2)

$$\Phi(p)=\frac{X(p)}{Z(p)}=\frac{-W_{\text{oz}}(p)}{1+W_{\text{п}}(p)W_{\text{уэ}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p)}. \qquad \text{(П.3.16)}$$

Сравнивая формулы (П.3.12) и (П.3.16), можно отметить, что они отличаются только знаками числителя передаточных функций. Таким образом, при оценке точности по каналу «*z*-*x*» можно считать, что он идентичен каналу «*z*-ε». В дальнейшем знак минус в числителе формулы (П.3.16) следует опустить и точность рассматривать по формулам (П.3.14) или (П.3.15).

П.3.2. Проверка устойчивости исходной системы

П.3.2.1. Критерий устойчивости Гурвица

Исходным выражением для определения устойчивости по критерию Гурвица является характеристическое уравнение **замкнутого** контура системы (см. формулу (3.3)). Подставим в формулу (3.3) передаточные функции элементов системы для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.1,

$$1 + W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p) = 0. \qquad \text{(П.3.17)}$$

Подставим в формулу (П.3.17) содержание передаточных функций элементов для **статического** варианта системы

$$1 + \frac{k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}{(T_{\text{у}}p + 1)(T_{\text{и}}p + 1)(T_{\text{о}}p + 1)} = 0. \qquad \text{(П.3.18)}$$

Преобразуем выражение (П.3.18)

$$T_{\text{у}}T_{\text{и}}T_{\text{о}}p^3 + (T_{\text{у}}T_{\text{и}} + T_{\text{и}}T_{\text{о}} + T_{\text{у}}T_{\text{о}})p^2 + \\ + (T_{\text{у}} + T_{\text{и}} + T_{\text{о}})p + 1 + k_{\text{рк}} = 0, \qquad \text{(П.3.19)}$$

где $k_{\text{рк}}=k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Подставим в уравнение (П.3.19) численные значения постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы для одного из вариантов задания

$$0{,}18p^3 + 1{,}17p^2 + 2{,}05p + 21 = 0. \qquad \text{(П.3.20)}$$

Перепишем уравнение (П.3.20) в общем виде

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0, \qquad \text{(П.3.21)}$$

где a_0=0,18; a_1=1,17; a_2=2,05; a_3=21.

В соответствии с формулировкой критерия устойчивости Гурвица [1] помимо условия положительности всех коэффициентов характеристического уравнения в системе любого порядка для устойчивости исследуемой системы **третьего** порядка должно выполняться условие

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \qquad (П.3.22)$$

Подставив в формулу (П.3.22) численные значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3, получим $\Delta_2 = -1{,}38 < 0$. Из этого следует, что при заданном передаточном коэффициенте разомкнутого контура ($k_{рк} = 20$) замкнутая система является **неустойчивой**. Вследствие этого, при выполнении третьего раздела курсового проекта, помимо задания системе конкретного качества, систему одновременно стабилизируют, то есть приводят в устойчивое состояние.

Определим устойчивость замкнутой системы, представленной на рис. В.2. В соответствии с формулой (3.3) запишем характеристическое уравнение замкнутого контура

$$1 + W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{у}(p)W_{и}(p)W_{о}(p) = 0. \qquad (П.3.23)$$

Подставим в формулу (П.3.23) содержание передаточных функций элементов для **астатического** варианта системы

$$1 + \frac{k_{п}k_{уэ}k_{у}k_{и}k_{о}}{p(T_{уэ}p + 1)(T_{у}p + 1)(T_{о}p + 1)} = 0. \qquad (П.3.24)$$

Преобразуем выражение (П.3.24)

$$T_{уэ}T_{у}T_{о}p^4 + (T_{уэ}T_{у} + T_{уэ}T_{о} + T_{у}T_{о})p^3 + (T_{уэ} + T_{о} + T_{у})p^2 + p + k_{рк} = 0, \qquad (П.3.25)$$

где $k_{рк} = k_{п}k_{уэ}k_{у}k_{и}k_{о}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Подставим в уравнение (П.3.25) численные значения постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы для одного из вариантов задания

$$6p^4+11p^3+6p^2+p+0{,}45=0. \qquad (П.3.26)$$

Перепишем уравнение (П.3.26) в общем виде

$$a_0p^4+a_1p^3+a_2p^2+a_3p+a_4=0, \qquad (П.3.27)$$

где a_0=6; a_1=11; a_2=6; a_3=1; a_4=0,45.

В соответствии с формулировкой критерия устойчивости Гурвица [1], помимо условия положительности всех коэффициентов характеристического уравнения, в системе любого порядка для устойчивости исследуемой системы **четвертого** порядка должно выполняться условие:

$$\Delta_3 = a_1a_2a_3 - a_0a_3^2 - a_1^2a_4 > 0. \qquad (П.3.28)$$

Подставив в формулу (П.3.28) численные значения коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, получим $\Delta_3 = 5{,}55 > 0$. Следовательно, рассматриваемая замкнутая система устойчива.

П.3.2.2. Критерий устойчивости Михайлова

Исходным выражением для определения устойчивости является характеристическое уравнение **замкнутой** системы (см. формулу (3.3)). Запишем характеристическое уравнение системы для алгоритмической схемы, представленной на рис. В.1,

$$1+W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p)=0. \qquad (П.3.29)$$

Подставим в формулу (П.3.29) содержание передаточных функций элементов для **астатического** варианта системы

$$1+\frac{k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}{p(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}=0. \qquad (П.3.30)$$

Преобразуем выражение (П.3.30) и представим его в виде полинома

$$T_{\text{у}}T_{\text{о}}p^3+(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})p^2+p+k_{\text{рк}}= F(p), \qquad (П.3.31)$$

где $k_{рк}=k_п k_у k_и k_о$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Подставим в формулу (П.3.31) численные значения постоянных времени и передаточных коэффициентов элементов системы для одного из вариантов задания и сделаем подстановку $p = j\omega$

$$-0{,}385j\omega^3 - 1{,}45\omega^2 + j\omega + 2{,}7 = F(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega). \qquad (П.3.32)$$

Разложим выражение (П.3.32) на действительную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ составляющие

$$P(\omega) = 2{,}7 - 1{,}45\omega^2, \qquad Q(\omega) = \omega - 0{,}385\omega^3. \qquad (П.3.33)$$

Вычислим значения $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до ∞ и результаты сведем в таблицу.

Таблица П.3.1

Годограф Михайлова

ω	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,3	1,5	1,61	1,7
$P(\omega)$	2,7	2,64	2,46	2,17	1,77	1,25	0,24	-0,56	-1,05	-1,49
$Q(\omega)$	0	0,2	0,37	0,51	0,6	0,615	0,45	0,2	0	-0,19

По данным табл. П.3.1 строим график.

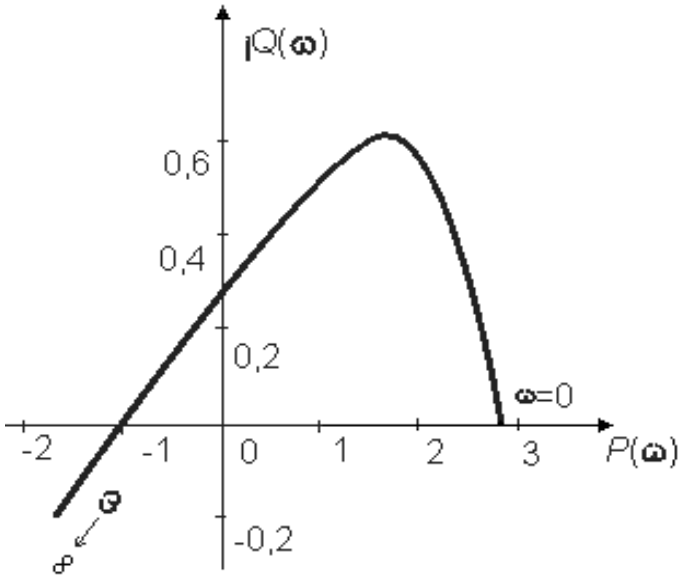


Рис. П.3.1. Годограф Михайлова нескорректированной системы

Проанализировав график на рис. П.3.1, можно на основании формулировки критерия Михайлова* (с. 266-272 [1]) сделать вывод, что исследуемая замкнутая система управления устойчивая.

Правильность вывода об устойчивости (неустойчивости) системы по виду годографа Михайлова можно проверить, используя следствие из критерия. Для этого следует найти корни уравнения $P(\omega) = 0$ и $Q(\omega) = 0$. Для рассматриваемого примера (формула (П.3.33)) корни уравнений будут следующие: $\omega_{м1} = 0$; $\omega_{g1} = 1{,}36$; $\omega_{м2} = 1{,}61$.

Так как корни уравнений чередуются (численные значения корней $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ следуют друг за другом: 0→1,36→1,61), то (в соответствии с формулировкой следствия из критерия Михайлова) исследуемая система управления будет устойчивой.

При определении устойчивости системы для алгоритмической системы на рис. В.2 полином (3.5) будет не третьего порядка, а четвертого за счет введения в контур элемента с передаточной функцией $W_{уэ}(p)$. В остальном последовательность определения факта устойчивости (неустойчивости) системы та же, что и для системы третьего порядка, с той лишь разницей, что годограф Михайлова устойчивой системы четвертого порядка должен последовательно, не обращаясь в ноль, обойти четыре квадранта.

П.3.2.3. Критерий устойчивости Найквиста

Исходным выражением для определения устойчивости является передаточная функция **разомкнутого** контура системы $W_{рк}(p)$. Запишем передаточную функцию для **статического** варианта системы, представленной на рис. В.2,

$$W_{рк}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{у}(p)W_{и}(p)W_{о}(p) = \\ = \frac{k_{п}k_{уэ}k_{у}k_{и}k_{о}}{(T_{уэ}p+1)(T_{у}p+1)(T_{и}p+1)(T_{о}p+1)}. \qquad (П.3.34)$$

---

* Формулировку критерия устойчивости Михайлова следует привести при оформлении курсовой работы.

Сделаем в формуле (П.3.34) подстановку $p = j\omega$

$$W_{\text{рк}}(j\omega) = \frac{k_{\text{рк}}}{(T_{\text{уэ}} j\omega + 1)(T_{\text{у}} j\omega + 1)(T_{\text{и}} j\omega + 1)(T_{\text{о}} j\omega + 1)}, \quad \text{(П.3.35)}$$

где $k_{\text{рк}}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Представим $W_{\text{рк}}(j\omega)$ в соответствии с формулой (3.8) через амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазо-частотную $\varphi(\omega)$ функции

$$A(\omega) = \left|W_{\text{рк}}(j\omega)\right| = \frac{k_{\text{рк}}}{\sqrt{T_{\text{уэ}}^2\omega^2 + 1}\sqrt{T_{\text{у}}^2\omega^2 + 1}\sqrt{T_{\text{и}}^2\omega^2 + 1}\sqrt{T_{\text{о}}^2\omega^2 + 1}}; \quad \text{(П.3.36)}$$

$$\varphi(\omega) = \arg W_{\text{рк}}(j\omega) = -\operatorname{arctg} T_{\text{уэ}}\omega - \operatorname{arctg} T_{\text{у}}\omega - \\ - \operatorname{arctg} T_{\text{и}}\omega - \operatorname{arctg} T_{\text{о}}\omega \quad \text{(П.3.37)}$$

Подставим в формулы (П.3.36) и (П.3.37) численные значения передаточных коэффициентов и постоянных времени для одного из вариантов задания

$$A(\omega) = \frac{19}{\sqrt{0{,}64\omega^2 + 1}\sqrt{1{,}44\omega^2 + 1}\sqrt{0{,}16\omega^2 + 1}\sqrt{4{,}84\omega^2 + 1}}; \quad \text{(П.3.38)}$$

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} 0{,}8\omega - \operatorname{arctg} 1{,}2\omega - \operatorname{arctg} 0{,}4\omega - \operatorname{arctg} 2{,}2\omega. \quad \text{(П.3.39)}$$

Для построения графика амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) составим таблицу изменения функций $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ при вариации частоты ω.

Таблица П.3.2

АФЧХ разомкнутого контура

ω	0	0,1	0,2	0,3	0,5	1,0	1,5	2,0	5,0
$A(\omega)$	19	18,4	16,7	14,4	9,9	3,65	1,5	0,67	0,03
$\varphi(\omega)$, град	0	-26	-51	-74	-112	-176	-215	-241	-305

По данным табл. П.3.2 строим график АФЧХ.

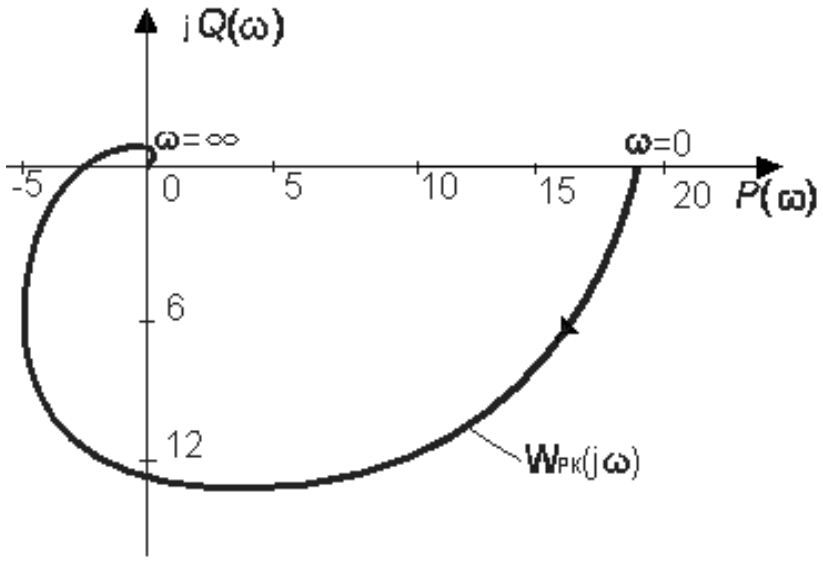


Рис. П.3.2. Амлитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутого контура нескорректированной системы

Анализируя график на рис. П.3.2, отмечаем, что на основании основной формулировки критерия устойчивости Найквиста† (с. 272-280 [1]) исследуемая замкнутая система неустойчивая.

Определим устойчивость для **астатического** варианта системы, представленной на рис. В.1. Запишем передаточную функцию разомкнутого контура системы $W_{\text{рк}}(p)$

$$W_{\text{рк}}(p) = W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p) = \\ = \frac{k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}}{p(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}. \qquad \text{(П.3.40)}$$

Сделаем в формуле (П.3.40) подстановку $p=j\omega$

$$W_{\text{рк}}(j\omega) = \frac{k_{\text{рк}}}{j\omega(T_{\text{у}}j\omega+1)(T_{\text{о}}j\omega+1)}, \qquad \text{(П.3.41)}$$

† Основную формулировку критерия устойчивости Найквиста следует привести при оформлении курсовой работы.

где $k_{рк}=k_п k_у k_и k_о$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура системы.

Представим $W_{рк}(j\omega)$ в соответствии с формулой (3.8) через амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазо-частотную $\varphi(\omega)$ функции

$$A(\omega) = \left|W_{рк}(j\omega)\right| = \frac{k_{рк}}{\omega\sqrt{T_у^2\omega^2+1}\sqrt{T_о^2\omega^2+1}}; \qquad (П.3.42)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W_{рк}(j\omega) = -90° - \operatorname{arctg} T_у\omega - \operatorname{arctg} T_о\omega. \qquad (П.3.43)$$

Подставим в формулы (П.3.36) и (П.3.37) численные значения передаточных коэффициентов и постоянных времени для одного из вариантов задания

$$A(\omega) = \left|W_{рк}(j\omega)\right| = \frac{1{,}2}{\omega\sqrt{2{,}25\omega^2+1}\sqrt{2{,}25\omega^2+1}}; \qquad (П.3.44)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W_{рк}(j\omega) = -90° - \operatorname{arctg}1{,}5\omega - \operatorname{arctg}1{,}5\omega. \qquad (П.3.45)$$

Для построения графика амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) составим таблицу изменения функций $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ при вариации частоты ω.

Таблица П.3.3

АФЧХ разомкнутого контура

ω	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3
$A(\omega)$	8,3	4,7	2,5	1,0	0,7	0,5	0,4	0,3	0,2	0,19
$\varphi(\omega)$, град	-134	-154	-164	-172	-180	-187	-193	-198	-203	-207

По данным таблицы П.3.3 строим график АФЧХ.

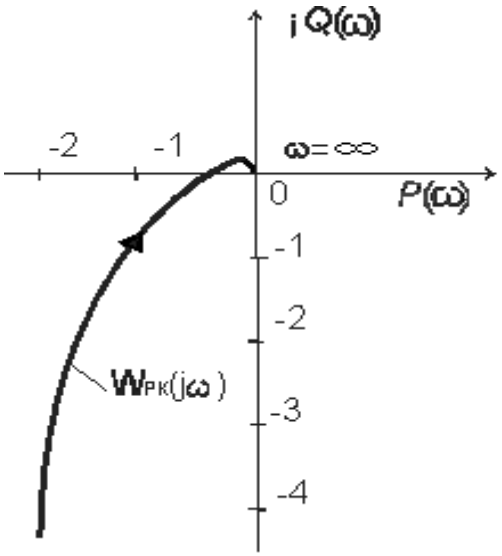


Рис. П.3.3. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутого контура нескорректированной системы

Анализируя график на рис. П.3.3, отмечаем, что на основании основной формулировки критерия устойчивости Найквиста (с. 272-280 [1]) исследуемая замкнутая система является устойчивой.

График функции $W_{рк}(j\omega)$ можно построить и другим способом, разложив эту функцию на действительную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ составляющие в соответствии с формулой (3.9). Для этого в знаменателях функций $W_{рк}(j\omega)$ (см. формулы (П.3.35) и (П.3.41)) перемножают скобки, приводят подобные члены, отделяют действительную часть от мнимой и умножают числитель и знаменатель функций на выражение, сопряженное знаменателю. Затем составляют таблицу изменения функций $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ при вариации частоты ω и стоят график АФЧХ.

П.3.2.4. Логарифмический критерий устойчивости

Для определения устойчивости **замкнутой** системы строят два графика – логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) и фазо-частотную характеристику (ФЧХ) разомкнутой системы. Исходным выражением для построения является передаточная функция разомкнутой нескорректированной системы $W_{нс}(p)$.

Построим приближенную ЛАЧХ для **статического** варианта системы, представленной на рис. В.1. Запишем передаточную функцию этой системы

$$W_{\text{нс}}(p) = W_{\text{п}}(p)W_{\text{у}}(p)W_{\text{и}}(p)W_{\text{о}}(p) = \\ = \frac{k_{\text{рк}}}{(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{и}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}, \qquad \text{(П.3.46)}$$

где $k_{\text{рк}}=k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{и}}k_{\text{о}}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура.

Произведем необходимые вспомогательные операции для построения ЛАЧХ, для чего найдем значения $20\lg k_{\text{рк}}$, значения сопрягающих частот и их логарифмов в порядке возрастания, например, $\omega_{\text{с1}}=1/T_{\text{о}}$, $\omega_{\text{с2}}=1/T_{\text{у}}$, $\omega_{\text{с3}}=1/T_{\text{и}}$, $\lg\omega_{\text{ci}}$. ЛАЧХ трех последовательно соединенных инерционных звеньев первого порядка $L_{\text{нс}}(\omega)$ строим на основании **правила** построения ЛАЧХ одного инерционного звена первого порядка (с. 168-169 [1]) и с учетом того, что

$$L_{\text{нс}}(\omega) = L_{\text{у}}(\omega) + L_{\text{и}}(\omega) + L_{\text{о}}(\omega), \qquad \text{(П.3.47)}$$

где $L_{\text{у}}(\omega)$, $L_{\text{и}}(\omega)$, $L_{\text{о}}(\omega)$ – ЛАЧХ соответственно управляющего устройства, исполнительного устройства и объекта управления.

Выполним вспомогательные вычисления по построению ЛАЧХ для одного из вариантов задания: $20\lg k_{\text{рк}} \approx 18$ дБ; $\omega_{\text{с1}} \approx 0{,}83$ с$^{-1}$; $\omega_{\text{с2}} \approx 1{,}69$ с$^{-1}$; $\omega_{\text{с3}} \approx 4$ с$^{-1}$; $\lg\omega_{\text{с1}} \approx -0{,}08$; $\lg\omega_{\text{с2}} \approx 0{,}22$; $\lg\omega_{\text{с3}} \approx 0{,}6$.

Запишем формулу для построения ФЧХ системы

$$\varphi_{\text{нс}}(\omega) = \arg W_{\text{рк}}(j\omega) = -\text{arctg}T_{\text{у}}\omega - \text{arctg}T_{\text{и}}\omega - \text{arctg}T_{\text{о}}\omega \qquad \text{(П.3.48)}$$

и для вышеприведенного варианта задания составим таблицу изменения $\varphi_{\text{нс}}(\omega)$ при вариации частоты ω от нуля до ∞.

Таблица П.3.4

Фазовая частотная характеристика разомкнутого контура

ω	0,1	1	2	3	4	5
$\varphi(\omega)$, град	-11,7	-95,1	-144,1	-172,3	-190,6	-203,3

На рис. П.3.4 представлены ЛАЧХ и ФЧХ разомкнутой системы.

На основании анализа рис. П.3.4 делаем вывод, что $\left|\varphi_{нс}(\omega_{ср})\right| < 180^{o}$ и $L_{нс}(\omega_{\pi}) < 0$. Поэтому в соответствии с формулировкой логарифмического критерия устойчивости (с. 280 [1]) рассматриваемая замкнутая система устойчива.‡

Построим приближенную ЛАЧХ (рис. П.3.4) для **астатического** варианта системы, представленной на рис. В.2.

Запишем передаточную функцию этой системы

$$W_{нс}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{у}(p)W_{и}(p)W_{о}(p) = \\ = \frac{k_{рк}}{p(T_{уэ}p+1)(T_{у}p+1)(T_{о}p+1)}, \qquad (П.3.49)$$

где $k_{рк} = k_{п}k_{уэ}k_{у}k_{и}k_{о}$ – передаточный коэффициент разомкнутого контура.

Произведем необходимые вспомогательные операции для построения ЛАЧХ, для чего найдем значения $20\lg k_{рк}$, значения сопрягающих частот и их логарифмов в порядке возрастания, например, $\omega_{с1} = 1/T_{о}$, $\omega_{с2} = 1/T_{у,}$ $\omega_{с3} = 1/T_{уэ,}$ $\lg\omega_{сi}$. ЛАЧХ трех последовательно соединенных инерционных звеньев первого порядка и идеального интегрирующего звена $L_{нс}(\omega)$ строим на основании **правил** построения ЛАЧХ инерционного звена первого порядка и интегрирующего звена (с. 168-169, 185 [1]) и с учетом того, что

$$L_{нс}(\omega) = L_{уэ}(\omega) + L_{у}(\omega) + L_{и}(\omega) + L_{о}(\omega), \qquad (П.3.50)$$

где $L_{уэ}(\omega)$, $L_{у}(\omega)$, $L_{и}(\omega)$, $L_{о}(\omega)$ – ЛАЧХ соответственно усилительного элемента, управляющего устройства, исполнительного устройства и объекта управления.

---

‡ При оформлении курсовой работы следует привести полную формулировку критерия устойчивости.

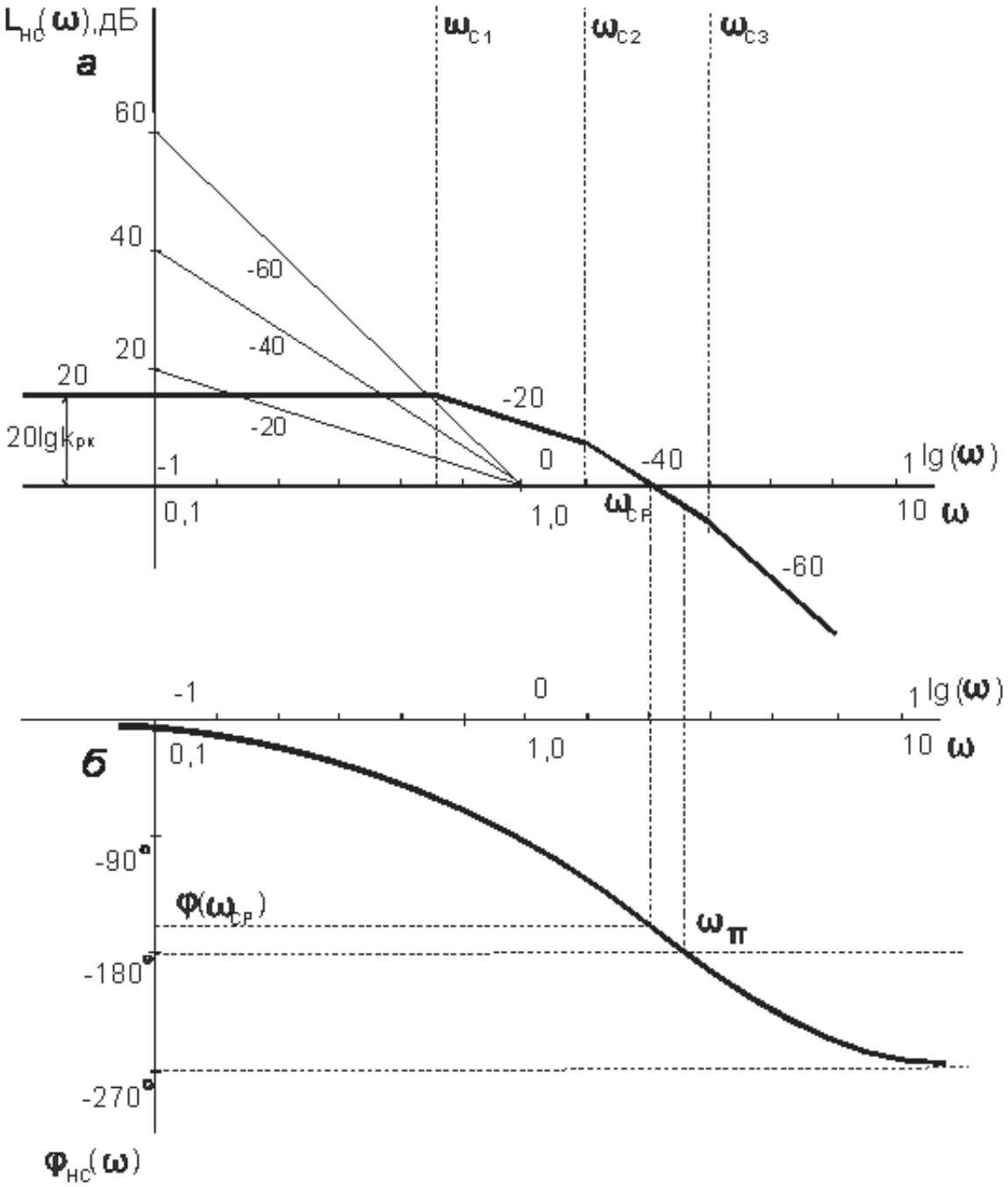


Рис. П.3.4. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура нескорректированной статической системы:
а - ЛАЧХ, *б* - ФЧХ

При построении ЛАЧХ системы с астатизмом первого порядка сначала на частоте $\omega = 1\text{с}^{-1}$ откладывают $20\lg k_{\text{рк}}$, затем через эту точку проводят прямую с наклоном –20 дБ/декаду и изламывают ее на соответствующих сопрягающих частотах. Возможен другой способ построения: на оси частот откладывают частоту $\omega = k_{\text{рк}}$, через эту точку проводят прямую с наклоном –20дБ/декаду и изламывают ее на сопрягающих частотах.

При построении ЛАЧХ системы с астатизмом второго порядка на оси частот откладывают частоту $\omega = +\sqrt{k_{\text{рк}}}$, через эту точку проводят прямую с наклоном -40 дБ/декаду и изламывают её на сопрягающих частотах.

Выполним вспомогательные вычисления по построения ЛАЧХ астатической системы для одного из вариантов задания: $20\lg k_{\text{рк}} \approx 25$ дБ; $\omega_{\text{с1}} \approx 0{,}83\ \text{с}^{-1}$; $\omega_{\text{с2}} \approx 1{,}67\ \text{с}^{-1}$; $\omega_{\text{с3}} \approx 4\ \text{с}^{-1}$; $\lg\omega_{\text{с1}} \approx -0{,}08$; $\lg\omega_{\text{с2}} \approx 0{,}22$; $\lg\omega_{\text{с3}} \approx 0{,}6$.

Запишем формулу для построения ФЧХ системы

$$\varphi_{\text{нс}}(\omega) = -90^{o} - \text{arctg}(T_{\text{о}}\omega) - \text{arctg}(T_{\text{у}}\omega) - \text{arctg}(T_{\text{уэ}}\omega) \qquad \text{(П.3.51)}$$

и для вышеприведенного варианта задания составим таблицу изменения $\varphi_{\text{нс}}(\omega)$ при вариации частоты ω от нуля до ∞.

Таблица П.3.5

Фазовая частотная характеристика разомкнутого контура

ω	0,1	0,5	1	2
$\varphi(\omega)$, град	-101,7	-144,8	-185,1	-234,1

На рис. П.3.5 представлены ЛАЧХ и ФЧХ разомкнутой системы.

На основании анализа рис. П.3.5 делаем вывод, что $\left|\varphi_{\text{нс}}(\omega_{\text{ср}})\right| > 180^{\text{o}}$ и $L_{\text{нс}}(\omega_{\pi}) > 0$. Поэтому в соответствии с формулировкой логарифмического критерия устойчивости (с. 280 [1]) рассматриваемая замкнутая система неустойчива.

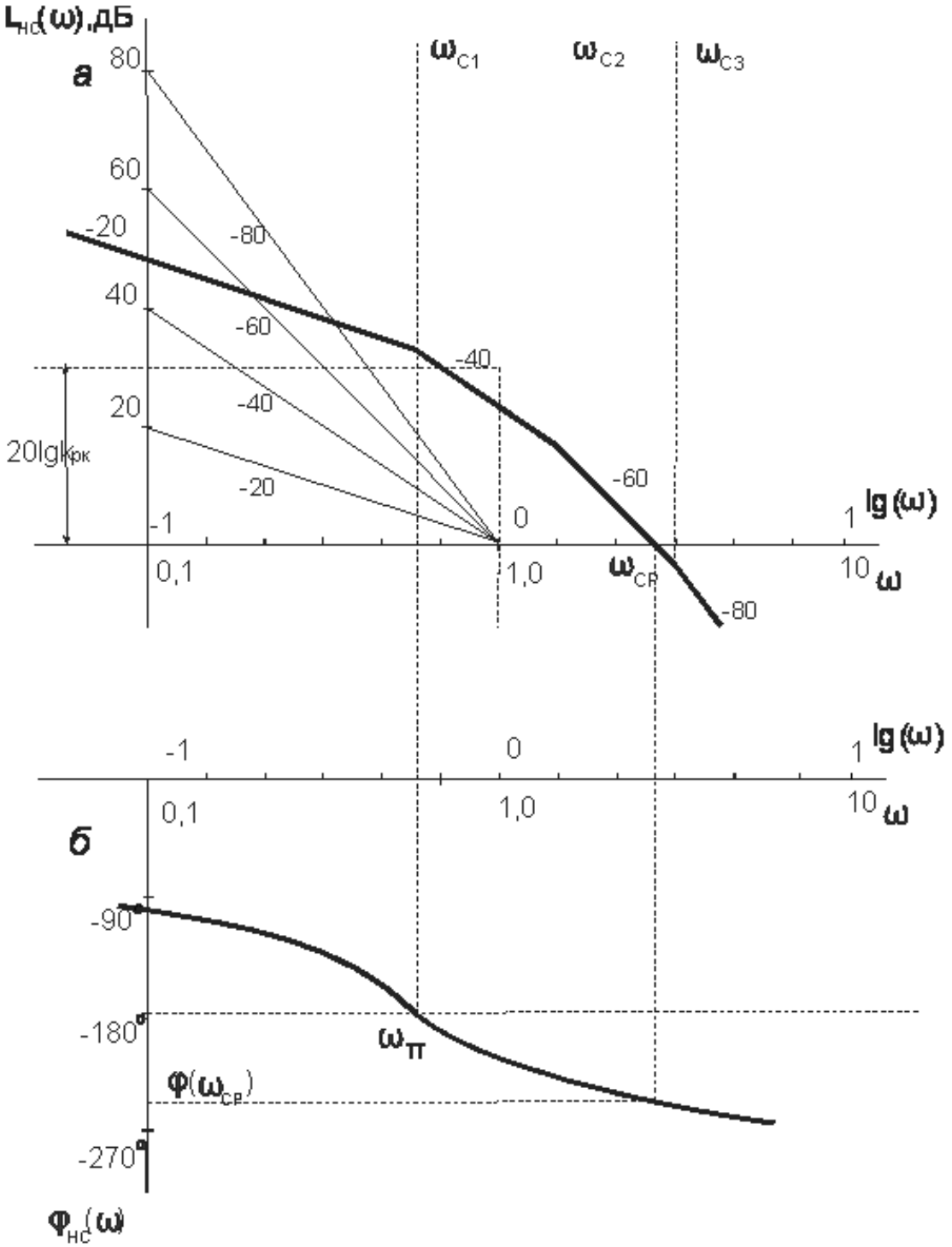


Рис. П.3.5. Логарифмические частотные характеристики разомкнутого контура нескорректированной астатической системы:
а – ЛАЧХ; *б* – ФЧХ

П.3.3. Расчет корректирующего устройства

П.3.3.1. Расчет последовательного корректирующего устройства

Рассчитаем последовательное корректирующее устройство для **статического** варианта системы управления, представленной на рис. В.1.

Решение задачи коррекции осуществляем для одного из вариантов задания в соответствии с методикой, изложенной на с. 392-396 [1], и в соответствии с последовательностью, изложенной в разд. 3.3.1 данного пособия.

Произведем вспомогательные вычисления, необходимые для построения ЛАЧХ нескорректированной системы $L_{нс}(\omega)$, описываемой передаточной функцией (П.3.46)

$$
\begin{aligned}
&20\lg k_{рк} = 20\lg 20 = 26 \text{ дБ};\\
&\omega_{с1} = \frac{1}{T_{о}} = \frac{1}{1,2} \approx 0,83 \text{ с}^{-1}; \qquad \lg \omega_{с1} \approx -0,08;\\
&\omega_{с2} = \frac{1}{T_{у}} = \frac{1}{0,6} \approx 1,67 \text{ с}^{-1}; \qquad \lg \omega_{с2} \approx 0,22;\\
&\omega_{с3} = \frac{1}{T_{и}} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ с}^{-1}; \qquad \lg \omega_{с3} \approx 0,6.
\end{aligned}
\qquad \text{(П.3.52)}
$$

ЛАЧХ нескорректированной (исходной) системы $L_{нс}(\omega)$ представлена на рис. П.3.6.

Построим ЛАЧХ скорректированой (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ по заданным показателям качества замкнутой системы в переходном режиме (σ, $t_{п}$, M), предварительно рассчитав параметры среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы в соответствии с формулами (3.10):

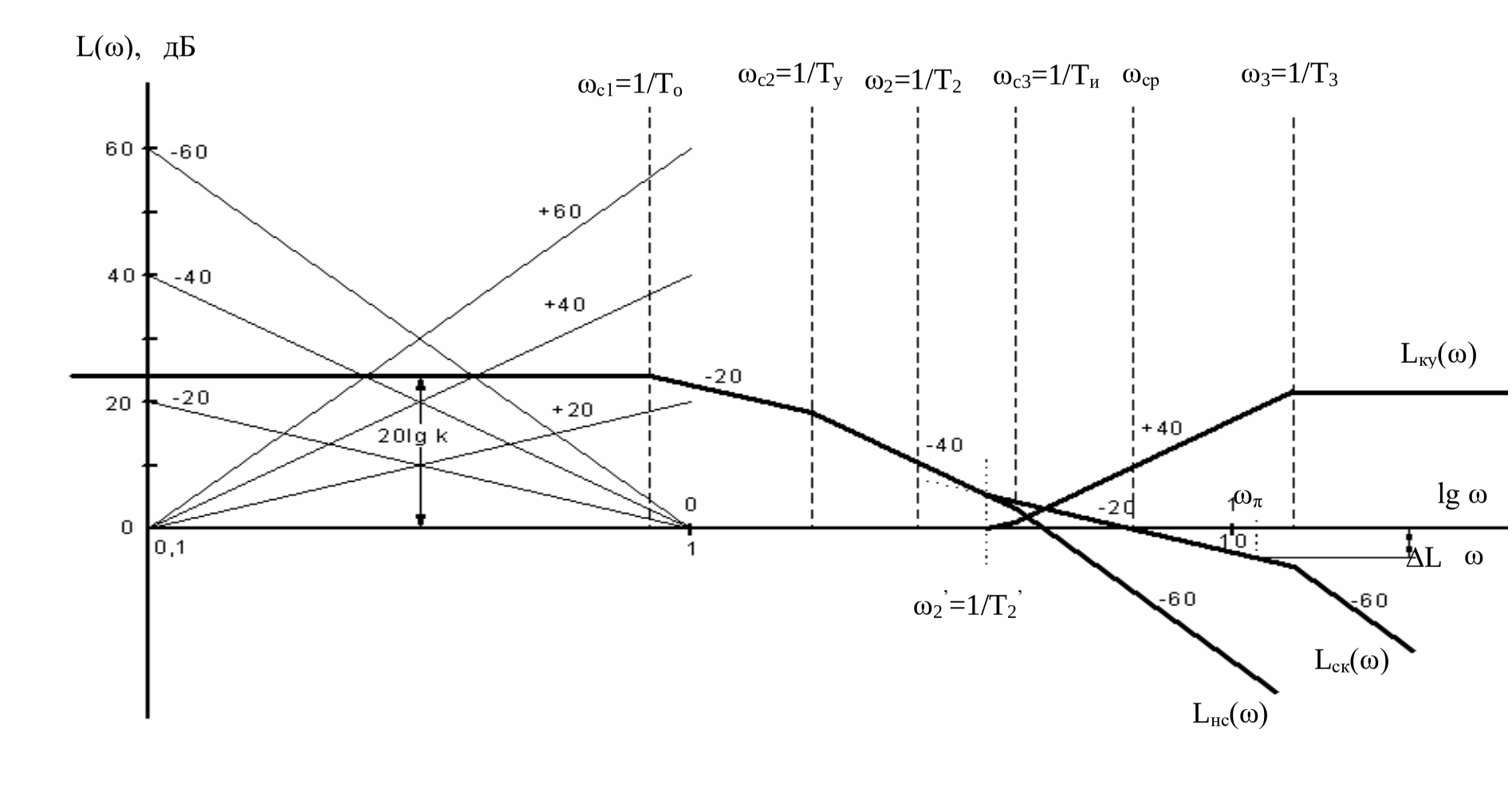


Рис. П.3.6. К расчёту последовательного корректирующего устройства

$$\omega_{ср} = \frac{0{,}12\pi\sigma}{t_{П}} = \frac{0{,}12\pi 30}{1{,}5} \approx 7{,}54 \ \text{с}^{-1}; \lg\omega_{ср} \approx 0{,}88;$$

$$\omega_2 = \frac{M-1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5-1}{1{,}5}7{,}54 \approx 2{,}51 \ \text{с}^{-1}; \lg\omega_2 \approx 0.39; \qquad \text{(П.3.53)}$$

$$\omega_3 = \frac{M+1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5+1}{1{,}5}7{,}54 = 12{,}57 \ \text{с}^{-1}; \lg\omega_3 \approx 1{,}1.$$

При построении ЛАЧХ скорректированной системы и ориентировании ее относительно ЛАЧХ нескорректированной системы рекомендуется при необходимости воспользоваться следующими рекомендациями:

1. Если среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы не доходит до ЛАЧХ исходной системы, то его (участок) следует продолжить до встречи с ЛАЧХ исходной системы, при этом с графика следует снять новое численное значение частоты ω_2.

2. Если среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы пересекает ЛАЧХ исходной системы, то его (участок) следует «обрезать» до встречи с ЛАЧХ исходной системы, при этом с графика следует снять новое численное значение частоты ω_2.

3. Если среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы проходит выше ЛАЧХ исходной системы, то последнюю надо приподнять до пересечения или сопряжения с ЛАЧХ желаемой системы, при этом с графика следует снять новое, бóльшее значение передаточного коэффициента разомкнутого контура $k_{рк}$ и новое численное значение частоты ω_2.

4. Разрешается при необходимости изменять частоту среза $\omega_{ср}$ на ±10 % от расчетного значения с одновременным пересчетом значений частот ω_2 и ω_3.

5. Если частоты среза ЛАЧХ желаемой и исходной систем расположены близко друг от друга, то следует обратиться к преподавателю для корректировки заданных показателей качества в переходном режиме (σ и $t_{п}$).

ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ приведена на рис. П.3.6. Для рассматриваемого варианта задания среднечастотный участок ЛАЧХ исходной системы пересёк ЛАЧХ исходной системы и, вследствие этого, был «обрезан» до встречи с ЛАЧХ исходной системы.

Вычтем из ЛАЧХ скорректированной системы ЛАЧХ нескорректированной системы и получим ЛАЧХ последовательного корректирующего устройства (см. рис. П.3.6.):

$$L_{ку}(\omega) = L_{ск}(\omega) - L_{нс}(\omega). \qquad (П.3.54)$$

По виду ЛАЧХ корректирующего устройства выбираем его принципиальную схему. Так как ЛАЧХ корректирующего устройства с увеличением частоты ω имеет тенденцию к увеличению амплитуды до частоты ω_3, то для его технической реализации выбираем две последовательно включённые интегро-дифференцирующие *rC*-цепи с преобладанием дифференцирования, разделённые усилителем (рис. П.3.7).

Запишем передаточную функцию корректирующего устройства

$$W_{ку}(p) = \left(k_1 \frac{T_2' p + 1}{T_з p + 1}\right) \cdot k_{доп} \cdot \left(k_2 \frac{T_и p + 1}{T_з p + 1}\right), \qquad (П.3.55)$$

где $T'_2 = 1/\omega'_2 = 1/3{,}21 \approx 0{,}31$ с (значение частоты ω'_2 снимаем с ЛАЧХ); $T_з = 1/\omega_3 = 1/12{,}57 \approx 0{,}08$ с.

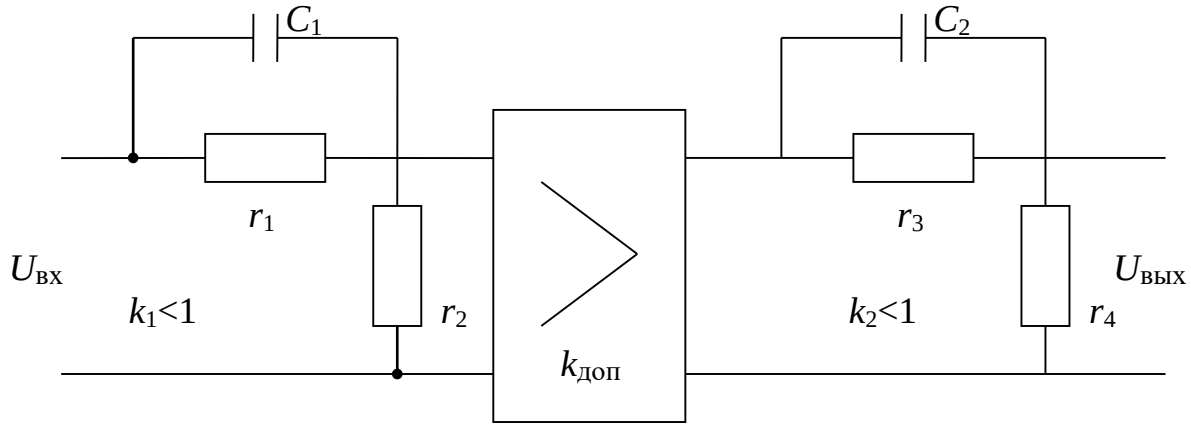


Рис. П.3.7. Принципиальная схема последовательного

корректирующего устройства

Примечание. Усилитель в схеме (рис. П.3.7) выполняет роль усиления сигнала и разделения цепей.

Для того, чтобы передаточный коэффициент системы $k_{рк}$ не изменился, передаточный коэффициент корректирующего устройства должен быть равен единице. Для этого надо выполнить условие $k_{доп} = 1/k_1k_2$.

Рассчитаем передаточные коэффициенты k_1, k_2, $k_{доп}$ корректирующего устройства:

$$T_з = k_1T'_2; \quad 0{,}08 = k_1 \cdot 0{,}31 \rightarrow k_1 \approx 0{,}26;$$

$$T_з = k_2T_и; \quad 0{,}08 = k_2 \cdot 0{,}25 \rightarrow k_2 \approx 0{,}32; \qquad \text{(П.3.56)}$$

$$k_{доп} = \frac{1}{k_1k_2} = \frac{1}{0{,}26 \cdot 0{,}32} \approx 12{,}02.$$

Для расчёта параметров элементов корректирующего устройства зададим численные значения следующим параметрам: для первой цепи $r_1 = 1$ МОм, для второй цепи $r_3 = 1$ МОм. Рассчитаем остальные параметры по формулам:

- для первой цепи

$$T'_2 = r_1C_1,\ k_1 = \frac{r_2}{r_1 + r_2}; \qquad \text{(П.3.57)}$$

- для второй цепи

$$T_и = r_3C_2,\ k_2 = \frac{r_4}{r_3 + r_4}. \qquad \text{(П.3.58)}$$

С учётом формул (П.3.57) и (П.3.58) получим $C_1 = 0{,}31$ мкФ; $r_2 \approx 0{,}35$ МОм; $C_2 = 0{,}25$ мкФ; $r_4 \approx 0{,}47$ МОм.

Запишем передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы, учитывая, что $k_1k_{доп}k_2 = 1$

$$W_{\text{ск}}(p) = W_{\text{ку}}(p)W_{\text{нс}}(p) = \frac{(T_2' p + 1)(T_{\text{и}} p + 1)}{(T_{\text{з}} p + 1)^2} \cdot \frac{k_{\text{рк}}}{(T_{\text{у}} p + 1)(T_{\text{и}} p + 1)(T_{\text{о}} p + 1)} =$$

$$= \frac{k_{\text{рк}}(T_2' p + 1)}{(T_{\text{у}} p + 1)(T_{\text{о}} p + 1)(T_{\text{з}} p + 1)^2}. \qquad \text{(П.3.59)}$$

Вычислим фазовый сдвиг скорректированной системы на частоте среза $\omega_{\text{ср}}$ (см. формулу (3.11))

$$\varphi(\omega_{\text{ср}}) = \arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega = \omega_{\text{ср}}} =$$

$$= \operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_2') - \operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_{\text{у}}) - \operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_{\text{о}}) - 2\operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}} T_{\text{з}}) =$$

$$= \operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 0{,}31) - \operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 0{,}6) - \operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 1{,}2) - 2\operatorname{arctg}(7{,}54 \cdot 0{,}08) =$$
$$= \operatorname{arctg} 2{,}34 - \operatorname{arctg} 4{,}52 - \operatorname{arctg} 9{,}05 - 2\operatorname{arctg} 0{,}6 =$$

$$= 66{,}86° - 77{,}55° - 83{,}69° - 61{,}92° \approx -156{,}3°. \qquad \text{(П.3.60)}$$

Вычислим запас по фазе $\Delta\varphi$ замкнутой скорректированной системы, применив формулу (3.12)

$$\Delta\varphi = 180° - \left|\varphi(\omega_{\text{ср}})\right| = 180° - 156{,}3° = 23{,}7°. \qquad \text{(П.3.61)}$$

Для определения запаса устойчивости замкнутой системы по амплитуде ΔL следует сначала найти частоту ω_π, при которой фазовый сдвиг системы будет равен -(180±1)º (см. формулу (3.13)),

$$\varphi(\omega_\pi) = \arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega = \omega_\pi} =$$
$$= \operatorname{arctg}(\omega_\pi T_2') - \operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{у}}) - \operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{о}}) - 2\operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{з}}) =$$

$$= -180°(\pm 1°). \qquad \text{(П.3.62)}$$

Частоту ω_π из выражения (П.3.62) находим подбором, учитывая, что $\omega_\pi > \omega_{\text{ср}}$. Найденное таким образом численное значение частоты $\omega_\pi \approx 11{,}8$ с$^{-1}$. Отложив вычисленное значение частоты ω_π на графике

ЛАЧХ скорректированной системы $L_{ск}(\omega)$, найдём запас устойчивости замкнутой скорректированной системы по амплитуде $\Delta L \approx 3{,}75$ дБ.

П.3.3.2. Расчёт встречно-параллельного корректирующего устройства

Рассчитаем встречно-параллельное корректирующее устройство для **астатического** варианта системы управления, представленной на рис. В.2.

Решение задачи коррекции осуществляем для одного из вариантов задания в соответствии с методикой, изложенной на с. 392-396 [1], и в соответствии с последовательностью, изложенной в разд. 3.3.2 данного пособия.

Запишем передаточную функцию звеньев $W_{но}(p)$, не охваченных внутренней корректирующей обратной связью,

$$W_{но}(p) = W_{п}(p)W_{уэ}(p)W_{и}(p)W_{о}(p) = \frac{k_{рк}}{p(T_{уэ}p+1)(T_{о}p+1)}. \quad (П.3.63)$$

Произведём вспомогательные вычисления, необходимые для построения ЛАЧХ звеньев, не охваченных внутренней обратной связью,

$$20\lg k_{рк} = 20\lg 20 \approx 26 \text{ дБ};$$

$$\omega_{с1} = \frac{1}{T_{о}} = \frac{1}{0,6} \approx 1,67 \text{ с}^{-1}; \quad \lg\omega_{с1} \approx 0,22; \quad (П.3.64)$$

$$\omega_{с2} = \frac{1}{T_{уэ}} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ с}^{-1}; \quad \lg\omega_{с2} \approx 0,6.$$

ЛАЧХ звеньев, не охваченных внутренней обратной связью $L_{но}(\omega)$, представлена на рис. П.3.8.

Построим ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ по заданным показателям качества замкнутой системы в переходном режиме (σ, $t_{п}$, M), предварительно рассчитав параметры

среднечастотного участка ЛАЧХ желаемой системы в соответствии с формулами (3.10):

$$\omega_{ср} = \frac{0{,}12\pi\sigma}{t_п} = \frac{0{,}12\pi \cdot 40}{0{,}75} \approx 20 \ c^{-1}; \ \lg\omega_{ср} \approx 1{,}3;$$

$$\omega_2 = \frac{M-1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5-1}{1{,}5} \cdot 20 \approx 6{,}67 \ c^{-1}; \ \lg\omega_2 \approx 0{,}82; \qquad (П.3.65)$$

$$\omega_3 = \frac{M+1}{M}\omega_{ср} = \frac{1{,}5+1}{1{,}5} \cdot 20 \approx 33{,}3 \ c^{-1}; \ \lg\omega_3 \approx 1{,}52.$$

При построении ЛАЧХ желаемой системы следует воспользоваться рекомендациями, приведёнными в разделе П.3.3.1.

ЛАЧХ скорректированной (желаемой) системы $L_{ск}(\omega)$ приведена на рис. П.3.8. Среднечастотный участок ЛАЧХ желаемой системы не дошёл до ЛАЧХ исходной системы и поэтому прямую с наклоном -20 дБ/декаду продлили от частоты ω_2 до частоты $\omega_{с1}$.

Вычтем из ЛАЧХ звеньев, не охваченных внутренней обратной связью, ЛАЧХ скорректированной системы и получим ЛАЧХ звена обратной связи $L_{ос}(\omega)$

$$L_{ос}(\omega) = L_{но}(\omega) - L_{ск}(\omega). \qquad (П.3.66)$$

По виду ЛАЧХ звена обратной связи выбираем его принципиальную схему. Так как ЛАЧХ корректирующего устройства с увеличением частоты ω имеет тенденцию к уменьшению амплитуды до частоты ω_3, то для его технической реализации выбираем две последовательно включённые пассивные интегро-дифференцирующие *rC*-цепи с преобладанием интегрирования, разделённые усилителем (рис. П.3.9).

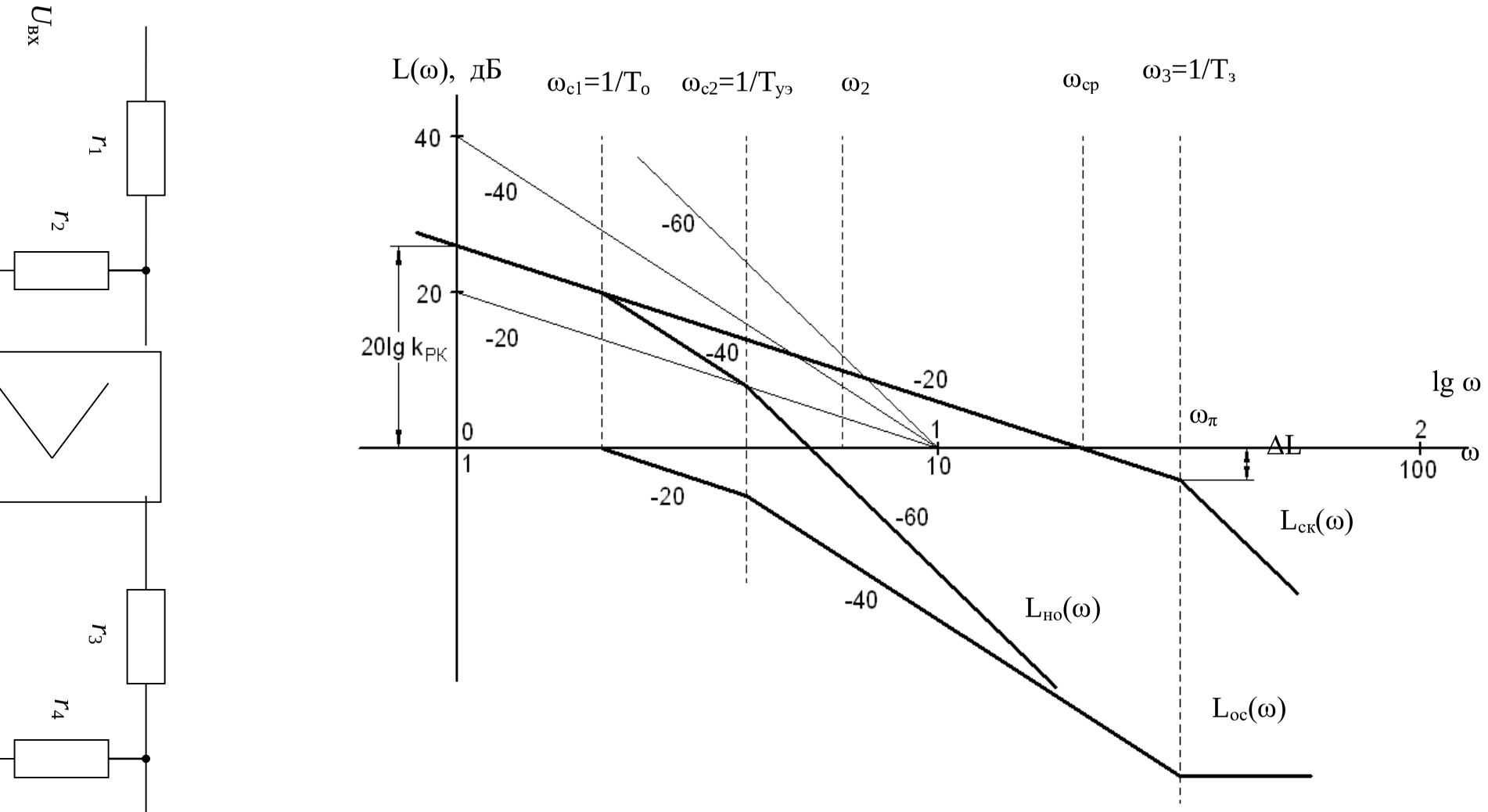


Рис. П.3.8. К расчёту встречно-параллельного корректирующего устройства

Рис. П.3.9. Принципиальная схема встречно-параллельного корректирующего устройства

Примечание. Усилитель в данной схеме выполняет роль разделения цепей.

Запишем передаточную функцию звена внутренней обратной связи

$$W_{\text{ос}}(p) = \frac{(T_{\text{з}} p + 1)^2}{(T_{\text{о}} p + 1)(T_{\text{уэ}} p + 1)}, \qquad \text{(П.3.67)}$$

где $T_{\text{з}} = 1/\omega_{\text{З}} = 1/33{,}3 \approx 0{,}03$ с.

Для расчёта параметров элементов корректирующего устройства зададим численные значения следующим параметрам: для первой цепи $r_2 = 1$ МОм, для второй цепи $r_4 = 1$ МОм. Рассчитаем остальные параметры по формулам:

- для первой цепи

$$T_{\text{з}} = r_2 C_1; \qquad T_{\text{о}} = (r_1 + r_2) C_1; \qquad \text{(П.3.68)}$$

- для второй цепи

$$T_{\text{з}} = r_4 C_2; \qquad T_{\text{уэ}} = (r_3 + r_4) C_2. \qquad \text{(П.3.69)}$$

С учётом формул (П.3.68) и (П.3.69) получим: $C_1 = 0{,}03$ мкФ; $r_1 = 19$ МОм; $C_2 = 0{,}03$ мкФ; $r_3 = 7{,}33$ МОм.

Запишем передаточную функцию разомкнутой скорректированной системы

$$W_{\text{ск}}(p)=\frac{W_{\text{но}}(p)}{W_{\text{ос}}(p)}=\frac{k_{\text{рк}}}{p(T_{\text{уэ}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)}\cdot\frac{(T_{\text{о}}p+1)(T_{\text{уэ}}p+1)}{(T_{\text{з}}p+1)^2}=$$

$$=\frac{k_{\text{рк}}}{p(T_{\text{з}}p+1)^2}. \qquad \text{(П.3.70)}$$

Вычислим фазовый сдвиг скорректированной системы на частоте среза $\omega_{\text{ср}}$ (см. формулу (3.11))

$$\varphi(\omega_{\text{ср}})=\arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_{ср}}=$$

$$=-90^0-2\operatorname{arctg}(\omega_{\text{ср}}T_{\text{З}})=-90^\circ-2\operatorname{arctg}(20\cdot 0{,}03)= \qquad \text{(П.3.71)}$$

$$=-90^\circ-2\operatorname{arctg}0{,}6=-90^\circ-61{,}9^\circ=-151{,}9^\circ.$$

Вычислим запас по фазе $\Delta\varphi$ замкнутой скорректированной системы по формуле (3.12)

$$\Delta\varphi=180^\circ-\left|\varphi(\omega_{\text{ср}})\right|=180^\circ-151{,}9^\circ=28{,}1^\circ. \qquad \text{(П.3.72)}$$

Для определения запаса устойчивости замкнутой системы по амплитуде ΔL следует сначала найти частоту ω_π, при которой фазовый сдвиг системы будет равен -(180±1)º (см. формулу (3.13)),

$$\varphi(\omega_\pi)=\arg W_{\text{ск}}(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_\pi}=$$

$$=-90^\circ-2\operatorname{arctg}(\omega_\pi T_{\text{з}})=-180^\circ(\pm 1^\circ). \qquad \text{(П.3.73)}$$

Частоту ω_π из выражения (П.3.73) находим подбором, учитывая, что $\omega_\pi > \omega_{\text{ср}}$. Найденное таким образом численное значение частоты $\omega_\pi \approx 33{,}3$ с$^{-1}$. Отложив вычисленное значение частоты ω_π на графике ЛАЧХ скорректированной системы $L_{\text{ск}}(\omega)$, найдём запас устойчивости замкнутой скорректированной системы по амплитуде $\Delta L \approx 4$ дБ.

П.3.4. Построение области устойчивости

скорректированной системы

П.3.4.1. Построение области устойчивости в плоскости одного параметра

Исходным выражением для построения является характеристическое уравнение **замкнутого** контура **скорректированной** системы (см. формулу (3.14)).

Построим область устойчивости в плоскости параметра $k_{\text{и}}$ для **астатического** варианта системы, представленной на рис. В.1 или рис. В.2. Запишем характеристическое уравнение для одной из возможных передаточных функций скорректированной системы

$$1+\frac{k_{\text{рк}}(T_2 p+1)}{p(T_o p+1)(T_{\text{з}} p+1)^2}=0. \qquad \text{(П.3.74)}$$

Преобразуем выражение (П.3.74) и сгруппируем подобные члены

$$p(T_{\text{о}} p+1)(T_{\text{з}} p+1)^2+k_{\text{рк}}(T_2 p+1)= \qquad \text{(П.3.75)}$$
$$=T_{\text{о}}T_{\text{з}}{}^2 p^4+(2T_{\text{з}}T_{\text{о}}+T_{\text{з}}{}^2)p^3+(T_{\text{о}}+2T_{\text{з}})p^2+p+k_{\text{рк}}(T_2 p+1)=0.$$

Решим уравнение (П.3.75) относительно $k_{\text{рк}}$ и подставим в него численные значения постоянных времени для одного из вариантов задания

$$k_{\text{рк}}=-\frac{T_{\text{о}}T_{\text{з}}{}^2 p^4+(2T_{\text{з}}T_{\text{о}}+T_{\text{з}}{}^2)p^3+(T_{\text{о}}+2T_{\text{з}})p^2+p}{T_2 p+1}=$$
$$=-\frac{0{,}27p^4+1{,}64p^3+2{,}82p^2+p}{1{,}89p+1}. \qquad \text{(П.3.76)}$$

Произведём в уравнении (П.3.76) подстановку $p=j\omega$ и выделим действительную $P(\omega)$ и мнимую $Q(\omega)$ составляющие характеристического уравнения, умножив для этого числитель и знаменатель на выражение, сопряжённое знаменателю

$$k_{\text{рк}} = -\frac{0{,}27(j\omega)^4 + 1{,}64(j\omega)^3 + 2{,}82(j\omega)^2 + j\omega}{1 + 1{,}89\,j\omega} =$$

$$= \frac{\left[(-0{,}27\omega^4 + 2{,}8\omega^2) + j(1{,}64\omega^3 - \omega)\right](1 - j1{,}89\omega)}{(1 + j1{,}89\omega)(1 - j1{,}89)}. \qquad \text{(П.3.77)}$$

Так как по заданию область устойчивости надо построить в плоскости параметра $k_{\text{и}}$, а $k_{\text{и}}$ для рассматриваемого примера равно $k_{\text{рк}}/2$ ($k_{\text{п}}k_{\text{у}}k_{\text{о}} = 2$), то после преобразования выражения (П.3.77) запишем его относительно $k_{\text{и}}$,

$$k_{\text{и}} = \frac{k_{\text{рк}}}{2} = \underbrace{\frac{2{,}83\omega^4 + 0{,}93\omega^2}{2(1 + 3{,}57\omega^2)}}_{P(\omega)} + j\underbrace{\frac{0{,}51\omega^5 - 3{,}69\omega^3 - \omega}{2(1 + 3{,}57\omega^2)}}_{Q(\omega)}. \qquad \text{(П.3.78)}$$

Вычислим $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ при изменении частоты ω от нуля до ∞ и результат сведём в табл. П.3.6.

Таблица П.3.6

Граница области устойчивости системы в плоскости параметра $k_{\text{и}}$

ω	0	0,5	1	1,5	2	2,5	2,74	3
$P(\omega)$	0	0,11	0,41	0,91	1,6	2,5	2,99	3,59
$Q(\omega)$	0	-0,25	-0,46	-0,56	-0,5	-0,22	0	0,32

На рис. П.3.10 представлена область устойчивости, построенная по данным табл. П.3.6. Так как действительная составляющая $P(\omega)$ всегда чётная функция частоты, а мнимая составляющая $Q(\omega)$ – нечётная функция, то кривая *D*-разбиения всегда симметрична относительно действительной оси $P(\omega)$.

Поэтому при построении кривой находим лишь одну ветвь, соответствующую положительным значениям ω, а вторую ветвь наносим как зеркальное отражение первой. Штриховку кривой наносят слева при движении вдоль кривой от -∞ до +∞.

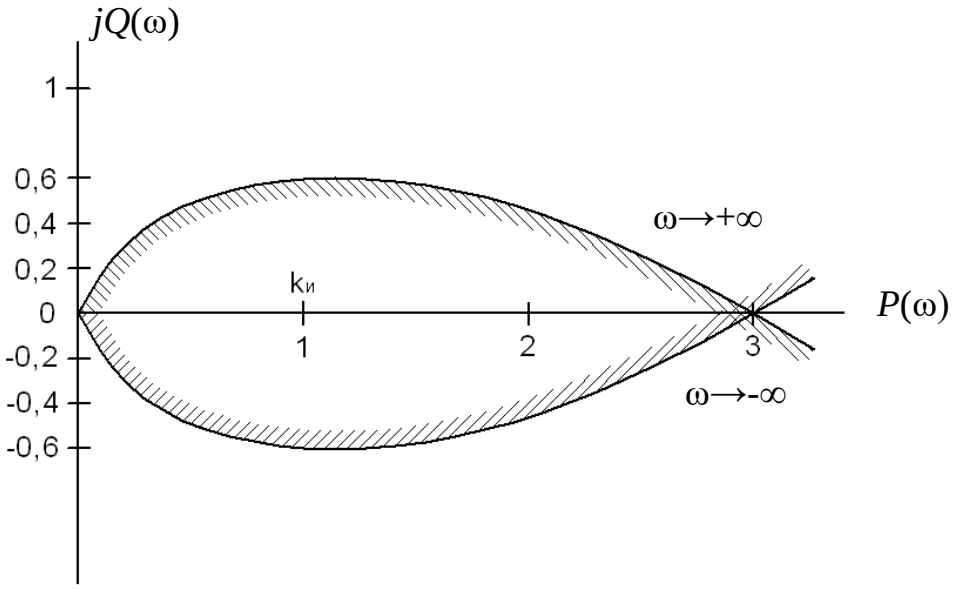


Рис. П.3.10. Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметра $k_и$

По рис. П.3.10 определяем допустимый диапазон изменения параметра $k_и$: $0 < k_и < 2{,}99$. Заданное в рассматриваемом варианте численное значение $k_и = 1$ принадлежит области устойчивости.

Методика построения области устойчивости по одному параметру для **статического** варианта системы такая же, как и для астатического варианта. Разница лишь в том, что начало кривой *D*-разбиения при частоте $\omega = 0$ будет находиться слева от мнимой оси и ограничение исследуемого параметра слева будет равно не нулю, а конкретному числу, например; $-1 < k_{рк} < 10$.

П.3.4.2. Построение области устойчивости в плоскости двух параметров

Исходным выражением для построения является характеристическое уравнение **замкнутого** контура **скорректированной** системы (см. формулу (3.14)).

Построим область устойчивости в плоскости параметров $k_п$ и $T_о$ для **статического** варианта системы, представленной на рис. В.1 или рис. В.2. Запишем характеристическое уравнение для одной из возможных передаточных функций скорректированной системы

$$1+\frac{k_{\text{рк}}(T_2\ p+1)}{(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)(T_{\text{з}}p+1)^2}=0. \qquad \text{(П.3.79)}$$

Преобразуем выражение (П.3.79) и сгруппируем подобные члены

$$(T_{\text{у}}p+1)(T_{\text{о}}p+1)(T_{\text{з}}p+1)^2+k_{\text{рк}}(T_2p+1)=$$

$$=T_{\text{з}}{}^2T_{\text{у}}T_{\text{о}}p^4+\left[T_{\text{з}}{}^2(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]p^3+\left[T_{\text{з}}{}^2+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{о}}T_{\text{у}}\right]p^2+$$

$$+(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)p+1+k_{\text{рк}}=0. \qquad \text{(П.3.80)}$$

Произведём в уравнении (П.3.76) подстановку $p=j\omega$ и получим тождество

$$T_{\text{з}}{}^2T_{\text{у}}T_{\text{о}}\omega^4-j\left[T_{\text{з}}{}^2(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^3-\left[T_{\text{з}}{}^2+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^2+$$

$$+j(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)\omega+1+k_{\text{рк}}=0. \qquad \text{(П.3.81)}$$

В выражении (П.3.81) сгруппируем действительную и мнимую части

$$\underbrace{\left\{T_{\text{з}}{}^2T_{\text{у}}T_{\text{о}}\omega^4-\left[T_{\text{з}}{}^2+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^2+1+k_{\text{рк}}\right\}}_{a}+ \qquad \text{(П.3.82)}$$

$$+j\underbrace{\left\{(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)\omega-\left[T_{\text{з}}^2(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^3\right\}}_{b}\equiv 0.$$

Так как комплексная величина $a+jb$ равна нулю только в том случае, если одновременно равны нулю её действительная и мнимая части, то тождество (П.3.82) эквивалентно двум уравнениям

$$\left.\begin{aligned}&T_{\text{з}}{}^2T_{\text{у}}T_{\text{о}}\omega^4-\left[T_{\text{з}}{}^2+2T_{\text{з}}(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^2+1+k_{\text{рк}}=0;\\&(2T_{\text{з}}+T_{\text{у}}+T_{\text{о}}+k_{\text{рк}}T_2)\omega-\left[T_{\text{з}}{}^2(T_{\text{у}}+T_{\text{о}})+2T_{\text{з}}T_{\text{у}}T_{\text{о}}\right]\omega^3=0.\end{aligned}\right\} \qquad \text{(П.3.83)}$$

Упорядочим систему уравнений (П.3.83) с учётом того, что параметр, стоящий в обоих уравнениях на первом месте, будем откладывать по оси абсцисс, а параметр, стоящий на втором месте, – по оси ординат. Для этого в обоих уравнениях сгруппируем отдельно члены, зависящие и не зависящие от параметров $k_{рк}$ и $T_о$,

$$\left.\begin{aligned} k_{рк}\cdot 1+T_о\cdot\left[T_з^{\,2}T_у\omega^4-(2T_з+T_у)\omega^2\right]+\left[1-(T_з^{\,2}+2T_зT_у)\omega^2\right]=0;\\ k_{рк}T_2\omega+T_о\left[\omega-(T_з^{\,2}+2T_зT_у)\omega^3\right]+\left[(2T_з+T_у)\omega-T_з^{\,2}T_у\omega^3\right]=0. \end{aligned}\right\} \quad (П.3.84)$$

Подставим в систему уравнений (П.3.84) численные значения постоянных времени для одного из вариантов задания с учётом того, что для этого варианта $k_{рк}=20k_п$,

$$\left.\begin{aligned} \overbrace{k_п 20}^{A_1}+T_о\overbrace{\left(0,00384\omega^4-0,76\omega^2\right)}^{B_1}+\overbrace{\left(-0,1024\omega^2+1\right)}^{C_1}=0;\\ \underbrace{k_п 6,2\omega}_{A_2}+T_о\underbrace{(-0,1024\omega^3+\omega)}_{B_2}+\underbrace{\left(-0,00384\omega^3+0,76\omega\right)}_{C_2}=0. \end{aligned}\right\} \quad (П.3.85)$$

Решим систему (П.3.85) методом определителей:

$$k_п=\frac{\Delta_1}{\Delta}=f_1(\omega); \quad (П.3.86)$$

$$T_о=\frac{\Delta_2}{\Delta}=f_2(\omega), \quad (П.3.87)$$

где

$$\Delta=\begin{vmatrix} A_1(\omega) & B_1(\omega)\\ A_2(\omega) & B_2(\omega)\end{vmatrix}=A_1(\omega)\cdot B_2(\omega)-A_2(\omega)\cdot B_1(\omega)=$$

$$=-0,02381\omega^5+2,664\omega^3+20\omega; \quad (П.3.88)$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -C_1(\omega) & B_1(\omega) \\ -C_2(\omega) & B_2(\omega) \end{vmatrix} = -C_1(\omega)\cdot B_2(\omega) + C_2(\omega)\cdot B_1(\omega) =$$

$$= -0,00001\omega^7 - 0,00465\omega^5 - 0,3728\omega^3 - \omega; \qquad \text{(П.3.89)}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} A_1(\omega) & -C_1(\omega) \\ A_2(\omega) & -C_2(\omega) \end{vmatrix} = -A_1(\omega)\cdot C_2(\omega) + A_2(\omega)\cdot C_1(\omega) =$$

$$= -0,55808\omega^3 - 9\omega. \qquad \text{(П.3.90)}$$

Подставив выражения (П.3.88)-(П.3.90) в формулы (П.3.86) и (П.3.87), получим

$$k_{\text{п}} = \frac{0,00001\cdot\omega^6 + 0,00465\cdot\omega^4 + 0,3728\cdot\omega^2 + 1}{0,02381\cdot\omega^4 - 2,664\cdot\omega^2 - 20} = f_1(\omega); \qquad \text{(П.3.91)}$$

$$T_{\text{о}} = \frac{0,55808\cdot\omega^2 + 9}{0,02381\cdot\omega^4 - 2,664\cdot\omega^2 - 20} = f_2(\omega). \qquad \text{(П.3.92)}$$

Вычислим значения функций $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$ при изменении частоты ω от нуля до ∞ и результаты сведём в табл. П.3.7. Так как функции $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$ являются чётными, то кривая *D*-разбиения дважды проходит через одни и те же точки (при изменении частоты ω от $-\infty$ до нуля и от нуля до $+\infty$).

На рис. П.3.11 изображена кривая *D*-разбиения, построенная по данным табл. П.3.7. В некоторых случаях (сложных) рекомендуется сначала отдельно построить графики функций $f_1(\omega)$ и $f_2(\omega)$, а потом свести их в совместный график. Кривую *D*-разбиения штрихуют по правилам, изложенным на с. 290 [1].

Таблица П.3.7

Граница устойчивости системы в плоскости параметров $k_п$ и $T_о$

ω	$k_п$	$T_о$
0	-0,0500	-0,45000
1	-0,06084	-0,42217
2	-0,08476	-0,37101
3	-0,11271	-0,33350
4	-0,14499	-0,31717
5	-0,18660	-0,32003
6	-0,24591	-0,34206
7	-0,33853	-0,38928
8	-0,50045	-0,48098
9	-0,84231	-0,68125
10	-1,96232	-1,34178
12	2,00831	0,99174
13	1,16804	0,49240
14	0,88044	0,31777
15	0,74097	0,22965
20	0,56319	0,08525
25	0,58980	0,04698
30	0,67540	0,03031
35	0,79572	0,02135
40	0,94336	0,01592
45	1,11538	0,01235
50	1,31037	0,00988
55	1,52759	0,00809
60	1,76664	0,00675

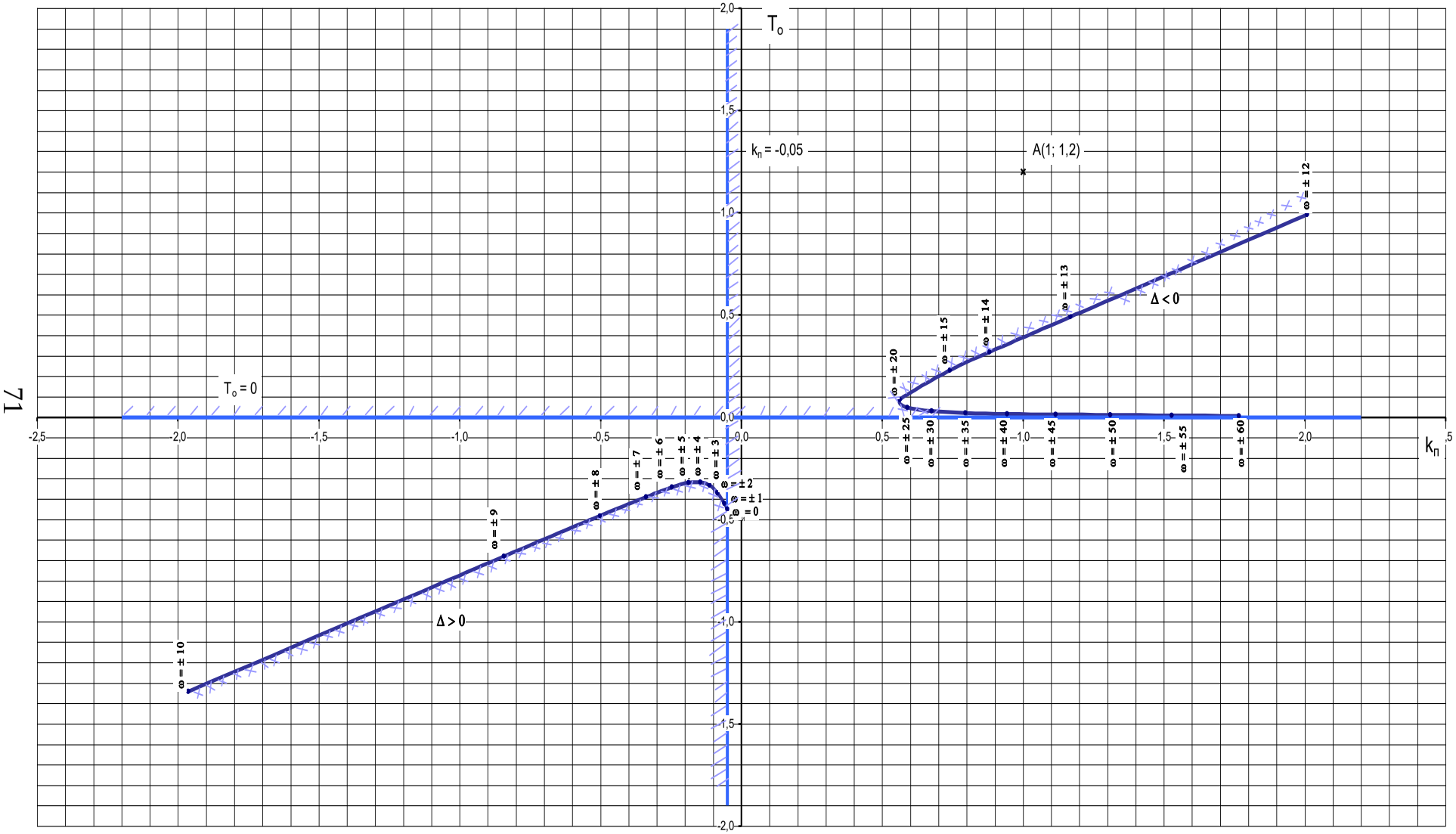


Рис. П.3.11, Область устойчивости скорректированной системы в плоскости параметров $k_п$ и T_o

Дополним кривую *D*-разбиения **особыми прямыми**, уравнения которых имеют следующий вид: $a_0 = 0$, отсюда $T_о = 0$; $a_п = 0$, отсюда $1 + 20k_п = 0$ и $k_п = -0{,}05$. Особые прямые штрихуют по правилам, изложенным на с. 291 [1]. На рис. П.3.11 откладываем точку А с заданными координатами $k_п$ и $T_о$ ($k_п = 1$; $T_о = 1{,}2$).

П.3.5. Построение графика переходного процесса и оценка качества скорректированной системы

Исходным выражением для моделирования является передаточная функция **замкнутой** скорректированной системы Ф(p) по заданному каналу воздействия. Запишем передаточную функцию по каналу «$x_з$-x» для одного из примеров скорректированной системы:

$$\Phi_{x_з - x}(p) = \frac{X(p)}{X_з(p)} = \frac{W_{ск}(p)}{1 + W_{ск}(p)} = \frac{\dfrac{k_{рк}(T_2 p + 1)}{(T_у p + 1)(T_о p + 1)(T_з p + 1)^2}}{1 + \dfrac{k_{рк}(T_2 p + 1)}{(T_у p + 1)(T_о p + 1)(T_з p + 1)^2}} =$$

$$= \frac{k_{рк}(T_2 p + 1)}{(T_у p + 1)(T_о p + 1)(T_3 p + 1)^2 + k_{рк}(T_2 p + 1)}. \qquad \text{(П.3.93)}$$

В выражении (П.3.93) раскроем скобки, приведем подобные члены, подставим численные значения заданных параметров и запишем его в соответствии с формулой (3.16)

$$\Phi_{x_з - x}(p) = \frac{b_0 p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4} =$$

$$= \frac{6{,}2p + 20}{0{,}00461p^4 + 0{,}12672p^3 + 1{,}0144p^2 + 8{,}16p + 21}. \qquad \text{(П.3.94)}$$

Составим таблицу исходных данных для цифрового моделирования, куда входят округленные коэффициенты b_i и a_i из формулы

(П.3.94), а также параметры моделирования: «шаг интегрирования» – Δt, «шаг печати» – $t_{печ}$ и «длительность выполнения расчетов» – $t_к$. Параметры Δt, $t_{печ}$ и $t_к$ рассчитываем в соответствии с рекомендациями разд. 3.5.2 для конкретного варианта задания.

Таблица П.3.8

Исходные данные для цифрового моделирования

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	Δt	$t_{печ}$	$t_к$
0	0	0	6,2	20	0,005	0,127	0,014	8,16	21	0,002	0,09	1,8

Таблица П.3.9

Результаты цифрового моделирования

Input data		Calculate result	
Parameter	Value	T	Y
B0	0,000	0,090	0,103
B1	0,000	0,180	0,482
B2	0,000	0,270	0,962
B3	6,200	0,360	1,318
B4	20,000	0,450	1,432
A0	0,005	0,540	1,323
A1	0,127	0,630	1,096
A2	1,014	0,720	0,878
A3	8,160	0,810	0,756
A4	21,000	0,900	0,753
dt	0,002	0,990	0,836
pt	0,090	1,080	0,946
mt	1,800	1,170	1,028
		1,260	1,057
		1,350	1,034
		1,440	0,984
		1,530	0,935
		1,620	0,907
		1,710	0,907
		1,800	0,925

На основании данных табл. П.3.9 построим график переходного процесса (рис. П.3.13) и определим основные показатели качества – перерегулирование σ и длительность переходного процесса $t_{\text{п}}$:

$$\sigma = \frac{x_m - x(\infty)}{x(\infty)} 100\ \% = \frac{A_1}{x(\infty)} 100\ \% = \frac{0{,}47}{0{,}95} 100\ \% \approx 49\%;$$
$$t_{\text{п}} \approx 1{,}42\ \text{с}. \qquad \text{(П.3.95)}$$

На рис. П.3.14 приведены примеры переходных характеристик **статического** варианта двух систем по разным каналам воздействий.

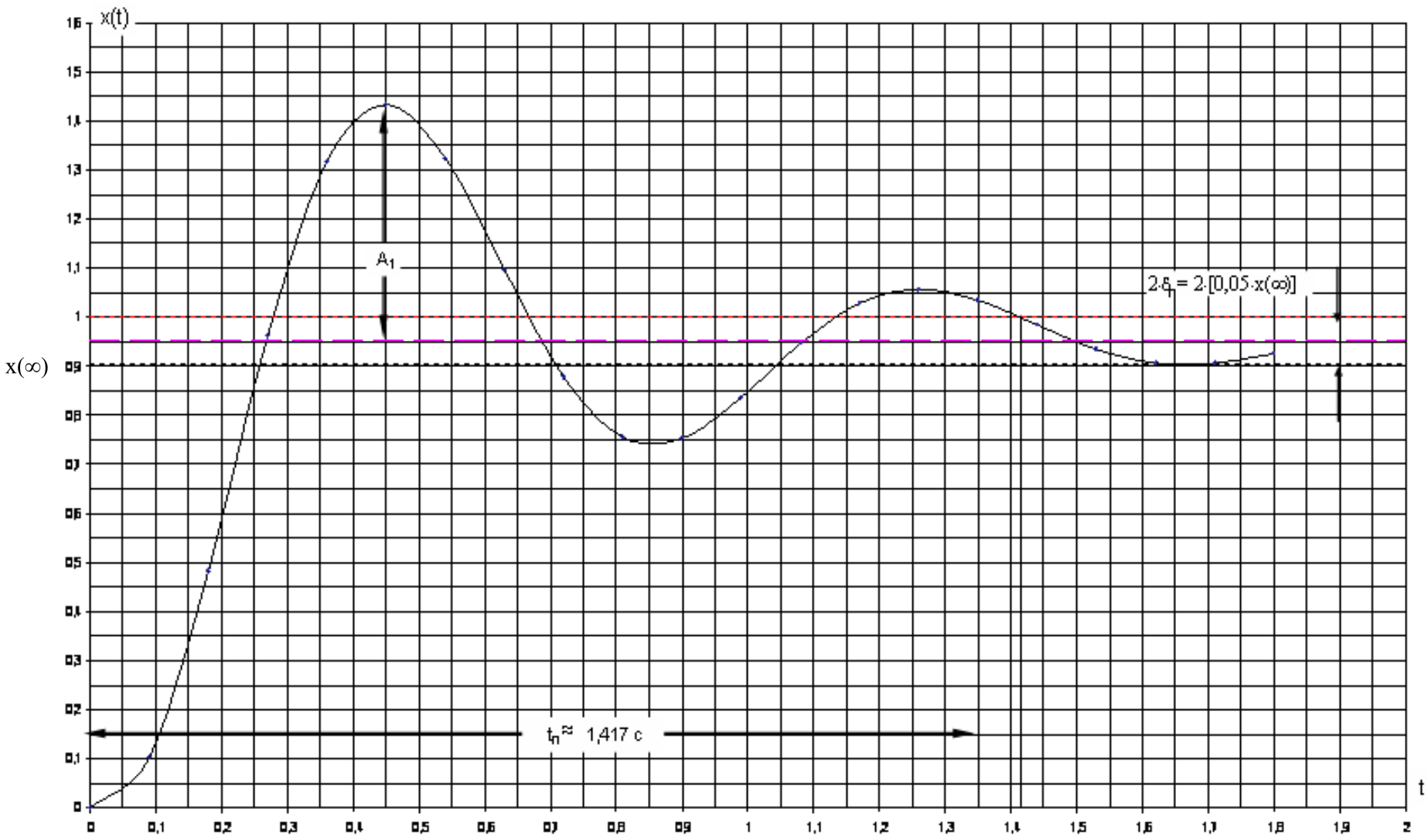
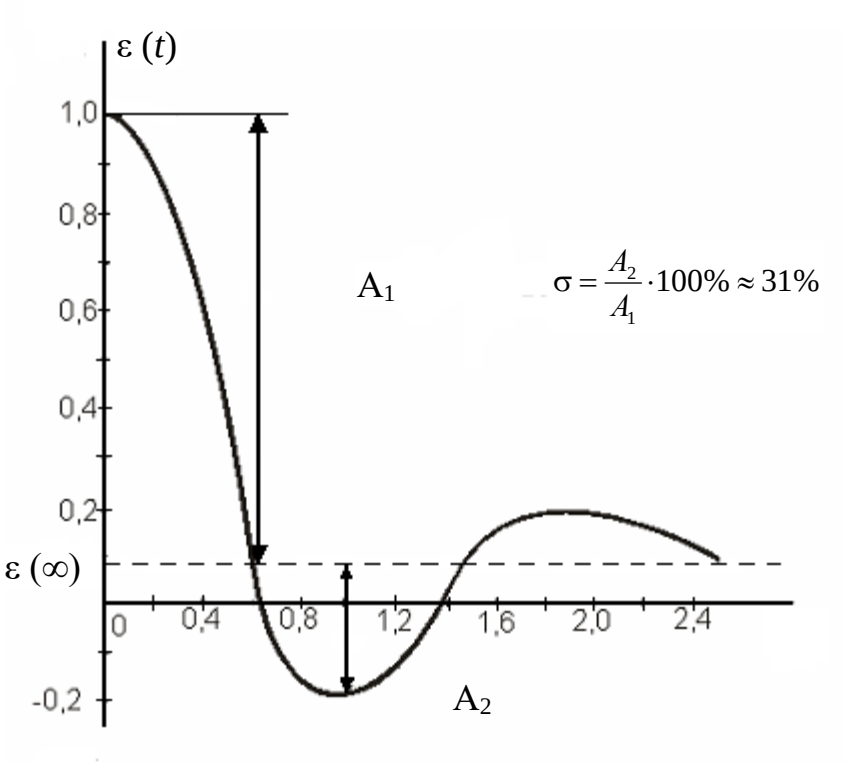


Рис. П.3.13. Переходная характеристика замкнутой скорректированной системы по каналу "$x_з$-x"



б

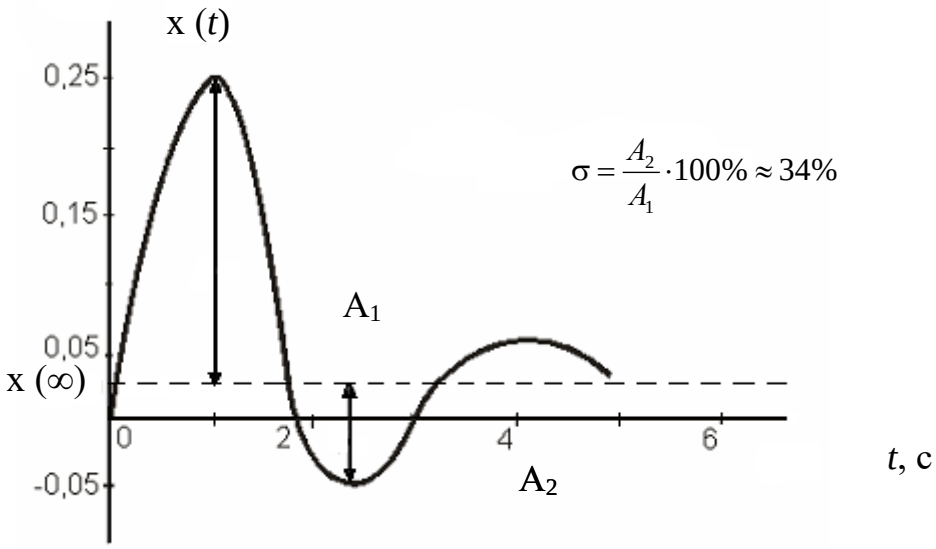


Рис. П.3.14. Переходные характеристики замкнутой скорректированной системы:
а – по каналу «$x_з$-ε»; *б* – по каналу «z-*x*» («z-ε»)

П.3.6. Вычисление и минимизация интегральной оценки при типовом воздействии

Квадратичная интегральная оценка вычисляется при **единичном ступенчатом воздействии** по заданному каналу.

Запишем одну из возможных передаточных функций замкнутой **статической** скорректированной системы по каналу «$x_з$-x» (см. формулу (П.3.93)) и после преобразований и подстановки численных значений постоянных времени для одного из вариантов задания представим ее в соответствии с формулой (3.18)

$$\Phi(p)=\frac{X(p)}{X_з(p)}=\frac{W_{ск}(p)}{1+W_{ск}(p)}=\frac{k_{рк}(T_2p+1)}{(T_у p+1)(T_о p+1)(T_3 p+1)^2+k_{рк}(T_2 p+1)}=$$

$$=\frac{0{,}31k_{рк}p+k_{рк}}{0{,}005p^4+0{,}127p^3+1{,}014p^2+(0{,}31k_{рк}+1{,}96)p+k_{рк}+1}. \qquad \text{(П.3.96)}$$

На основаниии формулы (3.20) запишем выражение для изображения переходной составляющей управляемой величины

$$X_п(p)=[\Phi(p) \ - \ \Phi(0)]X_з(p), \qquad \text{(П.3.97)}$$

где $X_з(p)=\frac{1}{p}$ – изображение ступенчатого воздействия.

Подставим в формулу (П.3.97) выражение (П.3.96)

$$X_п(p)=\left[\frac{0{,}31k_{рк}p+k_{рк}}{0{,}005p^4+0{,}127p^3+1{,}014p^2+(0{,}31k_{рк}+1{,}96)p+k_{рк}+1}-\frac{k_{рк}}{1+k_{рк}}\right].\frac{1}{p}. \qquad \text{(П.3.98)}$$

Преобразуем выражение (П.3.98), применив упрощение в соответствии с формулой (3.21), и запишем его в соответствии с формулой (3.22) в виде

$$X_{\text{п}}(p)=\frac{-0{,}005p^3-0{,}127p^2-1{,}014p-1{,}96}{0{,}005p^4+0{,}127p^3+1{,}014p^2+(0{,}31k_{\text{рк}}+1{,}96)p+k_{\text{рк}}}=$$
$$\frac{c_0p^3+c_1p^2+c_2p+c_3}{d_0p^4+d_1p^3+d_3p^2+d_3p+d_4}=\frac{C(p)}{D(p)}, \qquad \text{(П.3.99)}$$

где $d_0 = 0{,}005$; $d_1 = 0{,}127$; $d_2 = 1{,}014$; $d_3 = 0{,}13k_{\text{рк}}+1{,}96$; $d_4 = k_{\text{рк}}$.

Для вычисления квадратичной оценки по изображению (П.3.99) используем равенство Парсеваля (см. формулы (6.73) и (6.74) [1]), которое для рассматриваемого примера имеет вид

$$Q_{\text{кв}}=\int_0^\infty x_{\text{п}}^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|x_{\text{п}}(j\omega)\right|^2d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{C(j\omega)}{D(j\omega)}\right|^2d\omega=$$
$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{V(j\omega)}{\left|D(j\omega)\right|^2}d\omega=(-1)^{n+1}\frac{\Delta_v}{2d_0\Delta}, \qquad \text{(П.3.100)}$$

где n – степень знаменателя выражения (П.3.99), n=4;

$$D(j\omega)=d_0(j\omega)^4+d_1(j\omega)^3+d_2(j\omega)^2+d_3(j\omega)+d_4; \qquad \text{(П.3.101)}$$

$$V(j\omega)=\left|C(j\omega)\right|^2=v_0(j\omega)^{2(n-1)}+v_1(j\omega)^{2(n-2)}+v_2(j\omega)^{2(n-3)}+v_3; \qquad \text{(П.3.102)}$$

Δ – определитель, составленный из коэффициентов d_i по правилу составления определителя Гурвица; Δ_v – определитель, получаемый из определителя Δ путем замены верхней строки коэффициентов на строку с коэффициентами v_0, v_1, v_2, v_3.

Для получения коэффициентов полинома $V(j\omega)$ найдем квадрат модуля полинома $C(j\omega)$, а затем все слагаемые с четными степенями ω приведем к виду с четными степенями $(j\omega)$,

$$V(j\omega)=\left|C(j\omega)\right|^2=\left|-0{,}005(j\omega)^3-0{,}127(j\omega)^2-1{,}014(j\omega)-1{,}96\right|^2=$$
$$=\left|(0{,}127\omega^2-1{,}96)+j(0{,}005\omega^3-1{,}014\omega)\right|^2=$$
$$=(0{,}127\omega^2-1{,}96)^2+(0{,}005\omega^3-1{,}014\omega)^2= \qquad (П.3.103)$$
$$=0{,}00002\omega^6+0{,}0067\omega^4+0{,}5323\omega^2+3{,}842=$$
$$=-0{,}00002(j\omega)^6+0{,}0067(j\omega)^4-0{,}5323(j\omega)^2+3{,}842,$$

откуда v_0=-0,00002, v_1=0,0067, v_2=-0,5323, v_3=3,842.

Составим определитель Δ и подставим в него численные значения коэффициентов d_i из формулы (П.3.99)

$$\Delta=\begin{vmatrix} d_1 & d_3 & 0 & 0 \\ d_0 & d_2 & d_4 & 0 \\ 0 & d_1 & d_3 & 0 \\ 0 & d_0 & d_2 & d_4 \end{vmatrix}=d_1d_2d_3d_4-d_0d_3^2d_4-d_1^2d_4^2= \qquad (П.3.104)$$
$$=-0{,}00044k_{\text{рк}}^3+0{,}01819k_{\text{рк}}^2+0{,}23423k_{\text{рк}}.$$

Составим определитель Δ_v и подставим в него численные значения коэффициентов v_i из формулы (П.3.103)

$$\Delta_v=\begin{vmatrix} v_0 & v_1 & v_2 & v_3 \\ d_0 & d_2 & d_4 & 0 \\ 0 & d_1 & d_3 & 0 \\ 0 & d_0 & d_2 & d_4 \end{vmatrix}=v_0d_2d_3d_4-v_0d_1d_4^2-v_3d_0d_1d_2+$$
$$+v_3d_0^2d_3-v_1d_0d_3d_4+v_2d_0d_1d_4= \qquad (П.3.105)$$
$$=-0{,}000013k_{\text{рк}}^2-0{,}000386k_{\text{рк}}-0.002115.$$

Подставив выражение (П.3.104) и (П.3.105) в формулу (П.3.100), получим

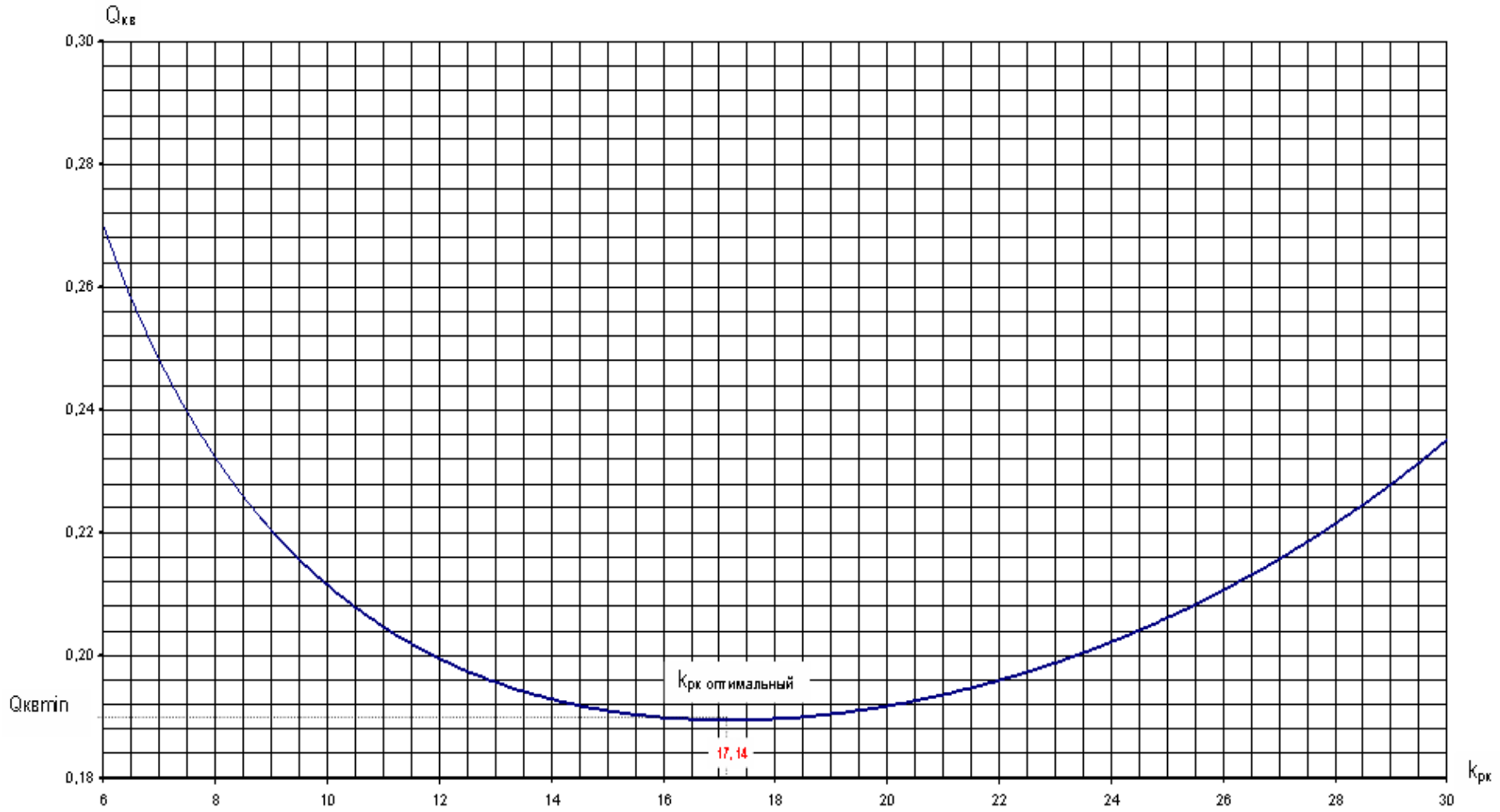


Рис. П.3.15. Зависимость квадратичной интегральной оценки скорректированной системы от коэффициента $k_{рк}$

$$Q_{\text{кв}} = (-1)^{n+1}\frac{\Delta_v}{2d_0\Delta} = (-1)^{4+1}\frac{-0{,}000013k_{рк}^2 - 0{,}000386k_{\text{рк}} - 0{,}002115}{2\cdot 0{,}005(-0{,}0004k_{\text{рк}}^3 + 0{,}01819k_{\text{рк}}^2 + 0{,}23423k_{\text{рк}})} =$$

$$= \frac{0{,}000013k_{рк}^2 + 0{,}000386k_{\text{рк}} + 0{,}002115}{0{,}01(-0{,}0004k_{рк}^3 + 0{,}01819k_{рк}^2 + 0{,}23423k_{\text{рк}})}. \qquad \text{(П.3.106)}$$

Подставив в формулу (П.3.106) различные численные значения $k_{\text{рк}}$, составим таблицу $Q_{\text{кв}} = f(k_{\text{рк}})$.

Таблица П.3.10

Зависимость квадратичной интегральной оценки от коэффициента $k_{\text{рк}}$

$k_{\text{рк}}$	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
$Q_{\text{кв}}$	0,27	0,232	0,211	0,2	0,192	0,189	0,189	0,191	0,195	0,202	0,221	0,221

На основании данных табл. П.3.10 построим график функции $Q_{\text{кв}} = f(k_{\text{рк}})$ (рис. П.3.16), откуда определим оптимальное численное значение коэффициента $k_{\text{рк}}$, равное 17,14.

Так как по заданию курсовой работы следовало найти оптимальное значение передаточного коэффициента управляющего устройства $k_{\text{у}}$, то переход от коэффициента $k_{\text{рк}}$ к коэффициенту $k_{\text{у}}$ осуществим по формуле

$$k_{\text{у.опт}} = \frac{k_{\text{рк.опт}}}{\text{k}_{\text{п}}\text{k}_{\text{и}}\text{k}_{\text{о}}} = \frac{17{,}4}{2} = 8{,}57. \qquad \text{(П.3.107)}$$

Вычисление квадратичной интегральной оценки $Q_{\text{кв}}$ для **астатической** системы по каналам «z-x» и «z-ε» упрощается, так как вычитаемое Ф(0) в формуле (П.3.97) равно нулю.

При вычислении $Q_{\text{кв}}$ для **статической** системы по каналу «z-x» из-за возможных сложностей математического характера можно (по согласованию с преподавателем) изменить канал воздействия.

Приложение 4

Таблица П.4

Изображения простейших функций времени по Лапласу

Наименование функций	$x(t)$	$X(p)$
Дельта-функция	$\delta(t)$	1
Ступенчатая функция	$a1(t)$	$\frac{a}{p}$
Линейная функция	$at1(t)$	$\frac{a}{p^2}$
Степенная функция	$at^n1(t)$	$\frac{an!}{p^{n+1}}$
Экспонента	$ae^{-\alpha t}1(t)$	$\frac{a}{p+\alpha}$
Синусоида	$a\sin\omega t1(t)$	$\frac{a\omega}{p^2+\omega^2}$
Косинусоида	$a\cos\omega t1(t)$	$\frac{ap}{p^2+\omega^2}$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры автоматики и компьютерных технологий
(протокол № 1 от 11.09.2025)
Заведующий кафедрой
_____ В. С. Бочков

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.О.27 ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Направление -

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль -

Мехатроника и робототехника промышленных производств

Автор: Ситдикова С. В., старший преподаватель каф. АКТ

Екатеринбург

Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля)

«Теория автоматического управления»

Трудоемкость дисциплины (модуля: 3 з.е., 108 часов.

Форма промежуточной аттестации – экзамен

Цель дисциплины (модуля): формирование у студентов прочных знаний об общих принципах построения и законах функционирования автоматических систем управления; об основных методах анализа и синтеза непрерывных линейных систем автоматического управления при детерминированных и случайных внешних воздействиях; об основных методах анализа нелинейных и импульсных систем автоматического управления.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины (модуля):

профессиональные

- способен разрабатывать и применять алгоритмы и современные цифровые программные методы расчетов и проектирования отдельных устройств и подсистем мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных исполнительных и управляющих устройств, средств автоматики, измерительной и вычислительной техники в соответствии с техническим заданием, разрабатывать цифровые алгоритмы и программы управления робототехнических систем (ОПК-11).

Результат изучения дисциплины (модуля):

Знать:

- разработку обобщенных вариантов решения проблем, связанных с автоматизацией производств;
- постановку целей проекта, его задач при заданных критериях, целевых функциях, ограничениях;
- разработку проектов по автоматизации технологических процессов;

Уметь:

- участвовать в разработке обобщенных вариантов решения проблем, связанных с автоматизацией производств;
- участвовать в постановке целей проекта, его задач при заданных критериях, целевых функциях, ограничениях;
- участвовать в разработке проектов по автоматизации технологических процессов;

Владеть:

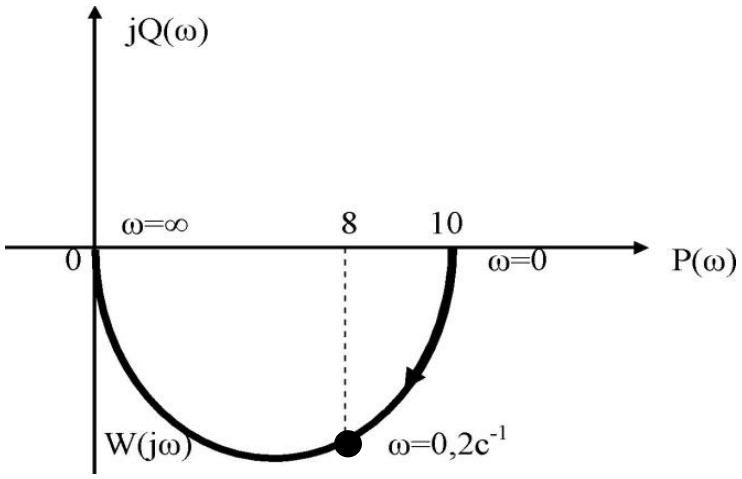
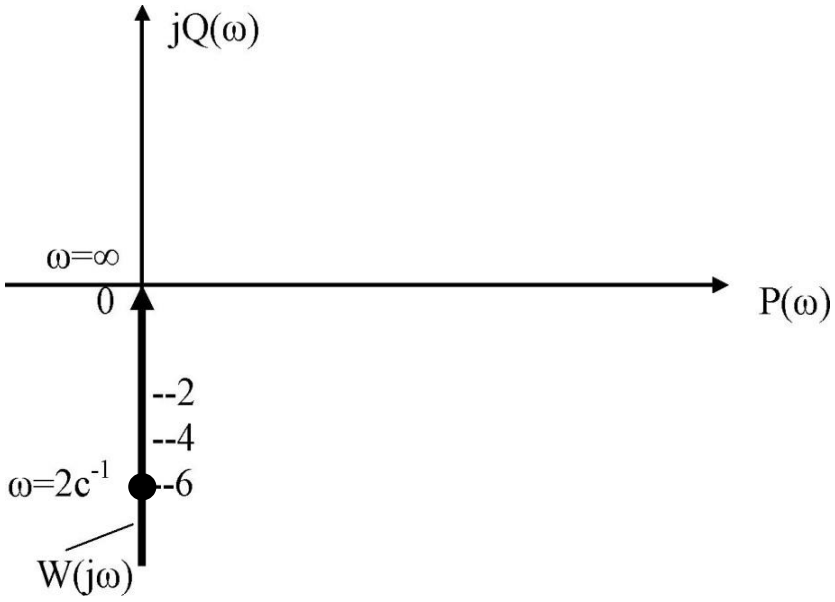
- навыками участия в разработке обобщенных вариантов решения проблем, связанных с автоматизацией производств;
- навыками участия в постановке целей проекта, его задач при заданных критериях, целевых функциях, ограничениях;
- навыками участия в разработке проектов по автоматизации технологических процессов.

Самостоятельная работа № 1.
ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ

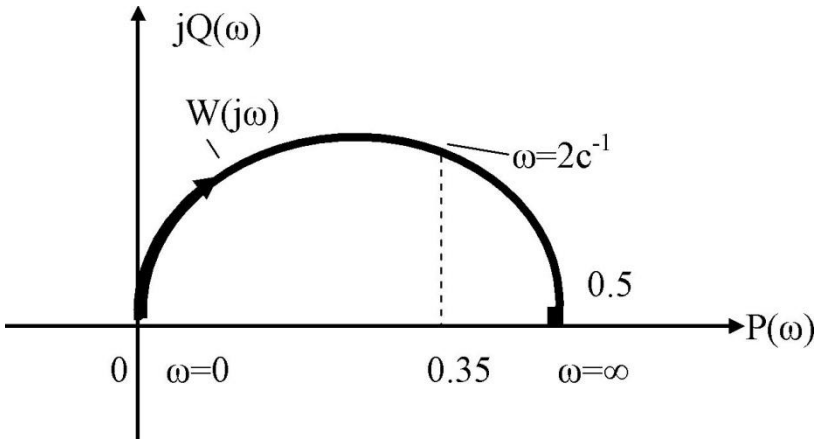
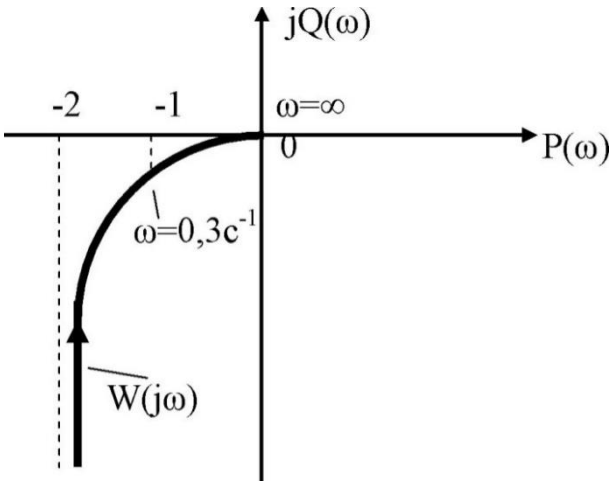
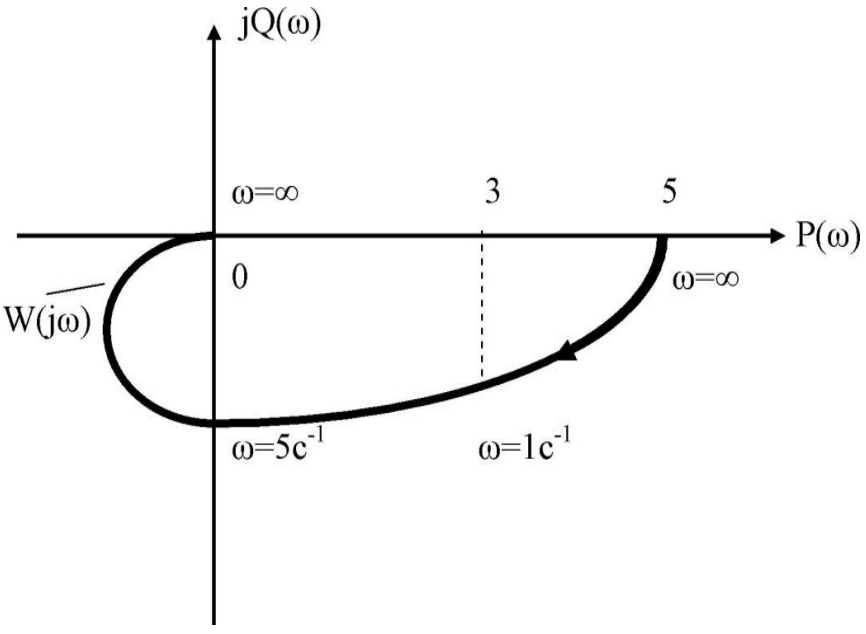
По заданным переходным и частотным характеристикам типовых динамических звеньев (см. табл.1.1) определить типы звеньев, записать их передаточные функции в общем виде и вычислить параметры передаточных функций (передаточные коэффициенты и постоянные времени).

Таблица 1.1

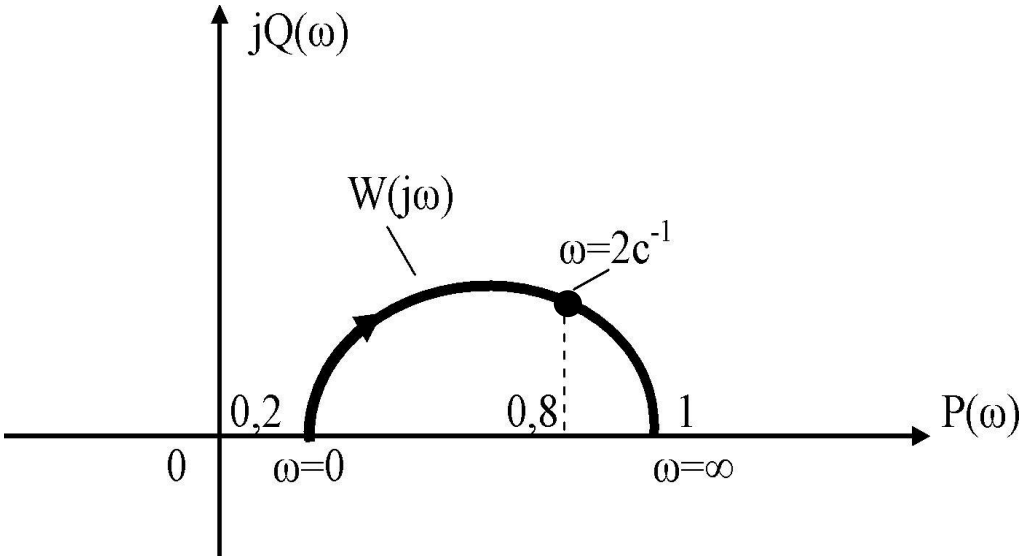
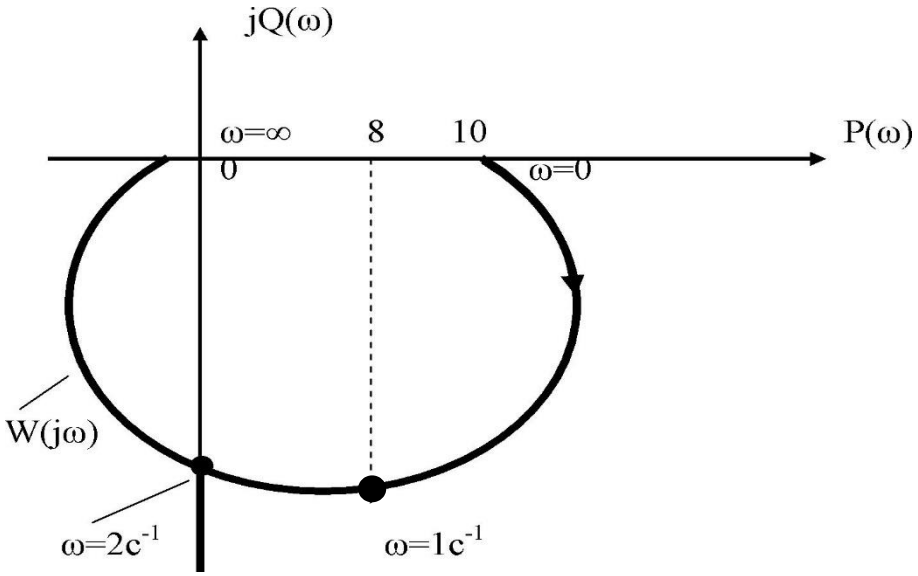
Характеристики динамических звеньев

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
1	
2	

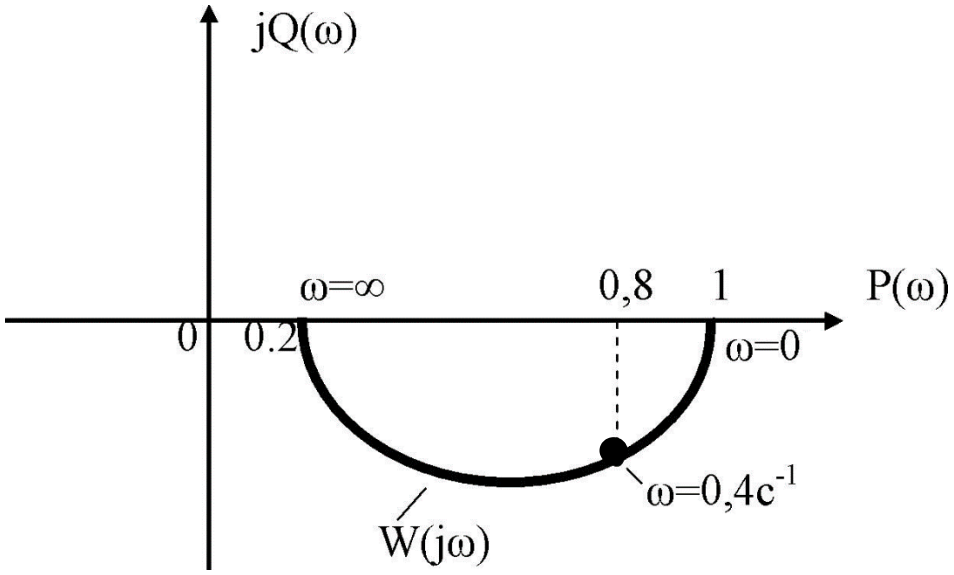
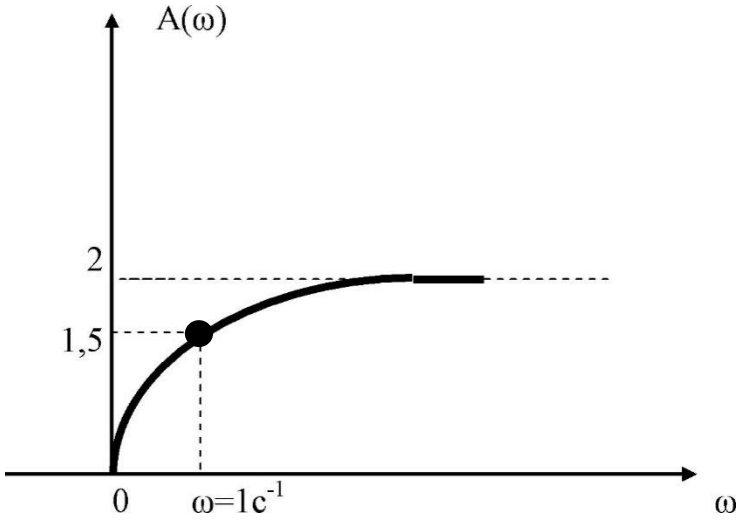
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
3	
4	
5	

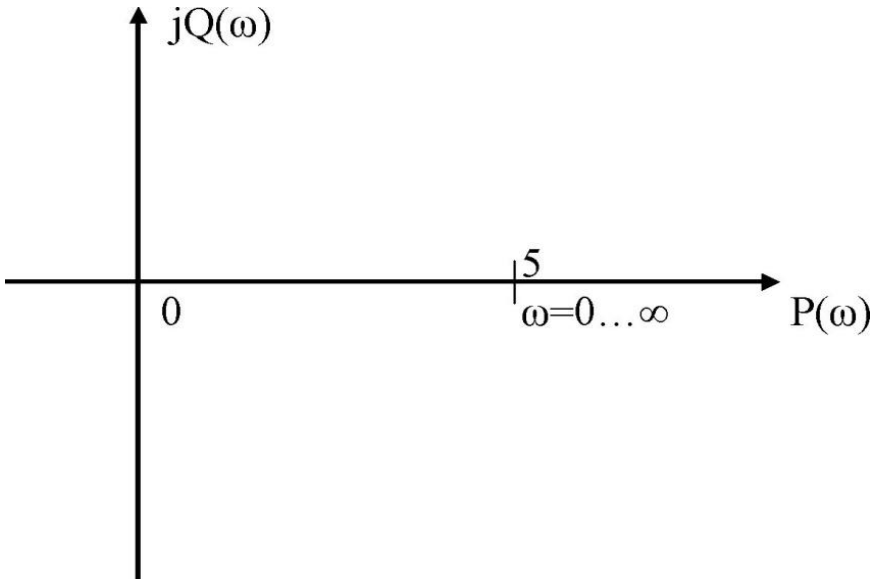
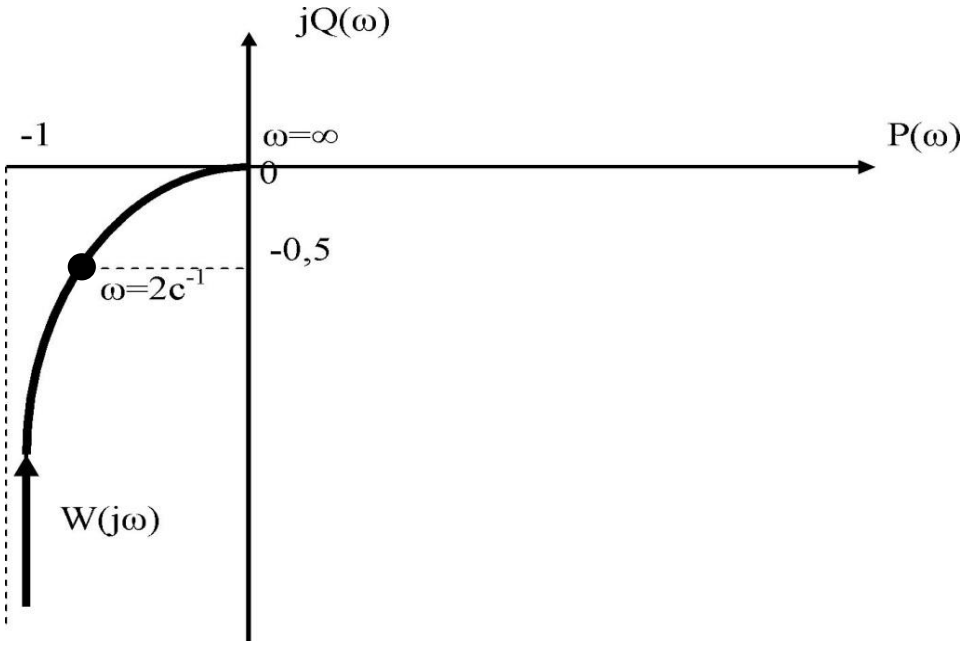
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
6	
7	

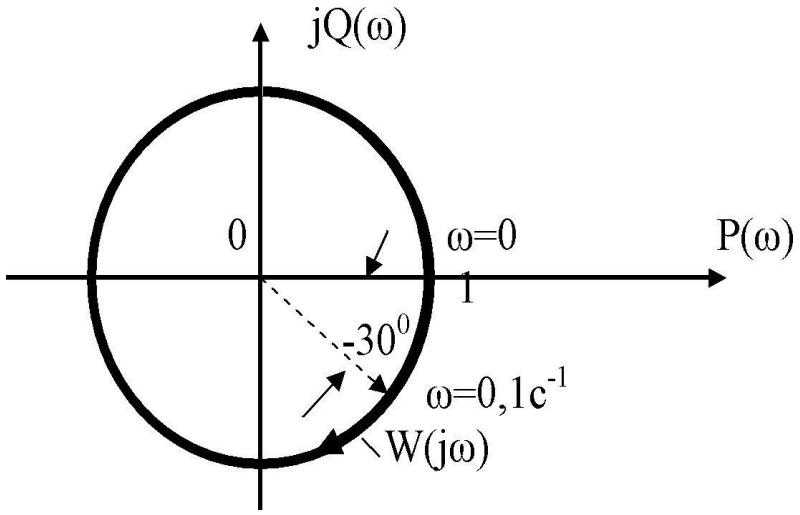
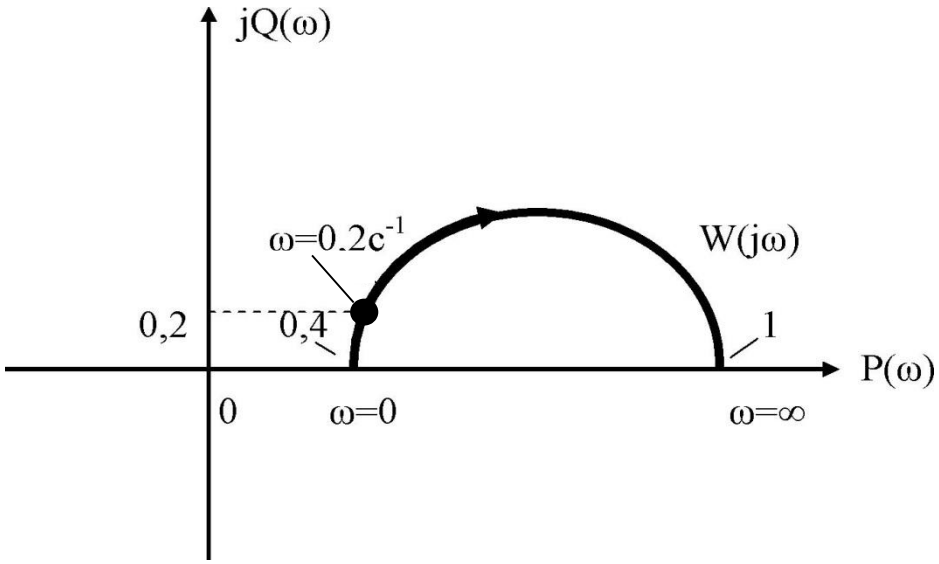
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
8	
9	

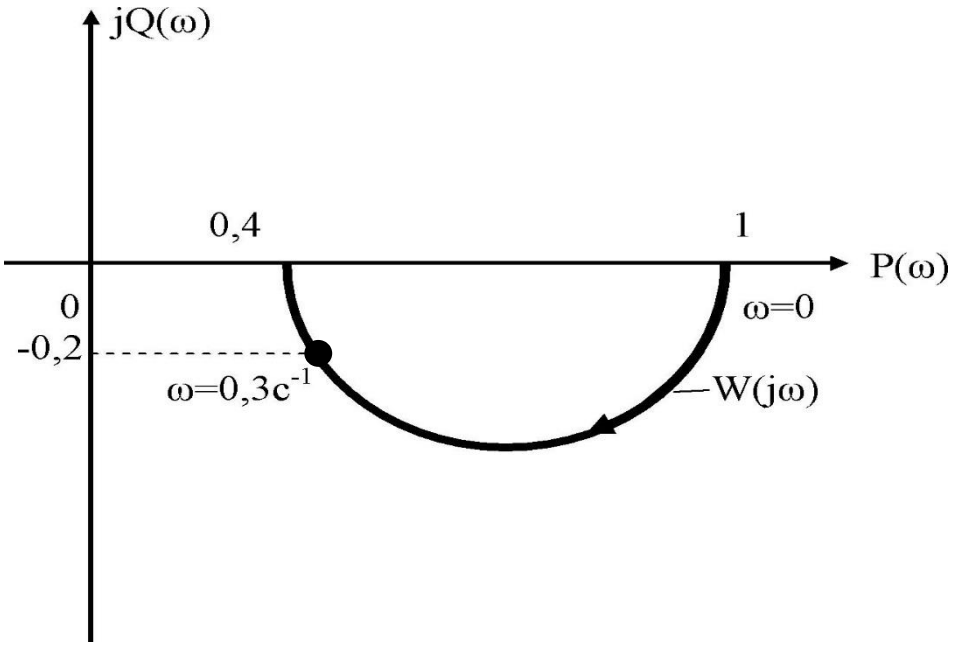
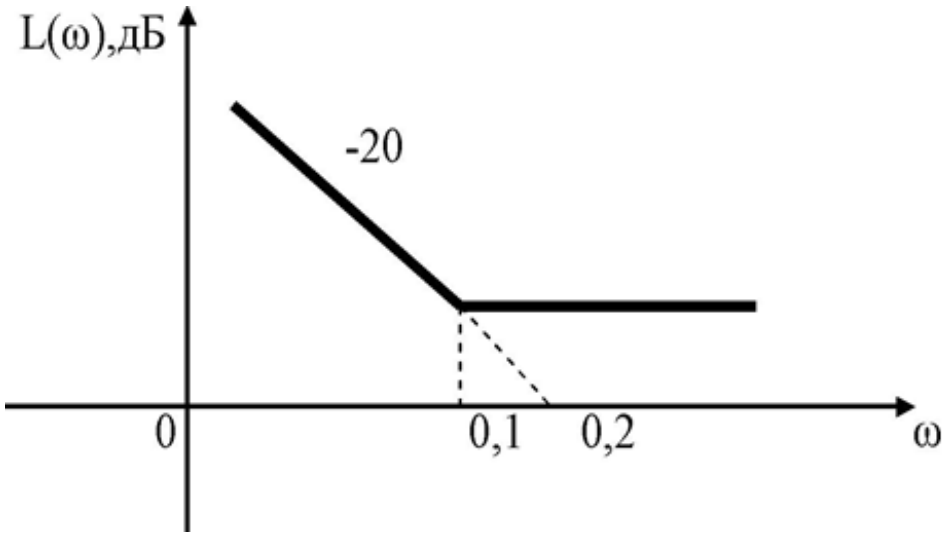
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
10	
11	

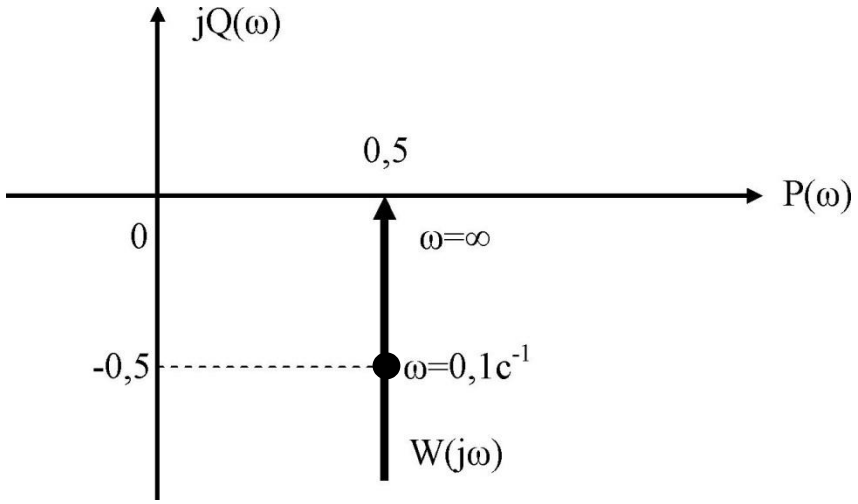
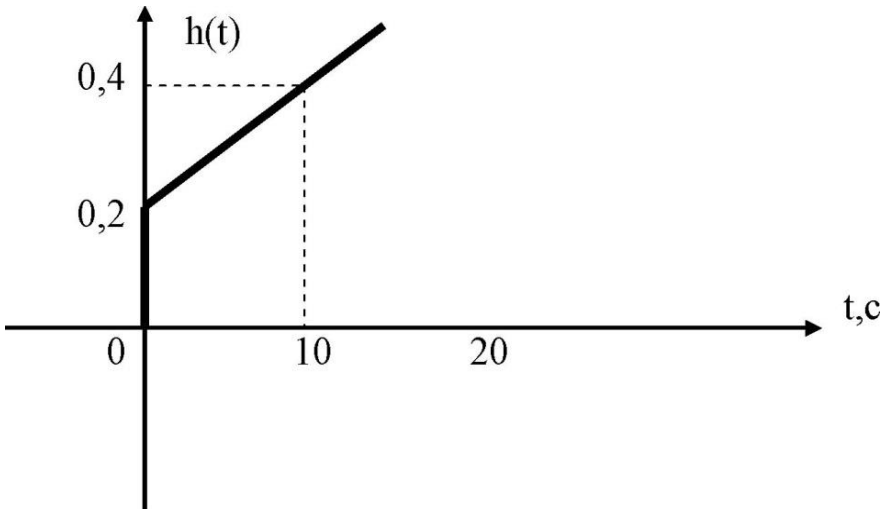
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
12	
13	

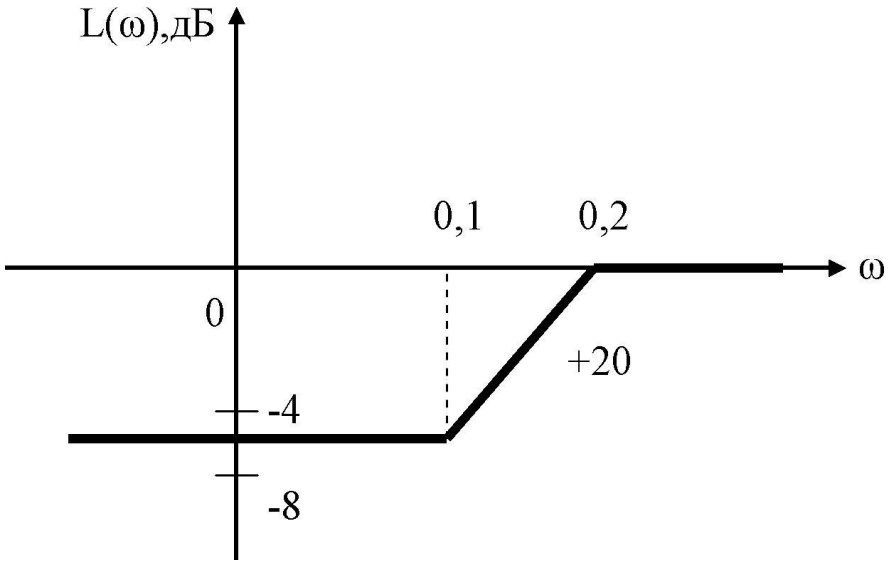
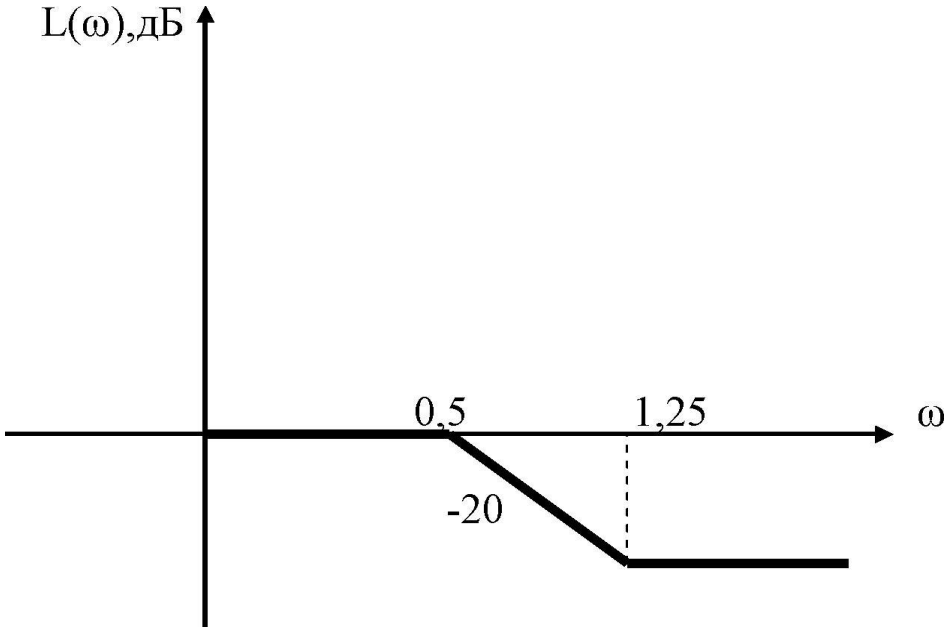
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
14	
15	

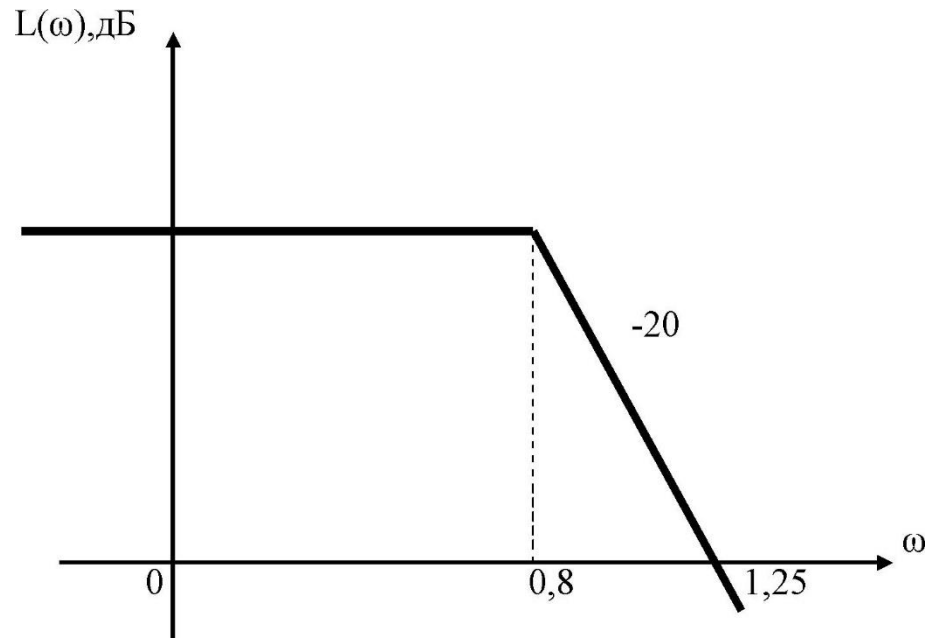
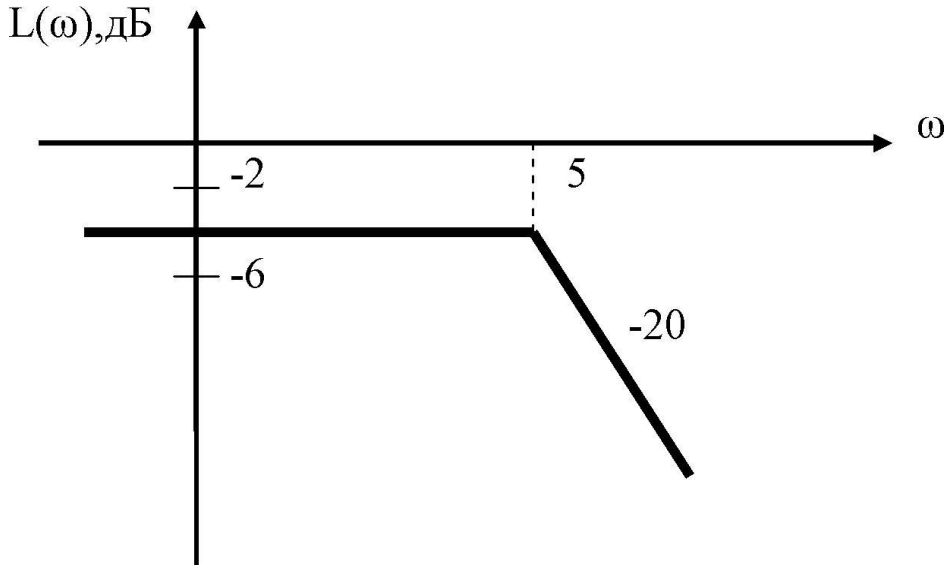
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
16	
17	

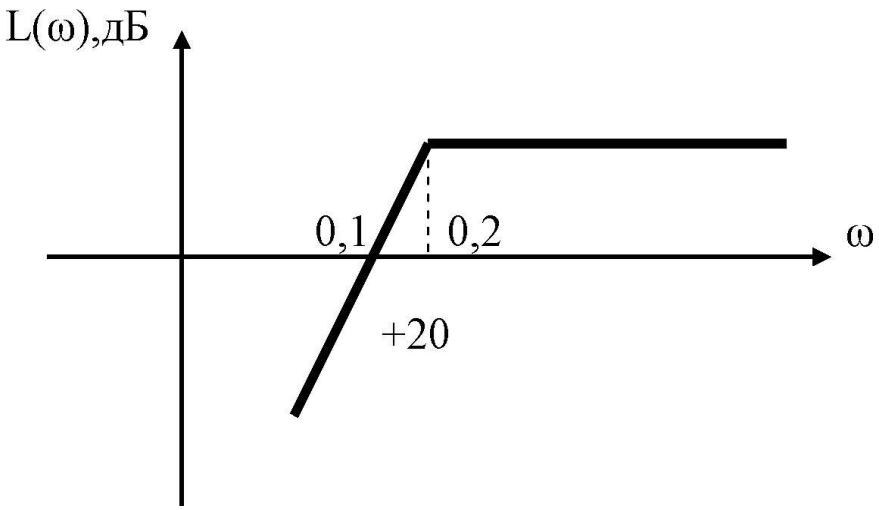
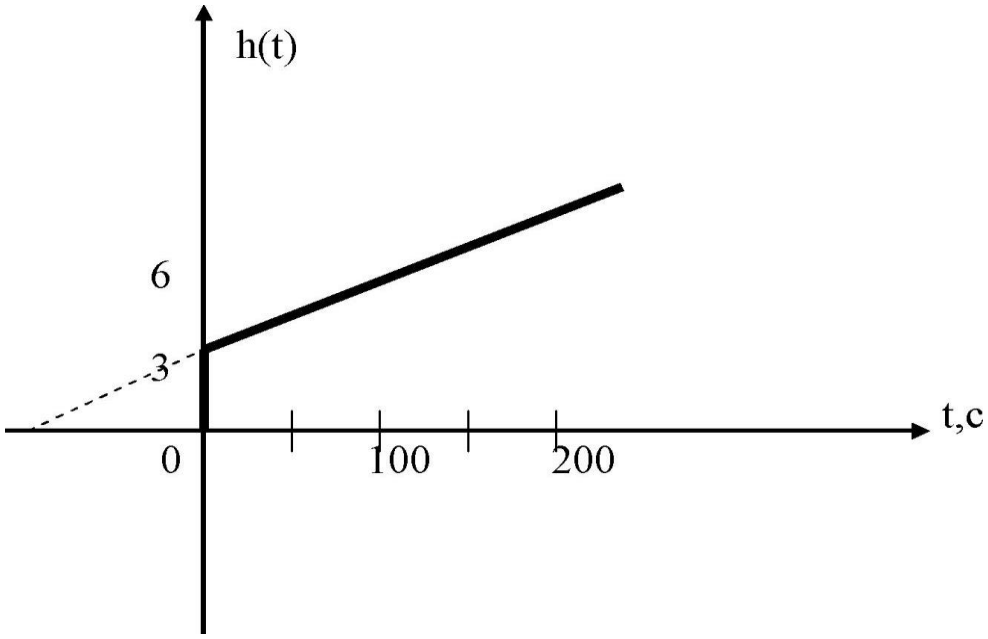
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
18	
19	

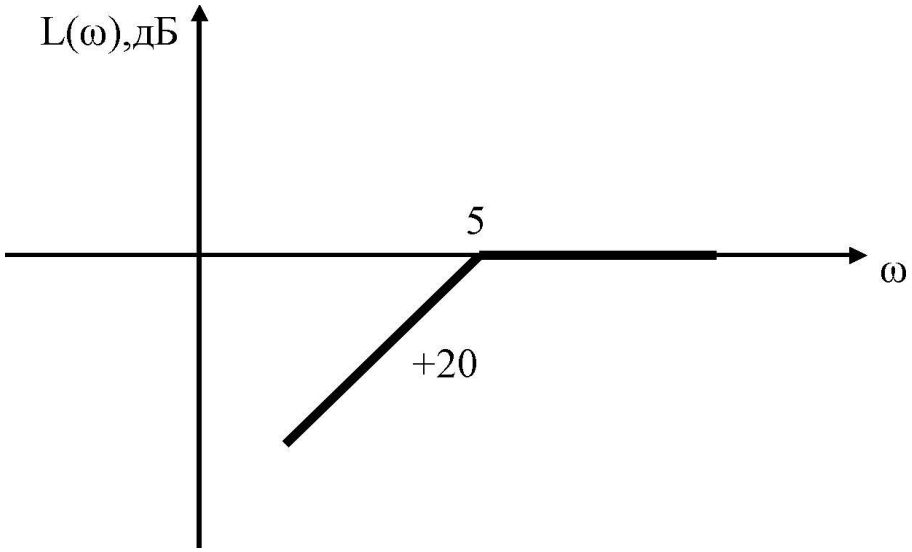
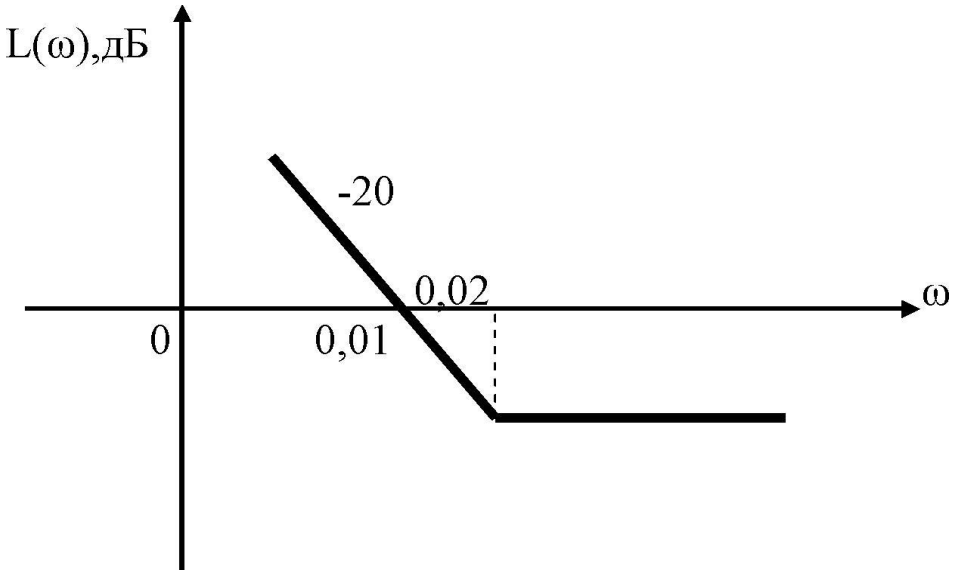
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
20	
21	

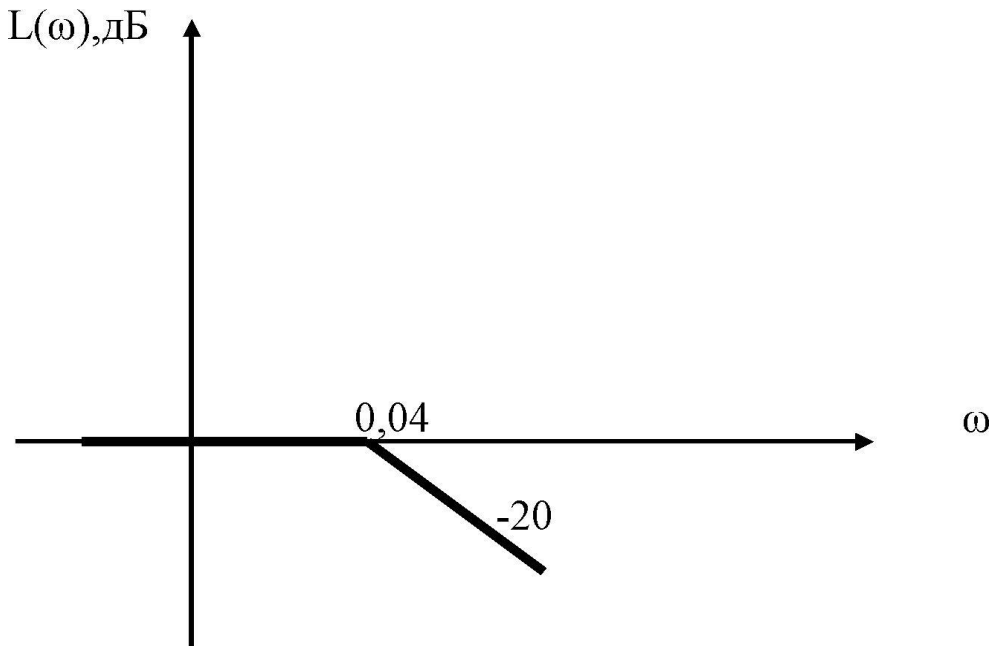
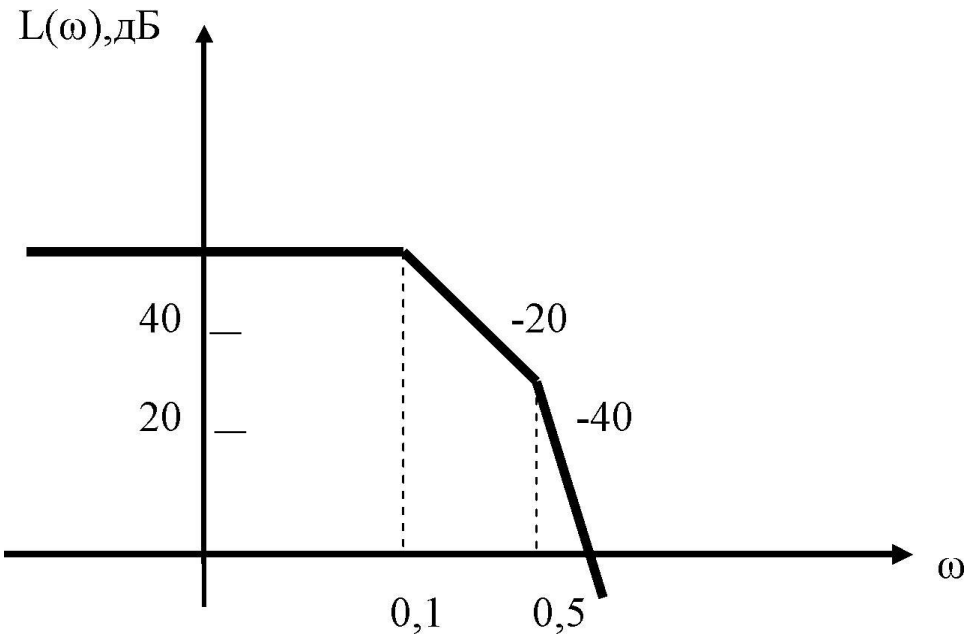
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
22	
23	

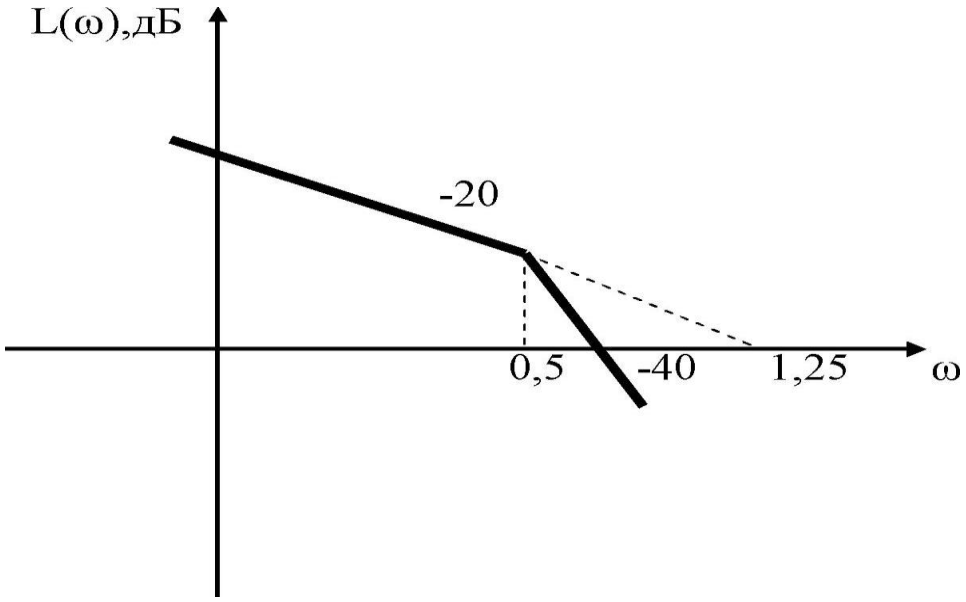
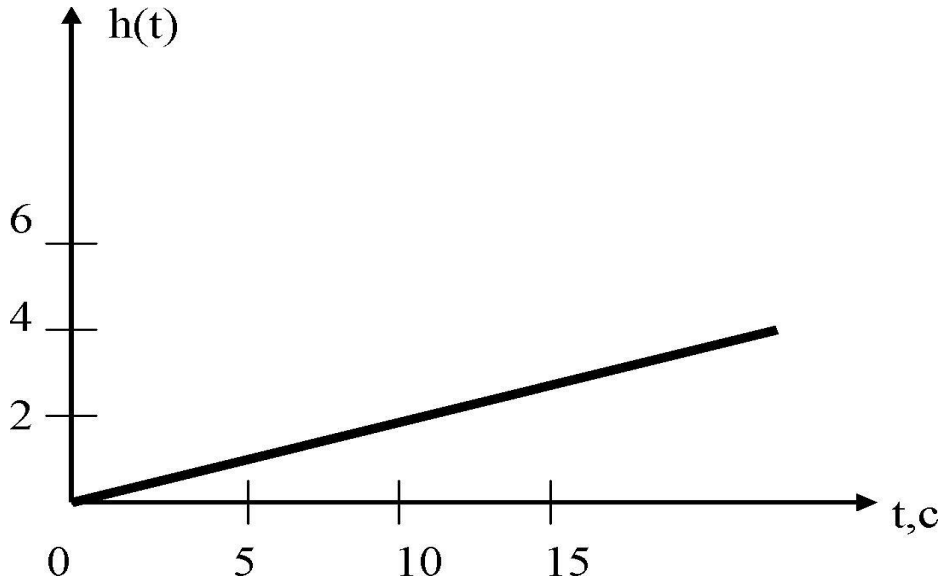
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
24	
25	

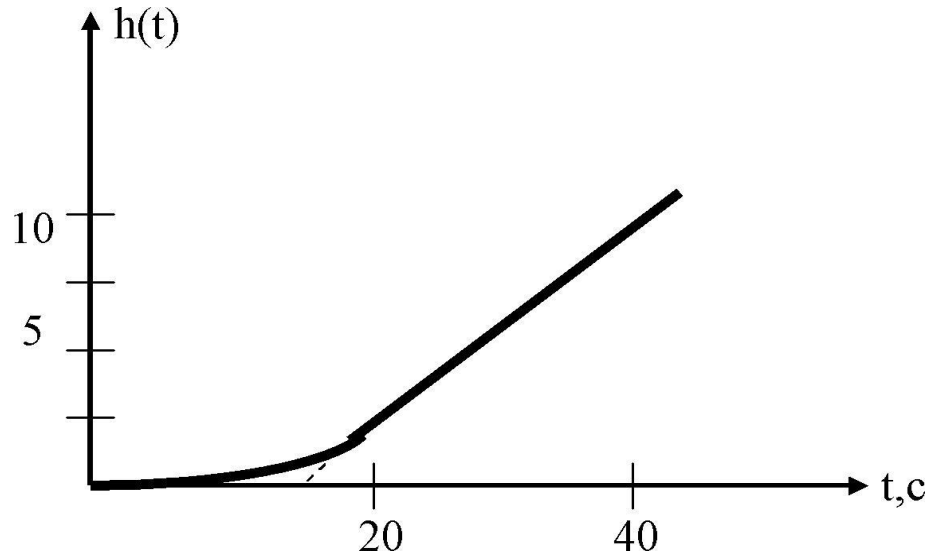
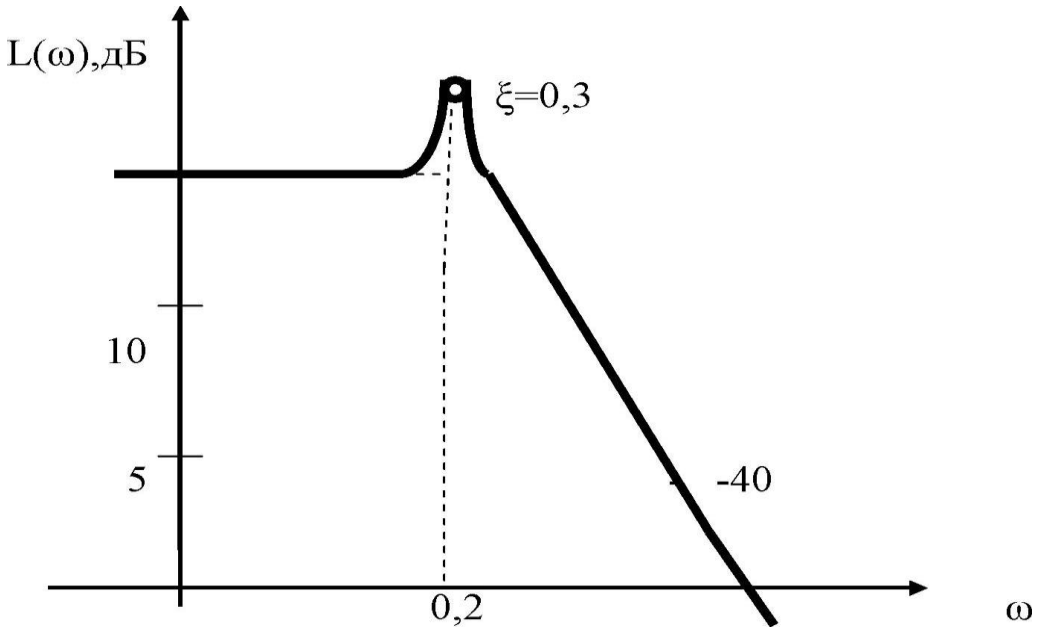
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
26	
27	

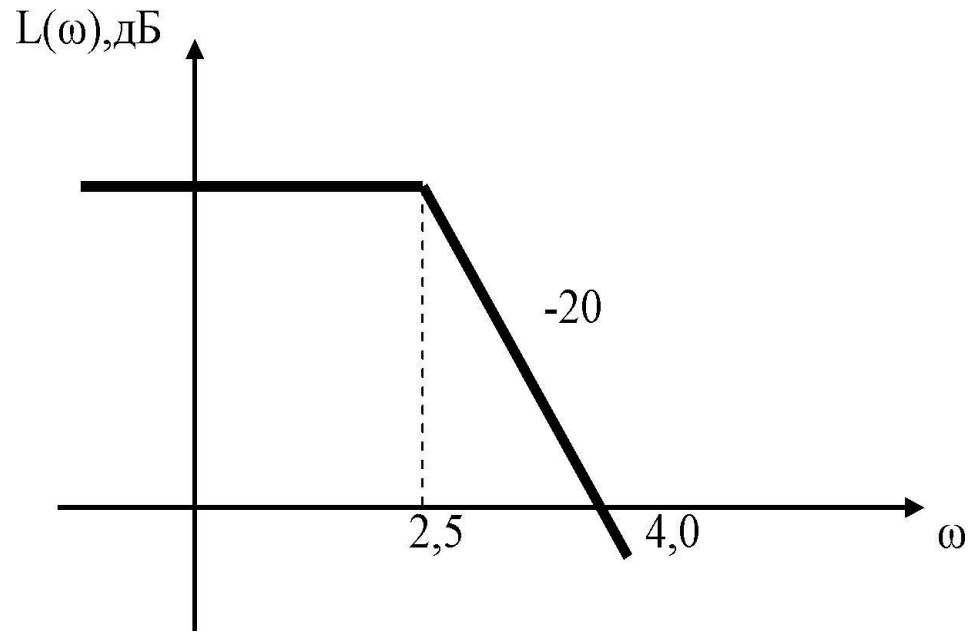
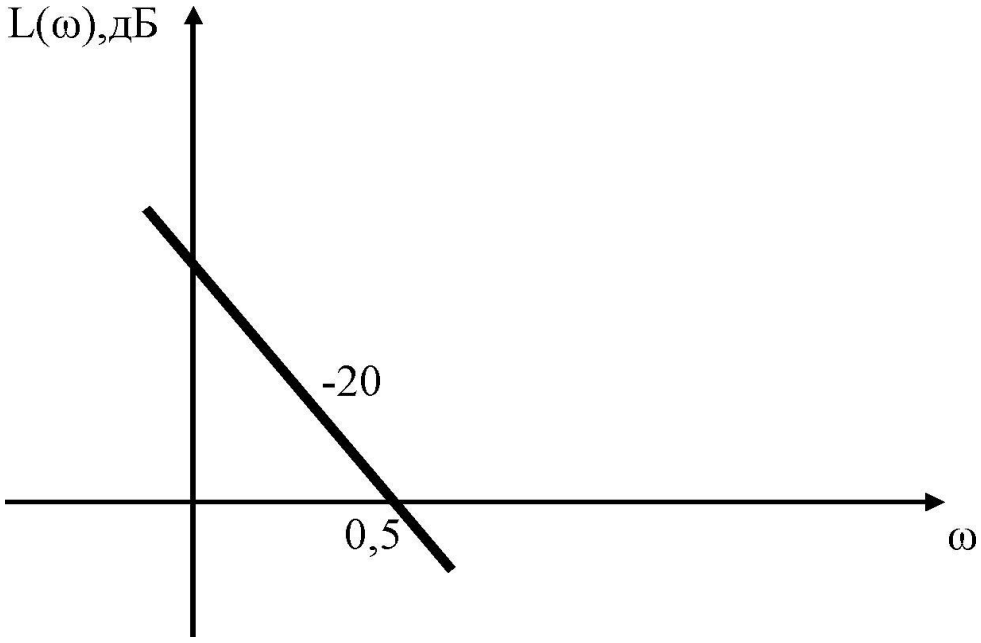
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
28	
29	

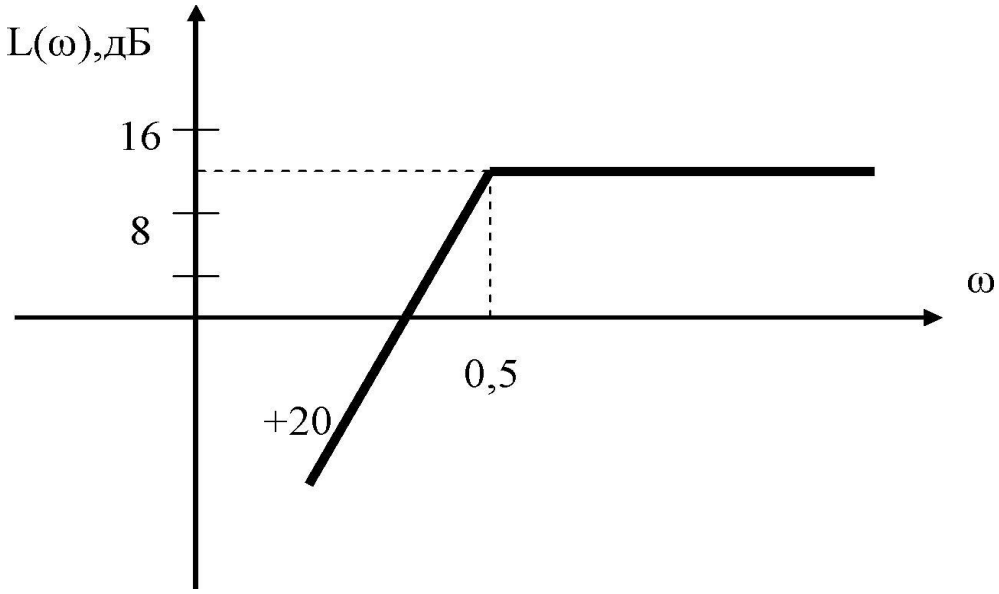
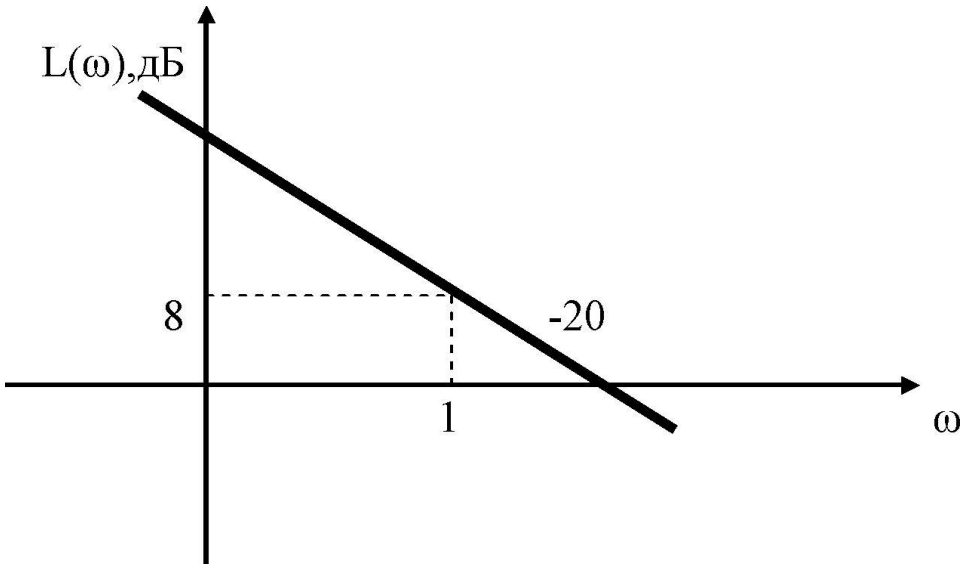
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
30	
31	

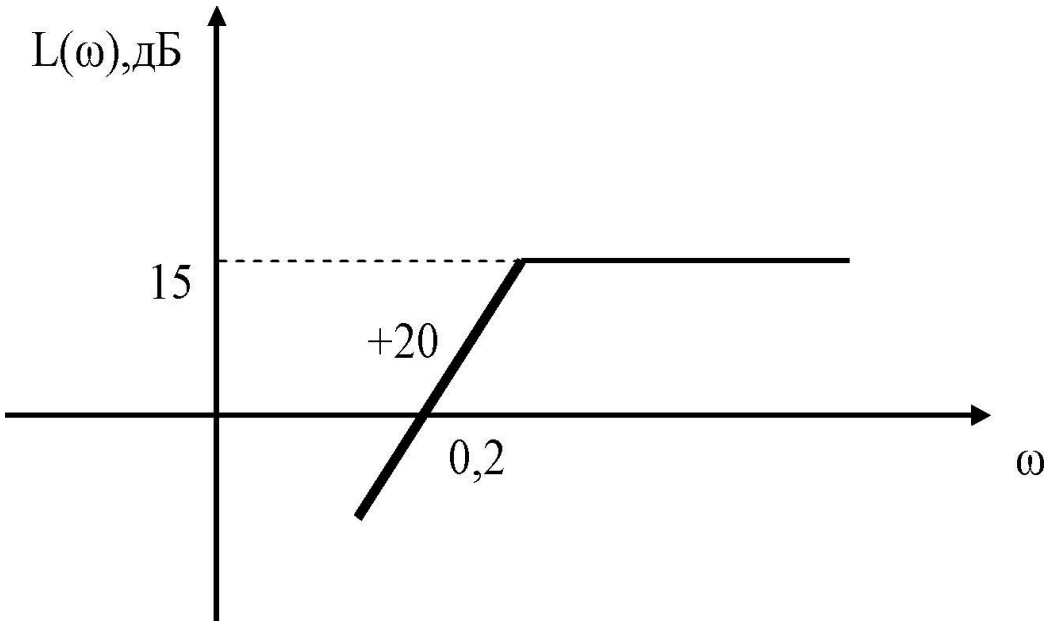
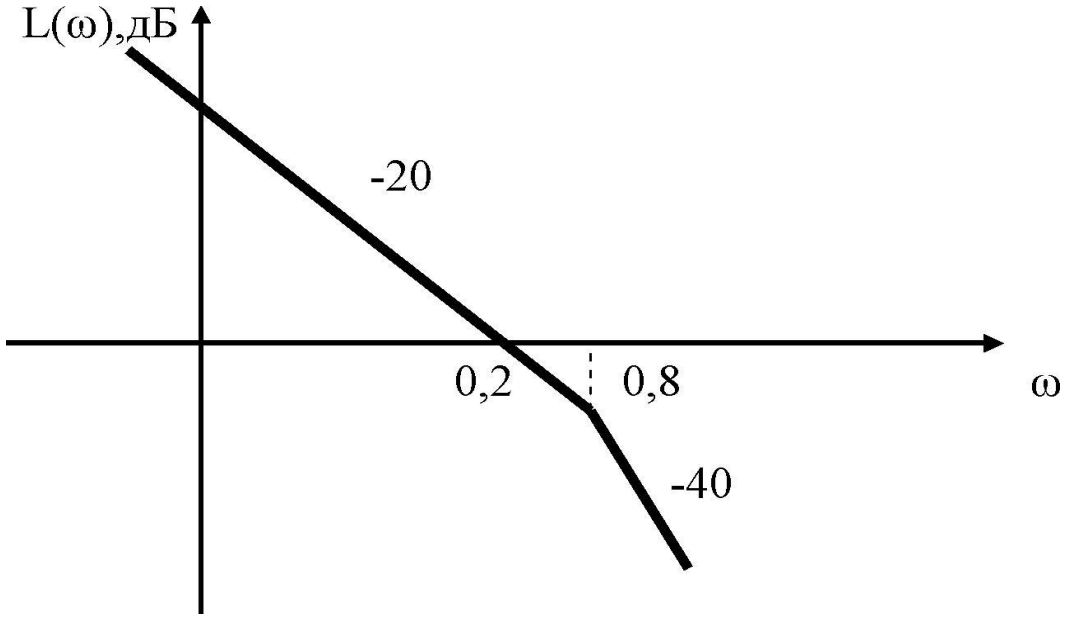
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
32	
33	

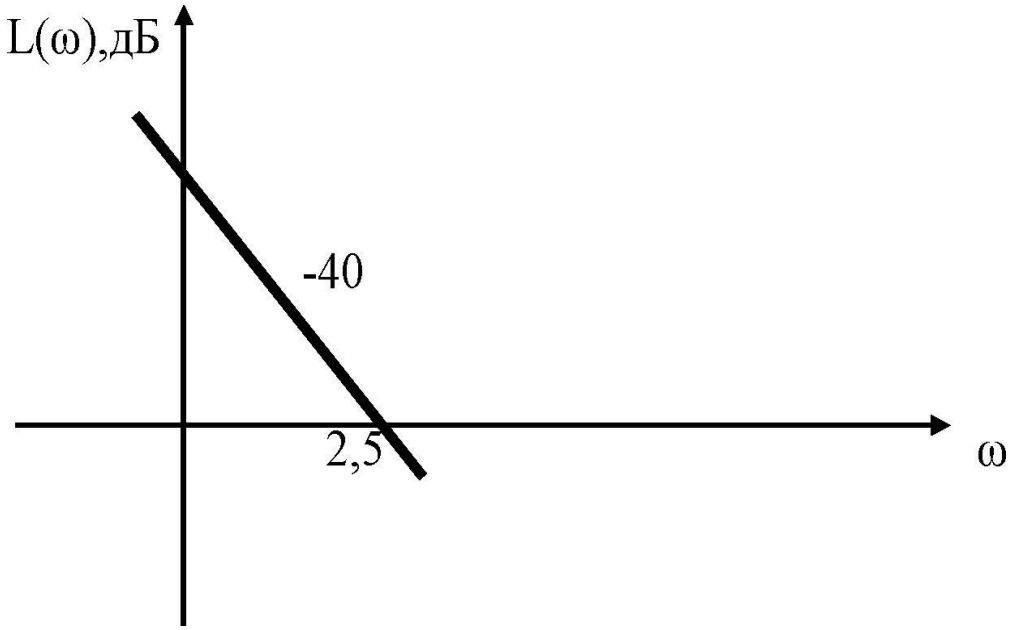
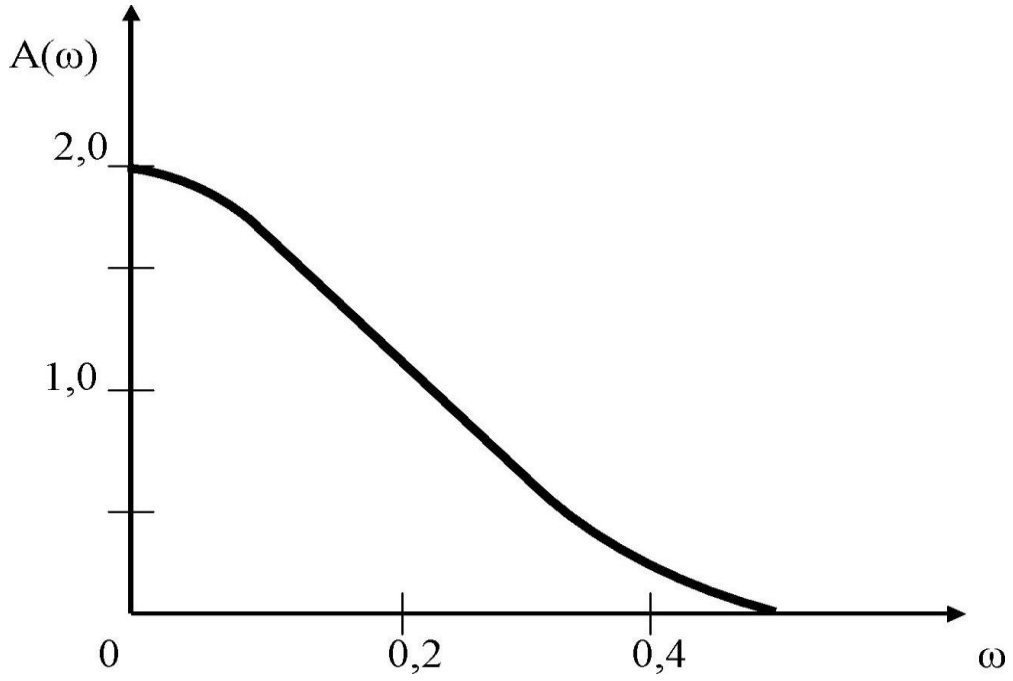
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
34	
35	

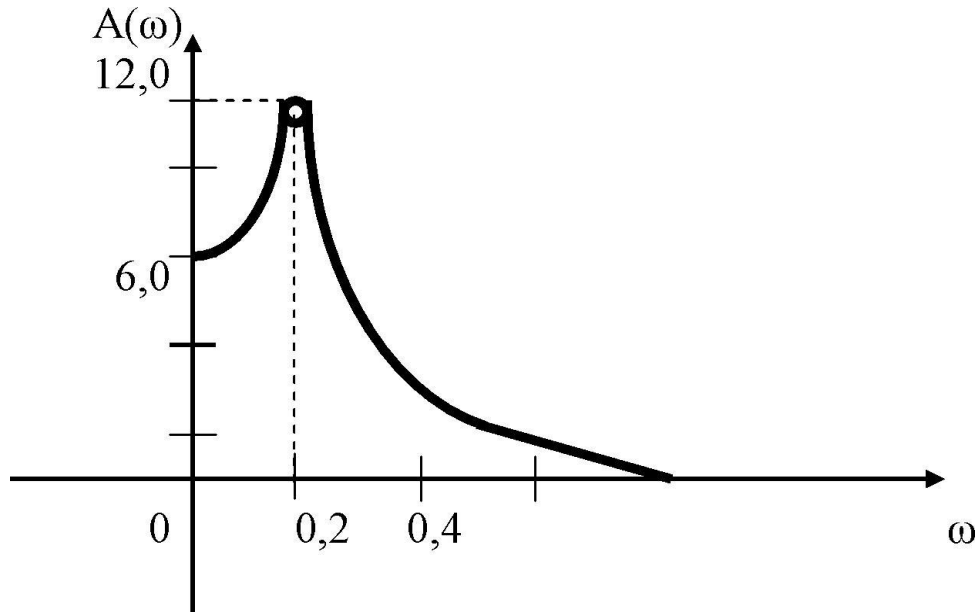
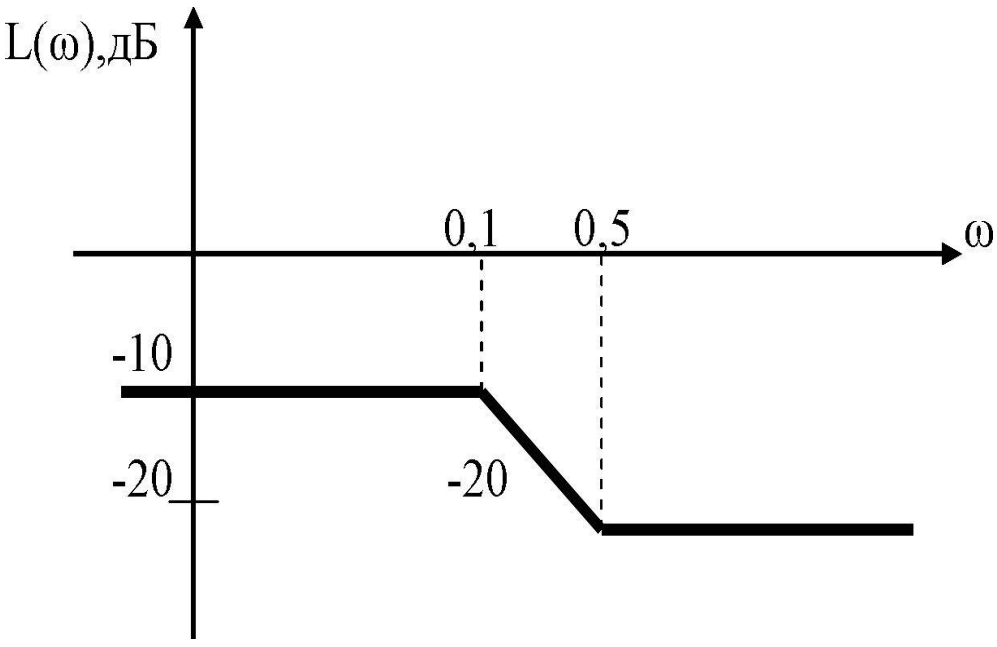
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
36	
37	

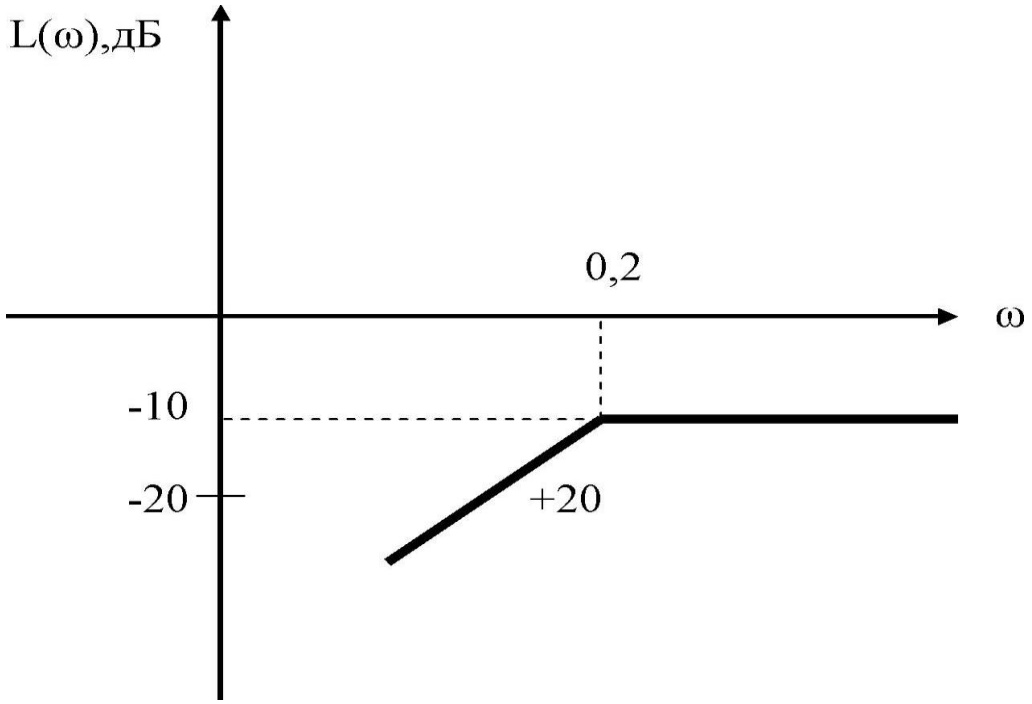
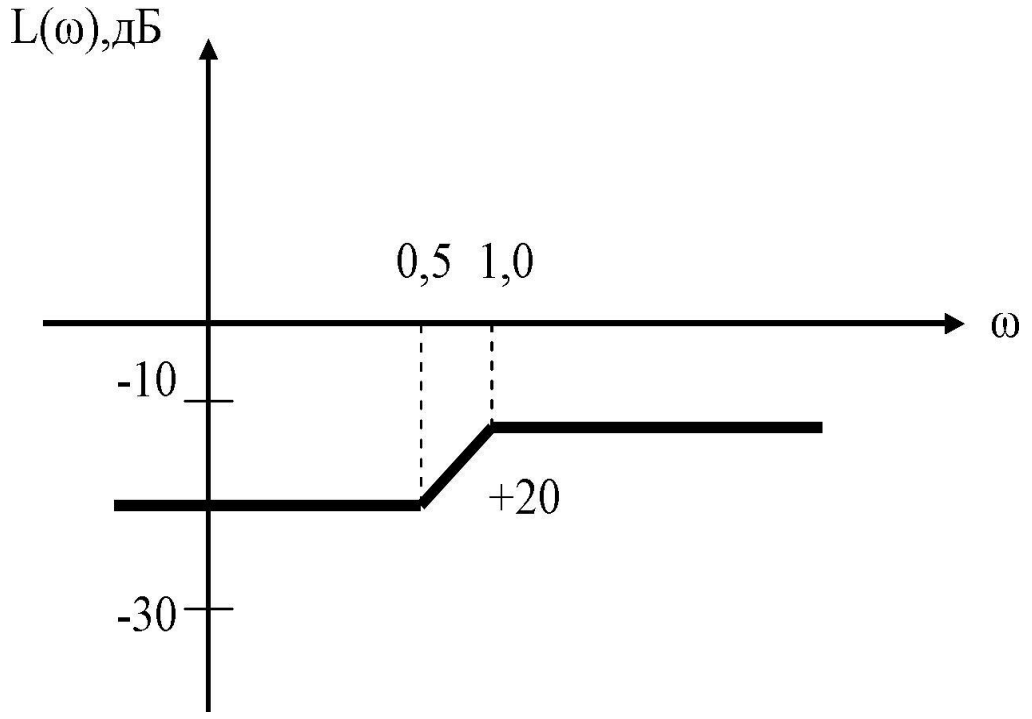
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
38	
39	

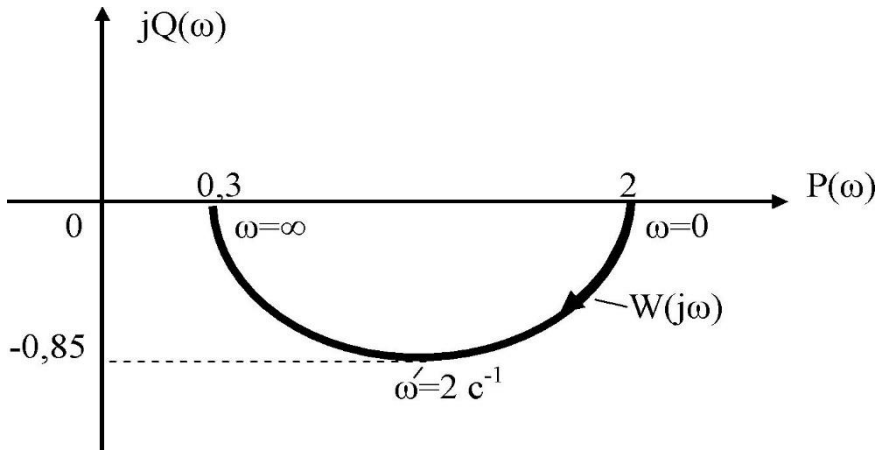
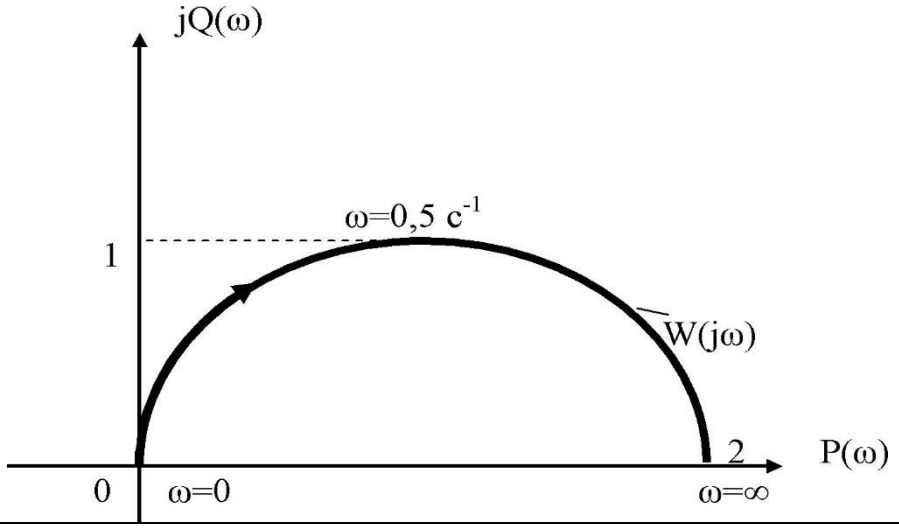
Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
40	
41	

Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
42	
43	

Окончание табл. 1.1

Номер варианта	Частотная (переходная) характеристика звена
44	
45	

Примечания:

1. Звенья в вариантах № 9, 15, 18 - 22, 24 - 28, 31, 32, 34, 36, 37, 39 - 43 являются минимально-фазовыми.
2. Звено в варианте № 39 описывается дифференциальным уравнением первого порядка.
3. Звенья в вариантах № 31, 40 описываются дифференциальным уравнением второго порядка.

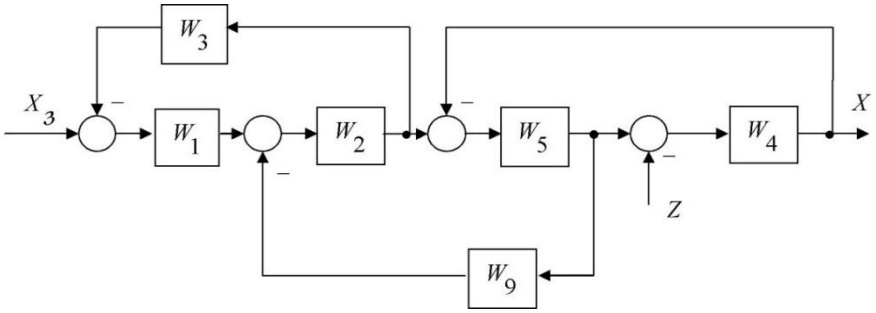
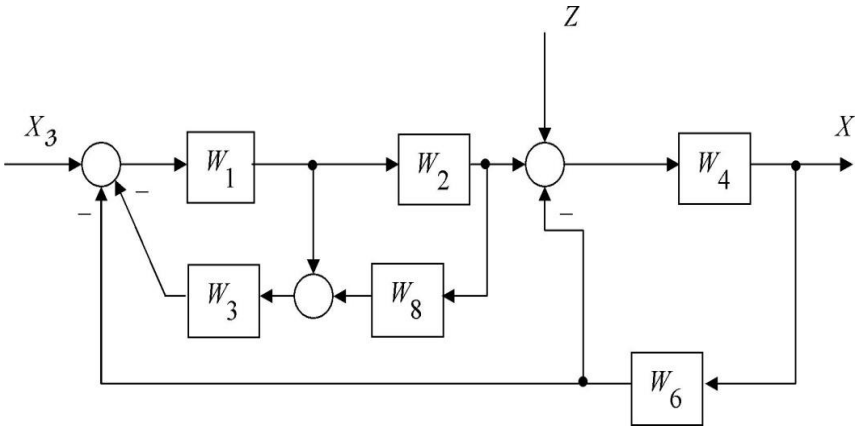
Самостоятельная работа № 2.
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ СХЕМ

В соответствии с заданным вариантом (см. табл. 2.1) необходимо преобразовать исходную многоконтурную систему в одноконтурную с целью получения передаточных функций разомкнутого контура системы $W_{\text{рк}}(p)$ и замкнутой системы $\Phi_i(p)$ по заданным каналам воздействий. Преобразование алгоритмической схемы следует осуществлять последовательно, записывая передаточные функции эквивалентных соединений. Преобразование схемы проводят аргументировано, поясняя все действия, например, «перенесём узел разветвления сигналов 1 через звено $W_i(p)$ вперёд» или «перенесём сумматор 2 в сумматор 1 через звено $W_i(p)$» и т.д. (см. табл. П. 1).

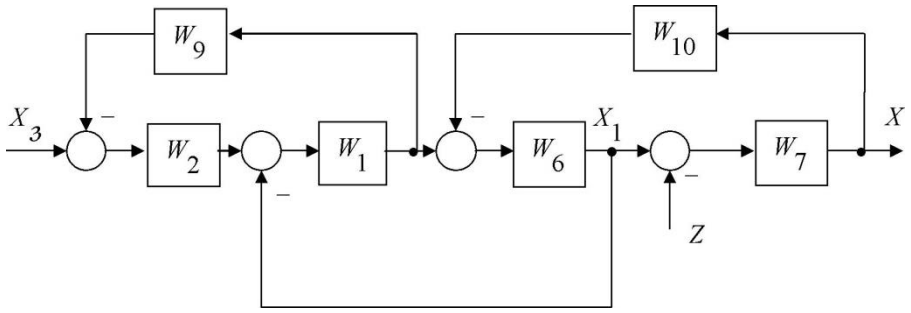
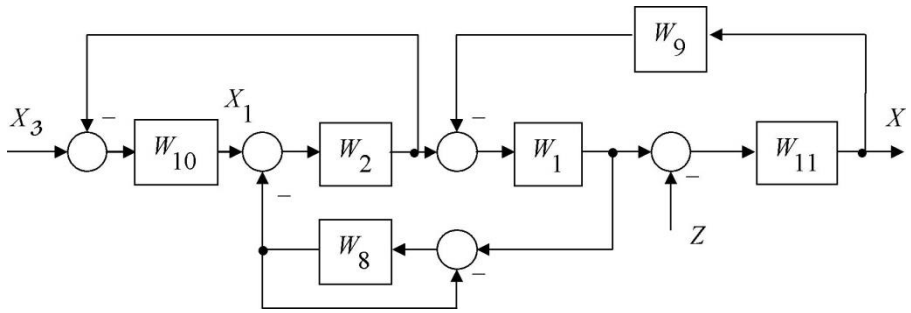
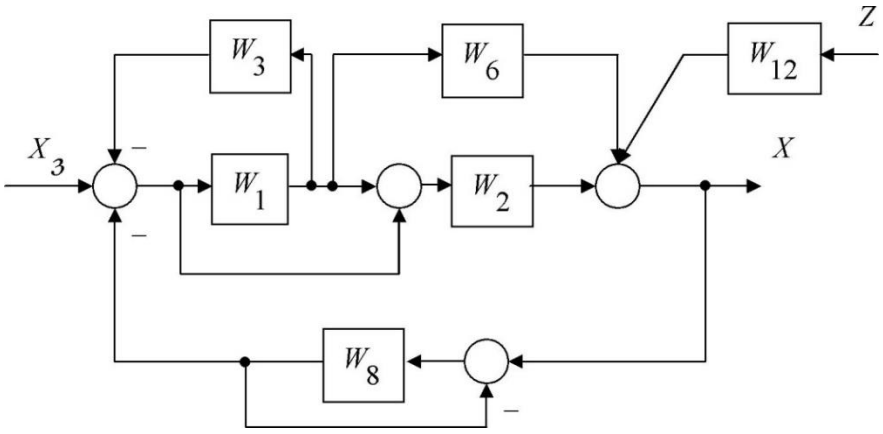
Передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем следует записать через **эквивалентные** передаточные функции звеньев, не раскрывая последние.

Таблица 2.1

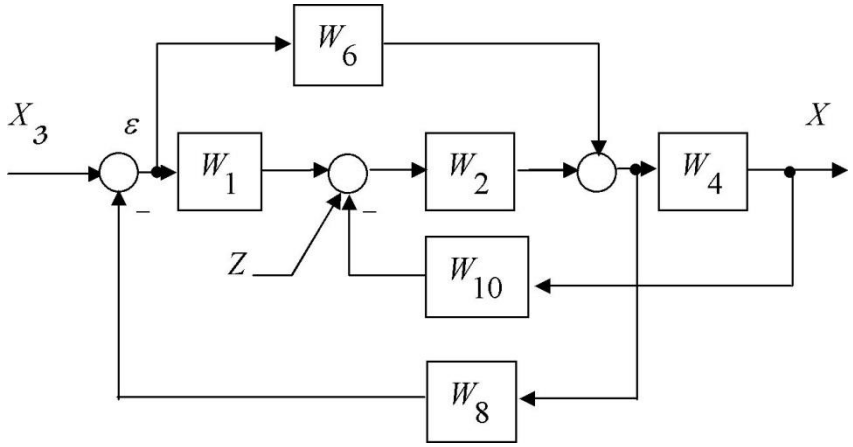
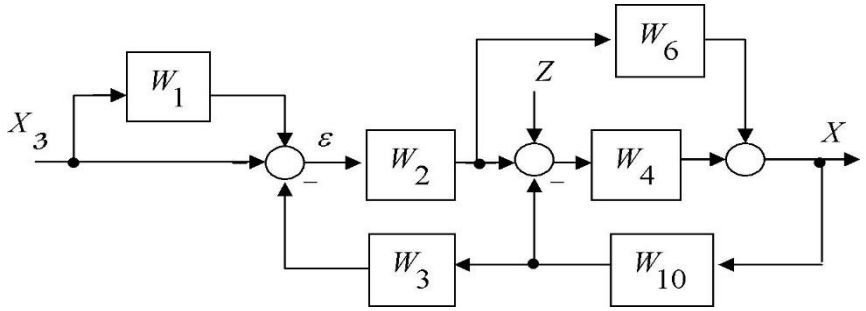
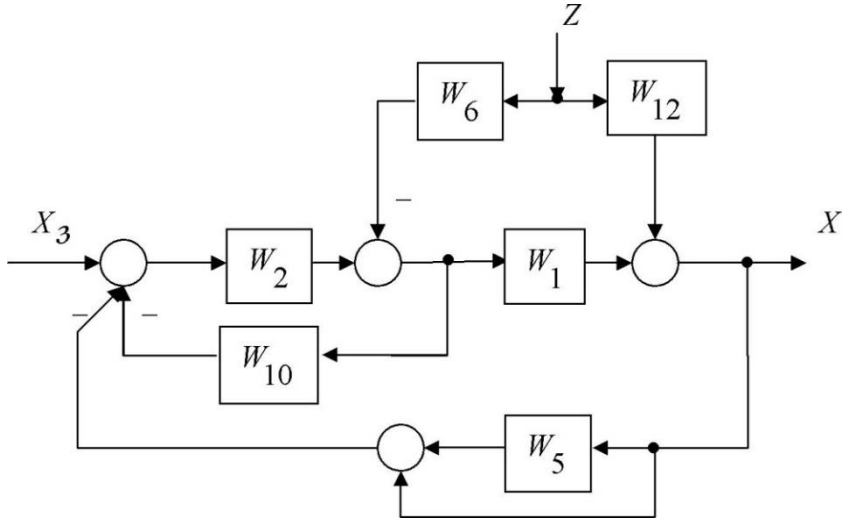
Алгоритмические схемы многоконтурных систем

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
1		$X_з - X$ $Z - X$
2		$X_з - X$ $Z - X$

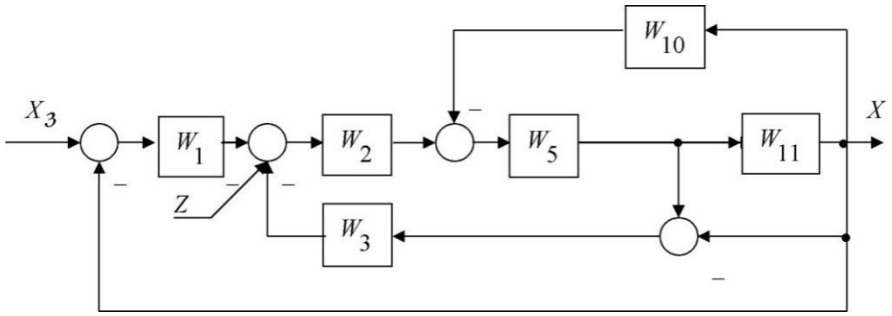
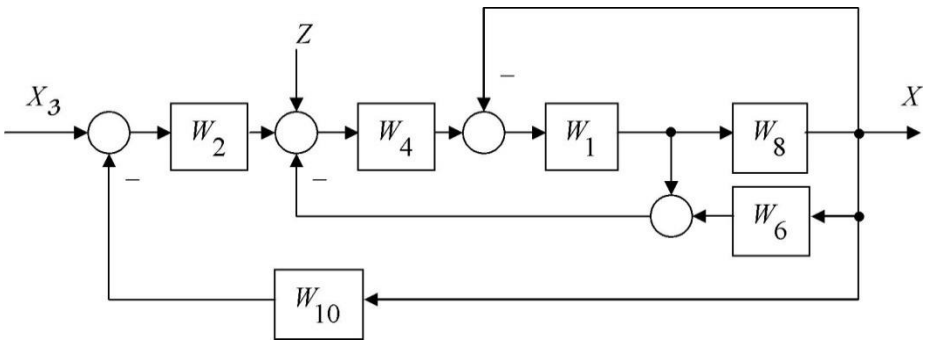
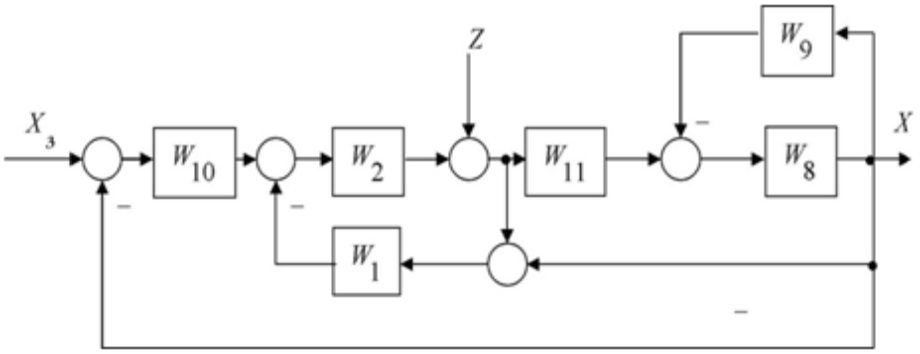
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
3		$X_з - X_1$ $Z - X$
4		$X_з - X_1$ $Z - X_1$
5		$X_з - X$ $Z - X$

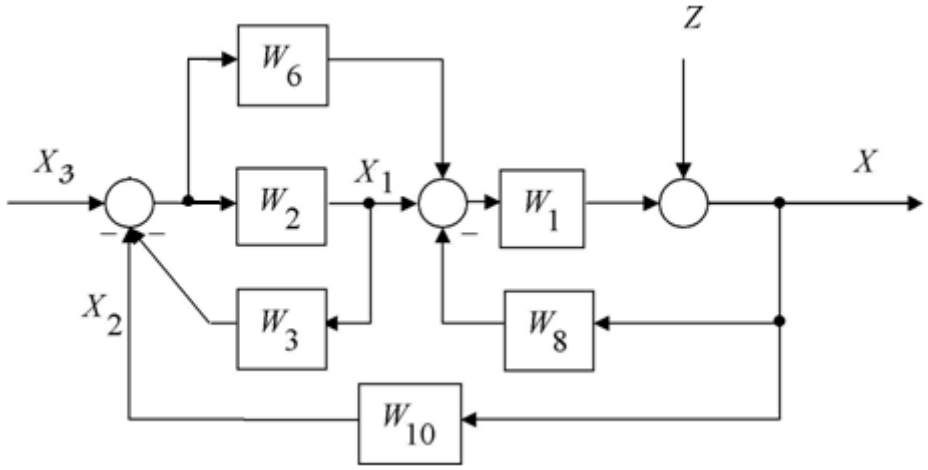
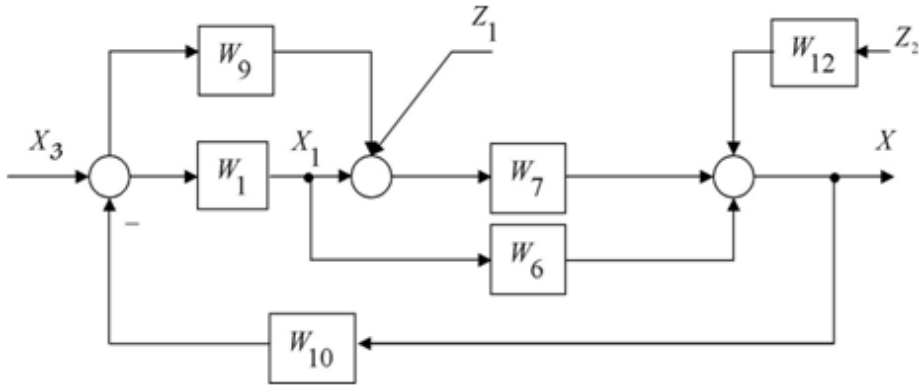
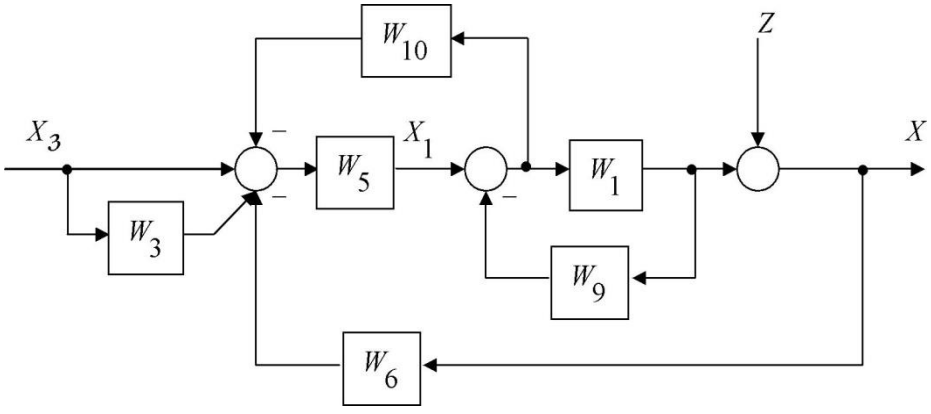
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
6		$X_з - X$ $Z - X$
7		$X_з - X$ $Z - \varepsilon$
8		$X_з - X$ $Z - X$

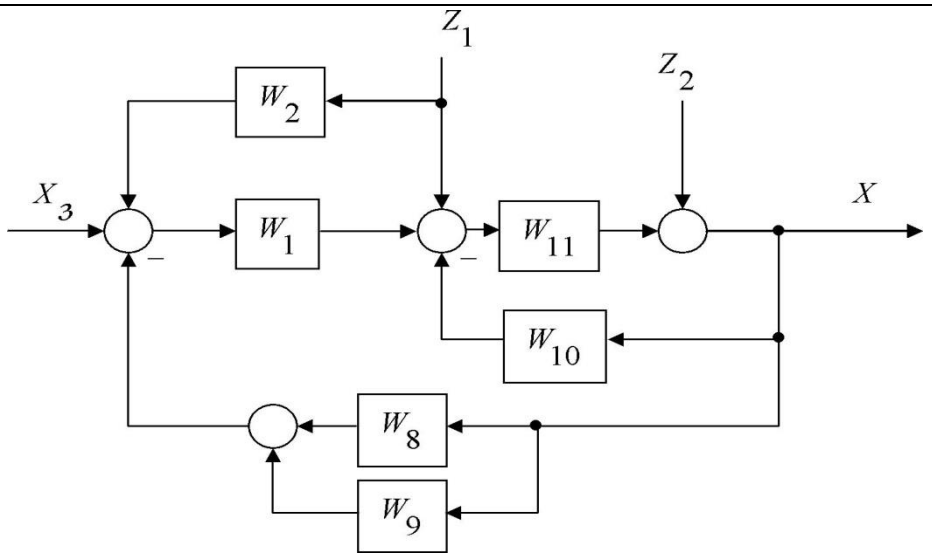
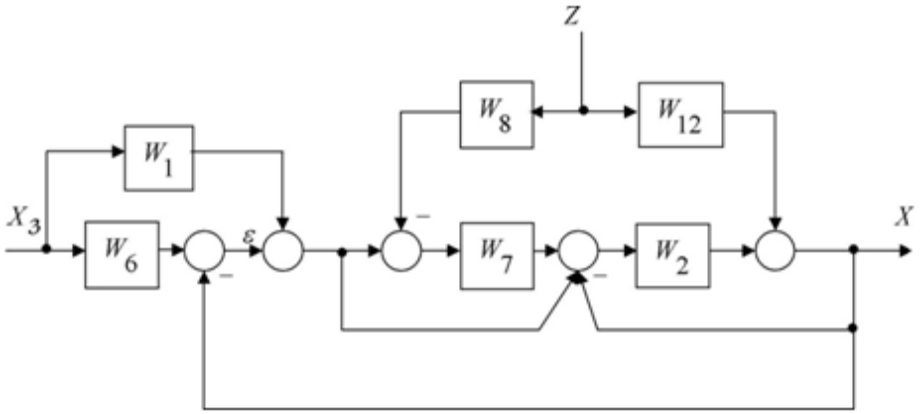
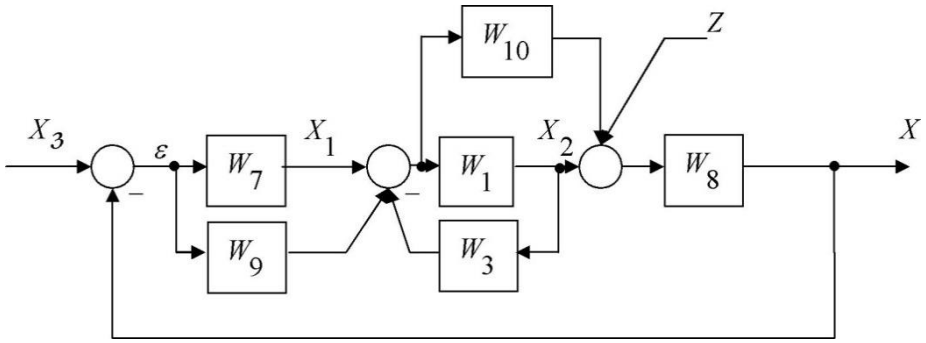
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
9		$X_з - X$ $Z - X$
10		$X_з - X$ $Z - X$
11		$X_з - X$ $Z - X$

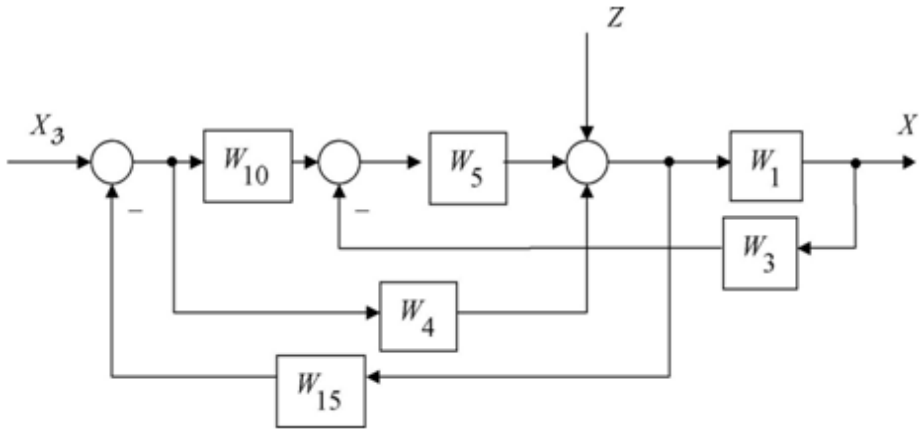
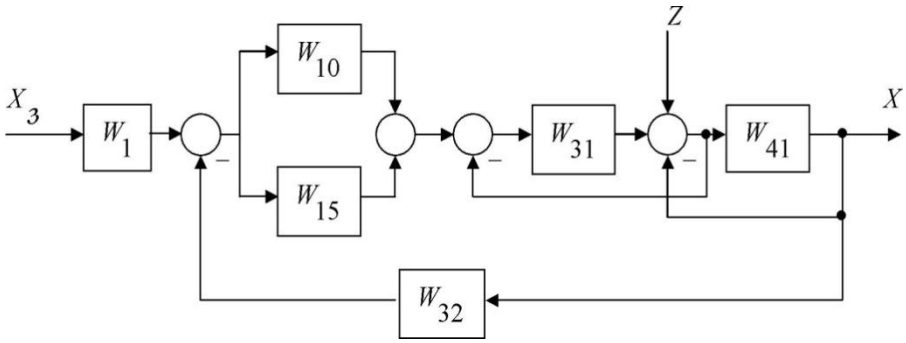
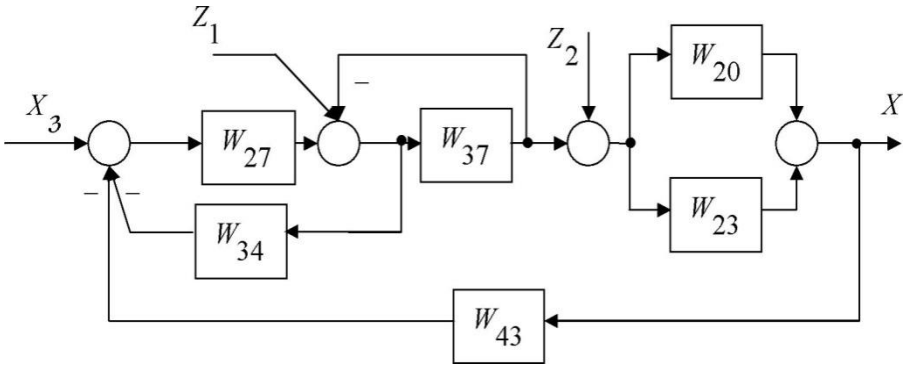
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
12		$X_з - X_1$ $Z - X_2$
13		$X_з - X_1$ $Z_1 - X_1$
14		$X_з - X_1$ $Z - X_1$

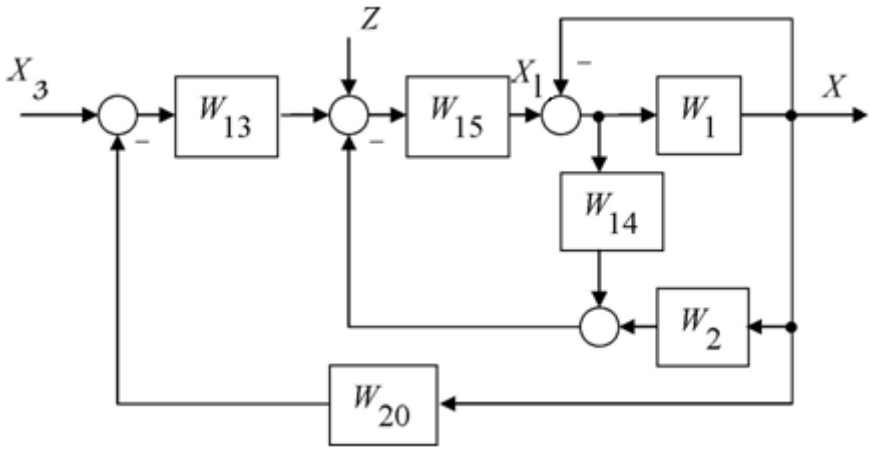
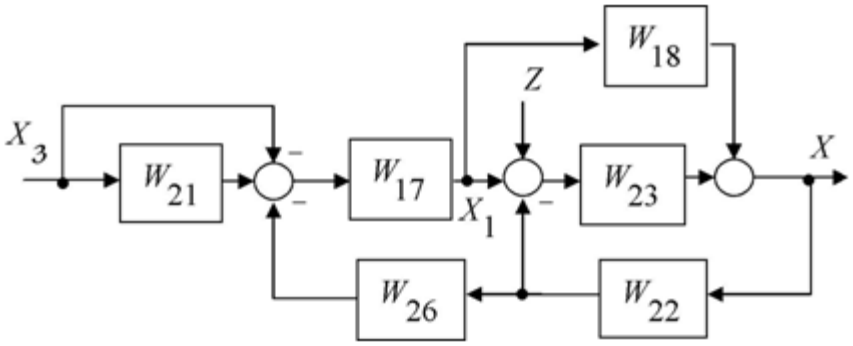
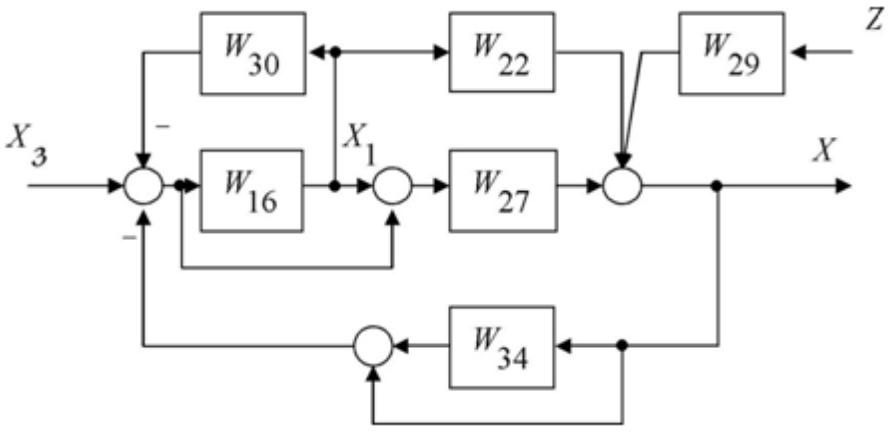
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
15		$X_з - X$ $Z_1 - X$
16		$X_з - X$ $Z - X$
17		$X_з - X_1$ $Z - X_2$

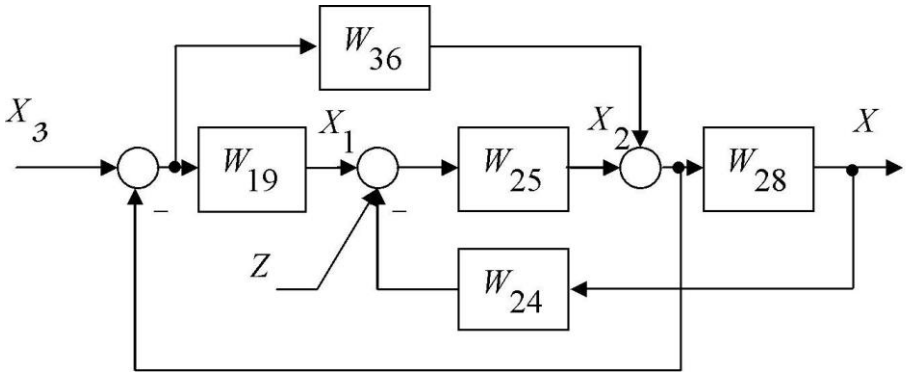
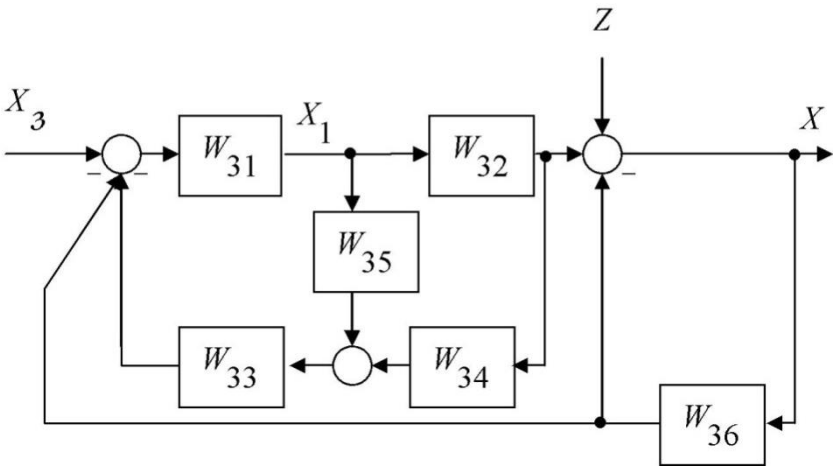
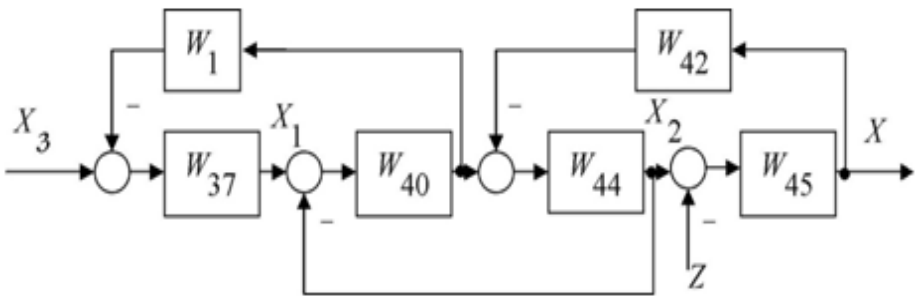
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
18		$X_З - X$ $Z - X$
19		$X_З - X$ $Z - X$
20		$X_З - X$ $Z_1 - X$

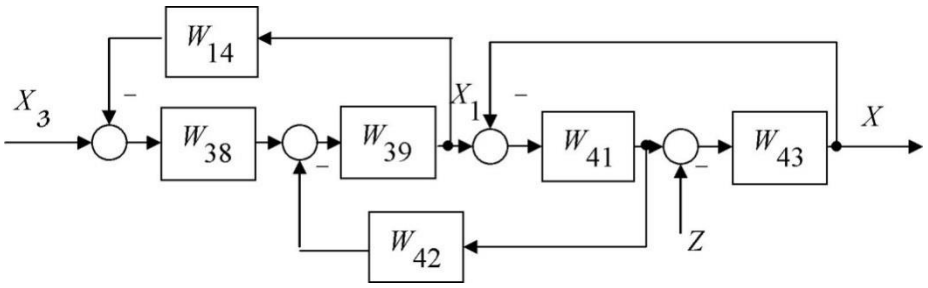
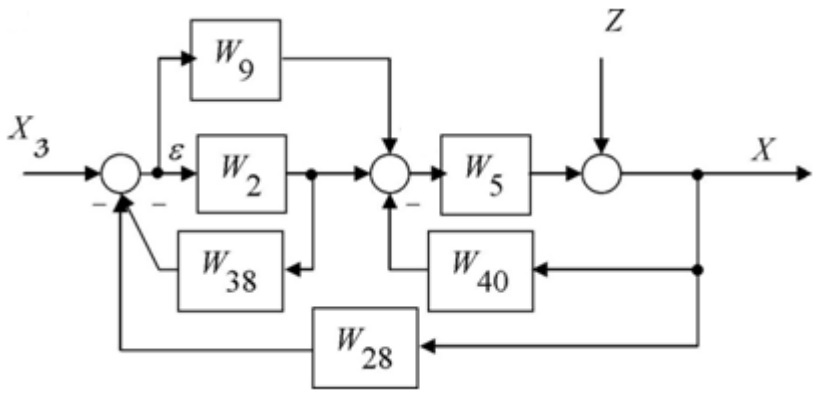
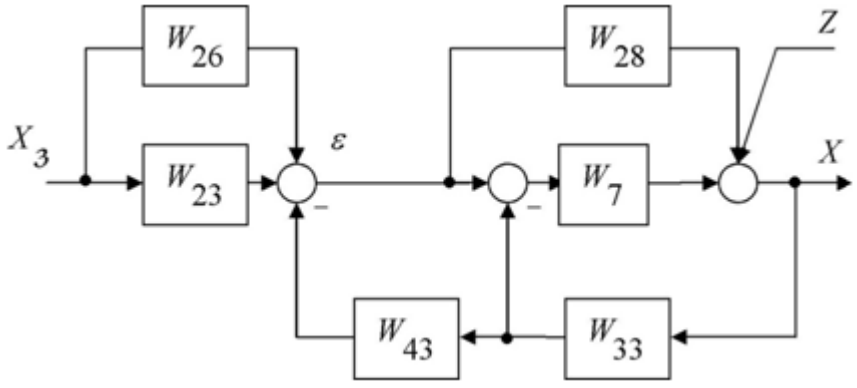
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
21		$X_з - X_1$ $Z - X_1$
22		$X_з - X_1$ $Z - X_1$
23		$X_з - X_1$ $Z - X_1$

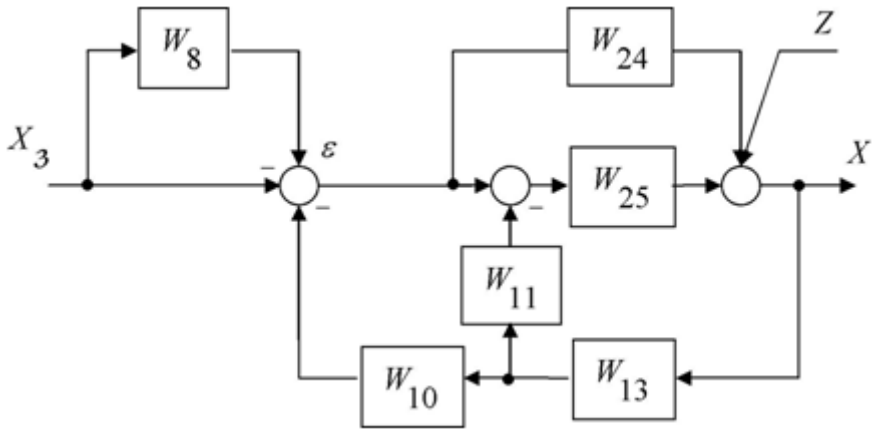
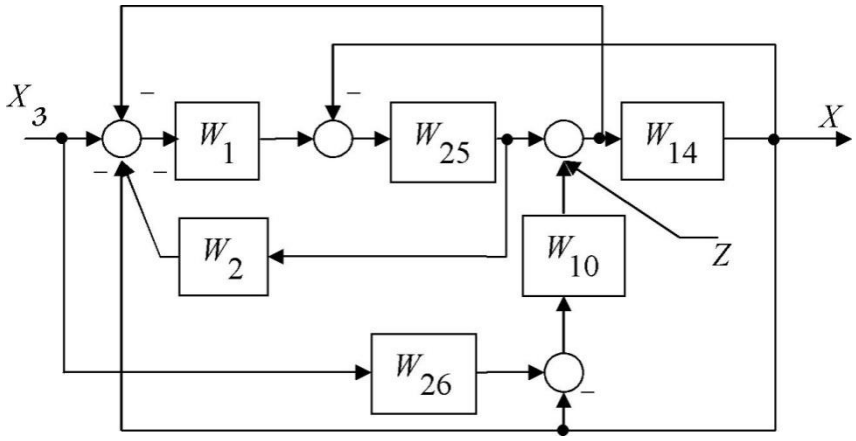
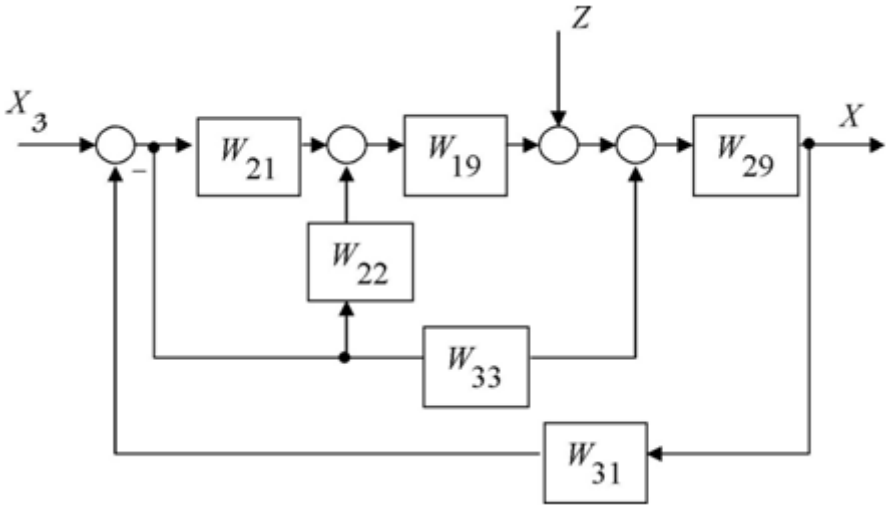
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
24		$X_з - X_2$ $Z - X_1$
25		$X_з - X_1$ $Z - X_1$
26		$X_з - X_1$ $Z - X_2$

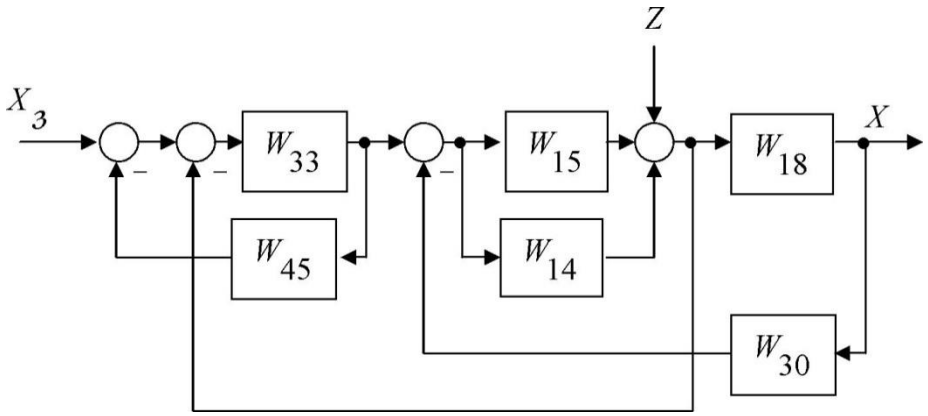
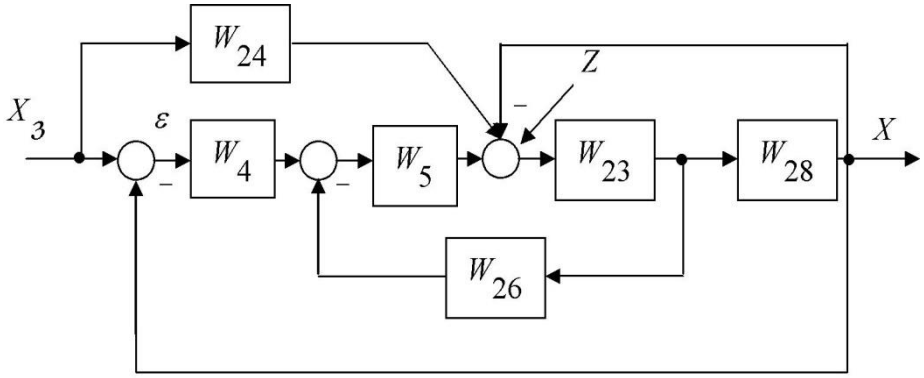
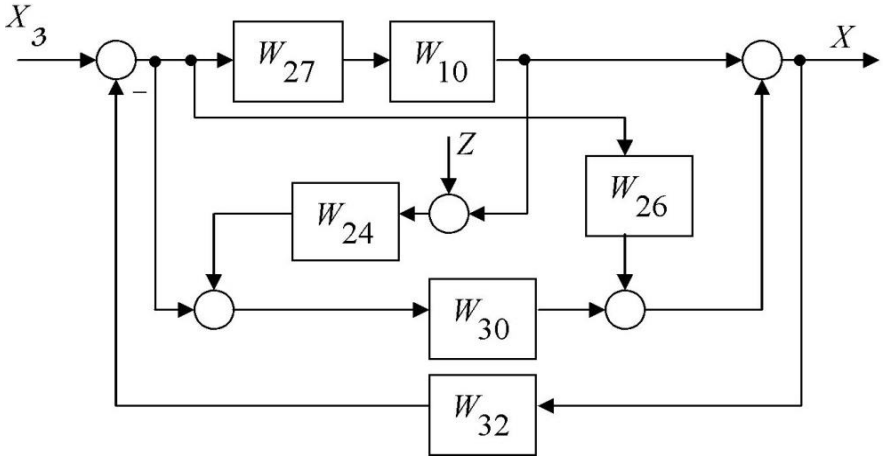
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
27		$X_з - X_1$ $Z - X$
28		$X_з - \varepsilon$ $Z - X$
29		$X_з - \varepsilon$ $Z - X$

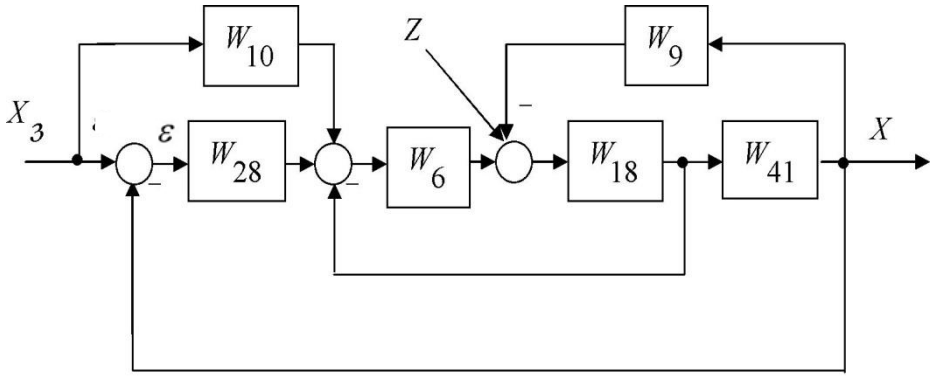
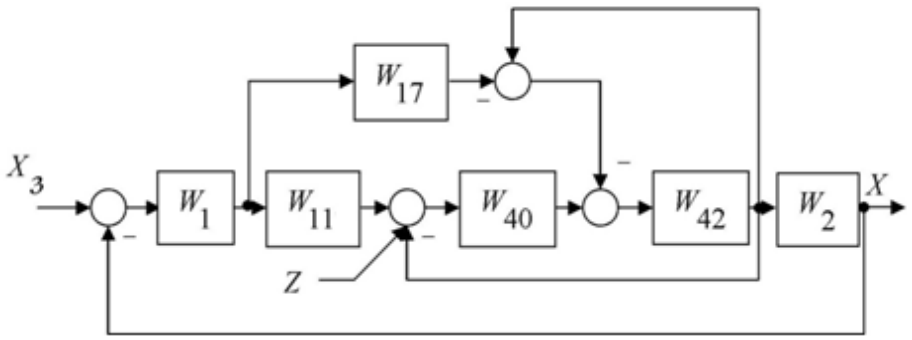
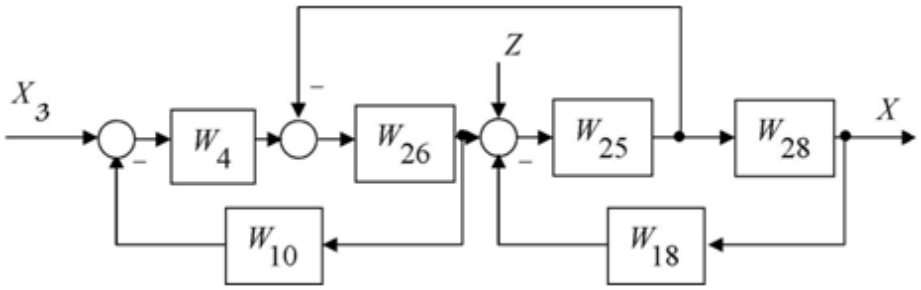
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
30		$X_з - \varepsilon$ $Z - X$
31		$X_з - X$ $Z - X$
32		$X_з - X$ $Z - X$

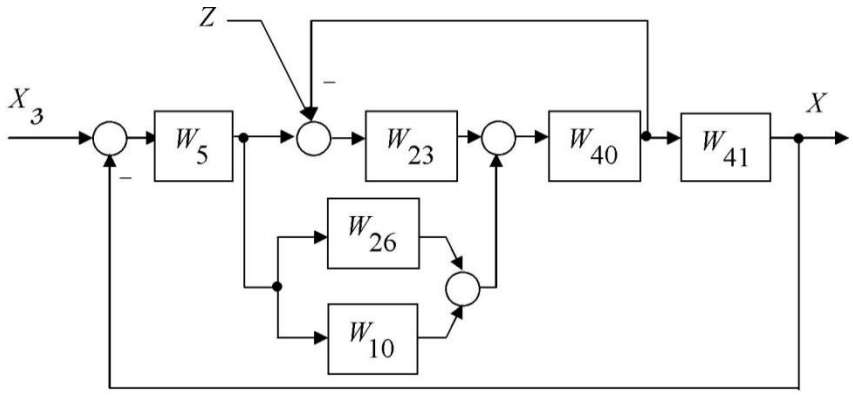
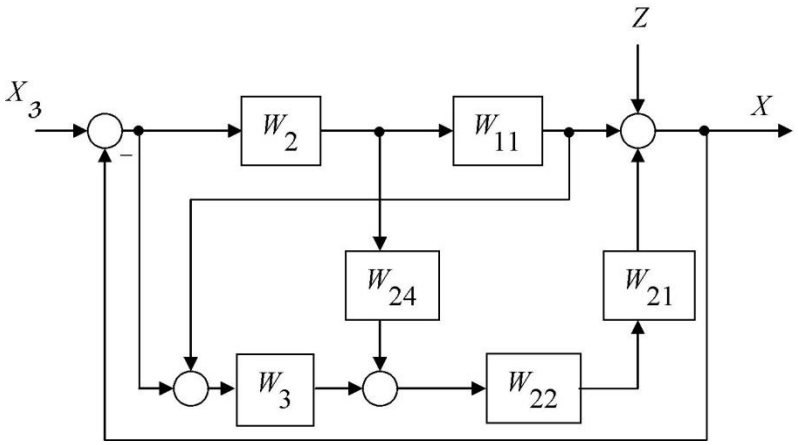
Продолжение табл. 2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
33		$X_з - X$ $Z - X$
34		$X_з - X$ $Z - \varepsilon$
35		$X_з - X$ $Z - X$

Продолжение табл.2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
36		$X_з - \varepsilon$ $Z - X$
37		$X_з - X$ $Z - X$
38		$X_з - X$ $Z - X$

Окончание табл.2.1

Номер варианта	Алгоритмическая схема	Каналы воздействий
39		$X_з - X$ $Z - X$
40		$X_з - X$ $Z - X$

Самостоятельная работа № 3.
ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗОМКНУТЫХ СИСТЕМ

По заданной передаточной функции разомкнутого контура системы $W(p)$ (см.табл. 3.1) построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) $L(\omega)$ и фазо-частотную характеристику $\varphi(\omega)$.

Таблица 3.1

Исходные данные для построения характеристик

Номер варианта	Передаточная функция $W(p)$
1	$W(p)=\frac{10(p+1)}{(5p+1)(0,5p+1)(12p+1)p}$
2	$W(p)=\frac{5(p+2)}{(0,3p+1)(0,8p+1)(4p+1)(0,15p+1)}$
3	$W(p)=\frac{0,3(p+0,5)}{(10p+1)(0,3p+1)^2(15p+1)p}$
4	$W(p)=\frac{0,1(2p+1)}{p^2(0,4p+1)(11p+1)}$
5	$W(p)=\frac{(p+2)(p+1,25)}{(14p+1)(10p+1)(0,2p+1)}$
6	$W(p)=\frac{10(0,5p+1)}{p(p+1)^2(0,2p+1)^2}$
7	$W(p)=\frac{40(50p+1)}{p(2p+1)^2(100p+1)}$
8	$W(p)=\frac{100(0,02p+1)^2}{(0,5p+1)^2(0,01p+1)}$
9	$W(p)=\frac{8(p+2)}{p^2(0,02p+1)(8p+1)}$
10	$W(p)=\frac{p+1}{(10p+1)(3p+4)(0,2p+1)^2}$
11	$W(p)=\frac{4(0,2p+10)(p+2)}{(2p+4)(3p+0,5)(5p+4)^2}$

Окончание табл. 3.1

12	$W(p)=\frac{0.5(2p+4)(5p+4)}{p(p+1)(p+2)(p+3)}$
13	$W(p)=\frac{5p(p+0.4)}{(3p+1)^2(4p+0.5)(10p+1)}$
14	$W(p)=\frac{15(2p+3)}{p^2(8p+1)(0.4p+2)^2}$
15	$W(p)=\frac{0.5(4p+0.1)(2p+0.2)}{p(10p+1)(5p+0.4)(8p+1)}$
16	$W(p)=\frac{10(p+0.2)}{(20p+1)^2(4p+1)(3p+1)^2}$
17	$W(p)=\frac{100(p+1)}{(0.1p+1)(0.2p+1)(10p+1)(5p+1)}$
18	$W(p)=\frac{100(p+1)}{p(0.2p+1)(10p+1)(5p+1)}$
19	$W(p)=\frac{40(p+1)^2}{(10p+1)^3(5p+1)p}$
20	$W(p)=\frac{25(p+4)}{(0.2p+1)^2(0.4p+1)^2(10p+1)}$
21	$W(p)=\frac{4p(p+5)}{(10p+1)^2(3p+2)(4p+1)}$
22	$W(p)=\frac{2(p+5)}{(15p+1)(20p+1)(5p+1)(0.2p+1)}$
23	$W(p)=\frac{30(p+0.4)}{p(20p+1)(10p+1)(0.2p+1)}$
24	$W(p)=\frac{20(p+0.4)^2}{p^2(0.1p+1)(10p+1)}$
25	$W(p)=\frac{10(0.25p+1)}{(3p+5)(2p+1)(8p+1)p}$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры автоматики и компьютерных технологий
(протокол № 1 от 11.09.2025)
Заведующий кафедрой
_____ В. С. Бочков

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.28 ОСНОВЫ СХЕМОТЕХНИКИ

Направление -

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль -

Мехатроника и робототехника промышленных производств

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 7
Модуль 1. Основы полупроводниковой электроники 8
1. Физические основы работы полупроводниковых приборов 9
1.1. Электропроводность полупроводников 9
1.2. Электрические переходы 15
1.3. Смещение *p–n*-перехода 19
1.4. Емкость *p–n*-перехода 22
1.5. Пробой *p–n*-перехода 23
1.6. Полупроводниковые диоды 25
2. Биполярные транзисторы 27
2.1. Структура и принцип действия биполярного транзистора 27
2.2. Физическая нелинейная модель транзистора и эквивалентные схемы 30
2.3. Способы включения биполярных транзисторов 34
2.4. Основные режимы работы транзистора 35
2.5. *h*-параметры биполярного транзистора 36
2.6. Основные параметры биполярных транзисторов 38
2.7. Транзисторы с инжекционным питанием 40
3. Полевые транзисторы 41
3.1. Транзистор с управляющим *p–n*-переходом 41
3.2. МДП (МОП)-транзисторы 45
3.3. МДП-транзисторы со встроенным каналом 49
3.4. Способы включения полевых транзисторов 51
3.5. Полевой транзистор как четырёхполюсник 51
3.6. МДП-структуры специального назначения 52
3.7. Нанотранзисторы 54
4. Электронные приборы с отрицательным дифференциальным сопротивлением 58
4.1. Туннельный и обращенный диоды 58
4.2. Двухбазовый диод (однопереходный транзистор) 59
4.3. Лавинный транзистор 61
4.4. Динисторы и тиристоры 64
5. Компоненты оптоэлектроники 69
5.1. Излучающие диоды 71
5.2. Фоторезисторы 72
5.3. Фотодиоды 74
5.4. Фототранзисторы 76
5.5. Оптроны 77

6. Краткая характеристика индикаторов и лазеров 79
6.1. Вакуумные люминесцентные индикаторы 80
6.2. Электролюминесцентные индикаторы 82
6.3. Жидкокристаллические индикаторы 83
6.4. Полупроводниковые знакосинтезирующие индикаторы 84
6.5. Дисплеи 86
6.6. Лазеры 87
Модуль 2. Основы аналоговой схемотехники электронных средств 92
7. Электронные усилительные устройства 92
7.1. Общие сведения об усилителях электрических сигналов 92
7.2. Основные параметры и характеристики усилителей 94
7.3. Усилительные каскады на биполярных транзисторах 101
7.4 Усилительные каскады на полевых транзисторах 110
7.5. Режимы работы усилительных каскадов 115
8. Усилители мощности и усилители постоянного тока 117
8.1. Усилители с трансформаторным включением нагрузки 118
8.2. Безтрансформаторные двухтактные усилители 119
8.3. Усилители постоянного тока 121
8.4. Дифференциальный усилитель 125
8.5. Некоторые схемные решения, используемые в усилителях 129
9. Операционные усилители 133
9.1. Общие сведения 133
9.2. Идеальный операционный усилитель 134
9.3. Основные параметры и характеристики операционных усилителей 136
9.4. Обратные связи в усилительных устройствах 140
9.5. Примеры использования операционных усилителей и обратных связей в некоторых схемах 144
9.6. Области применения операционных усилителей в электронных схемах 150
10. Генераторы электрических колебаний и электронные ключи 151
10.1. Общие сведения 151
10.2. Генераторы гармонических сигналов 153
10.3. Кварцевые генераторы 155
10.4. Генераторы колебаний прямоугольной формы (мультивибраторы) 156
10.5. Импульсные сигналы 161

10.6. Электронные ключи 164
10.7. Использование МОП-ключей в электронных устройствах с переключаемыми конденсаторами..... 172
Модуль 3. Основы цифровой схемотехники электронных средств 179
11. Основы теории логических (переключательных) функций 179
11.1. Логические функции и элементы..... 179
11.2. Аксиомы, законы, тождества и теоремы алгебры логики (булевой алгебры) 183
11.3. Представление и преобразование логических функций.... 186
11.4. Понятие о минимизации логических функций..... 188
11.5. Структура и принцип действия логических элементов..... 192
11.6. Основные параметры и характеристики логических элементов..... 196
12. Комбинационные логические устройства 201
12.1. Шифраторы и дешифраторы 202
12.2. Мультиплексоры и демультиплексоры 205
12.3. Сумматоры..... 208
12.4. Цифровой компаратор..... 210
12.5. Преобразователи кодов 211
12.6. Арифметико-логическое устройство..... 213
13. Триггеры и цифровые автоматы..... 214
13.1. Триггерная схема на двух усилительных каскадах..... 215
13.2. RS-триггеры на логических элементах..... 217
13.3. Разновидности RS-триггеров..... 222
13.4. JK-триггеры 227
13.5. D-триггер и T-триггер 229
13.6. Несимметричные триггеры..... 233
13.7. Цифровые автоматы 236
14. Регистры и счётчики 240
14.1. Общие сведения о регистрах 240
14.2. Сдвиговые регистры..... 243
14.3. Синхронные сдвиговые регистры с обратными связями 246
14.4. Функциональные узлы на базе регистров сдвига..... 248
14.5. Электронные счетчики 256
15. Запоминающие электронные устройства 262
15.1. Основные параметры и виды запоминающих устройств .. 262

15.2. Статические оперативные запоминающие устройства..... 264
15.3. Динамические оперативные запоминающие устройства .. 266
15.4. Энергонезависимые оперативные запоминающие устройства..... 267
15.5. Основные структуры оперативных запоминающих устройств..... 269
15.6. Постоянные запоминающие устройства 272
15.7. Структурная схема РПЗУ-ЭС (EPROM) 277
15.8. Постоянные запоминающие устройства РПЗУ-УФ..... 278
15.9. Условные обозначения микросхем и сигналов управления запоминающими устройствами (примеры УГО ЗУ)..... 279
15.10. Флэш-память 281
16. Направления и перспективы развития электроники 284
Литература 288

ВВЕДЕНИЕ

Специалист в любой технической или научной области, тем более связанной с разработкой и применением электронных средств, должен уверенно ориентироваться в мире электроники.

Основное внимание в конспекте лекций уделено изложению принципов действия, свойств и характеристик как элементарных электронных приборов (диодов, транзисторов, микросхем и т.п.), так и электронных устройств и средств, их использующих.

Конспект лекций состоит из описания теоретического материала трёх модулей дисциплины, тематически связанных между собой.

В модуле 1 рассматриваются, в основном, принципы действия и характеристики дискретных электронных приборов, а модули 2 и 3 посвящены основам схемотехники простейших электронных средств.

МОДУЛЬ 1. ОСНОВЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

Электроника – отрасль науки и техники, изучающая законы взаимодействия электронов и других заряженных частиц с электромагнитными полями и разрабатывающая методы создания электронных приборов, в которых это взаимодействие используется для преобразования электромагнитной энергии с целью передачи, обработки и хранения информации, автоматизации производственных процессов, создания аппаратуры, устройств и средств контроля, измерения и управления [25].

Различают три основных направления электроники (рис. 1.1).



Рис. 1.1. Основные направления электроники

С точки зрения применения электронных приборов и устройств в настоящее время наибольшее развитие и распространение получила техническая электроника: аналоговая и цифровая (рис. 1.2).



Рис. 1.2. Основные направления технической электроники

Информационная электроника составляет основу электронно-вычислительной и информационно-измерительной техники и устройств автоматики. На базе информационной электроники разрабатываются и изготавливаются электронные устройства получения, обработки, передачи, хранения и использования информации, устройства управления различными объектами и технологическими процессами.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ

1.1. Электропроводность полупроводников

Полупроводниками *называют материалы, удельное сопротивление которых при комнатной температуре (25 – 27 ^{0}C) находится в пределах от 10^{-5} до 10^{10} Ом·см и занимающими промежуточное положение между металлами и диэлектриками (металлы ток пропускают, диэлектрики – нет) [8]. Сейчас известно множество полупроводников, их больше, чем металлов и диэлек-*

триков. Наиболее известны из полупроводников Si, Ge, Se, GaS – арсенид галлия. Существенным свойством полупроводника является возможность в широких пределах изменять свою проводимость под действием температуры, облучения и введения примесей.

Удовлетворительное объяснение этому явлению дает теория электропроводности, согласно которой атом вещества состоит из ядра, окруженного облаком электронов [8]. Электроны находятся в движении на некотором расстоянии от ядра в пределах слоев (оболочек), определяемых их энергией. Каждому из этих слоев можно поставить в соответствие определенный *энергетический уровень* электрона, причем чем дальше электрон находится от ядра, тем выше его энергетический уровень. Совокупность уровней образует *энергетический спектр*. Если электрон переходит с одного энергетического уровня на другой, то происходит либо выделение, либо поглощение энергии, причем это делается порциями – *квантами*.

В структуре атомов можно выделить оболочки, которые полностью заняты электронами (внутренние оболочки) и незаполненные оболочки (внешние). Электроны внешних оболочек слабее связаны с ядром и легче вступают во взаимодействие с другими атомами. Электроны внешних оболочек называют *валентными*.

Для полупроводниковых материалов характерно кристаллическое строение, при котором между атомами возникают так называемые *ковалентные связи* за счет «присвоения» соседних валентных электронов. Это наглядно можно показать на плоской модели кристаллической решетки, например для четырехвалентного германия Ge (рис. 1.3).

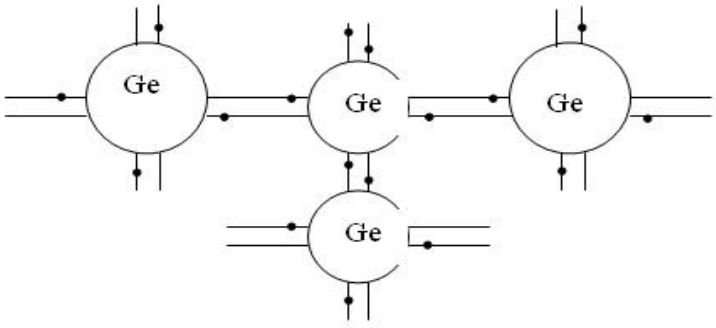


Рис. 1.3. Плоская модель кристаллической решетки Ge

Атомы связаны между собой, т.е. их электроны находятся на взаимозависимых энергетических (расщепленных) уровнях, при этом

на каждом уровне (для Ge) находится не более двух электронов. Совокупность энергетических уровней, на которых могут находиться электроны, называют *разрешенными зонами*. Между ними будут в этом случае располагаться *запрещенные зоны*, т.е. энергетические уровни, на которых электроны находиться не могут. В соответствии с зонной теорией по отношению к энергетическим состояниям (уровням) электронов различают *валентную* зону, *запрещенную* зону, зону *проводимости*. В такой интерпретации можно более определенно разделить все вещества на три большие группы: металлы, полупроводники, диэлектрики (рис. 1.4).



Рис. 1.4. Зонные диаграммы веществ

Зона проводимости – это совокупность расщепленных энергетических уровней, на которые может переходить электрон в процессе взаимодействия атомов или воздействия на атом, например, при нагреве, облучении и т.п.

У полупроводников при некотором значении температуры часть электронов приобретает энергию тепла и оказывается в зоне проводимости. Эти электроны «делают» полупроводник электропроводным. Если электрон «покидает» валентную зону, то образуется свободный энергетический уровень, как бы вакантное место (состояние), которое назвали «*дыркой*». Валентные электроны соседних атомов могут переходить на эти свободные уровни, при этом создают дырки в других атомах. Такое перемещение электронов рассматривается как движение *положительных зарядов – «дырок»*. Соответственно электропроводность, обусловленная движением электронов называется *электронной*, а движением дырок – *дырочной*. У абсолютно чистого и однородного вещества свободные электроны и дырки образуются попарно.

Процесс образования положительных и отрицательных зарядов в теле полупроводника можно представить следующим образом. Например, фотон выбивает электрон с его энергетического уровня, электрон становится свободным, а атом приобретает положительный заряд (становится положительно заряженным ионом). Процесс образования пары электрон – «дырка» называют *генерацией* зарядов, обратный процесс – *рекомбинацией* (рис. 1.5).

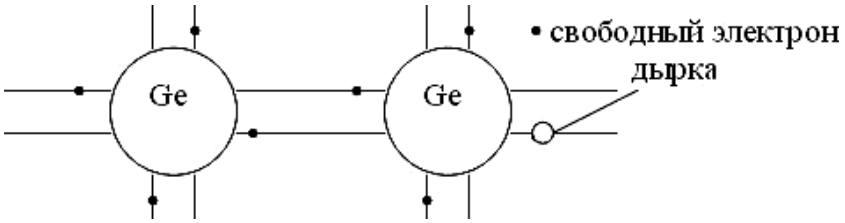


Рис. 1.5. Процессы генерации и рекомбинации

Движение зарядов, обусловленное тепловой энергией, называют *диффузией*. Средний промежуток времени между генерацией и рекомбинацией характеризует так называемое время жизни носителей заряда, а расстояние, которое успевает преодолеть заряд за это время, называется *диффузионной длиной*. Эти характеристики используются для сравнения различных полупроводниковых (ПП) веществ между собой.

Собственная электропроводность полупроводников. Приложим к образцу ПП вещества электроды источника постоянного тока, т.е. создадим в нём электрическое поле с напряженностью E. В этом случае по законам электродинамики электроны и дырки должны перемещаться. Возникнут два встречно направленных потока движения носителей зарядов, в цепи потечет ток, носящий название *ток дрейфа* (*дрейфовый ток)* (рис. 1.6).

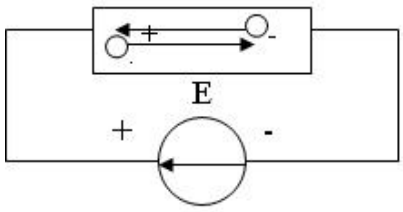


Рис. 1.6. Возникновение тока в полупроводнике

Плотности токов определяются следующим образом:

$$j_n = q_n \cdot n \cdot \mu_n \cdot E; \quad j_p = q_p \cdot p \cdot \mu_p \cdot E, \tag{1.1}$$

где j_n , j_p – плотности токов, созданных соответственно электронами и дырками;

$q_{n,}$, q_p – заряды электрона и дырки; $q_n = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл*;

n, p – удельная концентрация зарядов (количество в единице объема);

$\mu_{n,}$ μ_p – подвижность зарядов, т.е. средняя скорость зарядов под действием электрического поля с напряжённостью поля E = 1 В/см.

Результирующая плотность дрейфового тока:

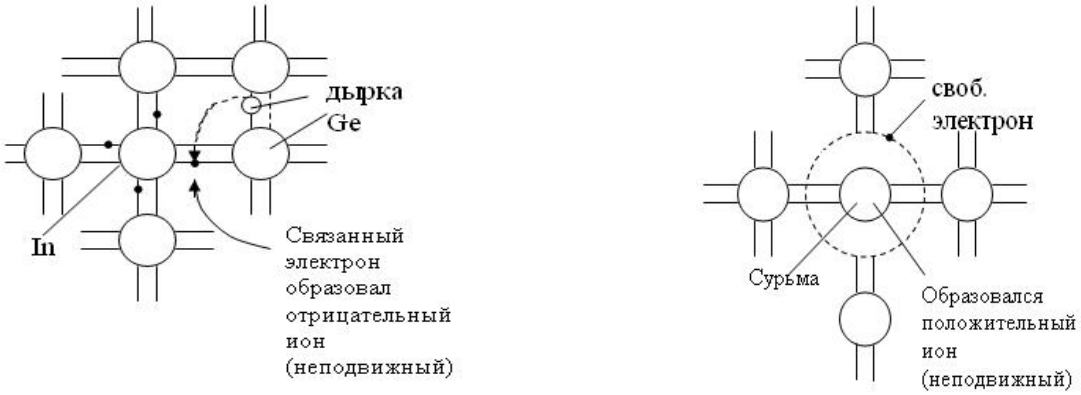
$$j_{дрейф} = E\left(q_n \cdot n \cdot \mu_n + q_p \cdot p \cdot \mu_p\right), \qquad (1.2)$$

а удельная электропроводность полупроводника:

$$\sigma = j_{дрейф} E = q_n \cdot n \cdot \mu_n + q_p \cdot p \cdot \mu_p. \qquad (1.3)$$

Выражение (1.3) показывает, что удельная собственная электропроводность полупроводника зависит от концентрации зарядов и их подвижности.

Примесная электропроводность полупроводника. Известно, что электропроводность полупроводника зависит от наличия примесей, которые могут быть двух видов: акцепторные и донорные. В структуре вещества примесные атомы «замещают» основные атомы кристаллической решетки, образуя ковалентные связи. Однако, если валентности основного материала и примесного разные, то могут быть два случая (рис. 1.7).



а *б*

Рис. 1.7. Иллюстрация образования положительных (*а*) и отрицательных (*б*) зарядов

Первый случай – валентность примеси меньше, чем у основного материала, например Ge – четырехвалентный, а In – трехвалентный (рис. 1.7, *а*) В этом случае, чтобы образовать кристаллическую решетку, In «отбирает» один электрон у атома Ge, связывая его в ковалентные связи. Образуется «свободная» дырка – положительно заря-

женный атом Ge. Такой вид примеси называется *акцепторным*. В этом случае полупроводник приобретает дырочную электропроводность и его называют *полупроводник p*-типа.

Второй случай возникает, если валентность примеси больше, чем валентность основного материала (рис. 1.7, *б*). В этом случае оказывается «свободным» электрон, материал приобретает электронную электропроводность и его называют *полупроводник n*-типа, а примесь – *донорного* типа.

Если обозначить E_C – нижнюю границу зоны проводимости, E_V – верхнюю границу валентной зоны, то $E_C - E_V = \Delta E$ – ширина запрещенной зоны, а E_e – середина запрещенной зоны. Зонные диаграммы для рассмотренных двух случаев будут иметь вид, представленный на рис. 1.8.

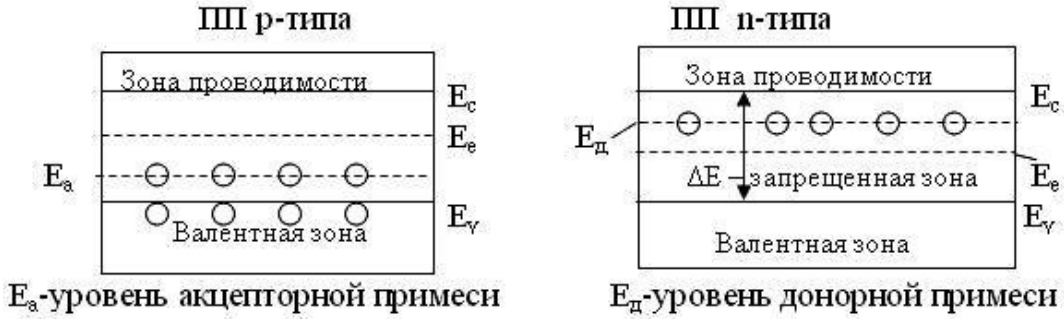


Рис. 1.8. Зонные диаграммы ПП для разных видов примесей

Часто в теории полупроводников взаимодействие и свойства зарядов характеризуются не самой энергией E, а потенциалом, определяемым, как отношение энергии к величине заряда электрона:

$$\phi = E/q\,.$$

В расчетах используется так называемый *температурный потенциал*, который рассчитывается по формуле:

$$\phi_T = \frac{K \cdot T}{q}, \qquad (1.4)$$

где K – постоянная Больцмана, $K = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж $\cdot$ К$^{-1}$,

T – абсолютная температура, ^{0}К.

Доказано [8], что

$$n \cdot p = N_c \cdot N_y \cdot e^{-\frac{\Delta E}{K \cdot T}} = \text{cons}\ , \qquad (1.5)$$

где ΔE – ширина запрещенной зоны.

Таким образом, произведение концентраций носителей зарядов есть величина постоянная при заданной температуре. Здесь N_c и N_y – эффективные плотности состояний соответственно в зоне проводимости и валентной зоне, определяемые массами зарядов и температурой.

Обычно при анализе свойств полупроводников используют *потенциал Ферми*, определяющий энергетические уровни электронов и дырок по отношению к ширине запрещенной зоны и зависящий от концентрации примесей.

$$\varphi_{Fn} = \varphi_E + \varphi_T \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right), \quad \varphi_{Fp} = \varphi_E - \varphi_T \cdot \ln\left(\frac{N_a}{p_i}\right), \tag{1.6}$$

где N_d , N_a – соответственно концентрации донорной и акцепторной примесей;

n_i , p_i – концентрации собственных носителей зарядов;

$\varphi_E = \dfrac{(E_c - E_v)}{2 \cdot q}$ – так называемый *электростатический потенциал* (потенциал середины запрещенной зоны).

1.2. Электрические переходы

Электрический переход – это граничный слой между двумя областями материалов, физические характеристики которых различаются. Переходы могут быть: электронно-дырочные (*p*–*n*-переходы); электронно-электронные (n^+–*n*-переходы); дырочно-дырочные (p^+– *p*-переходы). Знак ($^+$) показывает, что одна область перехода имеет повышенную концентрацию соответствующих носителей.

Широко используются *гетеропереходы*, в которых полупроводниковые материалы (от греч. heteros – другой) имеют различную ширину запрещенной зоны, а также *(p–i, n–i, p–i–n)-переходы*, в которых в одной области проводимость собственная, в другой – примесная.

Переходы металл-полупроводник. Свойства этих переходов играют важную роль в электронных приборах, так как электрические выводы от полупроводниковой части микросхем выполняют металлическими проводниками, которые должны допускать хотя бы кратковременное воздействие на них высоких температур при пайке. Электрические переходы образуются не механическим соединением,

а по специальным технологиям. Рассмотрим упрощенную картину процессов на границе металл-полупроводник *p*-типа. Обозначения, принятые на рис. 1.9, имеют следующий смысл: $\varphi_{Fм}$, φ_{Fp} – потенциалы Ферми для металла и полупроводника; φ_E – потенциал середины запрещенной зоны; φ_C, φ_V – соответственно потенциалы нижней границы зоны проводимости и потенциал верхней границы валентной зоны полупроводника.

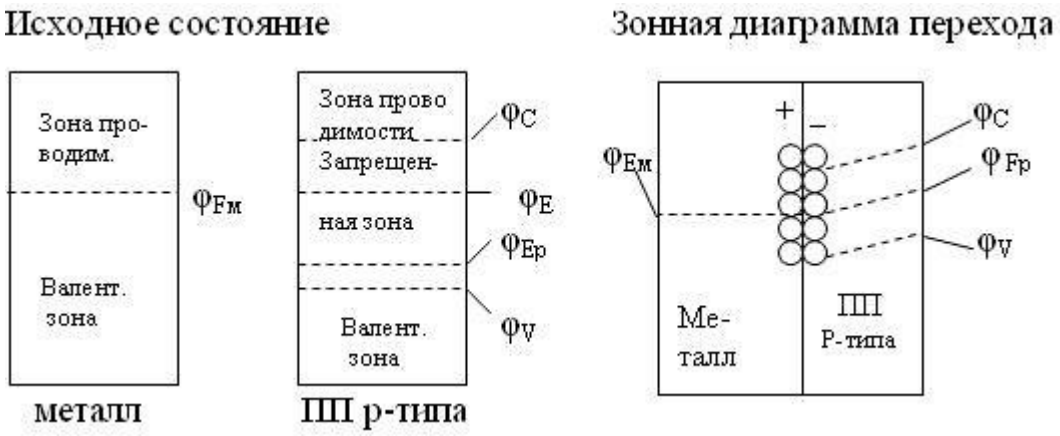


Рис. 1.9. Образование перехода металл-полупроводник

Образование перехода металл-полупроводник обусловлено следующим: $\varphi_{Fм} > \varphi_{Fp}$, поэтому электроны проникают в приграничную область полупроводника *p*-типа, там рекомбинируют с дырками, образуя слой отрицательно заряженных ионов и оставляя в граничном слое металла положительные ионы. В результате у границы образуется свое *внутреннее электрическое поле*, «вытягивающее» электроны из металла и не препятствующее переходу электронов из полупроводника в металл.

Процесс будет идти до тех пор, пока не станут равными потенциалы Ферми и не установится динамическое равновесие. При этом результирующий ток равен нулю, так как образовавшееся электрическое поле препятствует прохождению основных носителей зарядов, а потоки встречного движения зарядов будут одинаковы. У границ контакта образуются объемные заряды, появляется *контактная разность потенциалов*. В полупроводнике концентрация дырок в приграничном слое уменьшится [$n \cdot p$ = Const, см. (1.5)], поэтому этот слой будет иметь повышенное удельное сопротивление.

Приложим к такому переходу внешнее электрическое поле: «+» источника э.д.с. E подключим к полупроводнику, а «–» к металлу. В этом случае внешнее электрическое поле будет направлено встречно внутреннему полю $E_{внутр}$, созданному зарядами в области перехода

металл-полупроводник (рис. 1.10). Сопротивление приконтактного слоя уменьшится и через переход потечёт ток.

Если сменить полярность внешнего источника, то внешнее электрическое поле еще более увеличит сопротивление приконтактного слоя.

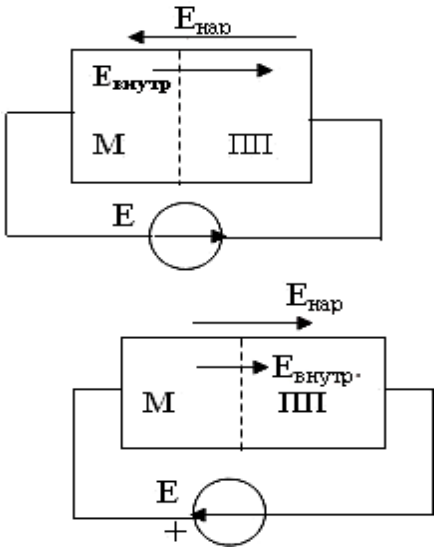


Рис. 1.10. Переход металл (М) – ПП
с внешним электрическим полем

В этом случае оба поля не препятствуют прохождению через барьер неосновных носителей заряда, однако их концентрация очень мала и ток ничтожно мал. Таким образом, переход между металлом и полупроводником не одинаково пропускает ток при разной полярности приложенного напряжения. Такой переход назван *барьером Шоттки*. Его главное свойство в том, что он обладает *вентильным* свойством (*односторонней проводимостью*), т.е. пропускает ток только в одном направлении. Аналогичное явление наблюдается, если рассмотреть контакт металла с полупроводником *n*-типа, у которого уровень Ферми выше, чем у металла.

Для практики особо важен случай, когда уровень Ферми металла меньше уровня Ферми ПП *p*-типа, либо выше уровня Ферми ПП *n*-типа. В этом случае граничный слой будет обогащаться основными носителями зарядов и удельное сопротивление граничного слоя понижается. Это явление используется для обеспечения малого переходного сопротивления (омического контакта) в месте присоединения металлических выводов к кристаллу полупроводника.

***p–n*-переход.** *p–n*-переход – это переход между двумя областями полупроводника, имеющими различный тип проводимости. Если концентрации зарядов одинаковы ($p_p \sim n_n$), то переход называется

симметричным. Обычно $n_n >> p_p$ или $p_p >> n_n$ (в 100 – 1000 раз) – такие переходы несимметричны.

Рассмотрим явления в *p* – *n*-переходе (рис. 1.11), например, если $p_p >> n_n$.

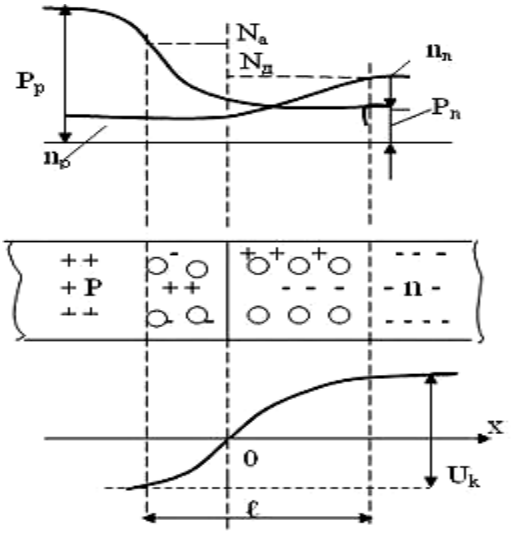


Рис. 1.11. *p–n*-переход без внешнего электрического поля

Так как концентрация дырок *p*-области больше, то дырки диффундируют из *p*-области в *n*-область, рекомбинируют с электронами этой области и создают в приграничной *n*-области повышенную концентрацию ионов донорной примеси (положительных зарядов). Электроны из *n*-области перемещаются в *p*-область, где их концентрация мала ($n_p << n_n$) и рекомбинируют с дырками, создавая повышенную концентрацию отрицательных ионов акцепторной примеси в приграничной *p*-области. Перемещение происходит до выравнивания потенциалов (уровней) Ферми приграничных областей.

Область образовавшихся неподвижных пространственных зарядов (ионов) называется *областью p–n-перехода*. В этой области концентрации основных носителей зарядов понижены, следовательно удельное сопротивление *p–n*-перехода выше, чем вдали от перехода. За пределами *p–n*-перехода заряды взаимно компенсируют друг друга, т.е. полупроводник в целом остается нейтральным. Поле, созданное объемными зарядами, уменьшает поток дырок из области *p* в область *n* и поток электронов из области *n* в область *p*, однако не препятствует потоку электронов из *p* области в *n* и потоку дырок из области *n* в область *p*, т.е. поле не препятствует прохождению неосновных носителей через переход. Эти носители имеют тепловое проис-

хождение. Суммарная плотность тока равна нулю, так как потоки неосновных носителей уравновешивают друг друга.

Таким образом, в зоне *p–n*-перехода образуется разность потенциалов, которую называют *потенциальным барьером* либо *контактной разностью потенциалов* U_k .

С некоторыми упрощениями [8] можно считать, что значение U_k зависит от концентрации зарядов:

$$U_k = \varphi_T \ln\left(\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2}\right), \tag{1.7}$$

где N_a и N_d – соответственно концентрации акцепторной и донорной примесей;

n_i – собственная концентрация электронов.

Принято считать, что для германия (Ge) $U_k \approx 0{,}3B$, для кремния (Si) $U_k \approx 0{,}7B$.

1.3. Смещение *p–n*-перехода

Смещением *p–n*-перехода называют подачу на переход напряжения постоянного тока. Если «+» источника приложить к области *p*, а «–» к области *n* (непосредственно или через другие элементы), то считается, что на переход подано *прямое смещение*. В этом случае потенциальный барьер уменьшится и станет равным $U_1 = U_k - U$ (рис. 1.12). Условный исходный размер *p–n*-перехода l_0 уменьшится ($l_{см}$ на рис. 1.12) вместе с уменьшением потенциального барьера ($U_1 < U_k$).

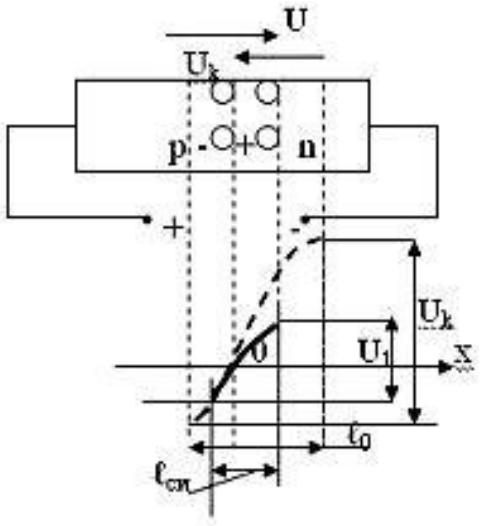


Рис. 1.12. *p–n*-переход при прямом смещении

Картина сохраняется до тех пор, пока $|U_k| > |U|$, ток будет еще мал. Расчетный (условный) размер смещённого *p–n*-перехода:

$$l_{см} = \sqrt[n]{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(U_k - U)}{qN_d}}. \qquad (1.8)$$

Ток увеличится незначительно, так как обусловлен диффузионным движением носителей заряда, перемещение которых увеличивается с уменьшением размера перехода и барьера.

Если $U_k = U$, барьер исчезает, ток диффузии увеличивается, через барьер течет ток, называемый *прямым током*. Прямой ток обусловлен токами *дрейфа и диффузии*.

Ток диффузии обусловлен разностью концентраций носителей, а *ток дрейфа* – приложенным напряжением и сопротивлением *p–n*-перехода. Здесь наблюдается явление *инжекции* – введение носителей заряда через переход в ту область, где эти заряды не являются основными (электронов из *n*-области в *p*-область и дырок из *p*-области в *n*-область), из области с большей концентрацией в область с малой концентрацией. Инжекция зарядов происходит из области с малым удельным сопротивлением в область с большим удельным сопротивлением.

Инжектирующий слой с большой концентрацией зарядов (малым удельным сопротивлением) называют *эмиттером*. Слой с малой удельной концентрацией зарядов (большим удельным сопротивлением) называют *базой.*

Установлено, что прямой ток основных носителей заряда, возникающий за счет снижения потенциального барьера, связан с приложенным напряжением экспоненциальным соотношением:

$$I_t' = I_{t0} \cdot e^{\frac{u}{\varphi_T}}, \qquad (1.9)$$

где I_{t0} – ток, протекающий через *p–n*-переход, находящийся в равновесном состоянии (*тепловой ток, обратный ток насыщения*).

Однако существует и ток диффузии, направленный встречно, обусловленный тепловым состоянием. Тогда можно считать, что

$$I_{пр} = I_t' - I_{t0} = I_{t0} \cdot (e^{\frac{u}{\varphi_T}} - 1), \qquad (1.10)$$

где I_{np} – прямой ток через барьер. Особую роль играет ток I_{t0} – обратный ток насыщения. Экспериментально доказано, что он экспоненциально зависит от температуры.

Обратное смещение *p–n*-перехода. Приложим «+» к *n*-области, а «–» к *p*-области полупроводника, т.е. обеспечим обратное смещение на *p–n*-переходе (рис. 1.13). Теперь потенциальный барьер увеличится ($U_1=U_k + U$), движение основных зарядов будет затруднено. Ток через переход будет обусловлен неосновными носителями зарядов, которые «вытягиваются» из областей полем обратной полярности. Этот процесс называется «*экстракцией*». В результате через обратносмещённый переход будет протекать малый *обратный ток*.

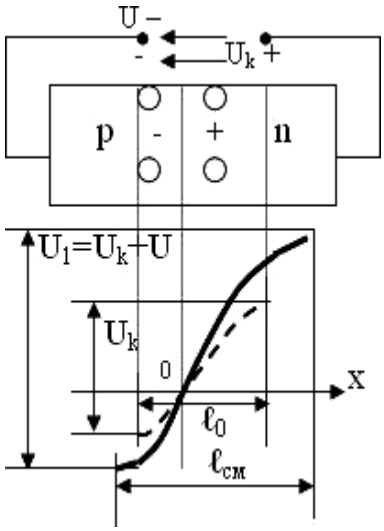


Рис. 1.13. *p–n*-переход при обратном смещении

Величину обратного тока через переход определим аналогично (1.10), учитывая, что приложенное напряжение значительно больше величины теплового потенциала ($U >> \varphi_t$).

Тогда обратный ток определится по формуле:

$$I_{np} = I_{t0} \cdot \left(e^{\frac{u}{\phi_t}} - 1 \right) \approx -I_{t0} \quad . \tag{1.11}$$

По выражениям 1.10, 1.11 можно сделать вывод о том, что *p–n*-переход обладает *вентильным* свойством, которое заключается в том, что при прямом смещении через переход протекает прямой ток, зависящий от приложенного напряжения по экспоненциальному закону, а в случае обратного смещения через *p–n*-переход течет ма-

лый обратный ток (тепловой ток), который практически от напряжения не зависит, но увеличивается по экспоненциальному закону с увеличением температуры.

Условный исходный размер p – n-перехода l_0 при наличии обратного смещения возрастает до величины $l_{см}$ (рис. 1.13) вместе с увеличением потенциального барьера ($U_1 > U_k$).

Зависимость тока через p–n-переход от приложенного к нему напряжения называют *вольт-амперной характеристикой (ВАХ) p–n-перехода* (рис. 1.14).

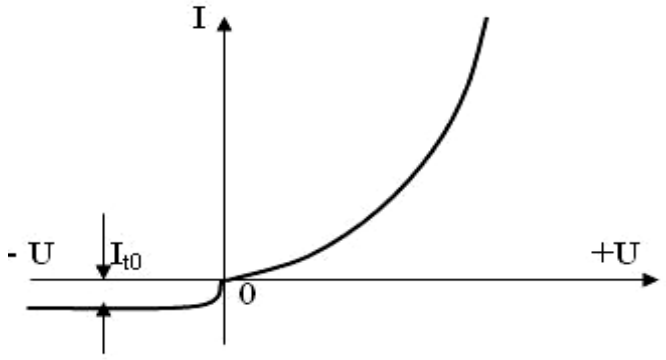


Рис. 1.14. Идеализированная ВАХ p–n-перехода

1.4. Емкость p–n-перехода

Рассматривая электропроводность p–n-перехода при приложении к нему внешнего электрического поля, можно видеть, что толщина p–n-перехода изменяется (модулируется), а по обе стороны границы перехода имеются объемные электрические заряды. Следовательно, p–n-переход должен обладать определенной емкостью. Различают две составляющих емкости: *барьерную*, отражающую перераспределение зарядов в p–n-переходе, и *диффузионную*, отражающую перераспределение зарядов вблизи p–n-перехода. При прямом смещении проявляется в основном диффузионная емкость $C_{диф}$. При обратном смещении большую роль играет барьерная емкость $C_{бар}$ [2].

Емкость $C_{бар}$ обусловлена наличием в p–n-переходе ионов донорной и акцепторной примесей, как бы образующих две обкладки конденсатора:

$$C_{бар} = \left(\varepsilon\varepsilon_0 \cdot \frac{S}{l_{см}} \right) \cdot \sqrt[n]{\frac{U_k}{U_k + |U|}}, \qquad (1.12)$$

где U_k – значение контактной разности потенциалов;

U – приложенное напряжение;

l_0 – толщина p–n перехода при $U = 0$;

– относительная диэлектрическая проницаемость материала;

ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума;

S – площадь поперечного сечения p–n-перехода;

$n = 2$ для резких переходов, $n = 3$ для плавных переходов.

С увеличением приложенного обратного напряжения барьерная емкость $C_{бар}$ уменьшается из-за увеличения толщины перехода. Величина $C_{диф}$ отражает физический процесс изменения концентрации подвижных носителей заряда, накопленных вследствие изменения концентраций инжектированных носителей при изменениях приложенного напряжения. $C_{диф}$ значительно меньше $C_{бар}$ и очень слабо зависит от приложенного напряжения. Зависимость барьерной ёмкости от напряжения (рис. 1.15) ощутимее, поэтому часто используется в электронике.

$C_{диф}$ зависит от величины прямого тока, протекавшего через p–n-переход в момент начала изменения приложенного напряжения. Это имеет важное значение при изготовлении быстродействующих полупроводниковых приборов.

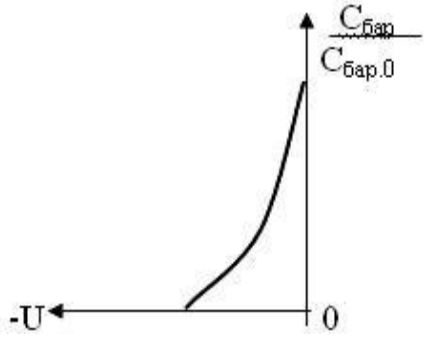


Рис. 1.15. Зависимость $C_{бар}(U)$
при обратном смещении p–n-перехода

1.5. Пробой *p*–*n*-перехода

Пробоем называется значительное уменьшение сопротивления перехода при обратном смещении, сопровождающееся возрастанием обратного тока. Различают три вида пробоя: туннельный, лавинный и тепловой.

Туннельный пробой обусловлен туннельным эффектом, т.е. прохождением электронов сквозь потенциальный барьер (из валентной зоны одного полупроводника в зону проводимости другого), высота которого больше, чем энергия носителей заряда (рис. 1.16) [9].

В этом случае энергетические зоны искривляются настолько, что $\varphi_{vp} > \varphi_{cn}$, т.е. энергия электронов валентной зоны полупроводника *p*-типа становится равной энергии электронов зоны проводимости полупроводника *n*-типа.

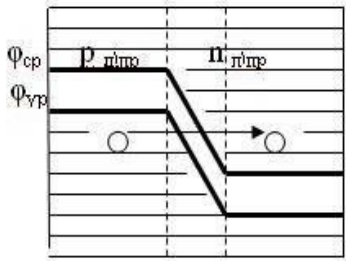


Рис. 1.16. Зонные диаграммы
при тунельном пробое

Лавинный пробой вызывается ударной ионизацией, когда напряженность электрического поля при обратном смещении так велика, что неосновные носители заряда, движущиеся через *p–n*-переход, ускоряются настолько, что при соударении с атомами ионизируют их. Появляются пары электрон-дырка, которые ускоряются и ионизируют другие атомы. Процесс нарастает лавинообразно, при этом величина тока ограничивается только внешним сопротивлением.

Ток лавинного пробоя можно приближенно определить по формуле:

$$I_{лав} = M_л I_{обр}, \qquad (1.13)$$

где $M_л$ – коэффициент лавинного умножения.

Лавинный пробой возникает в сравнительно высокоомных ПП, (имеющих большое удельное сопротивление, т.е. малую концентрацию основных носителей) и при достаточно большой ширине *p–n*-перехода.

ВАХ перехода при различных видах пробоев показаны на рис. 1.17. Напряжение лавинного пробоя зависит от температуры и увеличивается с ее ростом (из-за сокращения длины свободного пробега носителей заряда).

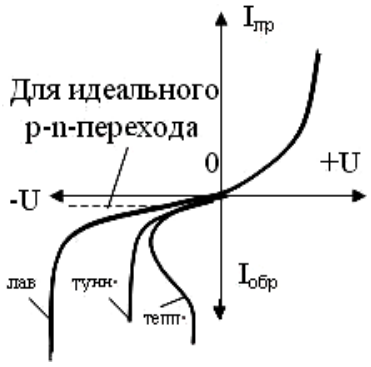


Рис. 1.17. ВАХ реального *p–n*-перехода

Тепловой пробой возникает в результате разогрева *p–n*-перехода, когда количество тепла, выделяемое током в *p–n*-переходе, больше количества тепла, отводимого от него. Известно, что увеличение температуры приводит к увеличению интенсивности генерации электронно-дырочных пар, что выражается в увеличении обратного тока по экспоненциальному закону. Это в свою очередь увеличивает температуру *p–n*-перехода, в результате чего наступает тепловой пробой. ВАХ *p–n*-перехода при тепловом пробое отличается от ВАХ при туннельном и лавинном пробоях (с увеличением тока теплового пробоя падает напряжение, приложенное к *p–n*-переходу).

1.6. Полупроводниковые диоды

Диод – это полупроводниковый прибор с одним *p–n*-переходом и двумя выводами. Рассмотренные выше свойства *p–n*-перехода дают возможность рассматривать свойства диодов путем анализа их ВАХ (рис. 1.18) Полупроводниковый диод можно получить из ПП с *p–n*-переходом, если снабдить этот полупроводник омическими (металлическими) контактами. Наиболее распространены германиевые и кремниевые диоды.

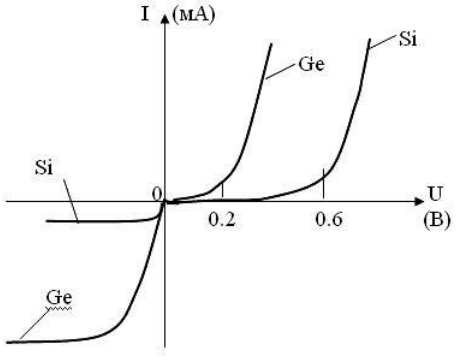


Рис. 1.18. ВАХ германиевого и кремниевого диодов

Краткая классификация диодов. Диоды, как наиболее многочисленные полупроводниковые приборы, классифицируют по различным признакам: назначению, конструкции, току и напряжению, по частоте, видам устойчивости к воздействиям внешней среды и т.д. (рис. 1.19) [13].

Назначение диодов. Различают диоды выпрямительные, импульсные, туннельные, обращенные и т.п.

Выпрямительные диоды используются для выпрямления переменного тока (преобразования переменного тока в постоянный). *Импульсные* диоды предназначены для работы в импульсных цепях, так как отличаются малой емкостью *p–n*-перехода и другими характеристиками, обеспечивающими быстродействие. Разновидность импульсных диодов – диоды Шоттки, выполненные на основе перехода металл-полупроводник, отличающиеся очень малыми (нА) обратными токами.



Рис. 1.19. Примерная классификация диодов

Туннельные диоды (ТД) – диоды, в которых туннельный эффект приводит к появлению на ВАХ участка с отрицательным сопротивлением (рис. 1.20). Участок 0-1 (рис. 1.20) определяется дрейфовым током. Участок 1-2 имеет отрицательное сопротивление. Участок 2-3 определяется диффузионным током. ТД используют в генераторах высокой частоты (до 1 ГГц).

Обращенный диод служит для выпрямления малых напряжений.

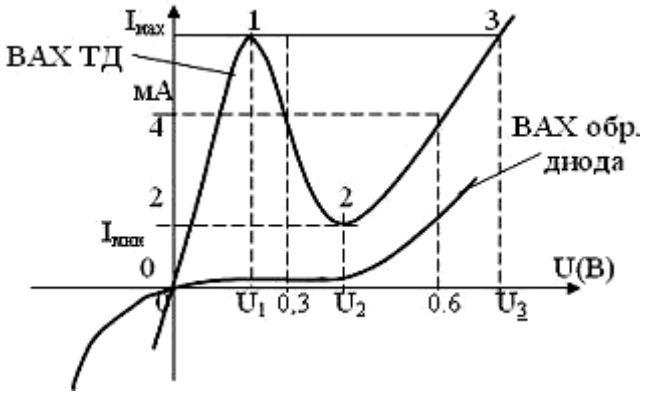


Рис. 1.20. ВАХ туннельного и обращенного диодов

Стабилитроны – полупроводниковые диоды, напряжение на которых в области электрического пробоя слабо зависит от тока. Предназначены для стабилизации напряжения.

Варикапы – полупроводниковые диоды, предназначенные для использования в качестве емкости, управляемой электрическим напряжением. Варикап работает при обратном смещении *p–n*-перехода, его емкость определяют согласно формуле:

$$C = C_0 \cdot \left[\frac{U_k}{U_k + |U|} \right]^{\frac{1}{n}}, \qquad (1.14)$$

где n =2 для резких и n = 3 для плавных переходов;

U_k – значение контактной разности потенциалов;

U – приложенное обратное напряжение;

C_0 – начальная емкость *p–n*-перехода.

Варикап, используемый в умножителях частоты, называют *варактором*.

Фотодиоды, светодиоды – диоды, использующие эффект взаимодействия оптического излучения (видимого, инфракрасного) с носителями заряда в зоне *p–n*-перехода. В фотодиодах при облучении повышается обратный ток, в светодиодах в режиме прямого тока в зоне *p–n*-перехода возникает видимое или инфракрасное излучение.

Имеются еще *магнитодиоды, тензодиоды,* в которых меняется электропроводность под действием магнитного поля или механических деформаций [9].

2. БИПОЛЯРНЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ

2.1. Структура и принцип действия биполярного транзистора

Транзистор – прибор, содержащий два или более электронно-дырочных перехода, имеющий не менее трех выводов и пригодный для усиления, генерирования и преобразования электрических сигналов.

Упрощенные структурные схемы и условные обозначения транзисторов изображены на рис. 2.1.

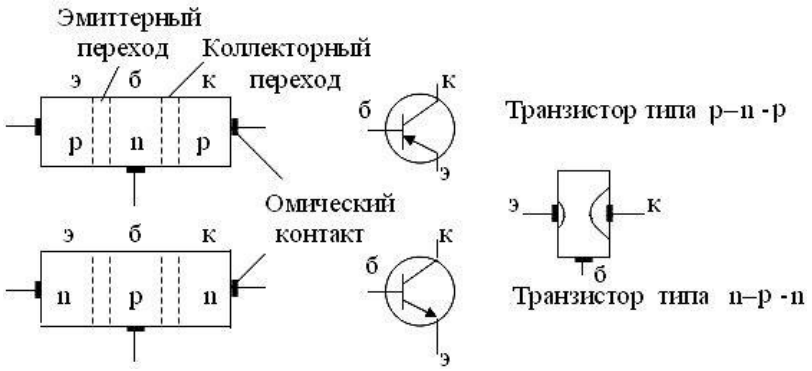


Рис. 2.1. Структурные схемы и условные графические обозначения (УГО) биполярных транзисторов

Транзистор изготавливается по специальной технологии на кристалле полупроводника путем создания трех областей с различной проводимостью. Средняя область – *база*, другие называются *эмиттер* и *коллектор*. Между областями образуется два *p–n*-перехода, связанных между собой. Область, являющаяся источником носителей заряда при прямом смещении, называют эмиттером. Область, выполняющая функцию собирания зарядов, называют коллектором. На практике этими терминами называют выводы прибора. Соответственно *p–n*-переходы называют эмиттерным и коллекторным. В обычном включении на эмиттер относительно базы подается напряжение, создающее прямое смещение, а на коллектор – обратное смещение. Иногда используется так называемое инверсное включение, при котором коллектор и эмиттер меняются местами. При этом можно

иметь различные способы включения транзистора: по схеме с общей базой (ОБ), общим эмиттером (ОЭ), общим коллектором (ОК). На рис. 2.2 изображены названные выше три способа включения биполярного транзистора со структурой *p–n–p* с указанием условных входа, выхода и обозначением электродов (э – эмиттер, к – коллектор, б – база). Показаны также направления протекания токов в электродах (выводах) транзистора.

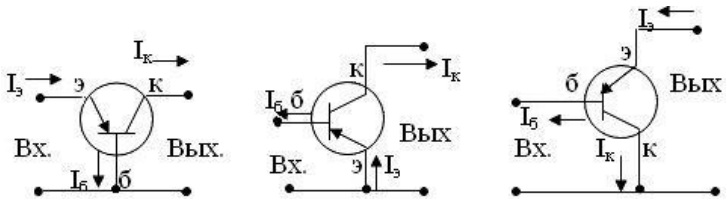


Рис. 2.2. Три схемы включения биполярного транзистора

Соединив между собой два любых электрода, можно получить различные диодные структуры.

Рассмотрим принцип действия транзистора, включив его по схеме с ОБ (рис. 2.3).

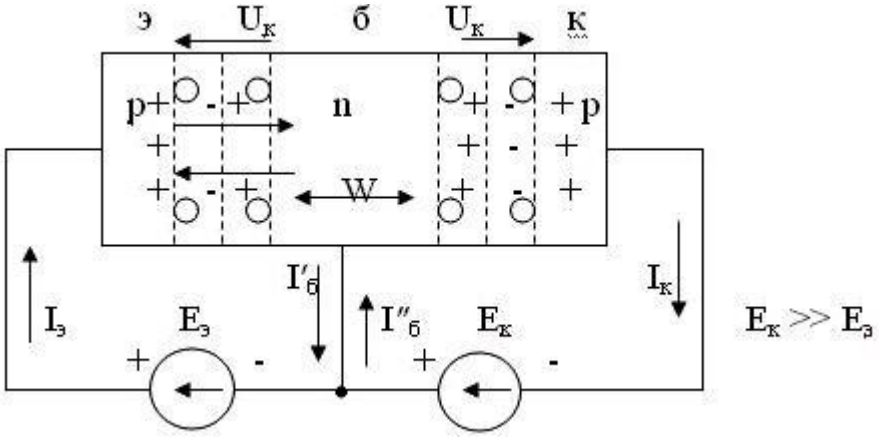


Рис. 2.3. Структурная схема включения транзистора по схеме ОБ

В структуре кристалла происходит инжекция дырок в область базы и встречное движение электронов в эмиттер, при этом

$$I_{эр} = \gamma \cdot I_э;\ \gamma = I_{эр} / I_э\ , \qquad (2.1)$$

где $I_{эр}$ – ток, обусловленный движением дырок;

$I_э$ – полный ток через эмиттерный *p–n*-переход;

γ – коэффициент инжекции.

Дырки, проникающие в базу, частично компенсируются притоком электронов от источника $E_э$, создавая ток $I_б$. Главная особенность лю-

бого транзистора – ширина базы во много раз меньше диффузионной длины:

$$W << 0{,}2 l_{диф},$$

где $l_{диф}$ – диффузионная длина (среднестатистическая величина свободного пути заряда).

По этой причине основные носители заряда из эмиттера (дырки) диффундируют в область базы и достигают второго *p–n*-перехода, смещённого в обратном направлении. Большинство дырок не успевают рекомбинировать с электронами и попадают вблизи коллекторного перехода в поле, втягивающее их в область коллектора (экстракция дырок). Электроны, число которых равно числу дырок, ушедших через коллекторный переход, уходят через базовый вывод, создавая составляющую тока базы $I'_б$.

Относительное число *неосновных для базы* носителей заряда (дырок), достигших коллекторного перехода, характеризуется коэффициентом переноса χ, показывающим, что только часть тока $I_{эр}$ достигает коллектора – это I_{kp}:

$$I_{kp} = \chi \cdot I_{эр}; \; \chi = I_{kp} / I_{эр}; \qquad (2.2)$$

где I_{kp} и $I_{эр}$ – дырочные составляющие токов коллектора и эмиттера.

Учитывая, что только часть носителей достигает коллектора, можем записать

$$I_{kp} = \alpha \cdot I_{эр}, \qquad (2.3)$$

где $\alpha = \gamma \cdot \chi = I_{kp} / I_э$ – коэффициент передачи тока в схеме ОБ.

Известно [18], что через коллекторный *p–n*-переход обязательно будет течь ток *неосновных для коллектора* носителей, создающих ток $I_{кбо}$ – неуправляемый ток *p–n*-перехода (обратный ток). Результирующий ток в коллекторной цепи:

$$I_k = \alpha \cdot I_э + I_{кбо} \; . \qquad (2.4)$$

2.2. Физическая нелинейная модель транзистора и эквивалентные схемы

Упрощенная эквивалентная схема идеализированного транзистора, имеющего структуру *p–n–p* [2], представлена на рис. 2.4.

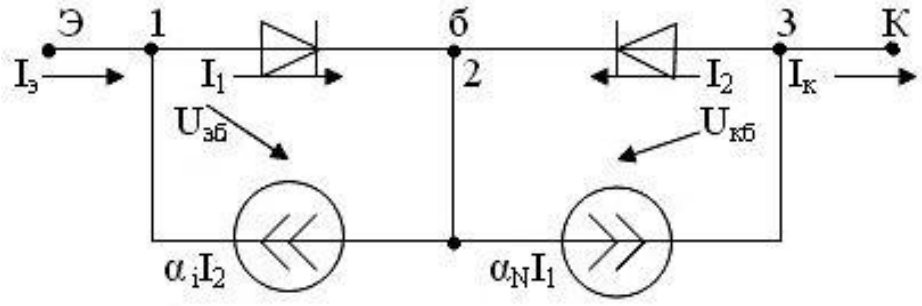


Рис. 2.4. Упрощенная эквивалентная схема биполярного транзистора

Коэффициенты α_i, α_N – это коэффициенты передачи тока, учитывающие тот факт, что не все заряды достигают соответствующих областей через переходы при инверсном (α_i) и прямом (нормальном) (α_N) включении ($\alpha_N < 1$, $\alpha_i << \alpha_N$). Формально можно записать:

$$\begin{aligned} I_э &= I_1 - \alpha_i \cdot I_2, \\ I_k &= \alpha_N \cdot I_1 - I_2. \end{aligned} \qquad (2.5)$$

Токи через *p–n*-переходы можно выразить известным способом через так называемые токи насыщения:

$$I_1 = I_{нас.э}\left(e^{\frac{U_{эб}}{\varphi_T}} - 1 \right), \text{ если } U_{кб} = 0, \text{ а } U_{эб} > 0,$$
$$I_2 = I_{нас.к}\left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi_T}} - 1 \right), \text{ если } U_{эб} = 0, \text{ а } U_{кб} < 0. \qquad (2.6)$$

Токи I_1 и I_2 удобнее выразить через обратные токи переходов, учитывая, что в справочниках [15] приводятся значения именно обратных токов:

$$I_{эб\,о}, \text{ при } U_{кб} = 0 \text{ и } I_k = 0, U_{эб} < 0$$
$$I_{кб\,о}, \text{ при } U_{эб} = 0 \text{ и } I_э = 0, U_{кб} < 0$$

В этом случае

$$I_{нас.к} = \frac{I_{кб\ o}}{1-\alpha_i \cdot \alpha_N}; I_{нас.э} = \frac{I_{эб\ o}}{1-\alpha_i \cdot \alpha_N}. \qquad (2.7)$$

Возвращаясь к (2.5), с учетом (2.6, 2.7), получим:

$$I_э = \frac{I_{эб\ o}}{(1-\alpha_i \cdot \alpha_N)\cdot\left(e^{\frac{U_{эб}}{\varphi T}}-1\right)} - \frac{\alpha_i \cdot I_{кб\ o}}{(1-\alpha_i \cdot \alpha_N)\cdot\left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi T}}-1\right)},$$

$$I_к = \frac{\alpha_N}{(1-\alpha_i \cdot \alpha_N)\cdot I_{эб\ o}\cdot\left(e^{\frac{U_{эб}}{\varphi T}}-1\right)} - \frac{I_{кб\ o}}{(1-\alpha_i \cdot \alpha_N)\cdot\left(e^{\frac{U_{кб}}{\varphi T}}-1\right)}, \qquad (2.8)$$

$$I_б = I_э - I_к.$$

Полученная система уравнений носит название уравнения Эберса – Молла. Характеристики, соответствующие этим уравнениям, приведены на рис. 2.5.

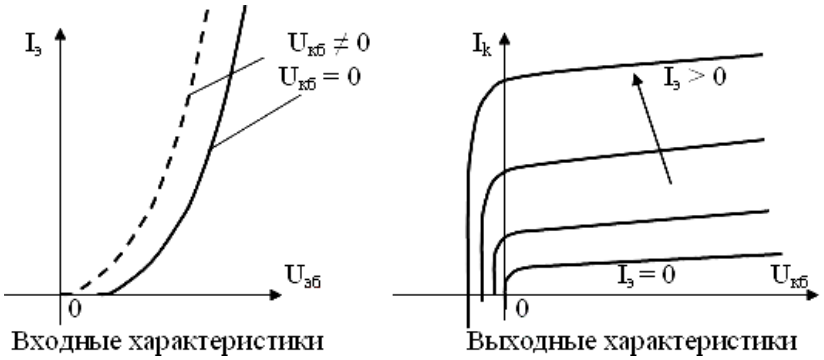


Рис. 2.5. Статические характеристики транзистора, включённого по схеме ОБ

Рассмотренная физическая модель нелинейна и применяется для анализа работы только при относительно больших изменениях напряжения и тока.

Во многих случаях на фоне сравнительно больших постоянных составляющих токов и напряжений на транзистор действуют малые переменные составляющие. В этом случае эти составляющие могут анализироваться раздельно, причем при анализе переменных составляющих используются *малосигнальные эквивалентные схемы,* состоящие из линейных элементов. Параметры линейных элементов

получают линеаризацией исходных статических характеристик транзисторов в окрестности режима работы по постоянному току.

Наиболее часто встречается Т-образная эквивалентная схема. Для транзистора, включенного по схеме ОБ, Т-образная схема имеет вид, представленный на рис. 2.6.

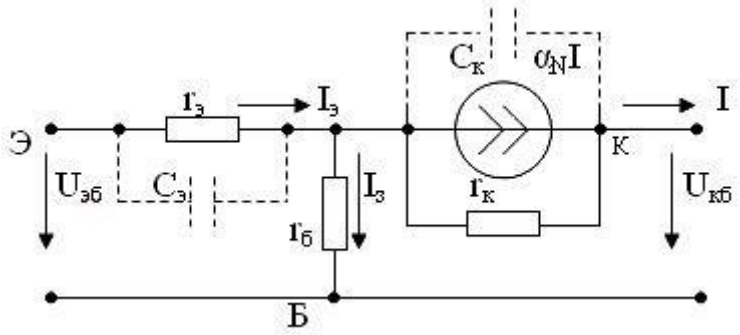


Рис. 2.6. Вариант Т-образной схемы замещения транзистора:
$r_э, r_k$ – дифференциальные сопротивления переходов;
$r_б$ – сопротивление базы; включение нормальное (неинверсное),
коэффициент передачи тока $\alpha_N = \alpha$; $C_к, C_э$ – ёмкости переходов

Т-образная схема (рис 2.6) не единственная. Наиболее распространенные варианты приводятся на рис. 2.7 и 2.8.

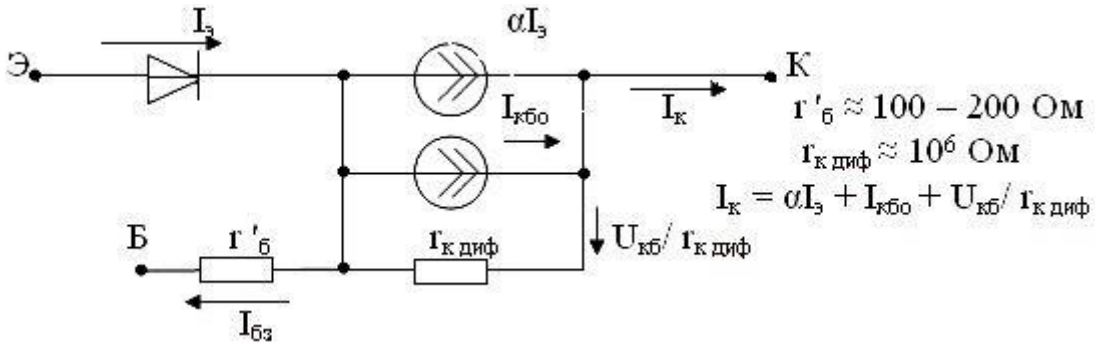


Рис. 2.7. Вариант схемы замещения транзистора,
включенного по схеме ОБ

Т-образная эквивалентная схема транзистора, включенного по схеме ОЭ, представлена на рис. 2.8. В схему введен диод, отражающий наличие *p–n*-перехода Э-Б. Ток базы $I_{бз}$ в цепи коллектора увеличивается в β раз, причем $\beta = \alpha/(1 - \alpha)$. Статические характерисики для схемы с ОЭ показаны на рис. 2.9.

В схеме замещения (рис. 2.8) отражается факт зависимости тока коллектора от тока базы и свойств транзистора, учитываемых коэффициентом β, который называется *коэффициентом усиления базового тока в схеме ОЭ*. Коэффициент передачи тока $\alpha < 1$, поэтому $\beta > 1$.

Анализируя выражения (2.8), можно заметить два важных обстоятельства:

1) при отсутствии тока базы (обрыв базы) обратный ток в цепи коллектор – эмиттер увеличивается многократно;

2) сопротивление коллекторного перехода $r'_{кдиф} << r_{кдиф}$, где $r_{кдиф}$ – сопротивление коллекторного перехода в схеме замещения ОБ (рис. 2.7).

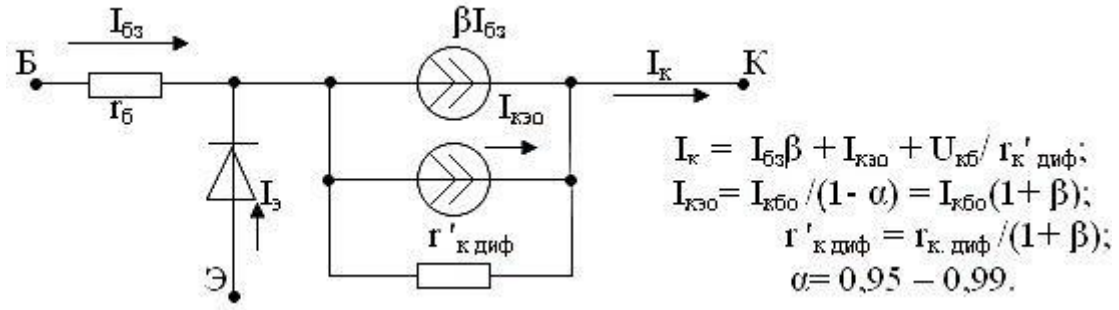


Рис. 2.8. Т-образная схема замещения транзистора, включённого по схеме ОЭ

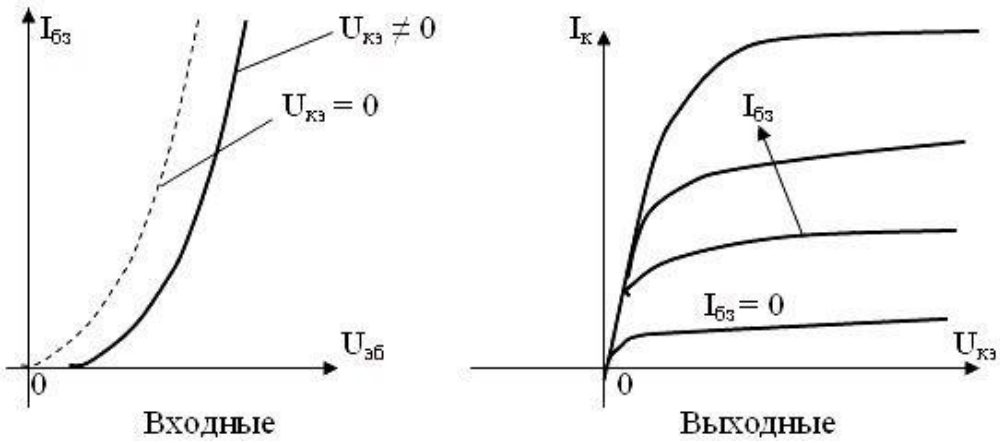


Рис. 2.9. Статические характеристики для схемы ОЭ

2.3. Способы включения биполярных транзисторов

В электрических схемах биполярные транзисторы могут включаться тремя различными способами: с общей базой (ОБ), с общим эмиттером (ОЭ), с общим коллектором (ОК) (рис. 2.2). Название способа включения происходит от названия того электрода биполярного транзистора, который в рассматриваемой схеме является общим для входного и выходного контуров электрической цепи.

Важность способа включения транзистора состоит в том, что схемы в зависимости от этого приобретают разные свойства при совершенно одинаковых параметрах транзисторов.

Примеры возможных способов включения транзисторов показаны на рис. 2.10.

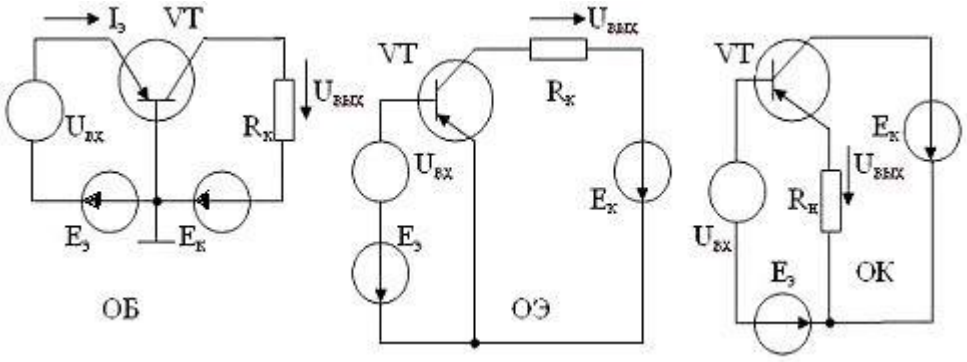


Рис. 2.10. Три способа включения биполярного транзистора в электрической схеме с источниками питания, смещения и входного сигнала:
$U_{вх}$ – входной (усиливаемый) сигнал; $E_э$, $E_к$ – источники эмиттерного и коллекторного смещений (внешние источники питания); R_k – резистор для ограничения тока в цепи коллектора в схемах ОБ и ОЭ (или сопротивление нагрузки); R_H – резистор (сопротивление нагрузки) в цепи эмиттера схемы ОК

Отличительным признаком схемы ОК является отсутствие ограничивающего резистора в цепи коллектора. Схему ОК часто называют *эмиттерным повторителем*.

Каждая из схем использует биполярный транзистор в качестве элемента, обеспечивающего усиление входного сигнала $U_{вх}$. Стрелки напряжения $U_{вх}$ не показаны, так как это напряжение может быть положительным, отрицательным либо переменным. Рассматриваемые схемы обладают разными свойствами при совершенно одинаковых, включенных по-разному, транзисторах.

Принцип усиления входного сигнала для схем одинаков. Он состоит в том, что входной сигнал воздействует на базовую (управляющую) цепь транзистора и вызывает изменение сопротивления основной (управляемой) цепи (коллектор – эмиттер) транзистора, вследствие чего ток в этой цепи, созданный источником питания, будет изменяться, обеспечивая изменение выходного напряжения $U_{вых}$. При этом вследствие нелинейности характеристик транзистора малые изменения $U_{вх}$ могут вызвать гораздо большие изменения выходного сигнала $U_{вых}$, создавая эффект усиления входного сигнала.

Области использования схем определяются их разными свойствами, наибольшее распространение получили схемы ОЭ и ОК.

2.4. Основные режимы работы транзистора

Различают три основных режима работы транзистора: активный, отсечки, насыщения.

Активный режим – нормальный: эмиттер смещен в прямом направлении, коллектор – в обратном. *Инверсный режим* – наоборот. В уравнениях в нормальном активном режиме $U_{эб}$ имеет знак «+», $U_{кб}$ имеет знак «–».

Режим отсечки: глубокая отсечка – оба перехода смещены в обратном направлении, причем модули этих напряжений должны быть:

$$U > (3 – 5)\, m\, \varphi_T,$$

где $m \approx (1{,}5 – 2)$.

В режиме отсечки $I_к = I_{кбо.}$ Режим отсечки характеризует закрытое состояние транзистора (транзистор заперт), при котором его сопротивление максимально, токи – минимальны.

Режим насыщения характеризует открытое состояние транзистора, когда его сопротивление минимально, а токи определяются внешними источниками, но не должны превышать некоторых допустимых значений. В режиме насыщения оба перехода транзистора с помощью внешних напряжений смещены в прямом направлении. Напряжение транзистора $U_{кэ}$ минимально:

$$U_{кэ\ нас} \approx \varphi_T(1 – \alpha_i) / \alpha_i. \qquad (2.9)$$

Ток коллектора $I_к \leq I_{к\ max}$.

Режим отсечки и насыщения широко используется в электронных ключах. Достигаются эти режимы различными способами, в том числе и изменением подводимых к транзистору напряжений.

2.5. *h*-параметры биполярного транзистора

Транзистор можно представить в расчетном отношении как активный четырехполюсник, имеющий два входных и два выходных зажима (рис. 2.11). Это представление во многих случаях существенно упрощает расчеты схем с транзисторами.

Согласно теории электрических цепей [11] связь между токами и напряжениями четырехполюсника может быть показана с помощью системы уравнений:

$$U_1 = h_{11}\, i_1 \; + \; h_{12}\, U_2 \,,\; i_2 = \; h_{21}\, i_1 + h_{22}\, U_2. \qquad (2.10)$$

Коэффициенты *h*, входящие в уравнения, получили название «*h-параметры*».

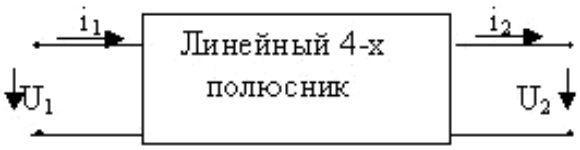


Рис. 2.11. Четырехполюсник – аналог транзистора:
i_1, i_2 – входной и выходной токи, V_1, V_2 – входное и выходное напряжения

Физический смысл этих коэффициентов выясняется, если рассматривать два характерных режима: холостой ход (ХХ) и короткое замыкание (КЗ) на входе и выходе четырехполюсника. Режим ХХ характеризуется отсутствием тока при наличии напряжения, режим КЗ – отсутствием напряжения при наличии тока. В этих случаях:

$h_{11} = U_1/i_1\,(U_2 = 0)$ – входное сопротивление при КЗ на выходе;

$h_{12} = U_1/ U_2\;(i_1 = 0)$ – коэффициент передачи напряжения при ХХ на входе (коэффициент обратной связи по напряжению);

$h_{21} = i_2 / i_1\;(U_2 = 0)$ – коэффициент передачи тока при КЗ на выходе;

$h_{22} = i_2 / U_2\,(i_1 = 0)$ – выходная проводимость при ХХ на входе.

В усилительных устройствах с транзисторами *h*-параметры определяют обычно по соотношениям между приращениями токов и напряжений. Например, для схемы с общим эмиттером:

$$\Delta\, U_{бэ} = \; h_{11э}\,\Delta\, I_{бз} + \; h_{12э}\,\Delta U_{кэ}, \qquad (2.13)$$
$$\Delta\, I_к = \; h_{21э}\,\Delta\, I_{бз} + \; h_{22э}\,\Delta\, U_{кэ}.$$

Получив опытным путем входные и выходные характеристики, можно вычислить *h*-параметры, как частные производные в заданных точках характеристик, полагая неизменными нужные величины. Например, в схеме ОЭ:

$$h_{11э} = \left.\frac{\Delta\, U_{бэ}}{\Delta\, I_{бз}}\right|_{\substack{U_{кэ} = \text{Const} \\ (\Delta\, U_{кэ} = 0)}} \qquad h_{12э} = \left.\frac{\Delta\, U_{бэ}}{\Delta\, U_{кэ}}\right|_{I_{бз} = \text{Const};} \qquad (2.14)$$

$$h_{21э} = \left.\frac{\Delta\, I_к}{\Delta\, I_{бз}}\right|_{\substack{U_{кэ} = \text{Const} \\ (\Delta\, U_{кэ} \; = 0)}} \;; \qquad h_{22э} = \left.\frac{\Delta\, I_к}{\Delta\, U_{кэ}}\right|_{I_{бз} = \text{Const};}$$

h-параметры определяются для любой из трех схем включения транзистора, чаще всего используются $h_{ппэ}$, причем система

h-параметров позволяет в расчетах использовать обобщенную схему замещения транзистора для *h*-параметров, показанную на рис. 2.12.

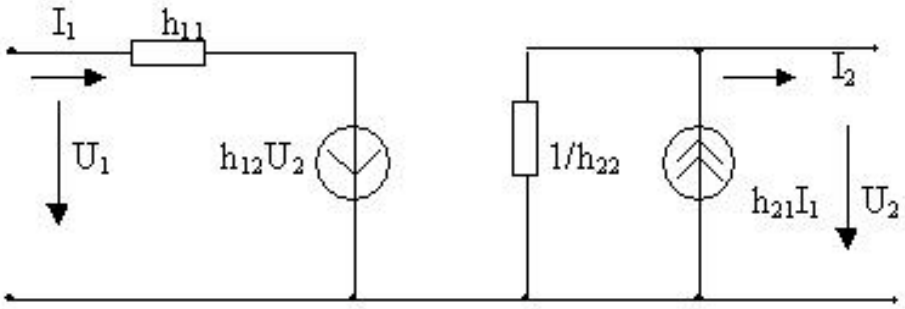


Рис. 2.12. Обобщенная схема замещения биполярного транзистора

Упрощенные (пренебрегаем h_{12}) схемы замещения транзисторов для *h*-параметров будут иметь вид, представленный на рис. 2.13.

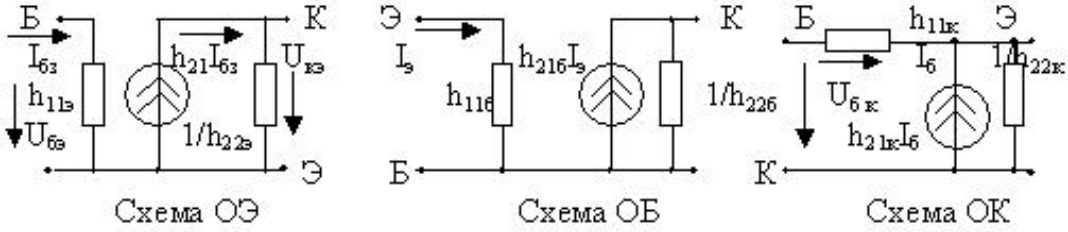


Рис. 2.13. Схемы замещения транзисторов в *h*-параметрах

2.6. Основные параметры биполярных транзисторов

К основным параметрам биполярных транзисторов относятся:

1. Коэффициенты $h_{21э}$, $h_{21б}$, $h_{21к}$ – это коэффициенты передачи тока (коэффициенты усиления по току) (в схеме ОЭ $h_{21э}$ – это β, в схеме ОБ $h_{21б}$ – α).
2. Граничная частота для коэффициента передачи тока – это частота, на которой $h_{21э}$ уменьшается до 1.
3. Частота усиления $f(h_{21})$ – это частота, на которой $h_{21э}$ уменьшается в $\sqrt{2}$ раз – этим значением определяется так называемая полоса пропускания частот, т.е. диапазон частот, в которых характеристики усиления удовлетворительны.
4. Дифференциальное сопротивление эмиттерного перехода в схеме ОЭ

$$h_{11э} = r_{э\ диф} = \left.\frac{dU_{бэ}}{dI_{бэ}}\right|_{U_{кэ} = Const}$$

(Значения $h_{11э}$ – Омы, десятки Ом).

5. Выходная проводимость $h_{22э}$ связана с дифференциальным сопротивлением коллекторного перехода.

$$\frac{1}{h_{22э}} = r_{к\ диф} = \frac{d\,U_{кэ}}{d\,I_к}\Bigg|_{I_б = Const}$$

6. Коэффициент обратной связи по напряжению:

$$h_{12э} = \frac{d\,U_{бэ}}{d\,U_{кэ}}\Bigg|_{I_б = Const},\ h_{12э} \approx 10^{-3} \cdot 10^{-4}$$

7. Объемное сопротивление базы: $r_б$ = (десятки – сотни Ом).

8. Емкость коллекторного перехода $C_к$. Это фактически барьерная емкость коллекторного перехода $C_к \approx (5 – 50)\ pF$.

9. Максимальная частота генерации:

$$f_{макс} \approx \sqrt{\frac{f\,(h_{21б})}{30 r_б\, C_к}}$$

где $f_{макс}$ – это наибольшая частота, при которой транзистор может работать (способен работать в схеме автогенератора).

10. Обратный ток коллекторного перехода при заданном обратном напряжении: $I_{кбо} = I_к$ при $I_э$=0, $U_{кб}$<0. О значении этого тока говорилось выше. Величина тока $I_{кбо}$ от μA до нескольких мА в зависимости от мощности и качества изготовления транзистора.

11. Максимально допустимый ток коллектора – $I_{к\ макс.}$

12. Наибольшая допустимая мощность рассеяния коллектора:

$$P_{к\ макс} = I_{к\ макс}\, U_{кэ}\,.$$

13. Тепловое сопротивление между коллектором и корпусом:

$$R_т = \Delta T / P_{к\ макс}\,,$$

где ΔT – перепад (градиент) температур между коллектором и корпусом.

Следует помнить, что приведенные в справочных материалах параметры транзисторов определены для заданного диапазона их изменения, т.е. для определенных режимов работы и в заданном диапазоне температур. Поэтому для представления о том, как будут меняться параметры, в литературе [15, 18] приводятся обобщенные зависимости физических параметров от режима работы и от температуры. Вид этих зависимостей (например, для схемы ОЭ) представлен на рис. 2.14.

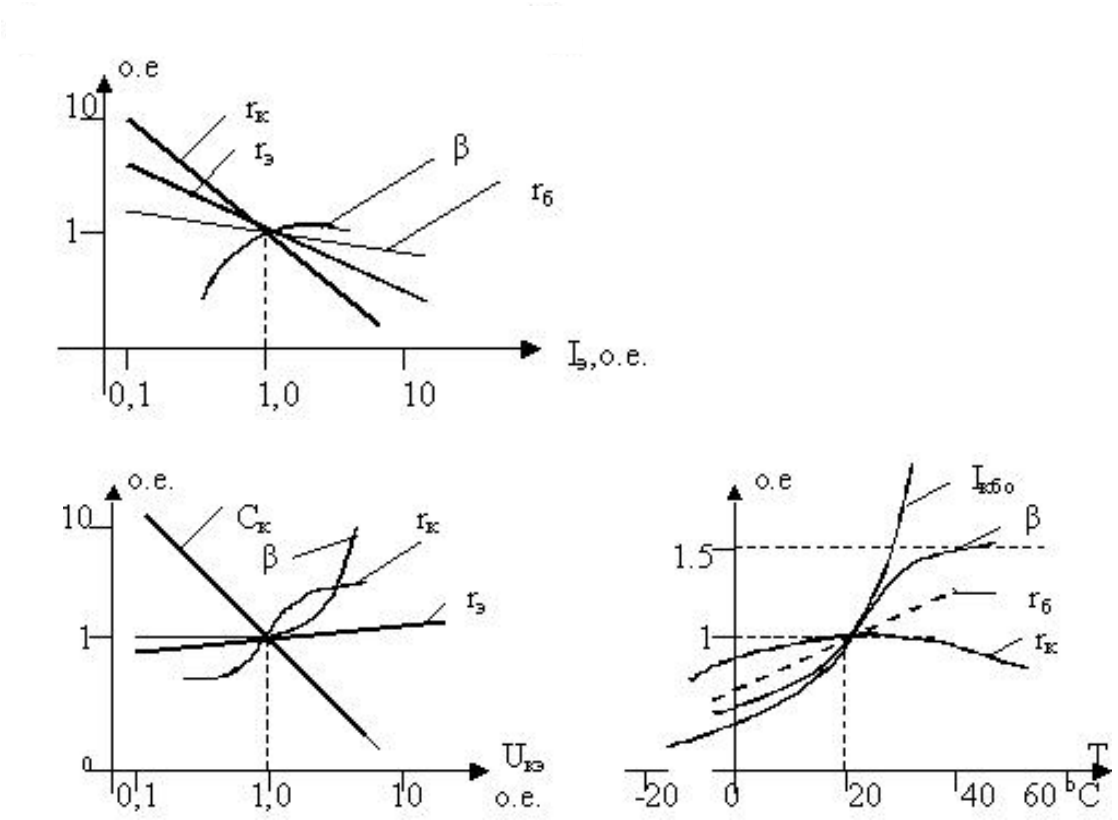


Рис. 2.14. Примерный вид обобщенных зависимостей физических параметров биполярных транзисторов от тока $I_э$ (а), напряжения $U_{кэ}$ (б) и температуры Т (в)

Известно, что для Ge *p–n*-переходов максимально допустимая температура 80 ÷ 100 ºС, для – 150 ÷ 200 ºС.

2.7. Транзисторы с инжекционным питанием

Интересным развитием биполярных транзисторов являются полупроводниковые приборы с инжекционным питанием (предложены в 1971 году, используются в составе микросхем) [7, 9]. Благодаря особой конструкции, эти приборы обладают весьма полезными свойствами. В составе интегральных схем (их называют $И^2Л$ – элементы)

они позволяют получить высокую степень интеграции, так как для их действия требуется очень малая энергия переключения $Э_n = 10^{-12}$ Дж. Хорошо работают в диапазоне температур от – 60 до + 125 ^{0}С. Особенностями являются: инверсный режим (по схеме), ключевой режим (по действию), небольшой логический уровень высокого и низкого напряжений U^1 = (0,6 – 0,7) В, U^0 =(0,1 – 0,2) В, наличие общего для групп четвертого электрода – инжектора, высокое

быстродействие ($t_{здр} \approx 10$ нс). Упрощенная структура транзистора и УГО представлены на рис. 2.15.

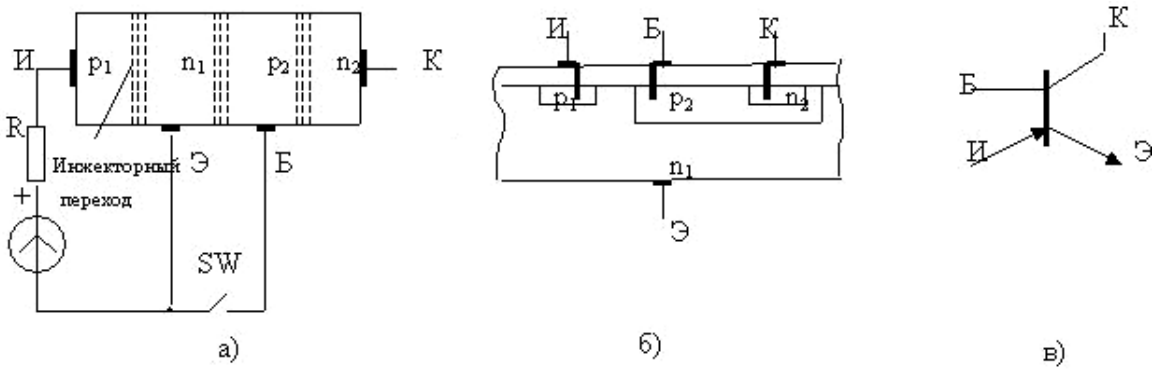


Рис. 2.15. И^{2}Л-элемент: структуры (*а*), (*б*) и УГО (*в*):
И – инжектор, SW – ключ

Принцип действия И^{2}Л-элемента: заряды инжектируются в область P_1, область эмиттера обогащается, поэтому понижается барьер перехода n_1–p_2, а следовательно и перехода p_2–n_2. Между эмиттером и коллектором образуется малое сопротивление (возникает режим насыщения). Если эмиттер соединить с базой, замкнув ключ SW, то сопротивление перехода p_2–n_2 резко увеличивается (возникает режим отсечки). Роль ключа SW может выполнять такой же точно транзистор, а инжектор у них будет общим.

3. ПОЛЕВЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ

Полевой транзистор – это полупроводниковый прибор, работа которого обусловлена током основных носителей зарядов, протекающим через проводящий канал, сопротивление которого модулируется (управляется) электрическим полем. Другое название – *униполярные* транзисторы – обусловлено тем, что ток в них создается носителями заряда одного знака (электронами или дырками). Полевые транзисторы имеют определенные преимущества перед биполярными транзисторами, такие как высокое входное сопротивление, малые мощности для управления, высокие частотные свойства, возможность работы при низких температурах, высокая технологичность изготовления.

Полевые транзисторы делятся на транзисторы с затвором в виде *p*–*n*-перехода (с управляющим *p*–*n*-переходом) и с изолированным затвором [со структурой металл – диэлектрик – полупроводник (МДП – транзисторы)], (другое название МОП-транзисторы).

3.1. Транзистор с управляющим *p*–*n*-переходом

Транзистор с управляющим *p*–*n*-переходом представляет собой пластину (участок) полупроводника *p* или *n* типа, от торцов которой сделаны отводы, называемые сток и исток, а вдоль пластины выполнен электрический переход (*p*–*n*-переход или барьер Шоттки), имеющий свой вывод, называемый затвором. На затвор подается такое по отношению к истоку напряжение, чтобы *p*–*n*-переход между затвором и кристаллом был смещен в обратном направлении (рис. 3.1).

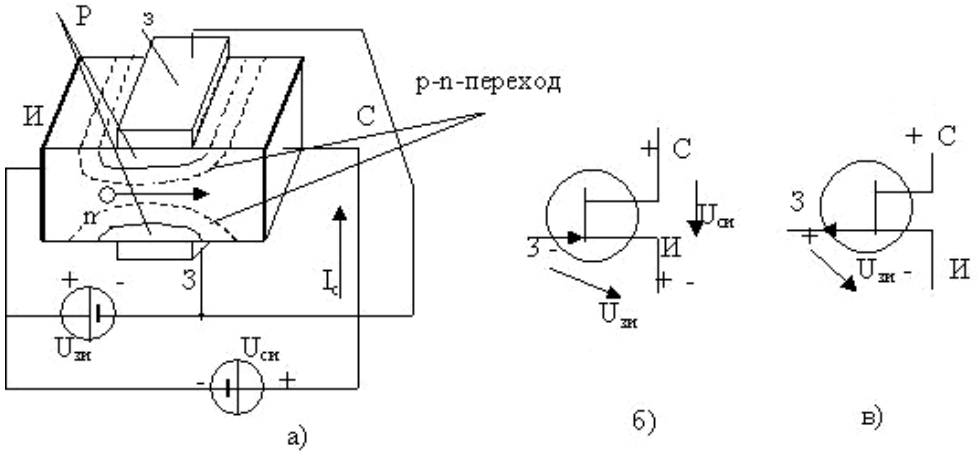


Рис. 3.1. Структура и УГО транзистора с управляющим *p*–*n*-переходом и каналом *n*-типа (*а*), (*б*); УГО транзистора с каналом *p*-типа (*в*)

Статические характеристики полевого транзистора с управляющим *p–n*-переходом и каналом *n*-типа представлены ниже на рис. 3.2.

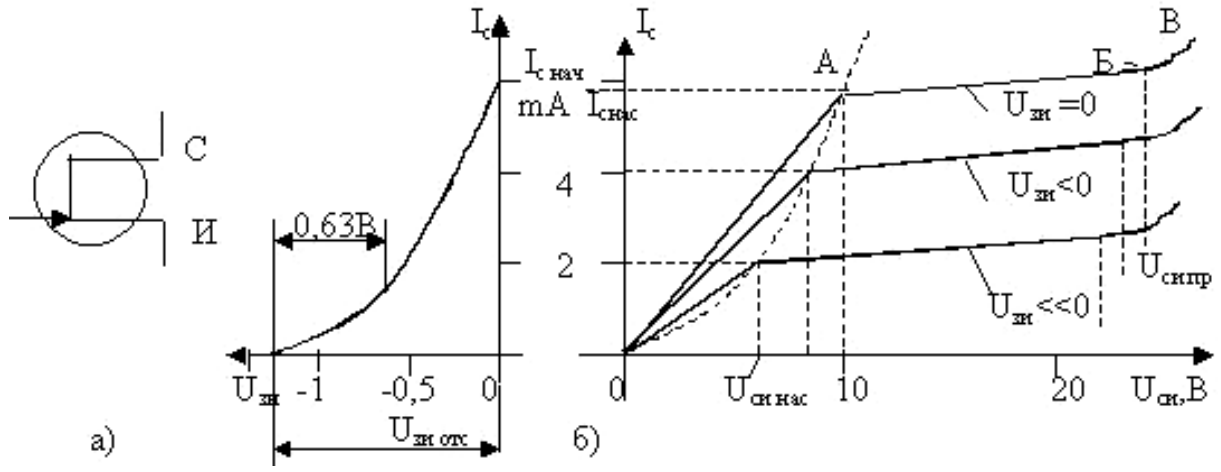


Рис. 3.2. Стоко-затворная (*а*) и выходные (*б*) статические характеристики полевого транзистора с управляющим *p–n*-переходом и каналом *n*-типа

Ток стока, при котором достигается значение тока насыщения, называется *начальным током стока* (обозначено $I_{с\ нач}$). Напряжение $U_{си}$, при котором происходит насыщение канала, называется *напряжением насыщения* (обозначено $U_{си\ нас}$). Напряжение $U_{зи}$, при котором ток стока $I_с$ =0, называется *напряжением отсечки* (обозначено $U_{зи\ отс}$). Значения токов насыщения $I_{снас}$ и напряжений $U_{си\ нас}$ зависят от значений $U_{зи}$, причем геометрическое место точек, соответствующих перекрытию канала и наступлению режима насыщения (пунктирная линия), образуют кривую, похожую на прямую ветвь ВАХ диода. С увеличением модуля $U_{зи}$ уменьшается пробивное напряжение между стоком и истоком $U_{си\ пр}$, так как к *p–n*-переходу прикладывается сумма напряжений $U_{си}$+$U_{зи}$.

На выходных характеристиках имеются три участка: ОА, АБ, БВ. На участке ОА зависимость $I_с = f\ (U_{си})$ практически линейна и имеет большую крутизну. Участок АБ-область насыщения, участок БВ-область электрического пробоя. Участок ОА похож на ВАХ резистора, поэтому полевые транзисторы (ПТ) можно использовать как управляемое сопротивление. Участок АБ используется для усилительных режимов.

Основные параметры ПТ с управляющим *p–n*-переходом. Основными параметрами полевого транзистора являются:

1. Ток стока I_c в области насыщения выходных характеристик при неизменном значении $U_{си}$ определяется по аналитическому выражению стоко-затворной характеристики (3.1):

$$I_c = I_{c\,нач}\,(1 - U_{зи} / U_{зи\,отс})^2. \qquad (3.1)$$

2. Крутизна характеристики S (оценка управляющего действия затвора):

$$S = dI_c / dU_{зи} \;\big|\; Ucu = \text{Const}. \qquad (3.2)$$

Наибольшую крутизну характеристика (3.1) имеет в области $U_{зи}$=0, причем

$$S = S_{нач}\,(1 - U_{зи} / U_{зи\,отс})^2,\ S_{нач} = -(2\,I_{с\,нас} / U_{зи\,отс}), \qquad (3.3)$$

где S ≈ (0,3 – 3) мА\В.

3. Температурные свойства ПТ характеризуются семейством стоко-затворных характеристик при разных значениях температуры окружающей среды (рис. 3.3). По характеристикам видно, что ПТ с управляющим *p–n*-переходом имеет «термостабильную» точку Т.

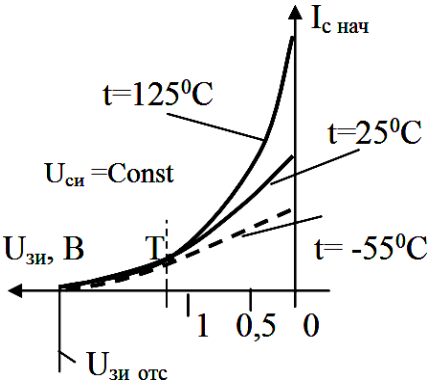


Рис. 3.3. Стоко-затворные характеристики ПТ при разных температурах

Наличие точки, в которой сходятся характеристики, снятые в широком диапазоне температур, свидетельствует о том, что параметры ПТ в этой точке мало зависят от температуры. Нужно заметить, что и крутизна характеристики в этой точке не велика.

4. Усилительные свойства ПТ помимо крутизны *S* характеризуются ещё коэффициентом усиления напряжения *M*, причем

$$M = dU_{си} / dU_{зи} \;\big|\; Ic = \text{Const}. \qquad (3.4)$$

5. Дифференциальное внутреннее сопротивление

$$R_{си\ диф} = dU_{си} / dI_c \;\big|\; Uзи = \text{Const}, \qquad (3.5)$$

$R_{си\ диф}$ = (0,1 – 1) Мом.

Учитывая (3.3), (3.4), (3.5), получим

$$M = S\,R_{си\ диф}. \qquad (3.6)$$

6. Емкость *p–n*-перехода между затвором и каналом характеризуют двумя значениями: ёмкостью между затвором и истоком $C_{зи}$ и между затвором и стоком $C_{зс}$. Величина ёмкости составляет (5 – 20)*pF*.

7. Эквивалентные схемы ПТ с управляющим *p–n*-переходом разнообразны в зависимости от условий применения. Наиболее часто используются так называемые малосигнальные (для сигналов переменного тока) эквивалентные схемы, показанные на рис. 3.4.

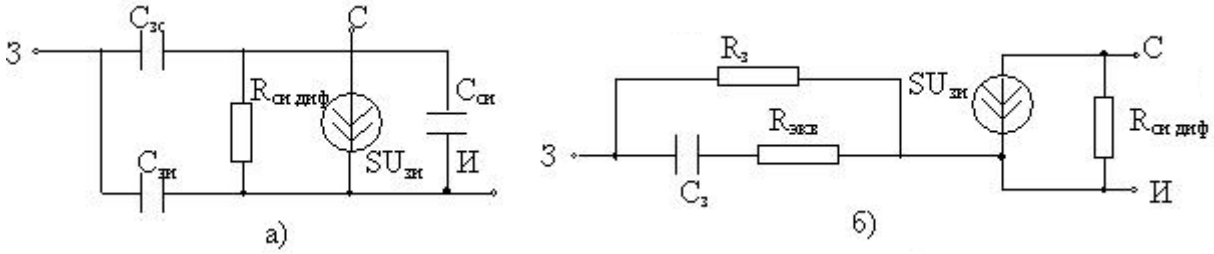


Рис. 3.4. Малосигнальные эквивалентные схемы ПТ:
исходная (*а*), преобразованная (*б*);
$R_З$ – омическое сопротивление затвора,
$R_{экв}$ – усредненное эквивалентное сопротивление,
через которое заряжается эквивалентная емкость затвора $C_з$

Ориентировочные значения для параметров ПТ с управляющим *p–n*-переходом [15]:

S = (0,3 – 3) мА/В; $R_З = 10^{10}$ Ом; $R_{си}$ = (0,1 – 1) мОм;

$R_{экв}$ = (50 – 800) Ом; $C_з$ = (0,2 – 10) пФ.

Изменение параметров и характеристик ПТ с изменением температуры обусловлено изменением:

– обратного тока *p–n*-перехода;

– контактной разности потенциалов;

– удельного сопротивления канала.

Особое свойство ПТ с управляющим *p–n*-переходом – наличие термостабильной точки (рис. 3.3). Это свойство обусловлено тем, что с ростом температуры удельное сопротивление канала увеличивается, вызывая уменьшение тока стока. Это дает возможность правильным выбором режимов взаимно компенсировать изменения тока стока, вызванные изменением контактной разности потенциалов и удельного сопротивления канала. При этом можно добиться, чтобы ток I_c оставался неизменным в широком диапазоне изменения темпе-

ратур (рис. 3.3). Это объясняется тем, что контактная разность потенциалов с увеличением температуры уменьшается приблизительно на 2,2 мВ/град, что должно (при неизменном $U_{зи}$) приводить к увеличению тока стока. Увеличение удельного сопротивления канала должно приводить к уменьшению этого тока. Ориентировочное положение термостабильной точки на стоко-затворной характеристике определяется значением: $|U_{зи\ т}| = |U_{зи\ отс}| - 0{,}63$ В. Недостаток этого режима – малая крутизна характеристик.

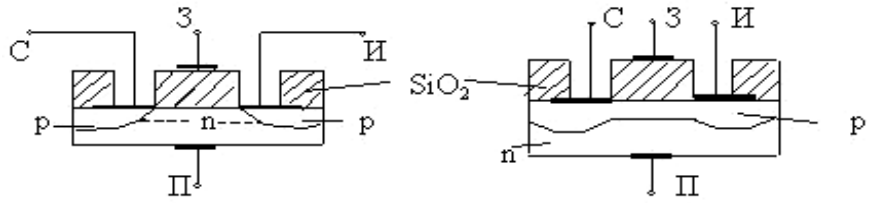
3.2. МДП (МОП)-транзисторы

МДП-транзисторы (полевые транзисторы с изолированным затвором) могут быть двух видов:

а) с индуцированным каналом (канал возникает под действием напряжения, приложенного к управляющим электродам);

б) со встроенным каналом (канал создается при изготовлении).

У МДП-транзистора, в отличие от ПТ с управляющим *p–n*-переходом, металлический затвор изолирован от полупроводника слоем диэлектрика и имеется дополнительный вывод П (рис. 3.5) от кристалла, называемый подложкой.



а *б*

Рис. 3.5. Схематичная структура МОП транзисторов с индуцированным каналом (*а*) и со встроенным каналом (*б*), (каналы *p*-типа)

МДП-транзистор с индуцированным каналом *p*-типа устроен следующим образом. Основа – пластина слаболегированного кремния *n*-типа называется подложкой (вывод П на рис. 3.5). В теле подложки созданы две сильно легированные области с полупроводником *p*-типа. Одна из них – сток (С), другая – исток (И). Электрод затвора З изолирован от областей тонким слоем диэлектрика SiO_2 толщиной (0,2 – 0,3) мкм.

Вследствие физических явлений, возникающих на границе раздела диэлектрика SiO_2 с полупроводником *n*-типа, в подложке индуцируется обогащенный электронами поверхностный слой (рис. 3.6).

Между *p*-областями стока и истока будет располагаться слой отрицательных зарядов, образуя структуру *p–n–p* на пути от истока к стоку.

В месте контакта двуокиси кремния и полупроводника образуется контактная разность потенциалов, достигающая значения (1,4 – 2,4) В.

p-области с подложкой *n*-типа образуют *p–n*-переходы. К стоку и истоку прикладываются противоположные по знаку потенциалы, поэтому при любой полярности приложенного к электродам стока и истока напряжения один из *p–n*-переходов будет смещен в обратном направлении и препятствует протеканию тока. Следовательно, в данном приборе в исходном состоянии между стоком и истоком отсутствует токоведущий канал. Проводящий канал возникает при достижении напряжением на затворе некоторого порогового значения $U_{зи\ пор}$ при $U_{си} \neq 0$, $|U_{зи\ пор}| \approx (2 – 4)$ В.

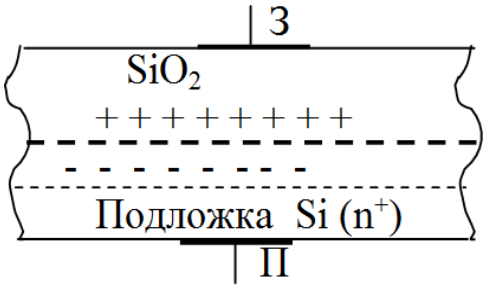


Рис. 3.6. Исходное распределение зарядов на границе раздела двуокиси кремния и полупроводника

При увеличении (в данном случае отрицательного относительно истока) напряжения на затворе выше порогового значения в подложке на границе раздела образуется слой зарядов с электропроводностью *p*-типа. Этот слой соединяет *p*-области стока и истока, образуя токопроводящий (индуцированный) канал. Чем больше значение отрицательного напряжения на затворе, тем больше толщина индуцированного канала и его проводимость. Таким образом, рассматриваемая структура обладает признаками управляемого ключевого элемента. Если на затворе установлен положительный или нулевой потенциал, ток между стоком и истоком протекать не может (цепь «разомкнута», т.е. имеет очень большое сопротивление). Если же на затворе установить отрицательный потенциал, по модулю больший $U_{зи\ пор}$, в цепи сток – исток может протекать ток, зависящий от управляющего напряжения $U_{зи}$ и напряжения питания $U_{си}$ (рис. 3.7, *в*).

Стоко-затворную характеристику часто называют характеристикой управления, так как от величины и знака напряжения на затворе относительно истока $U_{зи}$ зависит величина тока стока I_c.

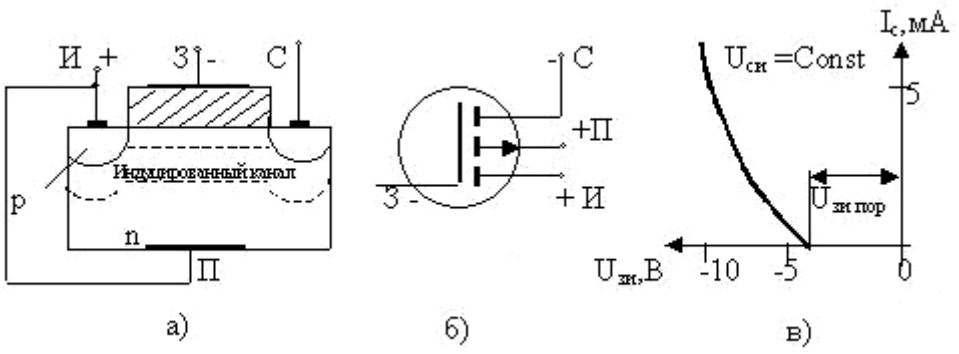


Рис. 3.7. Иллюстрация образования токопроводящего канала (*а*), условное графическое обозначение (*б*) и стоко-затворная характеристика (*в*) МДП-транзистора с индуцированным каналом *p*-типа

Статические стоковые (выходные) характеристики МДП-транзистора с индуцированным каналом *p*-типа (рис. 3.8) по виду похожи на таковые для транзистора с управляющим *p*–*n*-переходом и каналом *n*-типа (рис. 3.2, *б*).

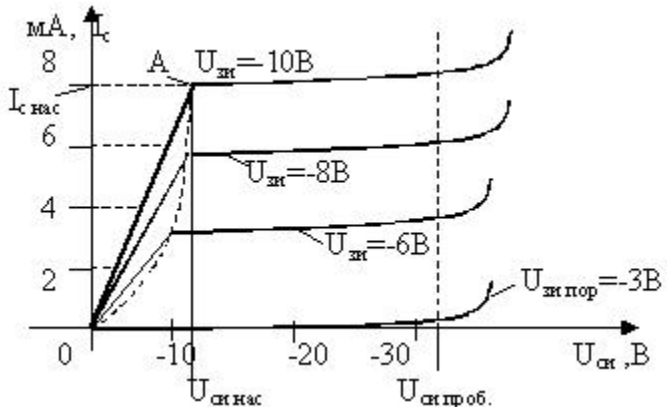


Рис. 3.8. Упрощённые стоковые характеристики МДП-транзистора с индуцированным *p*-каналом (электрические величины ориентировочные)

При $|U_{зи}| < |U_{зи\ пор}|$ ток очень мал (доли μА), поэтому до пробивного напряжения $U_{си\ проб}$ величина тока I_c практически незаметна. Если $|U_{зи}|$ превышает $|U_{зи\ пор}|$, то при малых значениях $|U_{си}|$ ток стока изменяется вначале прямо пропорционально изменению $U_{си}$ (участок ОА). Затем из-за сужения канала и уменьшения его общей проводимости рост тока I_c уменьшается. В точке А ток достигает значения тока на-

сыщения, соответствующего значению $U_{зи}$ для данной характеристики. Ток стока можно представить состоящим из двух составляющих:

$$I_c = I_к + I_{c\,ост},$$

где $I_к$ – ток канала (управляемая часть);

$I_{c\ ост}$ – остаточный ток стока (это ток утечки плюс обратный ток неосновных носителей), $I_{c\,ост} \approx 0$.

В точке А (рис. 3.8) управляемая часть тока уже не растет (достигнут режим насыщения), поэтому при дальнейшем увеличении $U_{си}$ ток стока остается неизменным, равным насыщенному значению $I_{c\ нас.}$ При увеличении напряжения $U_{си}$ до значения $U_{си\ проб}$ возникает электрический пробой стокового *p–n*-перехода, ток стока резко увеличивается, замыкаясь через цепь подложки (подложку обычно соединяют с истоком отдельным проводником). Если увеличивать значение $|U_{зи}|$ при неизменном $U_{си}$, то за счет увеличения электропроводности канала стоковая характеристика поднимется вверх, а значения $|U_{си\ на}|$ и $I_{c\ нас}$ станут больше.

Следует отметить, что практически пропорциональная зависимость тока стока I_c от напряжения $U_{си}$ при заданном значении управляющего напряжения $U_{зи}$ на участках ОА стоковых характеристик (рис. 3.8) позволяет построить «переменный резистор» с управляемой вольт-амперной характеристикой. Управление таким элементом может осуществляться либо простым изменением потенциала на затворе при заданном значении напряжения сток – исток, либо изменением обоих напряжений. Несмотря на малый возможный диапазон изменения этих напряжений данные свойства полевого транзистора существенно расширяют возможности их использования в различных устройствах.

В МОП-транзисторах с индуцированным каналом может также использоваться подложка *p*-типа, в которой будет индуцироваться канал *n*-типа (рис. 3.9).

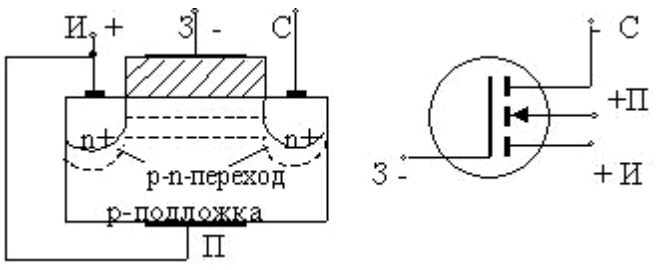


Рис. 3.9. Структура и УГО полевого транзистора с индуцируемым каналом *n*-типа

В исходном состоянии структуры вследствие контактных явлений на границе раздела диэлектрика SiO_2 с полупроводником подложки образуется слой зарядов с электропроводностью *n*-типа, т.е. высоколегированные *n*-области уже соединены начальным каналом *n*–типа, который будет обладать при $U_{зи}$=0 некоторой проводимостью. В таком канале путь для тока от истока к стоку уже открыт при $U_{зи}$=0.

Если $U_{зи}$<0, а исток соединен с подложкой, то отрицательное напряжение на затворе будет способствовать обеднению слоя, образующего проводящий канал *n*-типа. При некотором значении $U_{зи\ пор}$<0 канал ликвидируется вовсе. Учитывая сказанное, статические характеристики МОП-транзистора с индуцируемым каналом *n*-типа будут отличаться от таковых для транзистора с индуцируемым каналом *p*-типа. Основные отличия: стоко-затворная характеристика может пересекать ось тока стока, так как ток стока имеет не нулевое значение при отсутствии управляющего напряжения $U_{зи}$; управляющее напряжение может быть отрицательным, положительным либо нулевым.

Анализируя стоко-затворные характеристики транзистора с индуцируемым каналом *n*-типа (рис. 3.10, *а*), можно видеть, что этот транзистор также обладает свойствами управляемого ключевого элемента как и транзистор с индуцируемым каналом *p*-типа.

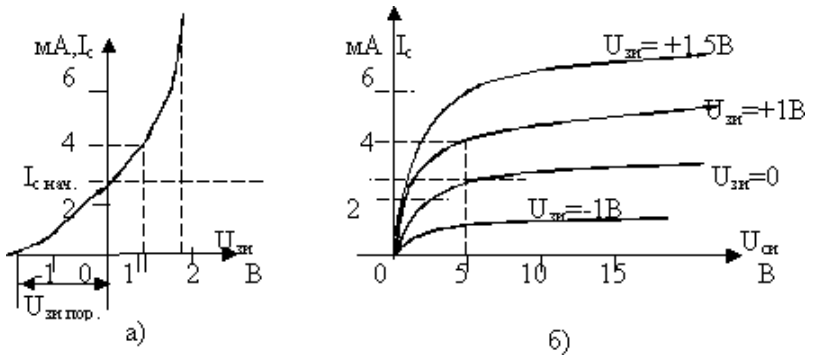


Рис. 3.10. Примерный вид характеристики управления (*а*) и выходных характеристик МОП-транзистора с индуцированным каналом *n*-типа (*б*)

Отмеченные выше две характерные особенности МОП-транзистора с индуцируемым каналом *n*-типа позволяют существенно расширить область их использования в электронных устройствах.

3.3. МДП-транзисторы со встроенным каналом

МДП-транзисторы со встроенным каналом могут быть с каналом *n* или *p*-типа. Условное изображение таких транзисторов показано на

рис. 3.11. Статические характеристики МОП-транзистора со встроенным каналом *n*-типа качественно не отличаются от статических характеристик МОП-транзистора с индуцируемым каналом *n*-типа. Это же справедливо и для МДП-транзисторов со встроенным каналом *p*-типа.

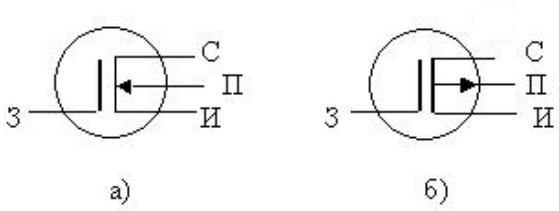


Рис. 3.11. УГО полевых транзисторов со встроенным каналом: канал *n*-типа (*а*), канал *p*-типа (*б*)

У транзисторов со встроенным каналом можно получить относительно большие токи – это их преимущество.

У всех МДП-транзисторов потенциал подложки относительно истока оказывает влияние на характеристики транзистора.

Если на подложку подается потенциал относительно истока, то напряжение между подложкой и истоком должно иметь такую полярность, чтобы *p*–*n*-переход «исток – подложка» был смещен в обратном направлении.

С увеличением напряжения между подложкой и истоком ($U_{пи}$) уменьшается действие управляющего напряжения $U_{зи}$, т.е. при том же $U_{зи}$ ток стока I_c становится меньше (рис. 3.12). Это отражается на положении стоко-затворной характеристики: с ростом напряжения $U_{пи}$ она смещается влево, увеличивая пороговое напряжение открытия транзистора. Возможность изменения состояния МОП-транзистора с помощью дополнительного напряжения, подаваемого на подложку, расширяет функциональные возможности этого прибора.

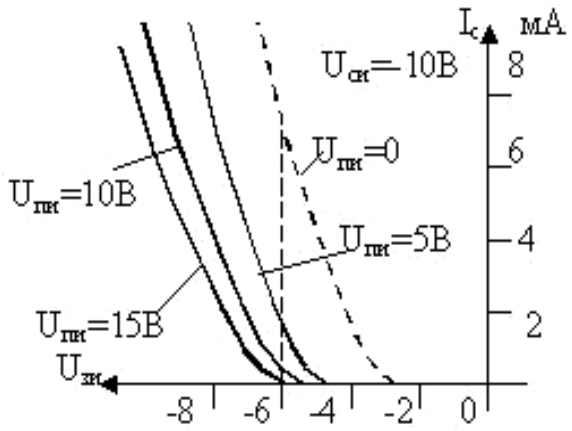


Рис. 3.12. Иллюстрация влияния напряжения $U_{пи}$ на характеристики управления МДП-транзистора с индуцируемым каналом *p*-типа

3.4. Способы включения полевых транзисторов

Способы включения полевых транзисторов (ПТ) в электрическую схему на примере полевого транзистора с управляющим *p–n*-переходом и каналом *p*-типа показаны на рис. 3.13.

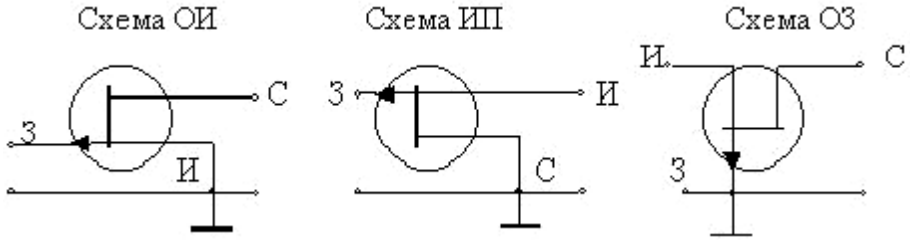


Рис. 3.13. Схемы включения полевых транзисторов:
с общим истоком (ОИ), с общим стоком (ОС) – истоковый повторитель (ИП),
с общим затвором (ОЗ)

3.5. Полевой транзистор как четырехполюсник

В расчетах схем с полевыми транзисторами также используют параметры четырехполюсника: при малых сигналах наиболее удобна система *g*-параметров (рис. 3.14).

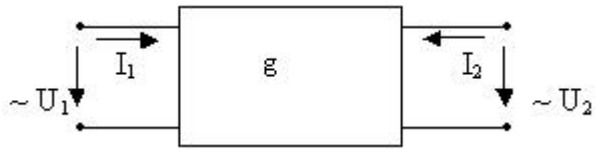


Рис. 3.14. Четырехполюсник – расчётный
эквивалент полевого транзистора

Система уравнений, соответствующая четырехполюснику, имеет вид:

$$I_{1\sim} = g_{11}\,U_{1\sim} + g_{12}\,U_{2\sim}; \quad I_2 = g_{21}\,U_{1\sim} + g_{22}\,U_{2\sim}. \qquad (3.7)$$

Коэффициенты данной системы имеют размерности проводимостей и являются универсальными параметрами, которые для каждой из схем включения ПТ имеют свои значения.

Для схемы ОИ:

g_{11} – входная проводимость при $U_{2\sim} = 0$;

g_{12} – проводимость обратной передачи при $U_{1\sim} = 0$;

g_{21} – проводимость прямой передачи при $U_{2\sim} = 0$;

g_{22} – выходная проводимость при $U_{1\sim} = 0$.

Следует заметить, что режимы $U_{1\sim} = 0$, $U_{2\sim} = 0$ достигаются не коротким замыканием выводов, а включением емкостей (достаточно больших), представляющих малое сопротивление для переменных составляющих. На высоких частотах g-параметры переходят в y-параметры, где $y = g + j\omega C$, а ёмкость C определяется по эквивалентной схеме.

3.6. МДП-структуры специального назначения

Структура МНОП (металл – нитрид – оксид – полупроводник) – это составная часть микросхем памяти (рис. 3.15).

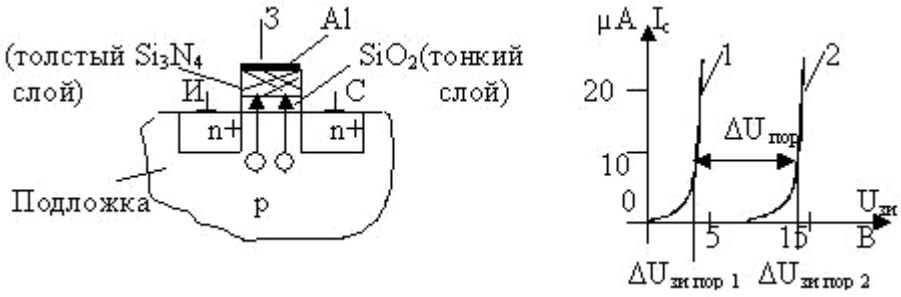


Рис. 3.15. Структура МНОП и характеристики управления до (*1*) и после (*2*) программирования ($\Delta U_{пор}$ – межпороговая зона)

В структуре МНОП диэлектрик двухслойный. Если на затвор подать +(28 ÷ 30) В, то электроны из подложки туннелируют в толстый слой Si_3N_4, где образуют область неподвижных отрицательных ионов. Их заряд повышает пороговое напряжение (кривая 2, рис. 3.15) и может храниться долго (несколько лет) при отключении всех напряжений.

Если подать отрицательное напряжение, заряд рассасывается, пороговое напряжение уменьшается (кривая 1, рис. 3.15). «Записывая» заряд, мы изменяем сопротивление, которое будет проявляться при пороге $U_{зи} \approx$(3 ÷ 5) В. На МНОП структурах выполняют запоминающие элементы, которые будут иметь то или иное сопротивление между стоком и истоком. Другим видом структур специального назначения являются *приборы с зарядовой связью*.

Приборы с зарядовой связью (ПЗС) относятся к приборам с переносом заряда [9]. Упрощенная структура такого прибора представлена на рис. 3.16.

Конструктивно ПЗС можно представить цепочкой МОП-транзисторов на общем кристалле *p*-типа. Каждый транзистор – своеобразный конденсатор. Размеры электродов – 10 мкм, промежуток между ними (2 – 4) мкм, толщина диэлектрика 0,1 мкм (рис. 3.16).

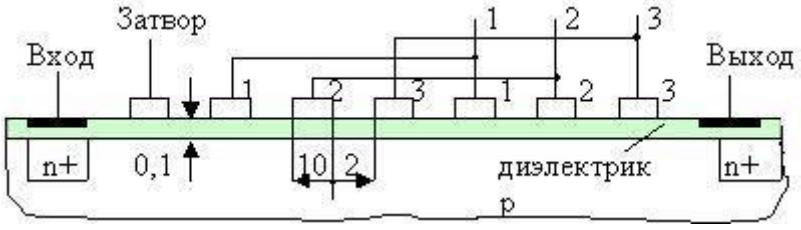


Рис. 3.16. Схематичная структура ПЗС

Характерны два режима работы:

1) хранение информации в виде заряда в одном или нескольких конденсаторах;

2) перенос заряда из одного конденсатора вдоль цепочки в следующий: (наличие заряда = «1», отсутствие = «0» в цифровой форме), изменение величины заряда – в аналоговой форме.

МОП-транзисторы с плавающим затвором (с лавинной инжекцией заряда) (ЛИЗМОП). В структуре ЛИЗМОП (рис. 3.17) при подаче напряжения на сток или исток (относительно подложки) возникает лавинный пробой *p*–*n*-перехода между *p*-областью и подложкой. Электроны с повышенной энергией проникают в изолирующий слой и достигают области затвора, образуя там отрицательный заряд, который может храниться несколько лет. Наличие этого заряда вызывает появление проводящего канала, соединяющего сток и исток, т.е. транзистор становится проводящим. Чтобы транзистор стал непроводящим, надо убрать заряд. Делают это путем облучения кварцевыми лампами через специальные окна из кварцевого стекла. Такая структура используется для создания запоминающих ячеек в микросхемах памяти запоминающих устройств цифровых схем. Металлический вывод от затвора в таких структурах не нужен.

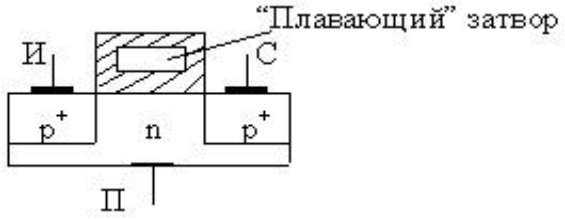


Рис. 3.17. Структура запоминающей ячейки ЛИЗМОП

Полевые транзисторы с двумя затворами (тетродные). Наличие второго затвора позволяет одновременно управлять током транзистора с помощью двух управляющих напряжений, что используется для построения различных функциональных схем, например множительных устройств (рис. 3.18).

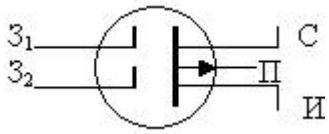


Рис. 3.18. Изображение ПТ с двумя затворами
(МОП-транзистор со встроенным каналом *p*-типа)

Для ПТ с двумя затворами указывают крутизну характеристики по первому и второму затворам, напряжение отсечки первого и второго затвора. Остальное – как для однозатворного.

3.7. Нанотранзисторы

Проблемы микроминиатюризации. Планарная групповая технология производства ИС добилась впечатляющих успехов в миниатюризации полупроводниковых элементов, в частности транзисторов, размещенных на одном чипе.

Физические законы, лежащие в основе работы транзисторов, устанавливают свои пределы на размеры элементов, а технология требует новых подходов и процессов. Одной из основных проблем при переходе к наноразмерам транзисторов является проблема межсоединений [23]. С уменьшением геометрических параметров линий межсоединений на кристалле возрастают плотность тока и сопротивление, что вызывает разогрев этих линий, изменение их геометрии, причем при плотности тока ~10^5 А/см^2 и температуре 210 ^{0}С токоведущие дорожки выходят из строя. Время работы межсоединений существенно уменьшается, а надёжность работы чипа резко падает.

С увеличением частоты сигналов линии межсоединений становятся волноводными линиями. Оценки показывают, что начиная с частот 10^{11} Гц задержки сигнала, обусловленные волновыми свойствами, становятся сравнимыми со временем переключения транзисторов ($t_{II} \approx 10^{-11}$ с).

В наноструктурах используются квантовые эффекты токопереноса, не характерные для обычного токопереноса по проводным линиям, поэтому обычные металлические дорожки теряют свое предназначение, а для межсоединений должны быть разработаны нанопроводники [23].

В настоящее время элементной базой микроэлектроники являются микроэлектронные транзисторы. Основной кремниевой транзисторной структурой в микроэлектронике является кремниевая МДП-структура.

Сейчас достигнуты длина канала и затвора около 100 нм, толщина подзатворного слоя ($Si0_2$) составляет 0,8 нм (три атомных слоя). Это позволило увеличить быстродействие, но обостряет следующие проблемы: возрастают токи утечек, увеличиваются сопротивления областей сток-исток (увеличивается плотность выделяемой в структуре мощности, растет напряжение переключения). С увеличением напряжения возрастает опасность пробоя подзатворного слоя. Уменьшение длины канала требует увеличения степени легирования в канале до 10^{18} $см^{-3}$, а это приводит к снижению подвижности носителей заряда и росту порога включения транзистора [23].

Сейчас ведутся разработки транзисторных структур для субмикронной технологии: на 0,13; 0,10; 0,07 мкм, а технология нанометрового диапазона станет промышленной предположительно на ближайшие 50 лет [23].

Некоторые виды транзисторов субмикронной технологии. Проблему масштабирования параметров транзисторов пока предлагается решать в следующих направлениях [23]:

1. КНИ-транзисторы (кремний на изоляторе с ультратонким основанием) (UTB-Ultrathin Body):

а) приборы с управляемой проводимостью канала;

б) транзисторы с двойным затвором;

в) плавникоподобный полевой транзистор (FinFET);

г) одноэлектронные транзисторы.

КНИ транзистор имеет обедненное носителями заряда основание, поэтому в инверсионном слое электрическое поле слабее, следовательно, мощность управления требуется малая.

Фирма Intel создала транзистор TeraHertz (рис. 3.19), в котором основание обеднено полностью, толщина основания 30 нм, за счет этого достигнуто высокое быстродействие и низкая потребляемая мощность.

При напряжении 1,3 В, ток стока достигает 650 мкА, а ток утечки составляет 9 нА.

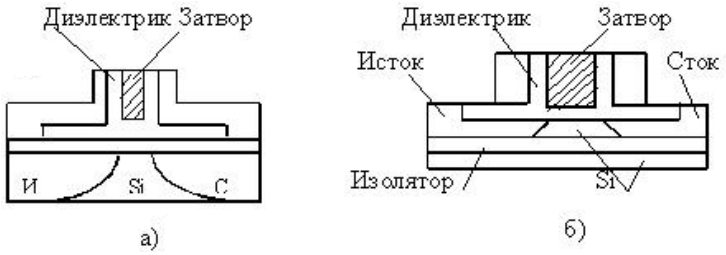


Рис. 3.19. Структуры обычного (*а*) и TeraHertz (*б*) транзисторов

Стоко-затворные характеристики КНИ-транзистора показаны на рис. 3.20.

Недостатки КНИ-структур: короткий канал трудно управляется напряжением затвора, требуется высокая степень легирования области истока. Эти недостатки можно частично устранить в транзисторах с двойным затвором.

Конструкция такого транзистора имеет вид пластины (плавника), обернутой затворной областью. Эти транзисторы получили название FinFET-транзисторы (fin – плавник).

Каналы индуцируются напряжением на затворах вдоль обеих сторон пластины.

Трехмерная структура позволяет значительно снизить потери на тепловыделение, ток увеличивается в два раза. Тело транзистора (плавник) имеет толщину 20 нм и высоту 180 нм.

Пороговое напряжение 0,15 В. Затворов может быть два или три (рис. 3.21).



Рис. 3.20. Примерные стоко-затворные характеристики КНИ-транзистора

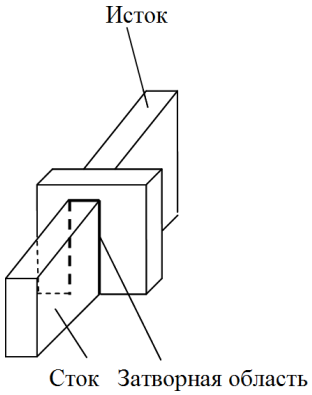


Рис. 3.21. Конструктивная схема нанотранзистора с тремя затворами

2. Гетеротранзисторы (HEMT-транзисторы) (High Electron Mobility Transistor) – это гетероструктурные полевые транзисторы с высокой подвижностью электронов.

Наиболее популярным активным элементом такого типа (на гетероструктурах) является *n*-канальный полевой транзистор с затвором Шоттки на арсеинд-галлиевой (GaAs) структуре (MESFET). Транзисторы этого типа имеют длину канала ≈ 0,13 мкм и работают на частоте 50 ГГц.

На основе гетеропереходных ПТ с затвором Шоттки (ГПТШ) созданы СВЧ-транзисторы на переходах AlGaN-GaN.

Структура ГПТШ на основе GaN показана на рис. 3.22.

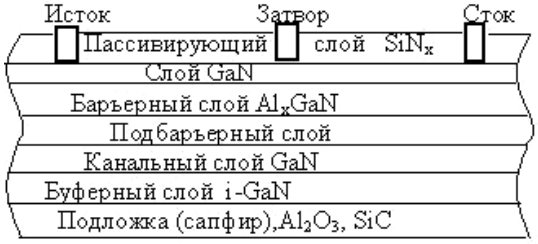


Рис. 3.22. Структура транзистора на гетеропереходах

3. Нанотранзисторы на основе углеродных нанотрубок. Эти транзисторы имеют меньшие размеры и меньшее потребление по сравнению с другими нанотранзисторами. Углеродная нанотрубка по диаметру меньше толщины человеческого волоса в $10^4 – 10^5$ раз.

Транзистор формируется на кремниевой подложке, покрытой слоем окисла SiO_2 (рис. 3.23, *а*). В Московском институте электронной техники (МИЭТ) проведены исследования макетных образцов нанотранзисторов на основе углеродных трубок [23]. Стокозатворная характеристика транзистора напоминает классическую характеристику МОП транзистора со встроенным каналом *p*-типа (рис. 3.23, *б*).

Отмечено, что создание нанотранзисторов на основе единичной нанотрубки является весьма трудоёмким процессом.

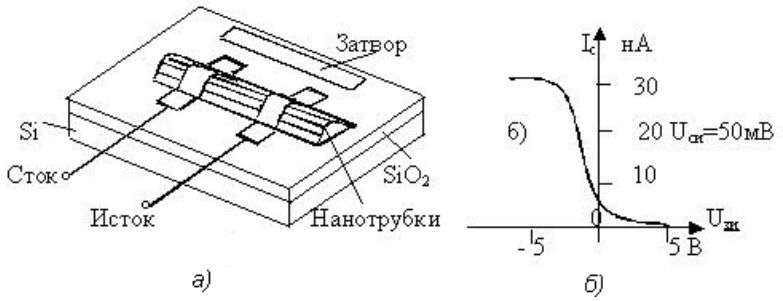


Рис. 3.23. Структурная схема нанотранзистора на углеродных нанотрубках (*а*) и его стоко-затворная характеристика (*б*)

Транзисторы на основе углеродных нанотрубок считаются перспективными для работы в условиях высоких температур.

4. ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Приборы, имеющие на вольтамперной характеристике участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС), позволяют выполнить устройства, обладающие особыми свойствами и характеристиками. К таким приборам относятся: туннельные диоды, однопереходные транзисторы (двухбазовые диоды), тиристоры и динисторы.

4.1. Туннельный и обращенный диоды

Туннельный диод (ТД) – это диод, на ВАХ которого имеется участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением. В зависимости от назначения туннельные диоды разделяют на: усилительные (ЗИ 101, ЗИ 104); генераторные (ЗИ 201, ЗИ 203); переключательные (ЗИ 306 – ЗИ 309) [13].

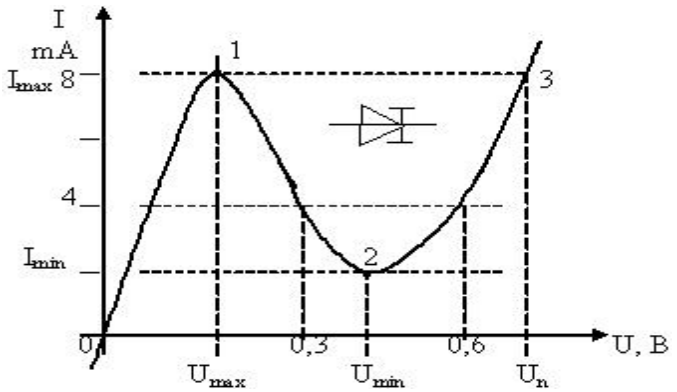


Рис. 4.1. ВАХ туннельного диода

Туннельный диод имеет один p^+–n^+-переход, но по сравнению с обычными диодами отличается высокой концентрацией примесей. Из-за этого обедненный слой, образующийся в месте *p*–*n*-перехода, оказывается очень тонким. Это приводит к появлению так называемого туннельного эффекта, когда носители зарядов (электроны

и дырки), имеющие меньшую энергию, чем высота потенциального барьера, могут проникать сквозь этот барьер (туннелировать) вследствие волновых свойств частиц [25].

На участке 0 – 1 (рис. 4.1), где действует туннельный механизм переноса носителей заряда (вся область отрицательных и начальный участок положительных напряжений, приложенных к диоду), сопротивление диода мало. С увеличением положительного напряжения до значения $U_{макс}$ туннельный ток диода растет (участок 0 – 1) до значения $I_{макс}$, а затем снижается. При напряжении $U_{мин}$, соответствующем току $I_{мин}$, туннельный эффект прекращается. С дальнейшим ростом напряжения начинает проявляться инжекция носителей тока через прямо смещенный *p–n*-переход, потенциальный барьер перехода снижается, увеличивается прямой ток, обусловленный диффузией зарядов.

Наклон падающего участка ВАХ (участок 1 – 2 на рис. 4.1) определяет величину дифференциального отрицательного сопротивления диода: $R_д = \Delta U / \Delta I$, $R_д$ составляет (десятки – сотни) Ом.

Наличие отрицательного сопротивления позволяет использовать ТД для генерации колебаний и в переключательных схемах. Напряжение переключения $U_{перекл} = U_п - U_{макс}$, где $U_п$ – напряжение питания.

Так как туннельный механизм переноса зарядов не связан с процессами диффузии носителей заряда, то ТД могут работать на очень высоких частотах (сотни МГц – ГГц) и в широком диапазоне температур (от 4,2 до 620 К). ТД изготавливают из Si, Ga, AsGa.

Обращенный диод является разновидностью ТД, однако в нем вместо участка с отрицательным дифференциальным сопротивлением на ВАХ имеется практически горизонтальный участок. Диод можно использовать для выпрямления малых напряжений, если использовать обратную ветвь ВАХ (рис. 4.2).

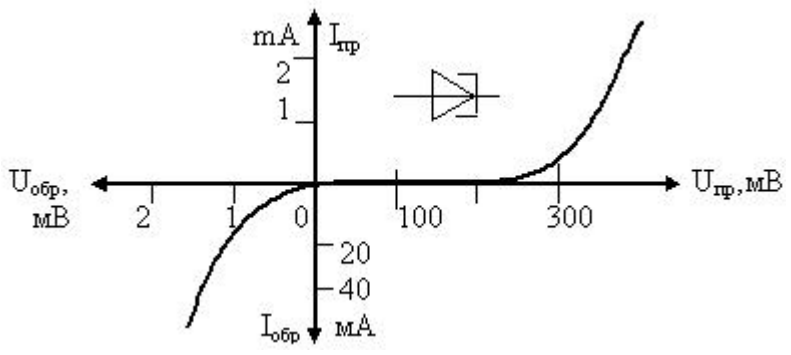


Рис. 4.2. ВАХ обращённого диода

4.2. Двухбазовый диод (однопереходный транзистор)

Двухбазовый диод – это трёхэлектродный полупроводниковый прибор, содержащий один электронно-дырочный переход (эмиттерный) и два вывода от базовой области ($б_1$ и $б_2$ рис. 4.3).

База выполнена из полупроводника одного типа проводимости, а эмиттер – из другого. При межбазовом напряжении $U_{мб} = 0$ ВАХ $i_1 = f(U_1)$ представляет собой обычную ВАХ p–n-перехода. При $U_{мб} > 0$ ток i_2 создает внутри кристалла (базы) на участке $Э – б_1$ падение напряжения $U_{вн}$, которое является запирающим для p–n-перехода. Поэтому при $U_{вн} > U_1$ переход закрыт, через него, как обычно, течет малый обратный ток ($i_1 = – I_{10}$). При $U_1 \geq U_{вн}$ (точка 1, на рис. 4.3, *в*) переход открывается, в базу из эмиттера инжектируются неосновные носители, сопротивление участка базы $Э – б_1$ резко падает.

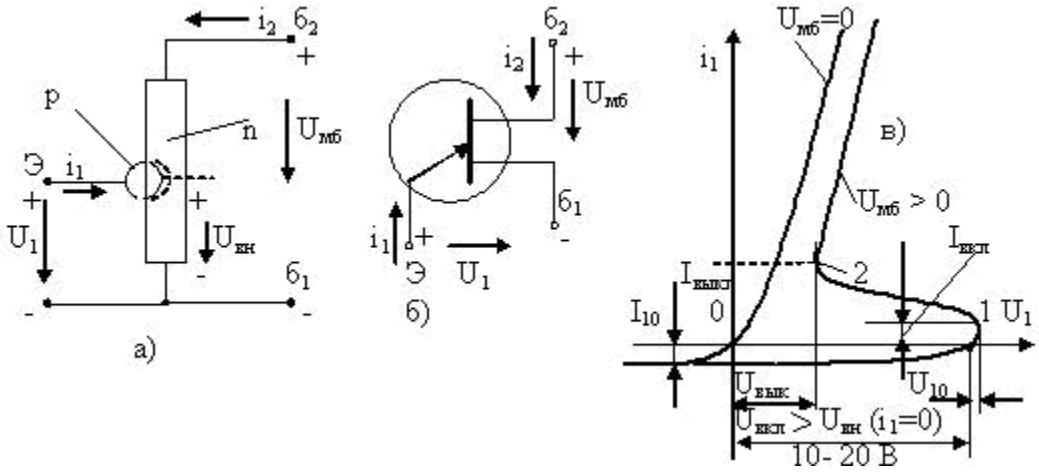


Рис. 4.3. Структура *(а),* УГО *(б)* и ВАХ *(в)* двухбазового диода с n-базой

С уменьшением сопротивления перехода эмиттер-база 1 уменьшается запирающее напряжение $U_{вн}$, ток i_1 увеличивается, еще более открывая p–n-переход ($dU_1 / di_1 < 0$) – развивается лавинообразный процесс, заканчивающийся полным открытием перехода (точка 2), после чего ВАХ выходит на прямую ветвь характеристики p–n-перехода. Напряжение включения:

$$U_{вкл} = U_{вн\,(i1=0)} + U_{10} \approx U_{вн\,(i1=0)} = U_{мб}(R_{б1}/R_{мб}) = U_{мб} \cdot \eta_R, \qquad (4.1)$$

где $R_{мб}$, $R_{б1}$ – сопротивление кристалла соответственно между $б_1$, $б_2$ и $Э - б_1$;

U_{10} – начальное напряжение открытого перехода , $U_{10} << U_{вкл}$;

$\eta_R = U_{вн\ (i1=0)} / U_{мб} \approx R_{б1} / (R_{б1} + R_{б2})$ – внутренний параметр (коэффициент передачи напряжения).

Диоды КТ 117А-Г имеют: η_R = 0,5 – 0,9; $R_{мб}$ = (4 – 12) кОм;
$I_{вкл} \leq 20$ мкА; $I_{э\ мах} \leq 50$ мА; $I_{выкл} \geq 1$ мА; $U_{мб} \leq 30$ В;
$f_{ген \cdot макс} \leq 200$ кГц; $U_{остаточное\ э\text{-}б} \leq 5$ В.

Существуют однопереходные транзисторы (двухбазовые диоды) с базой из полупроводника *p*-типа и эмиттером *n*-типа. ВАХ такого диода аналогичны рассмотренным, но направления токов и напряжений изменяются на обратные, а стрелка на эмиттере в УГО направлена от базы. Есть безкорпусные двухбазовые диоды КТ 119 А, Б, которые используются в схемах генерации и в релейных элементах [15]. Из двух биполярных транзисторов можно создать аналог двухбазового диода, схема которого приведена на рис. 4.4.

Падение напряжения на резисторе $R_{б1}$ играет роль внутреннего напряжения. Транзисторы VT_1 и VT_2 закрыты при $U_1 < [E \cdot R_{б1}/(R_{б1} + R_{б2})] = U_{Rб1}$.

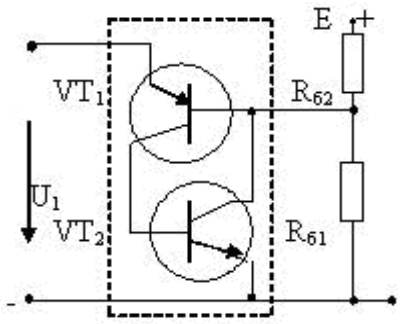


Рис. 4.4. Схема аналога двухбазового диода

Если $U_1 \geq U_{Rб1}$ транзисторы открываются, причём остаточное падение напряжения на открытых транзисторах будет значительно меньше, чем в схеме двухбазового диода.

Преимуществом аналога над оригиналом является малое остаточное напряжение на открытом выходе. Второе преимущество – изменением $R_{б1}$, $R_{б2}$ легко регулировать $U_{вкл}$ прибора.

4.3. Лавинный транзистор

Лавинными транзисторами называют транзисторы, в которых эффект ударной ионизации в *p–n*-переходе используется для повышения коэффициента передачи тока α. По структуре и основным свойствам лавинный транзистор не отличается от обычных плоскостных транзисторов, однако он работает в такой области характеристик, которая не свойственна усилительному режиму обычного транзистора.

Интегральный коэффициент передачи эмиттерного тока в лавинном транзисторе при наличии ударной ионизации выражается формулой:

$$\alpha_м = M \bullet \alpha \approx 1,$$

где M – коэффициент ударной ионизации.

Известно, что ударная ионизация происходит, когда напряженность электрического поля, вызванная обратным смещением, достаточно велика, и неосновные носители заряда, движущиеся через *p–n*-переход, ускоряются настолько, что при соударении с атомами в зоне *p–n*-перехода ионизируют их [18]. В результате появляются пары электрон – дырка, которые в свою очередь ускоряются и могут вызвать ионизацию других атомов и т.д. Лавинный пробой возникает в высокоомных полупроводниках. Коэффициент ударной ионизации можно приближенно оценить по следующему эмпирическому выражению:

$$M \approx 1 / [1 - (U/U_\beta)^n], \qquad (4.2)$$

где $n = 3$ для Si(p), Ge(n), $n = 5$ для Ge(p), Si(n);

$U_\beta = U_м \sqrt[n]{1 - \alpha}$ – характеристическое напряжение лавинного пробоя;

$U_м$ – напряжение пробоя в схеме ОБ.

Включение лавинного транзистора по схеме ОЭ показано на рис. 4.5, *а*. Коллекторные характеристики в схеме ОЭ в области до пробоя имеют вид, показанный на рис. 4.5, *б*, где $U_β$ – напряжение лавинного пробоя.

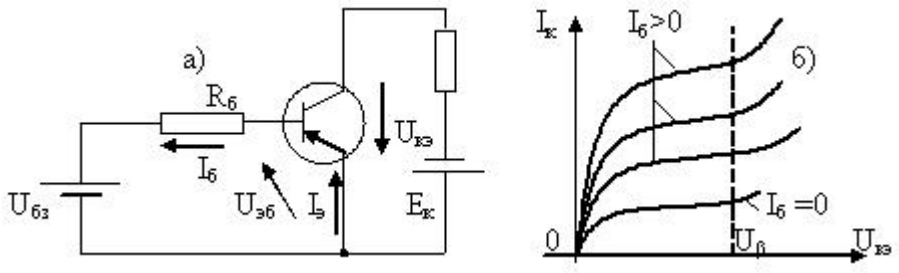


Рис. 4.5. Схема включения лавинного транзистора *(а)* и его коллекторные характеристики в предпробойной области *(б)*

Если обеспечить $I_б < 0$, то можно достичь такого положения, что при достижении $U_β$ ток будет еще мал, однако вследствие ударной ионизации его значение будет определяться соотношением $I_б = – I_к = –M\, I_{ко.}$ При дальнейшем увеличении $U_{кэ}$ увеличивается коэффициент M, $|\, U_{эб}|$ уменьшается $(U_{эб} = U_{бз} – M\, I_{ко}\, R_б)$, а при $U_{эб} = 0$ переход открывается и $I_б \approx U_{бз} / R_б$. Если в обычном выражении тока коллектора транзистора $I_к = (\alpha\, I_э + I_{ко}) /(1 – \alpha)$ учесть коэффициент M, то получим:

$$I_к = M(\alpha I_э + I_{ко})/(1 – M\alpha). \qquad (4.3)$$

Это выражение по сути является ВАХ лавинного транзистора, если учесть, что $M = f\,(U)$. Коэффициент передачи тока α нелинейно зависит от значения тока эмиттера (рис. 4.6).

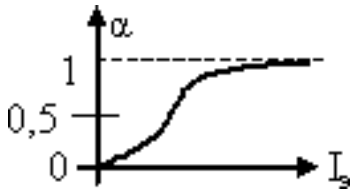


Рис. 4.6. Зависимость коэффициента α от тока эмиттера $\alpha = f(I_э)$

В лавинном транзисторе можно создать режимы, не достижимые для обычных транзисторов. В частности, можно получить выходные характеристики с участком отрицательного дифференциального сопротивления, что даёт возможность строить на лавинных транзисто-

рах управляемые импульсные устройства. Вид выходных характеристик показан на рис. 4.7.

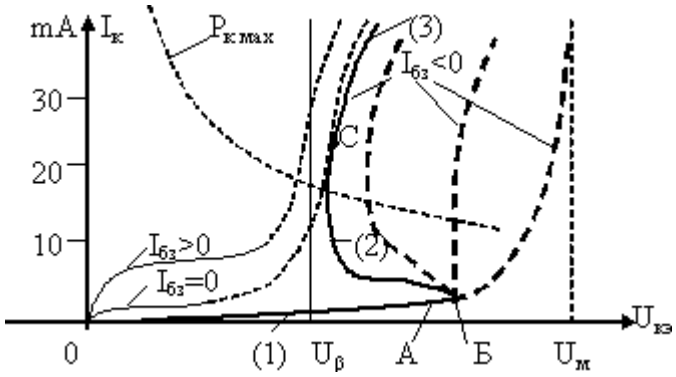


Рис. 4.7. Семейство ВАХ лавинного транзистора

На рис. 4.7 помимо выходных характеристик проведены дополнительные линии, ограничивающие область допустимых значений параметров транзистора: $U_м$ – предельное значение напряжения $U_{кэ}$; $P_{к\,макс}$ – максимальная допустимая мощность рассеяния коллектора. ВАХ, имеющая явно выраженный участок с отрицательным сопротивлением, содержит три участка: (1)-0АБ, (2)-БС, (3)-С3 (рис. 4.7), что даёт возможность выполнить анализ работы транзистора для каждого из участков раздельно.

На начальном участке (1) эмиттерный переход заперт и следовательно $\alpha \approx 0$, $U_{кэ}$ растет при слабом увеличении тока $I_к$. В точке А отпирается эмиттерный переход, $I_к = U_б / R_б > I_{ко} / \alpha$. Увеличение тока $I_к$ обеспечивается (сопровождается) теперь увеличением $\alpha \cdot I_э$ согласно выражению (4.3). Дифференциальное сопротивление перехода уменьшается, а в критической точке Б оно обращается в нуль и далее становится отрицательным. На участке (2) связь напряжения и тока можно выразить соотношением:

$$U_м \sqrt[n]{1 - (\alpha I_э + I_{ко}) / I_к}, \qquad (4.4)$$

где $I_э = I_к + I_{бз}$ при $I_{бз} < 0$, $\alpha = f(I_э)$.

На участке (2) увеличение $I_к$ сопровождается снижением $U_{кэ}$. В этом можно убедиться, если взять $dU_{кэ} / dI_к$. На участке БС сопротивление перехода эмиттер-коллектор транзистора имеет отрицательное значение (увеличение тока сопровождается уменьшением напряжения). В точке С сопротивление вновь обращается в нуль и затем

принимает положительное значение (участок 3). Изменяя величину тока базы $I_{б3}$ можем получить семейство характеристик, при этом точка Б смещается незначительно, а точка С может смещаться от U_{β} до $U_{м}$. Специфика лавинного транзистора состоит в том, что он может длительно работать в рассматриваемых режимах, причем ВАХ с отрицательным участком получается при сравнительно большом коллекторном напряжении $U_{кэ} \approx (20 – 30)$ В.

Лавинные транзисторы используются в формирователях мощных импульсов тока (до десятков А) с очень малым временем нарастания (коротких импульсов с частотой до 100 мГц) и в усилителях электрических колебаний дециметрового и сантиметрового диапазонов длин волн [25].

4.4. Динисторы и тиристоры

Динисторы и тиристоры – это полупроводниковые приборы, имеющие четырёхслойную структуру, состоящую из чередующихся областей *p* и *n*-полупроводника. Динистор имеет два вывода и три *p*–*n*-перехода.

Структура динистора представлена на рис. 4.8:

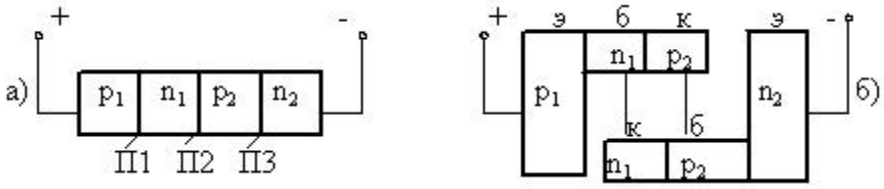


Рис. 4.8. Структура динистора *(а)* и её двухтранзисторное представление *(б)*

Если приложить к динистору внешнее напряжение («+» к области p_1, а «–» к области n_2), то переходы $П_1$, $П_3$ окажутся смещенными в прямом направлении, а переход $П_2$ – в обратном. Переход $П_2$ называют коллекторным. Следовательно, всё внешнее напряжение

будет приложено к коллекторному переходу, но ток в цепи не течет. Представленная выше двухтранзисторная структура динистора (рис. 4.8, *б*) позволяет создать схему его транзисторного аналога (рис. 4.9, а).

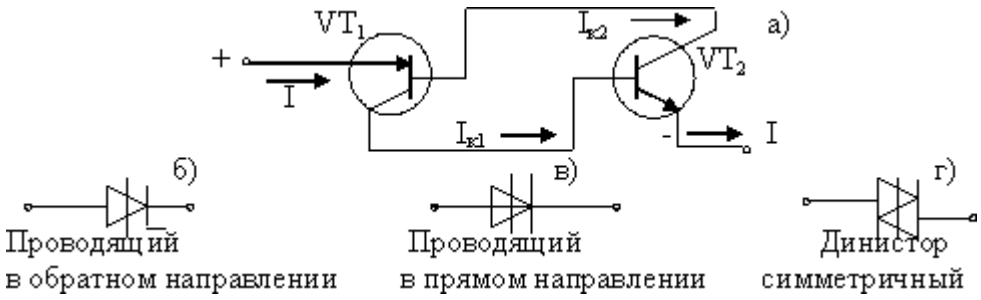


Рис. 4.9. Схема транзисторного аналога *(а)* и условные графические обозначения динисторов *(б), (в), (г)*

Транзисторный аналог динистора позволяет выяснить соотношения для токов. На схеме рис. 4.9, *а* видно, что $I = I_{э1} = I_{э2} = I_{к1} + I_{к2}$, с другой стороны $I = \alpha_1 I_{э1} + \alpha_2 I_{э2} + I_0 = I_0 /(1 - \alpha_1 - \alpha_2)$, где I_0 – обратный ток коллекторного перехода; α_1 , α_2 – коэффициенты передачи тока от перехода $П_1$ к $П_2$ и от $П_2$ к $П_3$.

Пока коллекторный переход смещён в обратном направлении, практически все приложенное напряжение падает на нем. Поэтому при больших напряжениях следует учитывать ударную ионизацию в этом переходе. Если для упрощения принять один и тот же коэффициент лавинного умножения M для обратного тока и коэффициентов передачи, то выражение для тока I примет следующий вид:

$$I = \frac{M I_0}{1 - M(\alpha_1 + \alpha_2)} . \qquad (4.5)$$

Это похоже на выражение (4.3) для тока лавинного транзистора. ВАХ динистора имеет *S*-образный вид (рис. 4.10). Переключение происходит при $M(\alpha_1 + \alpha_2) = 1$, когда сопротивление структуры становится малым (дифференциальное сопротивление стремится к нулю).

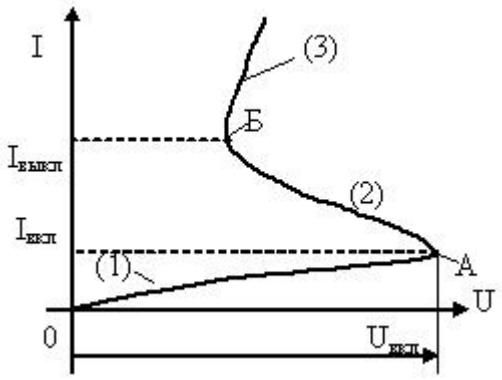


Рис. 4.10. Статическая ВАХ динистора

Принцип действия динистора можно пояснить следующим образом.

Так как переходы $П_1$ и $П_3$ смещены в прямом направлении, из них в области баз (n_1 и p_2) инжектируются носители заряда: дырки – из области p_1, электроны – из области n_2. Эти носители диффундируют в базах к коллекторному переходу и его полем перебрасываются через p–n-переход. (В обратных направлениях движутся и дырки и электроны, образуя ток I_0) При малых значениях приложенного напряжения все оно практически падает на коллекторном переходе $П_2$, к переходам $П_1$ и $П_3$ приложены малые значения падения напряжения, инжекция носителей невелика. Ток мал и равен обратному току перехода $П_2$ и вначале меняется незначительно. С дальнейшим возрастанием напряжения, по мере увеличения ширины перехода $П_2$, все больше проявляется ударная ионизация. Когда достигается значение напряжения лавинного пробоя, развивается лавинный процесс. Ток через переход $П_2$ увеличивается, но его сопротивление уменьшается значительно сильнее, и падение напряжения на нем тоже уменьшается. Это, в свою очередь, приводит к повышению напряжений, приложенных в прямом направлении к переходам $П_1$ и $П_3$, и увеличению инжекции через них, что вызывает дальнейший рост коллекторного тока. Сопротивление перехода $П_2$ становится малым, в цепи потечёт ток, величина которого будет ограничиваться только внешним сопротивлением (происходит переключение динистора из непроводящего состояния в проводящее). На ВАХ этому процессу соответствует участок АБ с отрицательным дифференциальным сопротивлением. Переключение происходит практически мгновенно, поэтому участок АБ – это участок неустойчивой работы прибора. Ток в цепи динистора изменяется от значения $I_{вкл}$ до значения $I_{выкл}$ (рис. 4.10). После пе-

реключения ВАХ аналогична ветви характеристики диода, смещенного в прямом направлении.

Если от одной из баз динисторной структуры сделать отвод (управляющий электрод), то получим управляемый прибор, называемый *тиристором* (тринистором).

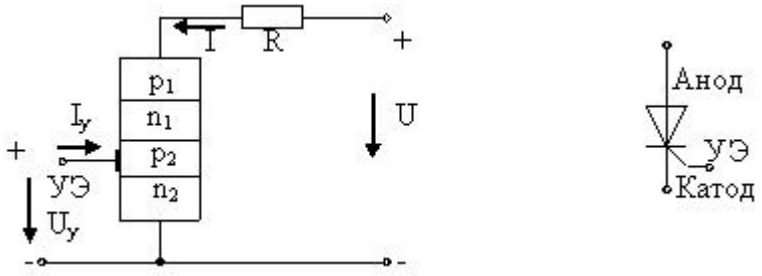


Рис. 4.11. Структурная схема и УГО тиристора с управлением по катоду

Если на переход $p_2 - n_2$ (рис. 4.11) подать внешнее смещение (напряжение U_y), то в цепи управления потечёт ток управления I_y, ток через переход p_2–n_2 увеличивается, вызывая снижение потенциального барьера коллекторного перехода n_1–p_2. Лавинный пробой перехода n_1–p_2 произойдёт при меньшем значении внутреннего напряжения, приложенного к этому переходу. В главной цепи тиристора под действием внешнего (анодного) напряжения потечёт ток I, величина которого будет определяться сопротивлением резистора R. С некоторыми допущениями ток в главной цепи можно определить по соотношению:

$$I = M\,(I_0 + \alpha_2\, I_y)/\,[1 - M(\alpha_1 + \alpha_2)], \qquad (4.6)$$

где $\alpha_2\, I_y$ – добавка тока управления.

Увеличение тока через переход p_2–n_2 увеличивает вероятность возникновения лавинного процесса. Поэтому, изменяя ток, можно менять напряжение, при котором происходит переключение тиристора, и тем самым управлять моментом его включения. Принцип действия тиристора хорошо иллюстрируется семейством его ВАХ, построенных при разных значениях тока управления (рис. 4.12). ВАХ, соответствующая значению $I_y = 0$, является по сути ВАХ динистора и определяет предельное значение напряжения между анодом и катодом, которое может без пробоя выдержать тиристор. При отсутствии или недостаточной величине сопротивления резистора R (рис. 4.11) в случае достижения внешним напряжением предельного значения тиристор будет повреждён чрезмерно большим током.

Для рассмотрения работы тиристора в электрической цепи, содержащей источник питания с напряжением U и нагрузочный резистор R, совместим семейство ВАХ тиристора и резистора (рис. 4.12).

Линию нагрузки проводим по точкам U_1 / R, U_1. Исходная рабочая (характеристическая, изображающая) точка «a» находится на пересечении линии нагрузки с ВАХ тиристора при $I_y = 0$.

Для включения тиристора в его цепь управления подаётся ток управления $I_{y1} > 0$. Исходная рабочая точка «a» переместится в положение (a_1), которому соответствует ВАХ при токе управления I_{y1} и напряжении переключения U_n.

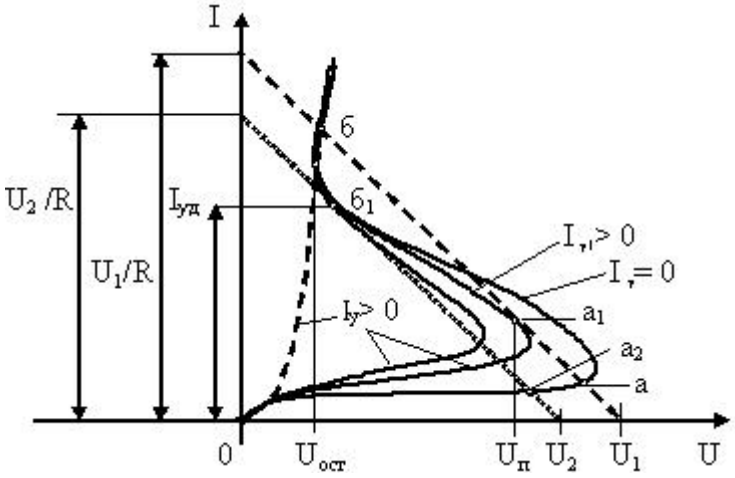


Рис. 4.12. Семейство ВАХ тиристора и резистора при изменении тока управления

Тиристор открывается, что соответствует переходу изображающей точки из положения (a_1) в положение ($б$). Напряжение на тиристоре становится малым и равным $U_{ост}$, а максимальное значение тока I ограничено сопротивлением резистора R. Чтобы выключить тиристор, нужно либо уменьшить ток в его главной цепи до значения тока удержания ($I < I_{уд}$) путем понижения напряжения U до U_2 после отключения цепи управления, либо создания в цепи УЭ управляющего тока противоположной полярности. Этот процесс на рис. 4.12 характеризует линия нагрузки, проведённая параллельно первой через точку $I_{уд,}$, и отсекающая от оси токов участок U_2 / R. При этом рабочая точка из положения ($б_1$) перейдет в положение (a_2), а при восстановлении напряжения – в положение (a).

В настоящее время тиристоры используются преимущественно

в силовой электронике, как мощные управляемые коммутаторы сило-

вых электрических цепей. Применяются тиристоры не только с односторонней проводимостью с управлением по катоду либо по аноду, но и симметричные (симисторы), проводящие ток в обоих направлениях [13]. УГО некоторых видов тиристоров показаны на рис. 4.13.

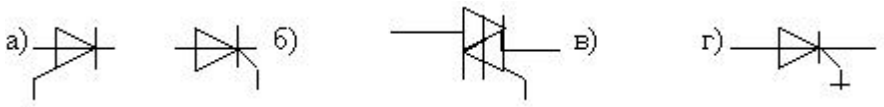


Рис. 4.13. Условные графические изображения тиристоров: управляемый по аноду (*а*), по катоду (*б*), симметричный (*в*), запираемый (*г*)

К основным параметрам тиристора относятся допустимые значения токов и напряжений, скорости их изменения, время включения – выключения.

5. КОМПОНЕНТЫ ОПТОЭЛЕКТРОНИКИ

Оптоэлектроника – раздел электроники, изучающий использование эффекта взаимодействия электромагнитных волн оптического диапазона ($3\cdot10^{11}$ – $3\cdot 10^{17}$) Гц, (1 мм – $1\cdot 10^{-3}$ мкм) с электронами в веществах и методы создания оптоэлектронных приборов (ОЭП) и устройств, использующих это взаимодействие для генерации, передачи, хранения, обработки и отображения информации [9]. Длина волны излучения определяется соотношением:

$$\lambda[\text{м}] = \frac{C}{f} = \frac{300\cdot 10^{6}[\text{м/с}]}{f\,[1/\text{с}]}. \qquad (5.1)$$

Время возникновения идей оптоэлектроники (ОЭЛ) – 50-е годы XX века. Как самостоятельный раздел науки и техники ОЭЛ начала

формироваться в 60-е годы (появление лазеров и излучающих диодов). С 1970-х годов возникла интегральная оптика.

Большинство современных ОЭП и устройств работает в диапазоне волн (0,5 – 1,5) мкм, ($6 \cdot 10^{14}$ – $2 \cdot 10^{14}$) Гц. Работа этих устройств основана на использовании различных видов люминесценции (холодное свечение, продолжающееся после исчезновения облучения), электро-магнито-акусто-оптических эффектов, фотоэлектрических явлений.

Достоинства и преимущества ОЭЛ по сравнению с традиционной полупроводниковой электроникой обусловлены:

– электрической нейтральностью квантов оптического излучения – фотонов;

– высокой частотой световых колебаний;

– малой расходимостью светового луча (до 1″) и возможностью его фокусировки [9].

Электрическая нейтральность фотонов обеспечивает невосприимчивость оптических каналов связи к воздействиям электромагнитных полей, т.е. обеспечивает высокую помехозащищенность; полную гальваническую развязку входных и выходных цепей; двойную (пространственную и временную) модуляцию потока оптического излучения.

Высокая частота световых колебаний обеспечивает высокую информационную емкость оптических каналов связи.

Малая расходимость светового луча позволяет передать энергию оптического излучения с минимальными потерями.

Основными оптоэлектронными элементами являются:

а) источники когерентного (связанного, при сложении усиливающегося) излучения (полупроводниковые лазеры) и некогерентного излучения [излучающие диоды (ИК, УФ, светодиоды)];

б) оптические среды (активные, пассивные);

в) приемники оптического излучения (фоторезисторы, фотодиоды, фототранзисторы, фототиристоры);

г) оптические элементы (линзы, призмы, зеркала, поляризаторы):

– волоконно-оптические элементы [жгуты, фоконы (фокус, конус)],

– селфоки (self focusing);

– интегрально-оптические элементы (оптические зеркала, фильтры).

Широкое применение находят в электронно-вычислительных средствах излучающие диоды, оптоэлектронные пары, оптоэлектронные переключатели, оптроны, различные классы индикаторов.

5.1. Излучающие диоды

Излучающий диод – это диод, содержащий полупроводниковый *p–n*-переход, в котором при прохождении электрического тока генерируется оптическое излучение в инфракрасной (ИК), видимой или ультрафиолетовой (УФ) области спектра. Распространены инфракрасные и излучающие в видимой части спектра диоды (светодиоды). Прохождение тока через *p–n*-переход в прямом направлении в светодиодах сопровождается рекомбинацией инжектированных носителей заряда. В определенных материалах (GaAs, GaSb, InAs, InSb и т.д.) процесс рекомбинации сопровождается выделением кванта света – фотона, при этом возникает некогерентное свечение люминисценции. Цвет свечения зависит от материала примеси полупроводника: примесь ZnO – красный цвет, азот N – зеленый, (ZnO + N) – желтый, оранжевый. Основные характеристики светодиода (ВАХ и характеристика яркости) показаны на рис. 5.1.

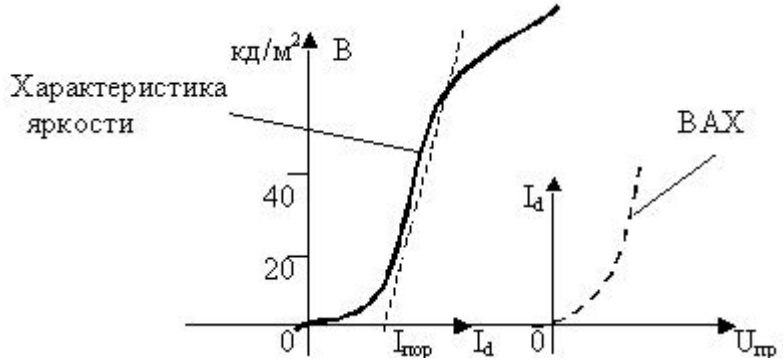


Рис. 5.1. ВАХ и характеристика яркости светодиода

Характеристика яркости имеет нелинейный начальный участок, на котором яркость мала, и линейный участок, в пределах которого яркость изменяется в десятки раз (рис. 5.1). Именно этот участок чаще всего используется. На этом участке яркость свечения:

$$B = B_0 (I_d - I_{пор}), \qquad (5.2)$$

где B_0 – чувствительность по яркости;

I_d – ток светодиода;

$I_{пор}$ – пороговый ток – ток, при котором возможна линеаризация характеристики, $I_{пор} \approx$ (0,1 – 2,5) мА.

Аналитическое выражение ВАХ:

$$I_d = I_m [(\exp (U/M\varphi_m) - 1], \qquad (5.3)$$

где I_m – тепловой ток;

φ_m – тепловой потенциал, M=(0,5 – 2).

В эквивалентной схеме (рис. 5.2, *в*) обозначено: R – омическое сопротивление кристалла полупроводника и контактов; $R_д$ – сопротивление p–n-перехода, зависящее от тока; $C_д$ – емкость p–n-перехода, зависящая от тока.

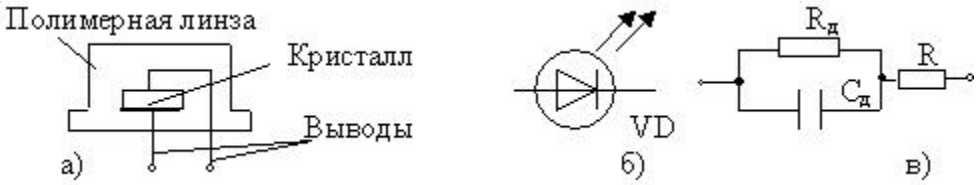


Рис. 5.2. Конструкция *(а),* УГО *(б)*
и эквивалентная схема *(в)* светодиода

Материалы для светодиодов – арсенид галлия GaAs, фосфид галлия GaP и другие.

Основные параметры светодиодов:

1. Сила света – световой поток, приходящийся на единицу телесного угла в заданном направлении. Единица измерения – Вт/ср (ватт/стерадиан) или мКд (миликанделла), яркость измеряется в Кд/м^2. Для светодиодов сила света составляет (0,1 – 10) мКд.

2. Цвет свечения (длина волны излучения).

3. Постоянное прямое напряжение – падение напряжения при заданном токе, равное (2 – 4) В.

4. Угол излучения – плоский угол, в пределах которого сила света составляет не менее половины ее максимального значения.

5. Характеристики яркости, ВАХ, КПД преобразования.

5.2. Фоторезисторы

В фоторезисторах используется явление изменения сопротивления вещества под действием излучения. Под действием света в фоторезисторе возрастает концентрация подвижных носителей заряда за счет того, что кванты электромагнитного излучения возбуждают

электроны и переводят их из валентной зоны в зону проводимости. Фотопроводимость ζ_ϕ характеризуется изменением электропроводности кристалла по сравнению с его затемненным состоянием:

$$\zeta_\phi = q(\Delta n \mu_n + \Delta p \mu_p), \qquad (5.4)$$

где Δn, Δp – приращения концентраций зарядов в результате облучения;

μ_n, μ_p – подвижности отрицательных и положительных зарядов.

Конструктивно фоторезистор (ФР) представляет собой пленку полупроводника, сформированную на основании и имеющую отводы, укрепленные в корпусе (рис. 5.3).



Рис. 5.3. Конструктивное представление и УГО фоторезистора

Свет может облучать поверхность либо параллельно, либо перпендикулярно токоотводящим поверхностям. Основные характеристики фоторезисторов показаны на рис. 5.4.

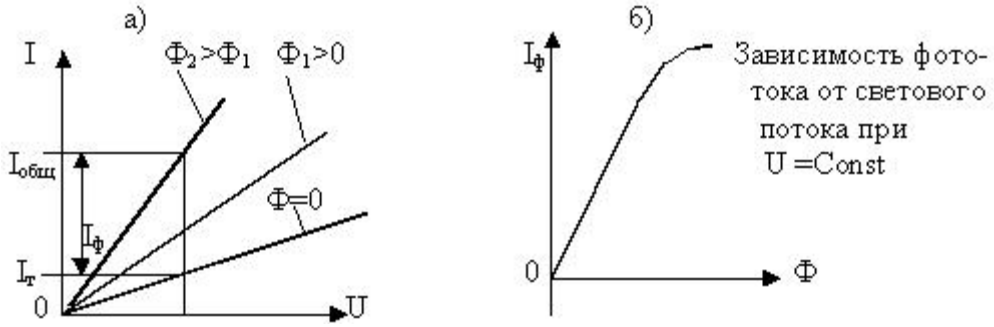


Рис. 5.4. ВАХ *(а)* и энергетическая характеристика *(б)* фоторезистора

Фоторезистор – пассивный элемент, ток в нём возникает только при подаче на него напряжения питания U, но величина тока зависит и от величины светового потока Φ, падающего на его поверхность. Ток фоторезистора $I_{общ}$ имеет две составляющих: I_ϕ – фототок, обусловленный наличием светового потока; I_m – темновой ток (при $\Phi = 0$), $I_{общ.} = I_m + I_\phi$.

Энергетическая характеристика в области малых потоков линейна, затем рост тока замедляется из-за увеличения рекомбинаций носителей заряда.

Основные параметры фоторезистора:

1. Чувствительность – это отношение выходной величины к входной. Обычно используют для ФР токовую чувствительность – отношение приращения фототока к вызвавшему его приращению величины, характеризующей излучение:

а) токовая чувствительность к световому потоку:

$S_{ф\ диф} = \Delta I_ф / \Delta Ф$;

б) токовая чувствительность к освещенности E:

$S_{E\ диф} = \Delta I_ф / \Delta E$.

Освещенность E измеряется в Люксах (Кд·ср/м^2). Чаще всего используют величину удельной интегральной чувствительности, которая характеризует интегральную чувствительность, когда к фоторезистору приложено напряжение 1 В.

$$S_{инт.} = I_ф / Ф \ . \qquad (5.5)$$

Чувствительность ФР зависит от материала, из которого они изготовлены, что отражают спектральные характеристики [абсолютная (АСХ) и относительная (ОСХ)]. АСХ – это зависимость чувствительности от частоты (длины волны) падающего излучения. ОСХ – это зависимость относительной чувствительности от частоты (длины волны):

$$S(\lambda) = S_{абс}(\lambda) / S_{абс.мах}(\lambda),$$

где $S(\lambda)$, $S_{абс}(\lambda)$, $S_{абс.мах}(\lambda)$ – соответственно относительная, абсолютная, максимальная абсолютная чувствительности.

Характеристики $S(\lambda)$ имеют чётко выраженный максимум, соответствующий определённой длине волны облучения для каждого материала (рис. 5.5).

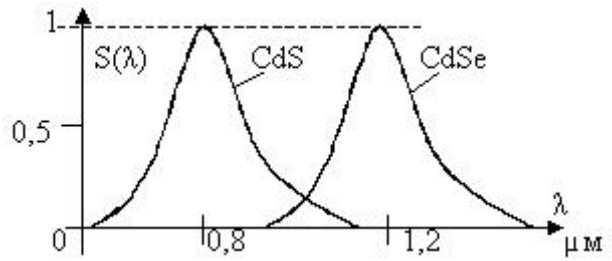


Рис. 5.5. Вид спектральных характеристик фоторезистора

2. Граничная частота $f_{гр}$ – это частота синусоидального сигнала, модулирующего световой поток, при котором чувствительность фоторезистора уменьшается в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с чувствительностью немодулированного потока: $f_{гр} = (10^3 – 10^5)$ Гц.

3. Температурный коэффициент фототока:

$\alpha_m = \partial I_ф / \partial T \cdot 1/ I_ф$, при $Ф$ = Const, $\alpha_m = (–10^{-3} – 10^{-4})$ 1/град.

4. Рабочее напряжение (5 – 100) В.

5. Допустимая мощность рассеяния (0,01 – 0,1) Вт.

5.3. Фотодиоды

Фотодиод (ФД) – полупроводниковый диод, обладающий свойством односторонней проводимости, возникающей при воздействии на него оптического излучения. ФД используется для преобразования оптического сигнала в электрический. Наиболее распространены *p–i –n*-диоды, в которых толщина высокоомной *i*-области выбирается так, чтобы обеспечить наилучшие свойства (чувствительность и быстродействие) прибора. *p–i–n*-структура образуется, если области *p* и *n* разделены высокоомным слоем (рис. 5.6) с собственной (*i*) проводимостью для снижения напряженности поля в переходе.

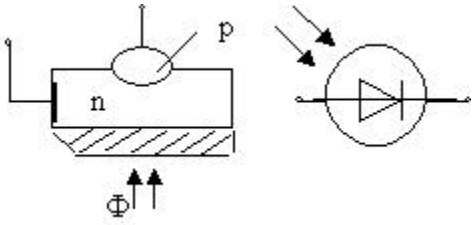


Рис. 5.6. Структура и УГО фотодиода

Действие фотодиода основано на поглощении света вблизи области *p–n*-перехода, в результате чего генерируются новые носители заряда (электронно-дырочные пары).

Различают два режима работы ФД:

а) фотодиодный, когда имеется источник питания, создающий обратное смещение;

б) вентильный (фотогенераторный), когда такой источник отсутствует.

В фотодиодном режиме возникающие в результате фотогенерации носители зарядов приводят к возрастанию обратного тока, который зависит от интенсивности падающего излучения и практически не зависит от величины обратного напряжения (рис. 5.7).

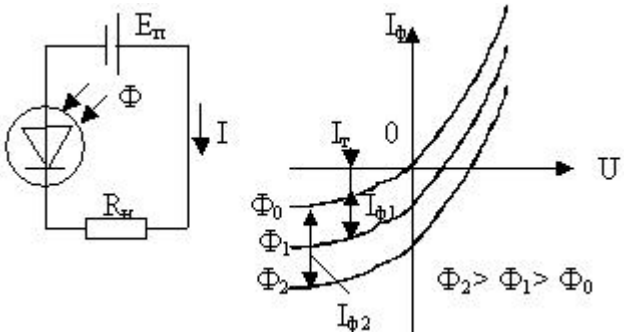


Рис. 5.7. Схема включения и ВАХ ФД в фотодиодном режиме

В вентильном (фотогенераторном) режиме ФД используется как фотогенератор (источник фотоэдс, фотоэлемент).

Фотоэдс $E_ф$ зависит от светового потока и свойств полупроводника:

$$E_ф \approx \varphi_т \ln (I_ф / I_0) = \varphi_т \ln (S_{инт}\, Ф / I_0)\,, \qquad (5.6)$$

где $\varphi_т$ – тепловой потенциал;

$I_ф$ – фототок:

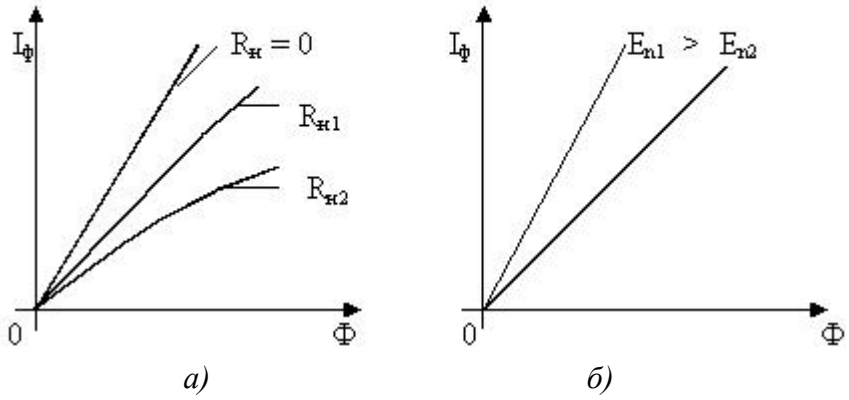
$I_ф = S_{инт}\, Ф;$

$S_{инт}$ – интегральная токовая чувствительность;

I_0 – тепловой ток *p–n*-перехода.

Основные характеристики и параметры фотодиода:

1. Энергетические характеристики $I_ф = f(Ф)$ – зависимости фототока от светового потока (рис. 5.8, *а*). При работе в генераторном режиме $I_ф = f(Ф)$ линейна, если $R_н = 0$ (коротко замкнутый ФД) (рис. 5.8, *б*). С ростом $R_н$ характеристики искривляются.



а) *б)*

Рис. 5.8. Энергетические характеристики фотодиода:
а – фотогенераторный режим, *б* – фотодиодный режим

2. Спектральные характеристики фотодиода аналогичны характеристикам фоторезистора.

3. Граничная частота – частота, при которой интегральная чувствительность уменьшается в $\sqrt{2}$ раз по сравнению со статическим значением $f_{гр} \approx 10^7$ Гц = 10 МГц. У фоторезисторов $f_{гр} \approx (1 – 100)$ кГц.

Сейчас разработаны ФД на основе *p–i–n*-структур, барьеров Шоттки, лавинные ФД, предназначенные в основном для повышения быстродействия и увеличения чувствительности.

5.4. Фототранзисторы

Фототранзистор (ФТ) – транзистор (обычно биполярный), в котором управление коллекторным током осуществляется на основе внутреннего фотоэффекта. ФТ служит для преобразования световых сигналов в электрические с одновременным усилением последних. Включение ФТ во внешнюю электрическую цепь подобно включению транзистора по схеме с общим эмиттером, обычно с нулевым током базы (вывод базы отключен от внешней цепи). Такой режим

характерен только для ФТ и носит название «режим с плавающей базой».

Фототранзистор сделан так, что излучение попадает на область базы. В результате поглощения энергии в базе генерируются электронно-дырочные пары, участвующие в создании фототока. При отсутствии облучения ($Ф = 0$) между коллектором и эмиттером течет темновой ток, т.е. обратный ток p–n-перехода. Схемы включения ФТ показаны на рис. 5.9.

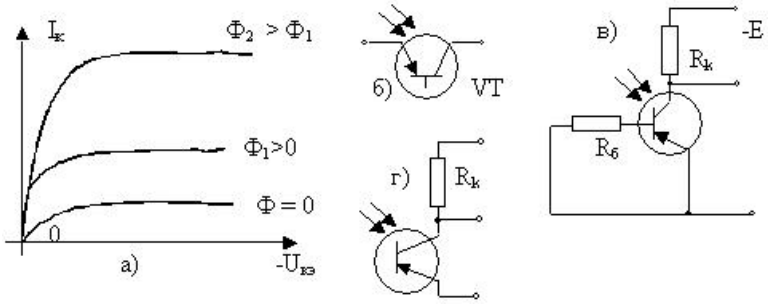


Рис. 5.9. Выходные характеристики *(а),* УГО *(б)* и схемы включения фототранзистора при наличии *(в)* и отсутствии *(г)* базового вывода

Основные характеристики и параметры фототранзистора:

1. ВАХ фототранзистора подобны ВАХ транзистора в схеме с ОЭ, но параметром служит не ток базы, а поток $Ф$ (рис. 5.9, *а*).
2. Энергетические $I_ф = f(Ф)$ и спектральные $S(\lambda)$ характеристики подобны характеристикам ФД.
3. Коэффициент усиления по фототоку:

$$K_{уф} = (1 + h_{21э}).$$

4. Ширина полосы пропускания – $(10^4 – 10^5)$ Гц.
5. Значение темнового тока (при $Ф = 0$).
6. Токовая чувствительность $S_{инт} = I_ф / Ф$.

В качестве высокочувствительных фотоприемников используются также полевые фототранзисторы, имеющие более широкую полосу пропускания $(10^6 – 10^8)$ Гц. Используются также фототиристоры.

5.5. Оптроны

Оптроны – это полупроводниковые приборы, состоящие из излучателя света и фотоприемника, взаимодействующих друг с другом и помещенных в общем корпусе. Оптроны используют для оптиче-

ской связи отдельных частей радиоэлектронных устройств. С помощью оптронов обеспечивается электрическая развязка между частями устройства (гальваническое разделение цепей).

В оптронах между источником излучения и фотоприемником имеется среда, выполняющая функции световода. Эта среда должна иметь большой коэффициент преломления для согласования с большим коэффициентом преломления материалов, служащих источниками света. Среды с большим коэффициентом преломления называются иммерсионными: это свинцовые и селеновые стёкла с коэффициентами преломления соответственно (1,7– 1,9) и (2,4 – 2,6).

Оптроны широко применяются в самых различных устройствах автоматики и электронной техники. Конструкции и параметры оптронов постоянно совершенствуются с целью уменьшения потребления энергии источниками излучения и расширения функциональных возможностей фотоприёмной части.

Структуры диодных оптронов с разными световодами приведены на рис. 5.10. Примеры обозначений оптронов показаны на рис. 5.11.

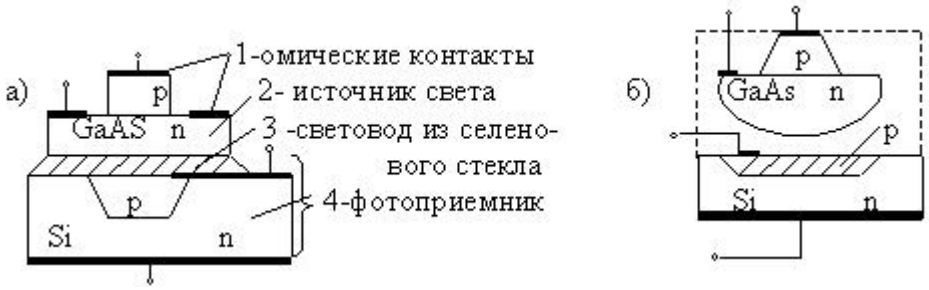


Рис. 5.10. Структура диодных оптронов со световодом из стекла (*а*) и вакуумным (воздушным) световодом (*б*):

1 – омические контакты; 2 – источник света;

3 – световод из селенового стекла; 4 – фотоприемник

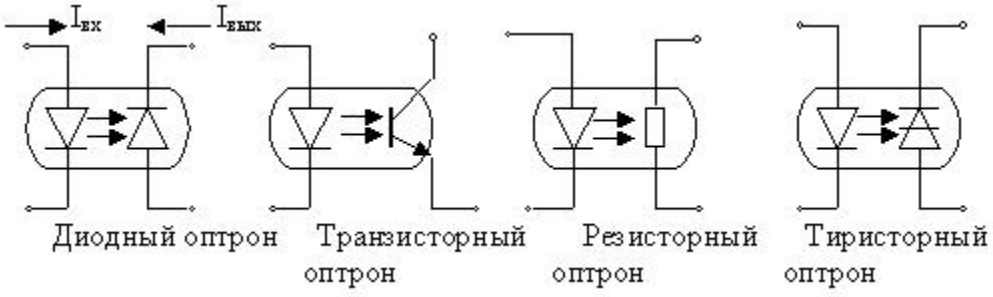


Рис. 5.11. Условные изображения оптронов разных типов

Сопротивление между входной и выходной цепями оптронов составляет (10^{13} – 10^{15}) Ом. Диодные, транзисторные и тиристорные оптроны используют в основном в ключевых режимах. Резисторный оптрон чаще всего применяют в усилительных устройствах. Сейчас разработаны оптроны, в которых совмещаются функции простейших оптронов и электронных преобразователей (усилителей), выполняемых на одной подложке [13]. Условное графическое изображение такого оптрона показано на рис. 5.12.

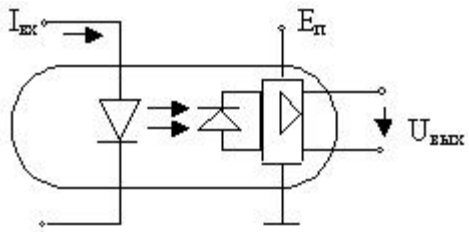


Рис. 5.12. Пример УГО оптрона с усилительным элементом на выходе

Промышленностью серийно выпускаются оптоэлектронные коммутаторы сигналов, состоящие из арсенид-галлиевого излучателя, кремниевого фотодиода и интегрального усилителя, обеспечивающего выходные уровни напряжения, достаточные для управления логическими элементами ТТЛ-серий (серии К249ЛП1, К262КП1 и др.). Входной ток оптоэлектронных коммутаторов не превышает 20 mA, ёмкость между входом и выходом – не более 5 пФ [13].

6. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИНДИКАТОРОВ И ЛАЗЕРОВ

Там, где информацию требуется представить в форме, удобной для визуального восприятия часто применяются устройства, называемые *индикаторами*. Основные компоненты этих устройств – это приборы, обеспечивающие преобразование электрических сигналов в пространственное распределение яркости излучения или в распределение степени пропускания или поглощения светового излучения [4]. Из электрических сигналов в этих приборах получают ви-

димое изображение букв, цифр, геометрических фигур, знаков, полос, мнемосхем и пр.

Устройства отображения информации создаются на основе таких активных излучательных компонентов как:

– электронно-лучевые трубки;

– газонаполненные источники излучения;

– электролюминесцентные и накаливаемые приборы.

Широко распространены пассивные излучательные компоненты: жидкокристаллические, электрохромные, электрофоретические.

Цвет пассивных электрохромных компонентов зависит от интенсивности поля. В элекрофоретических приборах под действием электрического поля перемещаются заряженные пигментные частицы.

Наиболее часто применяют знакосинтезирующие индикаторы (ЗСИ) и электронно-лучевые трубки (ЭЛТ), дисплеи. Дисплей – это устройство отображения информации, обеспечивающее связь человека с машиной.

По виду отображаемой информации ЗСИ делятся на:

– единичные (точка, запятая, круг, квадрат);

– цифровые;

– буквенно-цифровые (и специальные математические символы);

– шкальные (информация в виде уровней или значений величин);

– мнемонические (для изображений фрагментов мнемосхем);

– графические (графики, символы, спецзнаки).

По виду элементов и способу формирования информационного поля:

– сегментные;

– матричные.

По виду питающего напряжения:

– постоянного тока;

– переменного тока;

– пульсирующего тока.

По значению питающего напряжения:

– низковольтные (менее 5 В);

– средневольтные (менее 30 В);

– высоковольтные (более 30 В).

6.1. Вакуумные люминесцентные индикаторы

Вакуумные люминесцентные индикаторы (ВЛИ) относятся к активным источникам излучения, преобразующим электрическую энергию в световую. Используются в микрокалькуляторах и ЭВМ, кассовых аппаратах, электронных часах и приборах. ВЛИ представляет собой электронную диодную или триодную систему, в которой под воздействием электронной бомбардировки высвечиваются покрытые низковольтным катодолюминофором сегменты – аноды (рис. 6.1).



Рис. 6.1. Конструктивная схема электровакуумного люминесцентного накаливаемого индикатора (поперечный разрез)

Низковольтная вакуумная *катодная люминесценция* носит рекомбинационный характер: люминофор бомбардируется электронами, что приводит к нарушению его термодинамического равновесия. Появляются активные электроны и дырки, которые рекомбинируют между собой, излучая фотоны. Низковольтная катодолюминесценция

возникает при небольших ускоряющих напряжениях, приложенных между анодом и катодом (единицы – десятки Вольт).

ВЛИ выпускаются одноразрядные и многоразрядные, в цилиндрических и плоских баллонах, с различными размерами знаков разных типов:

– типа ИВ, ИВЛ (люминесцентные), например, ИВ27 имеет 24 вывода, яркость 500 кд/м^2 (для сравнения цветной кинескоп – 300 кд/м^2);

– шкальные – ИВЛШ;

– со встроенным управлением – ИВЛШУ;

– матричные – ИВЛМ;

– одноцветные и многоцветные индикаторы типа ИЛТ (бытовые).

Формирование изображения на информационном поле ВЛИ осуществляется статическим или мультиплексным (динамическим) способами. Статический способ – возбуждающие сигналы подаются на аноды – сегменты и изображение знака формируется одновременно. При динамическом способе возбуждающие сигналы подаются в определенной последовательности с заданной частотой, создавая эффект непрерывного свечения. Частота должна быть не ниже 50 Гц во избежание мелькания изображения.

6.2. Электролюминесцентные индикаторы

Электролюминесцентные индикаторы (ЭЛИ) предназначены для отображения различной информации в системах управления и контроля. В них также используется явление люминесценции, заключающееся в том, что некоторые вещества способны излучать свет под действием электрического поля. ЭЛИ в простейшем случае представляет собой плоский конденсатор с диэлектриком – слоем органической смолы с люминесцентным порошком на основе сульфида или селенида цинка (ZnS, ZnSe). Добавление активаторов обеспечивает цвет свечения: зеленый, голубой, желтый, красный, белый). Упрощенная структура ЭЛИ показана на рис. 6.2.



Рис. 6.2. Структура электролюминесцентного индикатора:
1 – стеклянная пластина; 2 – прозрачная токопроводящая пленка;
3 – слой люминофорадиэлектрик; 4 – металлическая пленка

Принцип действия индикатора: переменное напряжение прикладывается к токопроводящим пластинам, под действием созданного электрического поля в слое люминофора возникает свечение. Электрод 4 (металлический) имеет форму букв или цифр, или сегментов для получения синтезируемых знаков или геометрических фигур. Электрод 2 (оксид олова) – сплошной и прозрачный. Наиболее распространены буквенно-цифровые сегментные индикаторы (для изображения цифр используются 7 – 9 сегментов, 19 сегментов используются для изображения любых букв русского и латинского алфавита).

ЭЛИ делают обычно с пластмассовым корпусом, питание осуществляется переменным напряжением частотой (400 – 1200) Гц. Линейные размеры могут быть от единиц до десятков миллиметров. Потребление – от долей мА до десятков мА. Срок службы – несколько тысяч часов. Яркость изображения – хорошая. Недостатком является сложная система управления.

6.3. Жидкокристаллические индикаторы

Жидкокристаллические индикаторы **(**ЖКИ) – это пассивные приборы, в основу работы которых положено свойство некоторых веществ изменять свои оптические показатели (коэффициенты отражения, преломления, поглощения) под влиянием внешнего электрического поля. При этом вследствие модуляции падающего света изменяется цвет участков, к которым приложено электрическое поле, и на поверхности вещества появляется рисунок определенной конфигурации. Жидкокристаллическим (мезаморфным) называется термодина-

мически устойчивое состояние, при котором вещество сохраняет анизотропию (неодинаковость) физических свойств, присущую твердым кристаллам, и текучесть, характерную для жидкостей (производные бензола, стероидов и других соединений). Характерной особенностью жидких кристаллов (ЖК) является то, что молекулы имеют сравнительно большую длину и относительно малую ширину. ЖК-диэлектрики, имеющие удельное сопротивление $R_{уд.} = 10^6 – 10^{10}$ ОМ·см. Плотность ЖК близка к плотности воды. Конструктивная схема элемента ЖКИ показана на рис. 6.3.

В ЖК используются три основных электрооптических эффекта:

– эффект, связанный с движением молекул вещества – динамическое рассеяние (ДР);

– эффект, связанный с поворотом молекул: твист – эффект (ТЭ);

– эффект «гость – хозяин» (Г – Х).

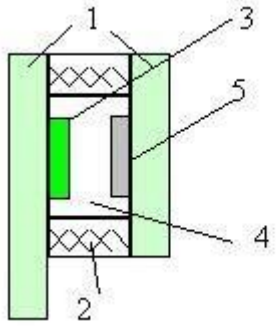


Рис. 6.3. Конструктивная схема элемента ЖКИ:

1 – стеклянные пластины; 2 – склеивающее соединение;

3 – передний прозрачный электрод (например, двуокись олова);

4 – ЖК; 5 – задний отражающий или прозрачный электрод

ЖКИ могут быть двух классов – работающие на просвет и работающие на отражение. Отражающие не требуют специальной подсветки. Работающие на просвет предполагают наличие дополнительного освещения.

В зависимости от вида используемого электрооптического эффекта технология изготовления ЖКИ различна. Например, в ЖКИ, работающих на эффекте ДР с отражением, на поверхности проводящих слоев наносится тонкое химически инертное прозрачное покрытие.

В ЖКИ, использующих отражение и твист-эффект (ТЭ), помимо стеклянных пластин имеются поляризаторы, внутренние поверхности пластин полируются.

В индикаторах Г – Х один слой (хозяин) взаимодействует с молекулами другого слоя (гостя). Слой ЖК-хозяина за счет поглощения световой энергии при отсутствии электрического поля приобретает окраску гостя, а под действием электрического поля – обесцвечивается. Эти цветовые различия хорошо воспринимаются в условиях высокой освещенности. ЖКИ, работающие в условиях низкой освещенности (менее 35 Кд/м^2), работают с подсветкой. Для подсветки используют миниатюрные лампы накаливания.

Достоинством ЖКИ является малое потребление на:

– эффекте ДР – (5 – 10) мкВт/см^2;

– эффекте ТЭ – не более 20 мкВт/см^2.

ЖКИ хорошо совместимы с КМОП микросхемами. Рабочие напряжения ЖКИ ДР не более 20 В, а на ТЭ – 5 В. Срок службы ЖКИ при эксплуатации достигает 40 тысяч часов (на переменном токе). Недостатком является низкое быстродействие (особенно при пониженных температурах) и зависимость параметров от температуры окружающей среды.

Управление ЖКИ обычно осуществляется сигналами переменного тока, так как долговечность ЖКИ, работающих на постоянном токе, оказывается на порядок ниже. Часто используют так называемый фазовый метод управления, при котором на общий электрод на задней поверхности и электроды на передней поверхности подаются прямоугольные импульсы, сдвинутые на 180^0 при возбуждении, и без сдвига – при отсутствии возбуждения.

6.4. Полупроводниковые знакосинтезирующие индикаторы

Полупроводниковые знакосинтезирующие индикаторы (ППЗСИ) – это низковольтные приборы, основу которых составляет полупроводниковый диод, в *p*–*n*-переходе которого в результате рекомбинации электронов и дырок при их инжекции генерируется световое излучение. ППЗСИ удобно совмещаются с уровнями токов микро-

схем. Приборы имеют достаточно хороший уровень яркости, однако обладают относительно высокими уровнями рабочих токов.

Основные материалы для изготовления ППЗСИ – твердые растворы GaAs (арсенид галия) и GaP (фосфид галия). Примером единичных ППЗСИ являются светодиоды АЛ 102, АЛ 307, структуры которых показаны на рис. 6.4.



Рис. 6.4. Структурные схемы единичных ППЗСИ

Многоэлементные ППЗСИ. Выпускается несколько сотен типов ППЗСИ. Они различаются числом элементов, размерами, конфигурацией, цветом свечения, конструкцией. По числу элементов и их взаимному расположению в пределах поля одного разряда различают четыре типа знаковых индикаторов:

1) семисегментный – может быть цифровой, буквенно-цифровой;

2) девятисегментный – для изображения цифр и набора букв русского и латинского алфавита;

3) тридцапяти сегментный матричный – универсальный, позволяет изменять начертания отдельных символов;

4) пятисегментный – дополнение к девятисегментному, предназначен для изображения символов полярности и переполнения в цифровых устройствах. Пример цифрового индикатора, в котором каждый элемент – светодиод, показан на рис. 6.5.

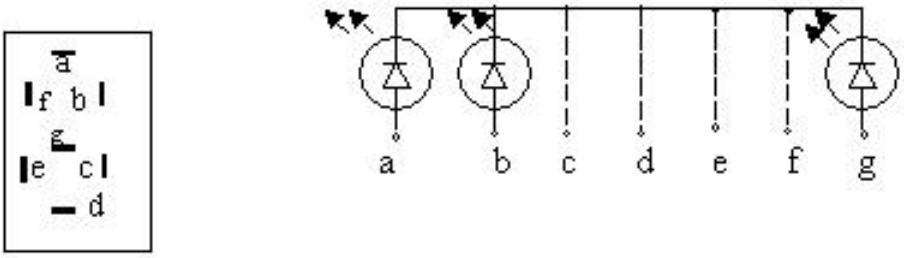


Рис. 6.5. Вид и схема одноразрядного
семисегментного индикатора

6.5. Дисплеи

Дисплей – это оконечное устройство информационных систем, служащее для визуального отображения информации и связи человека с вычислительным устройством (может быть в наручных часах, калькуляторах и т.п.).

Все дисплеи можно разделить на два класса: излучающие свет и модулирующие свет. Светоизлучающий дисплей должен давать свечение достаточной яркости, особенно, если используется при дневном освещении. Важен цвет свечения: человеческий глаз наиболее чувствителен к желтому и желто-зеленому цвету. Изображение должно быть контрастным. Контраст – это отношение максимальной яркости к минимальной. Учитывая, что человеческий глаз не различает изменения, происходящие быстрее, чем за 0,1 с, от дисплеев не требуется большое быстродействие. Разрешающая способность дисплея оценивается минимальным размером наблюдаемого элемента. Это может быть квадрат со стороной не менее 50 мкм. У многих дисплеев этот элемент больше и зависит от яркости и расстояния до наблюдателя.

Многие дисплеи обладают памятью, т.е. способностью сохранять изображение после снятия питания или с малым потреблением. Основные типы светоизлучающих дисплеев:

а) электронно-лучевые устройства, (электронно-лучевые трубки);

б) дисплеи на (СИД) светоизлучающих диодах – обычно имеют размер несколько сантиметров и низкое напряжение питания (5 В);

в) дисплеи на газоразрядных элементах (плазменные), имеют две взаимно-перпендикулярные системы электродов в виде проводящих полос. Между электродами расположены ячейки с инертным газом (неон, ксенон или смесь). На этом принципе делаются газоразрядные индикаторные панели (ГИП), которые могут иметь, например, 512 горизонтальных и 512 вертикальных полос. Разрешающая способность (2 – 3) линии на 1 мм. Неон дает оранжевое свечение. Используя люминофор на электродах можно получить другой цвет. Питание ГИП возможно постоянным или переменным током;

г) электролюминесцентные дисплеи – составлены из ЭЛИ.

Основные типы светомодулирующих дисплеев:

– жидкокристаллический (ЖКД) имеет малую мощность, низкую стоимость. Может быть малого (в часах) и большого (в ноутбуках) размера;

– электрохромные (ЭХД) – основаны на использовании электрохромного эффекта, состоящего в том, что некоторые вещества под действием электрического поля или при прохождении тока меняют свой цвет. Таким веществом является, например, WO_3 – триоксид вольфрама. Его пленка под напряжением приобретает синий цвет. Требуемое напряжение (0,5 – 1,5) В. При перемене полярности напряжения пленка приобретает исходный цвет. Недостаток – невысокое быстродействие, небольшой срок службы;

– электрофорезные дисплеи (ЭФД) – используют явление электрофореза: под действием электрического поля в жидкости перемещаются взвешенные частицы (пигмент в окрашенной жидкости), притягиваются к электродам, образуя знаки, по цвету резко отличающиеся от цвета жидкости. Напряжение для ЭФД составляет десятки Вольт. Срок службы – десятки тысяч часов, быстродействие – низкое.

6.6. Лазеры

Принцип действия лазера основан на использовании синхронного и синфазного излучения атомов (когерентного излучения).

Идея лазера высказана советским учёным В.А. Фабрикантом в 1939 году. Идея состоит в следующем. Вещество содержит цепочки атомов, вытянутых в одну линию. Если эти атомы находятся в возбужденном состоянии, то внешний фотон, ударив в крайний атом, вызовет излучение нового фотона, который будет вызывать излучение следующего фотона и т.д. Световой поток увеличивается во много раз, теоретически до $\approx 10^{20}$ раз. Образуется огромное количество фотонов, имеющих одинаковую энергию и одинаковое направление движения, т.е. образуется *когерентное излучение*.

В реальности не все атомы могут быть возбуждены, поэтому могут поглощать энергию фотона и уменьшать излучение света.

Если число невозбужденных атомов равно числу возбужденных, никакого усиления излучения не будет. Чтобы произошло усиление когерентного излучения, необходимо в большинстве атомов «переселить» электроны на более высокие энергетические уровни (более удаленные от ядра орбиты) и сохранять это состояние достаточное время. С этой целью к данному веществу, называемому активной средой (рабочим веществом), нужно подводить каким-то образом энергию, вызывающую возбуждение атомов. Этот процесс называется накачкой. Работу лазера (оптического квантового генератора) можно пояснить следующим образом (рис. 6.6).

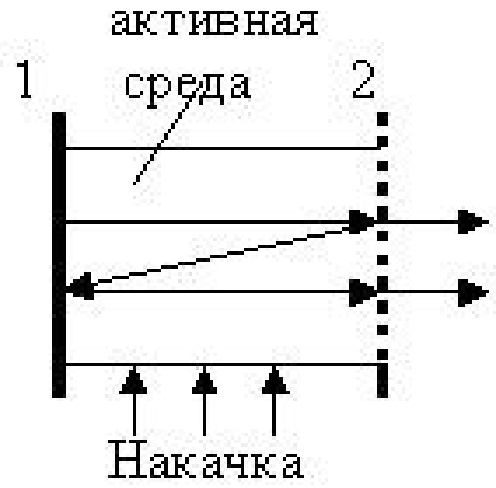


Рис. 6.6. Иллюстрация работы лазерного излучателя

В пространстве, заполненном активной средой, между двумя плоскими зеркалами (рис. 6.6), одно из которых *2* – полупрозрачное, движется поток излучаемых фотонов от зеркала *1* к зеркалу *2*. Большая часть этого потока излучается через зеркало *2* во внешнюю среду в виде когерентного луча, а небольшая часть движется обратно, увеличиваясь по пути, затем отражается от зеркала *1*, вновь движется к зеркалу *2*, частично отражается и т.д.

Для поддержания атомов в возбужденном состоянии служит внешний источник энергии, осуществляющий накачку.

Основные свойства лазерного излучения:

1. Весьма малая расходимость луча (тысячные доли градуса), так как это поток параллельно летящих фотонов.

2. Лазерное излучение с помощью собирающих линз и зеркал можно сфокусировать в точку диаметром 0,5 мкм. (Если такой луч послать к Луне, то он высветит пятно диаметром 30 м.)

3. Высокая монохроматичность, т.е. практически излучение идет на одной единственной частоте. Полоса, которую занимает когерентное излучение лазера, составляет $\approx 10^{-3}$ Гц.

4. Можно в широких пределах управлять длительностью излучения (от длительных до сверхкоротких вспышек – 10^{-15} с). При этом мощность излучения оказывается очень большой, что приводит к тому, что вещества могут изменять свои свойства под действием лазерного излучения. Интенсивность такого излучения высока (при фокусировке – до 10^{20} Вт/см^2), напряженность электрического поля в луче достигает 10^{11} В/см. Под действием такого поля многие вещества подвержены ионизации атомов и расщепляются на электроны и положительные ионы.

Типы лазеров [25]:

1) жидкостные лазеры, имеющие в качестве активной среды растворы органических красителей. Длина волны излучения λ = (0,3 – 1,3) мкм (от ультрафиолетового до инфракрасного излучения);

2) газовые лазеры, в которых под действием накачки происходит дисссоциация молекул газа и их возбуждение. Распространены CO_2 -лазеры, которые могут иметь мощность до 10 кВт, $\lambda \approx 10$ мкм, $\eta \approx 40$ %. Имеется несколько разновидностей газовых лазеров:

а) фотодиссационные;

б) газоразрядные, имеющие в качестве активной среды разреженный газ, накачка в них осуществляется тлеющим разрядом (аргоновые, ионные лазеры);

в) лазеры на атомных переходах: λ = (0,4 – 100) мкм. (Гелиево-неоновые лазеры, накачка осуществляется тлеющим разрядом переменным напряжением U = 1000 В);

г) молекулярные лазеры λ = (0,2 – 50) мкм:

– разновидность – газодинамический CO_2-лазер, позволяет получить большую мощность (до 100 кВт);

– эксимерные лазеры – накачка быстрыми электронами, среда – инертный газ, λ = 0,126 мкм (наиболее короткая волна излучения);

3) химические лазеры – возбуждение за счет химических реакций;

4) полупроводниковые лазеры (твердотельные).

В твёрдотельных лазерах когерентное излучение получается при переходе электронов с нижнего уровня зоны проводимости на верхний уровень валентной зоны. Существует два типа таких лазеров.

Первый тип имеет пластину безпримесного полупроводника, в котором накачка производится пучком быстрых электронов с энергией (50 – 100) кЭВ, либо делается оптическая накачка. К таким полупроводникам относятся GaAs (арсенид галия), CdS (сульфид кадмия), CdSe (селенид кадмия). Накачка электронным пучком вызывает сильный нагрев, поэтому требуется интенсивное охлаждение (до 80 ^{0}К). Накачка может быть поперечная либо продольная, последняя позволяет лучше обеспечить охлаждение кристалла полупроводника.

Второй тип – инжекционный лазер, представляющий собой кристалл с особым *p–n*-переходом (рис. 6.7).

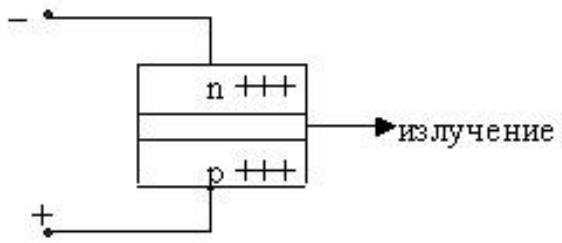


Рис. 6.7. Упрощенная структура твёрдотельного инжекционного лазера

Полупроводник имеет высокую концентрацию примесей ($10^{18} \div 10^{19}$)/см^3 (вырожденный полупроводник). Грани, перпендикулярные плоскости *p–n*-перехода отполированы и служат зеркалами оптического резонатора. На переход подается прямое смещение, происходит активная рекомбинация носителей (GaAs), генерируется излучение с длиной волны λ = (0,8 – 0,9) мкм и коэффициентом полезного действия η = (50 – 60) %. Такой лазер размером 1 мм дает мощность излучения до 10 мВт (в импульсе до 100 Вт).

Применение лазерного излучения. В настоящее время область применения лазерного излучения стремительно расширяется. Быстро развивается нелинейная оптика – область физики, изучающая взаимодействие лазерного излучения с различными веществами.

Лазерный луч может проникать через вещества, непрозрачные для обычного света. Изменение частоты (генерация гармоник) наблюдается при прохождении лазерного луча через некоторые вещества. При этом достигается КПД около 100 %. Лазерное излучение способно управлять движением атомов. Взаимодействие лазерного луча с атомами вещества вызывает появление в спектре этого вещества новых линий, по которым можно судить о новых свойствах этого вещества (нелинейная лазерная спектроскопия).

Важнейшая область применения – связь. Высокая направленность и огромный частотный диапазон позволяют разместить в узком диапазоне большое число передач. В космосе лазерный луч позволяет осуществить связь на огромные расстояния. На земле высококачественная связь лазерным лучом осуществляется по оптоволоконным линиям (световодам). В густом тумане лазерный луч позволяет использовать связь на расстоянии нескольких сотен метров.

Лазерное излучение используется в локаторах, в геодезических измерениях, при обработке твердых материалов, в качественных видео и звукозаписях, в медицине (лазерный скальпель), в биологии – для изучения процессов фотосинтеза и т.п. Лазеры, использующие излучение СВЧ-диапазона (сантиметровые и миллиметровые волны), называют мазерами [25].

МОДУЛЬ 2. ОСНОВЫ АНАЛОГОВОЙ СХЕМОТЕХНИКИ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

7. ЭЛЕКТРОННЫЕ УСИЛИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА

7.1. Общие сведения об усилителях электрических сигналов

Усилителем называется устройство, способное путем затраты небольшого количества энергии управлять потоком гораздо большей энергии, получаемой от какого-либо источника [21]. Если управляющая и управляемая величины (энергия) являются электрическими, усилитель называют усилителем электрических сигналов.

Классификация усилительных устройств по двум основным признакам приведена на рис. 7.1.

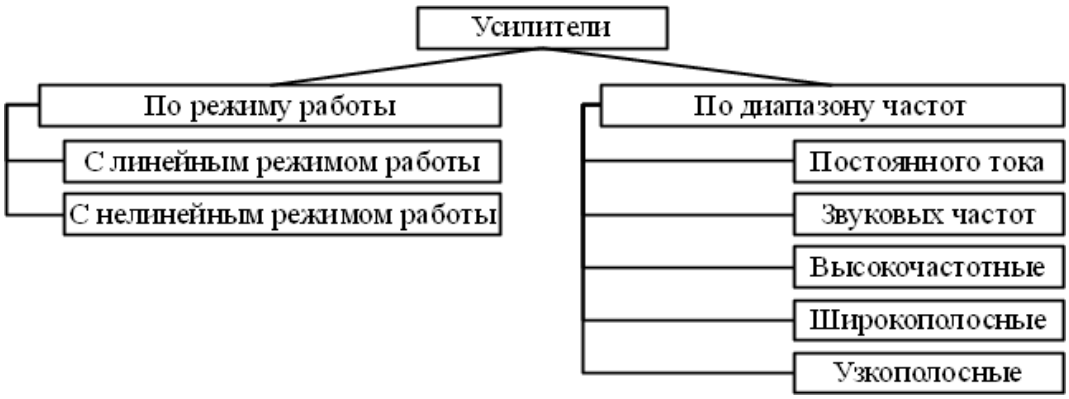


Рис. 7.1. Примерная классификация усилителей электрических сигналов

Классификация чаще всего делается по диапазону частот усиливаемых сигналов, называемому полосой пропускания. С этой точки зрения считается что, например, усилитель постоянного тока (УПТ) имеет полосу пропускания $\Delta f = (0 – 10^6)$ Гц, усилитель звуковых частот (УЗЧ) – $(20 – 20 \cdot 10^3)$ Гц, широкополосный усилитель – $(20 – 100 \cdot 10^6)$ Гц.

Усилители с линейным режимом работы предназначены для получения выходного сигнала, близкого по форме к входному, т.е. мгновенные значения выходного электрического сигнала должны быть пропорциональны мгновенным значениям входного сигнала (чаще всего это синусоидальные сигналы).

В усилителях с нелинейным режимом работы мгновенные значения входного и выходного сигналов не пропорциональны. К ним относятся усилители-ограничители, нелинейные импульсные усилители, ключевые схемы.

В зависимости от характера нагрузки и назначения различают усилители напряжения (УН), усилители тока (УТ), усилители мощности (УМ), однако в конечном итоге в усилителях преобразуется (усиливается) мощность.

Простейшую часть усилительного устройства часто называют усилительным каскадом (рис. 7.2), а цепь, в которую включен каскад, трактом (рис. 7.3).

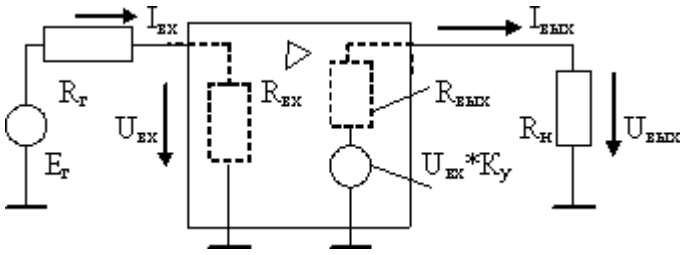


Рис. 7.2. Структурная схема включения каскада в усилительный тракт

Каждый усилительный каскад выполняет свою функцию. Различают каскады входные (предварительного усиления), промежуточные, выходные.

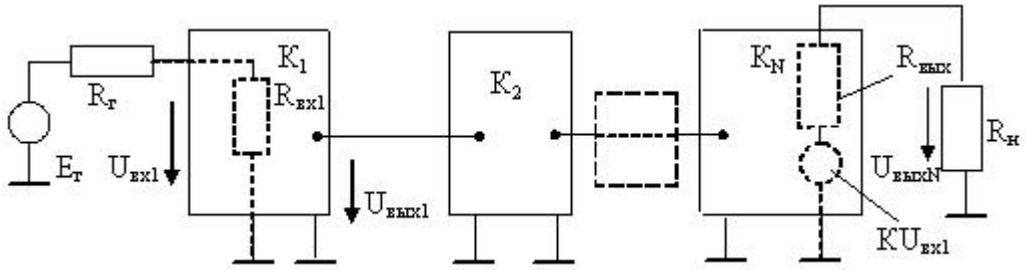


Рис. 7.3. Каскадное соединение усилительных каскадов

Первый каскад – входной, осуществляет согласование усилителя с источником входного сигнала $E_Г$, имеющим внутреннее сопротивление $R_Г$. Согласование – это приведение в соответствие возможностей источника и параметров нагрузки. Каскад имеет входное сопротивление $R_{ВХ1}$ и коэффициент усиления K_1. Нагрузкой первого каскада служит входное сопротивление второго каскада и т.д.

Промежуточные каскады обеспечивают усиление полезного сигнала до величины, необходимой для выходного каскада. Выходной каскад обеспечивает передачу требуемого тока, напряжения или мощности в нагрузку $R_Н$. Если соединение каскадов осуществлено так, что пропускается и постоянная, и переменная составляющие сигнала, усилитель называется усилителем с непосредственной (гальванической) связью. Примером может быть усилитель постоянного тока (УПТ). Если связь осуществлена так, что постоянная составляющая не пропускается на выход, то такие усилители называются усилителями переменного тока. Межкаскадные связи могут быть осуществлены через RC-цепи, трансформаторы, LC-цепи.

Со стороны входных зажимов усилитель характеризуется входным сопротивлением $R_{BX} = \Delta U_{BX} / \Delta I_{BX}$.

Величина R_{BX} различна в различных режимах, поэтому для *источников входного сигнала* возможны следующие режимы:

а) режим холостого хода (ХХ), когда $R_Г << R_{ВХ}$;

б) режим короткого замыкания (КЗ), когда $R_Г >> R_{ВХ}$;

в) согласованный режим, когда $R_Г = R_{ВХ}$, такой режим обеспечивают в усилителях мощности, так как в этом случае происходит наибольшая передача мощности [24].

Со стороны выходных зажимов усилитель (или любой каскад) можно представить зависимым источником напряжения $E = K \cdot U_{ВХ}$
и выходным сопротивлением $R_{ВЫХ}$. В зависимости от соотношения выходного сопротивления и сопротивления нагрузки $R_Н$ для выходной цепи также различают три режима:

а) $ХХ_{вых}$, когда $R_{ВЫХ} << R_Н$;

б) $КЗ_{вых}$, когда $R_{ВЫХ} >> R_Н$;

в) согласованный, когда $R_{ВЫХ} = R_Н$.

7.2. Основные параметры и характеристики усилителей

Технические характеристики усилительных устройств определяют степень усиления полезных сигналов, зависимости параметров усилителя от частоты синусоидальных входных воздействий, шумовые характеристики. К основным параметрам усилителя относят следующие величины.

1. Коэффициент усиления (передачи, преобразования) по напряжению:

$$K_U = U_{ВЫХ} / U_{ВХ}, \qquad (7.1)$$

где $U_{ВЫХ}$, $U_{ВХ}$ – амплитудные или действующие значения выходного и входного переменных напряжений.

Часто определяют коэффициент усиления как $K = U_{ВЫХ} / E_Г$. При последовательном соединении каскадов (рис. 7.3) общий коэффициент усиления $K_U = U_{ВЫХN} / U_{ВХ1}$ определяется произведением коэффициентов усиления каскадов:

$$K_U = (U_{ВЫХ1} / U_{ВХ1}) \cdot (U_{ВЫХ2} / U_{ВХ2}) \cdot \cdot \cdot (U_{ВЫХN} / U_{ВХN}),$$

$$K_U = K_{U1} \cdot K_{U2} \cdot \cdot \cdot K_{UN}. \qquad (7.2)$$

Обычно коэффициент усиления усилителя оценивается в децибелах (дБ):

$$K_U, \text{дБ} = 20\ lg(U_{ВЫХ} / U_{ВХ}) = 20\ lg K_U.$$

Соответствие значений коэффициентов в относительных единицах (о.е.) и в децибелах показано в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Соответствие относительных единиц и децибел

K_U, о.е.	1,258	$2^{1/2}$	2	3,16	10	31,6	10^2	10^3	10^4	10^5

K_U, дБ	2	3	6	10	20	30	40	60	80	100

Выражение K_U в децибелах позволяет определять результирующий K_U для нескольких последовательно соединенных каскадов сложением коэффициентов, а не умножением их:

$$K_U,\text{дБ} = K_{U1},\text{дБ} + K_{U2},\text{дБ} + \cdots\cdots + K_{UN},\text{дБ}.$$

2. Коэффициент усиления по току:

$$K_I = I_{ВЫХ} / I_{ВХ} \text{ или } K_I,\text{дБ} = 20\lg K_I. \qquad (7.3)$$

Коэффициенты усиления по току и напряжению, определяемые для гармонических входных воздействий, как правило, рассматриваются в виде комплексных величин, зависящих от частоты – $\dot{K}(j\omega)$ или $\underline{K}(\omega)$.

3. Мощность на выходе (выходная мощность) – $P_{ВЫХ}$.

4. Коэффициент усиления по мощности:

$$K_P = P_{ВЫХ} / P_{ВХ} \text{ или } K_p,\text{дБ} = 10\lg(P_{ВЫХ} / P_{ВХ}) = 10\lg K_p. \qquad (7.4)$$

5. Коэффициент преобразования (передачи) – более общее понятие, частным случаем которого является коэффициент усиления, это отношение величины выходного сигнала к величине входного, например:

$S = I_{ВЫХ} / U_{ВХ}$ – коэффициент преобразования напряжения $U_{ВХ}$ в ток $I_{ВЫХ}$; $W = P_{ВЫХ} / I_{ВХ}$ – коэффициент преобразования тока в мощность.

6. Динамический диапазон усиления:

$$D = U_{ВХ\,MAX} / U_{ВХ\,MIN};\ \text{D, дБ} = 20\lg D.$$

Это отношение наибольшего допустимого входного напряжения к его наименьшему значению: $U_{ВХ\,MAX}$ – ограничено сверху возникновением искажений на выходе; $U_{ВХ\,MIN}$ – ограничено снизу уровнем собственных шумов, когда уже невозможно различить шум и полезный сигнал.

7. Коэффициент полезного действия (КПД) – это отношение выходной мощности, отдаваемой усилителем в нагрузку, к общей мощности, потребляемой от источника питания:

$$\eta = P_{ВЫХ} / P_0.$$

КПД характеризует энергетические показатели усилителя.

8. Напряжение шумов и помех усилителя.

Наличие шумов на выходе усилителя при отсутствии входного сигнала объясняется несколькими причинами:

– тепловым шумом сопротивлений, обусловленным хаотическими движениями носителей заряда в проводнике, находящимся при температуре выше абсолютного нуля;

– шумами электронных приборов, также обусловленными тепловым действием и неоднородностями структуры;

– шумами, создаваемыми за счет пульсаций напряжения источников питания.

Шумовые свойства оценивают коэффициентом шума:

$$F = \frac{P_{ВЫХ} / P_{ШВЫХ}}{P_{ИСТ} / P_{ШИСТ}} = \frac{P_{ВЫХ}}{P_{ИСТ}} \cdot \frac{P_{ШИСТ}}{P_{ШВЫХ}}. \qquad (7.5)$$

Коэффициент шума показывает во сколько раз ухудшается отношение сигнал/шум на выходе усилителя по сравнению с отношением сигнал/шум источника сигнала.

Ввиду того, что коэффициенты усиления – величины комплексные, важнейшими характеристиками усилителей являются амплитудные, амплитудно-частотные (АЧХ), фазо-частотные (ФЧХ), амплитудно-фазо-частотные (АФЧХ) характеристики.

9. Амплитудная характеристика – это зависимость амплитудного значения напряжения первой гармоники выходного напряжения от амплитуды синусоидального входного напряжения (рис. 7.4).

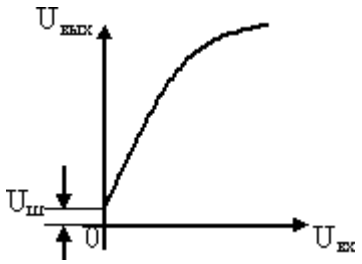
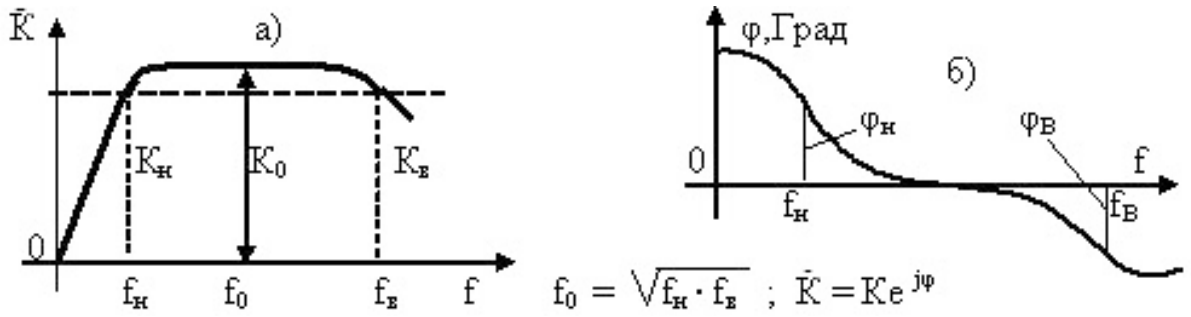


Рис. 7.4. Амплитудная характеристика усилителя ($U_Ш$ – напряжение шума)

10. АЧХ – это зависимость модуля комплексного коэффициента усиления $|K(f)|$ от частоты f входного сигнала (рис. 7.5, *а*).



а *б*

Рис. 7.5. АЧХ (*а*) и ФЧХ (*б*) усилителя переменного тока

11. ФЧХ – зависимость угла сдвига фазы φ между выходным и входным напряжениями от частоты f (рис. 7.5, *б*). На рис. 7.5 обозначено: K_0 – коэффициент усиления на средней частоте f_0; K_H, K_B – коэффициенты усиления на нижней (f_H) и верхней (f_B) границе полосы пропускания усилителя; φ_H, φ_B – фазовый сдвиг, соответственно на нижней и верхней частотной границе.

12. АФЧХ – это построенная на комплексной плоскости зависимость модуля коэффициента усиления $|\dot{K}(f)|$ и угла сдвига фазы между входным и выходным напряжениями от частоты. АФЧХ объединяет АЧХ и ФЧХ (рис. 7.6).

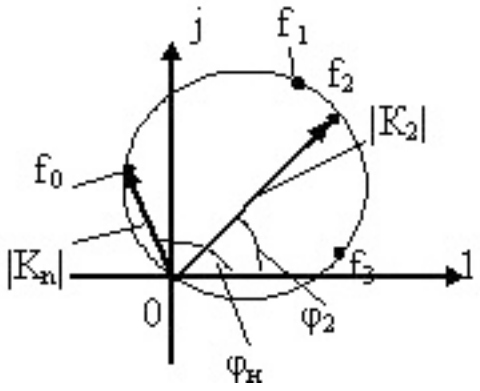


Рис. 7.6. АФЧХ усилителя переменного тока

АФЧХ представляет собой годограф вектора $\dot{K}(f)$ на комплексной плоскости, длина которого соответствует модулю коэффициента усиления на данной частоте, а угол поворота относительно оси действительных чисел соответствует сдвигу фаз между входным и выходным сигналами.

Свойства усилителей по быстродействию характеризуются переходной характеристикой (ПХ).

13. ПХ – это зависимость от времени выходного напряжения усилителя, на вход которого подан мгновенный скачок напряжения $U_{ВХ}(t)$ (рис 7.7).

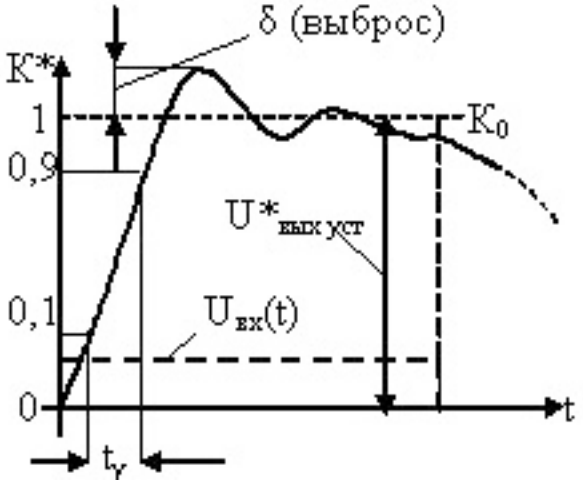


Рис. 7.7. Переходная характеристика усилителя

На рис. 7.7 обозначено: выброс δ – величина максимального превышения над установившимся значением; $t_У$ – время установления от уровня *0,1* $U_{ВЫХ\ УСТ}$ до уровня *0,9* $U_{ВЫХ\ УСТ}$; K – относительный коэффициент усиления (за 1 принята величина $K = U_{ВЫХ} / U_{ВЫХУСТ}$).

14. Рабочий диапазон частот (полоса пропускания) – полоса частот от нижней f_H до верхней f_B, в пределах которой $K(f)$ не выходит за пределы заданных допусков. Часто рабочий диапазон частот определяют на уровне, меньшем максимального на 3 дБ, при этом K_U уменьшается на границах этого диапазона в $\sqrt{2}$ раз.

15. Коэффициенты частотных искажений. Частотные искажения обусловлены отклонением частотных характеристик от идеальных и приводят к искажениям формы сигналов. Коэффициенты частотных искажений M_H, M_B показывают уменьшение модуля коэффициента усиления относительно его среднего значения в области низких и высоких частот:

$$M_H = K_0 / K_H;\ M_B = K_0 / K_B, \qquad (7.6)$$
$$M_H, \text{ дБ} = 20lg(K_0 / K_H);\ M_B, \text{ дБ} = 20lg(K_0 / K_B),$$

где K_0, K_H, K_B – коэффициенты (модули) усиления на средних, низких и высоких частотах. K_0 обычно определяют для частоты $f_0 = \sqrt{f_H \cdot f_B}$.

Неравномерность АЧХ – выраженное в процентах максимальное отклонение коэффициента усиления в заданной полосе частот от заданного значения, также характеризует частотные свойства уси-лителя:

$$\delta(\%) = \Delta K_{MAX} / K_0 \cdot 100\ \%.$$

16. Фазовые искажения обусловлены отличием ФЧХ от идеальной и вызываются неодинаковым сдвигом по фазе отдельных гармонических составляющих спектра сигнала сложной формы. Фазовые искажения возникают из-за наличия в схемах усилителей реактивных (ёмкостных, индуктивных) сопротивлений элементов схемы и инерционности полупроводниковых приборов. Существуют теоретические условия усиления (передачи) сигнала без искажения его формы [21]. Пусть входной сигнал есть сумма m гармонических составляющих:

$$U_{BX} = \sum_{n=1}^{m} U_{n\ MAX} \sin(n\omega t + \phi_n),$$

где n – номер гармоники;

$\omega = 2\pi f$ – угловая частота;

φ_n – начальный фазовый сдвиг n-й гармоники.

Если усилитель, который одинаково усиливает амплитуды гармоник с коэффициентом K, на частоте n-й гармоники вносит фазовый сдвиг, зависящий от частоты гармонической составляющей как
$\varphi_n = n\omega\tau$, где τ – время сдвига, причём τ = Const, то

$$U_{ВЫХ} = K \times \sum_{n=1}^{m} U_{n\ MAX} \sin(n\omega(t + \tau) + \varphi_n). \qquad (7.7)$$

Отсюда следует, что входное и выходное напряжения отличаются лишь временем сдвига τ, а форма их сохраняется неизменной.

Таким образом, форма сигнала не искажается, если фазовый сдвиг, вносимый усилителем, изменяется прямо пропорционально частоте. Идеальной ФЧХ является прямая, проходящая под углом
к горизонтальной оси. Мерой фазовых искажений является разность ординат действительной и идеальной ФЧХ – $\Delta\varphi$ (рис. 7.8). Частотные и фазовые искажения относятся к линейным искажениям.

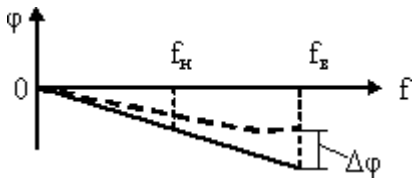


Рис. 7.8. Отклонение реальной ФЧХ (показана пунктиром) от идеальной

17. Наряду с линейными искажениями в усилительных устройствах присутствуют и нелинейные искажения, обусловленные нелинейностью амплитудной характеристики усилителя. Их оценивают либо коэффициентом нелинейных искажений $K_{НИ}$, либо коэффициентом гармоник $K_Г$.

$$K_{НИ} = \sqrt{\frac{P_2 + P_3 + \ldots + P_n}{P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n}},$$

$$K_Г = \sqrt{\frac{P_2 + P_3 + \ldots + P_n}{P_1}}, \qquad (7.8)$$

где P_1 – мощность первой гармоники выходного сигнала;

P_n – мощность n-й гармоники выходного сигнала.

В обоих случаях в числителе подкоренного выражения стоит сумма мощностей гармоник с порядком, большим единицы.

7.3. Усилительные каскады на биполярных транзисторах

Принципы построения и действия различных каскадов поясним на примере структурной схемы для усилительного каскада на каком-либо усилительном элементе (УЭ).

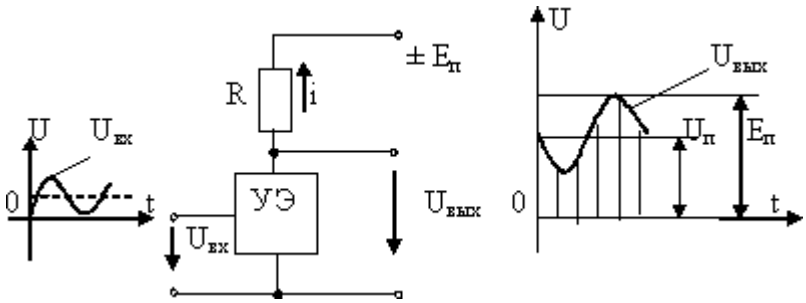


Рис. 7.9. Структурная схема усилительного каскада и осциллограммы сигналов на его входе и выходе

Основным элементом каскада (рис. 7.9) является управляемый (усилительный) элемент (УЭ) – это может быть, в частности, биполярный или полевой транзистор. Резистор *R* ограничивает ток источника питания $E_П$. Усиливаемый входной сигнал $U_{ВХ}$ подается на вход УЭ. Выходной сигнал снимается с выхода УЭ или резистора *R*. Выходной сигнал $U_{ВЫХ}$ создается в результате изменения сопротивления УЭ, т.е. в результате изменения тока *i* в выходной цепи под воздействием $U_{ВХ}$.

Процесс усиления основывается на преобразовании энергии источника постоянного напряжения $E_П$ в энергию переменного напряжения в выходной цепи за счет изменения внутреннего сопротивления УЭ по закону, задаваемому входным сигналом. Переменный ток и напряжение выходной цепи (пропорциональные току и напряжению входной цепи), следует рассматривать как переменные составляющие суммарного тока и напряжения, состоящего из постоянной
и переменной составляющих.

Таким образом, для обеспечения работы усилительного каскада при переменном входном сигнале в его выходной цепи должны быть созданы постоянные составляющие тока $I_П$ и напряжения $U_П$. Эти составляющие определяют режим покоя усилительного каскада. Параметры покоя по входной и выходной цепи характеризуют статический режим схемы при отсутствии входного сигнала. Если усилительный элемент – транзистор, то параметры усилительного каскада зависят от способа включения транзистора, выполняющего роль управляемого элемента. Для биполярных транзисторов различают три вида каскадов: с общим эмиттером (ОЭ), общим коллектором (ОК), общей базой (ОБ).

Усилительный каскад с общим эмиттером (схема ОЭ). Упрощённая схема каскада с общим эмиттером показана на рис. 7.10.
В схеме эмиттерная цепь является общей для входного контура, образованного источником сигнала и цепью база-эмиттер транзистора,
и для выходного контура, содержащего цепь коллектор-эмиттер транзистора, разделительный конденсатор $C_{С2}$ и резистор $R_Н$.

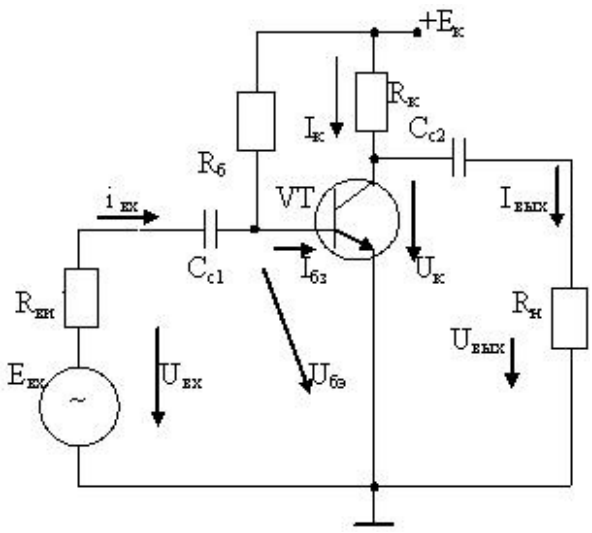


Рис. 7.10. Схема усилительного каскада с транзистором, включённым по схеме с общим эмиттером

Назначение и обозначения элементов в схеме (рис. 7.10):
E_K – ЭДС источника питания; U_K – напряжение на коллекторе;
$U_{БЭ}$ – напряжение между базой и эмиттером; E_{BX} – ЭДС источника входного сигнала; U_{BX}, $U_{ВЫХ}$ – входное и выходное напряжение;
$R_{ВИ}$ – резистор в цепи источника сигнала; $R_Б$ – резистор для создания начального тока базы $I_{Б3}$; R_K – резистор для ограничения тока в цепи коллектора; R_H – резистор нагрузки; C_{C1} – разделительный конденсатор на входе; C_{C2} – разделительный конденсатор на выходе; i_{BX}, $I_{ВЫХ}$ – входной и выходной токи; I_K – коллекторный ток. Разделительный конденсатор на входе C_{C1} исключает прохождение постоянного тока от источника питания в цепь источника входного сигнала.

Конденсатор C_{C2} обеспечивает прохождение в резистор нагрузки переменной составляющей $U_{ВЫХ}$ коллекторного напряжения U_K, не пропуская в нагрузку постоянный ток от источника питания E_K. Величина E_K обычно составляет (5 – 30) В, а токи транзисторов малой мощности обычно не превышают несколько десятков миллиампер.

Для коллекторной цепи транзистора при отсутствии входного сигнала справедливо уравнение, называемое уравнением покоя выходной цепи:

$$E_K = U_K + R_K I_K. \qquad (7.9)$$

Процесс усиления входного сигнала удобно представить графо-аналитическим способом, используя ВАХ транзистора. Подробное описание и иллюстрация такого способа представлены на рис. 7.11.

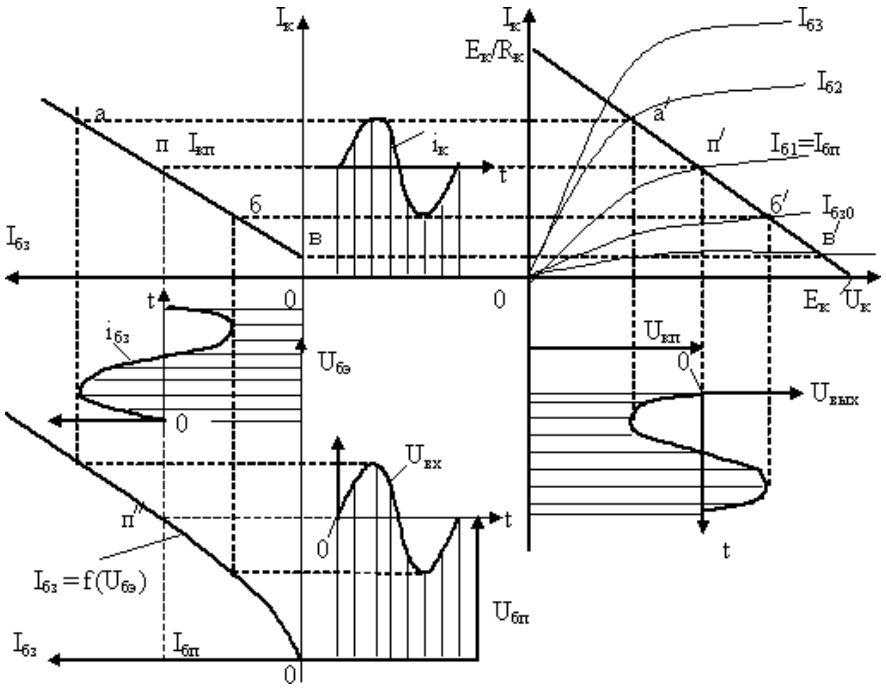


Рис. 7.11. Иллюстрация процесса усиления входного сигнала в схеме ОЭ

Для проведения анализа работы схемы, изображенной на рис. 7.10, уравнение (7.9) выходной цепи ($U_K = E_K – R_K I_K$) изобразим на плоскости выходных характеристик транзистора в виде прямой линии с координатами точек ($U_K = E_к$, $I_K = 0$) и ($U_K = 0$, $I_K = E_K / R_K$). Эта линия является вольт-амперной характеристикой (ВАХ) резистора R_K и называется линией нагрузки. Точки пересечения линии нагрузки с выходными характеристиками дают графическое решение уравнения покоя (7.9) для данного сопротивления R_K и различных значений тока базы $I_{БЗ}$.

Во втором квадранте строим характеристику $I_K = f(I_{БЗ})$ по точкам пересечения а′, п′, в′. Затем в третьем квадранте строим по току $I_{БЗ}$ входную характеристику $I_{БЗ} = f(U_{БЭ})$, повернутую на 90^0 против часовой стрелки по сравнению с её обычным изображением.

Сопротивление резистора R_K выбирают, исходя из того, чтобы линия нагрузки располагалась ниже линий $I_{K\,MAX}$, $U_{K\,MAX}$, $P_{K\,MAX}$. В то же время участок а′в′ должен быть достаточно протяженным.

Резистор $R_Б$ обеспечивает режим покоя базы. С помощью этого резистора можно выбрать положение точки п″ на линейном участке входной характеристики, при этом:

$$R_Б = (E_K – U_{БП}) / I_{БП}. \qquad (7.10)$$

При подаче на вход каскада переменного напряжения $U_{ВХ}(t)$ ток базы будет изменяться в соответствии с входной характеристикой
и будет иметь постоянную и переменную составляющую. В транзисторе будут изменяться коллекторный и эмиттерный токи, а также коллекторное напряжение U_K. Переменная составляющая коллекторного напряжения $U_K(t) = U_{ВЫХ}$ будет по амплитуде значительно больше $U_{ВХ}$ и противоположна по фазе (рис. 7.11).

Если $U_{ВХ}(t)$ укладывается в линейный участок характеристики $I_{БЗ} = f(U_{БЭ})$, то искажений формы сигнала не будет. Если $U_{ВХ}(t)$ больше некоторого значения, появятся искажения формы – срезы, т.е. будут возникать нелинейные искажения. Оценку диапазона изменений входных напряжений, усиливаемых без искажения (динамического диапазона), делают по

амплитудной характеристике. Диапазон работы без искажений ограничивается линейным участком амплитудной характеристики (рис. 7.12, *б*).

При работе усилительного каскада в режиме, соответствующем линейным участкам характеристик, т.е. при отсутствии искажений, параметры усилителя можно рассчитать аналитически по
h-параметрам транзистора. Для этого используем схему замещения транзистора, включенного по схеме ОЭ, а в схеме каскада мысленно «закорачиваем» выводы конденсаторов и источника питания. Схема замещения приобретает вид, показанный на рис. 7.12, *а*.

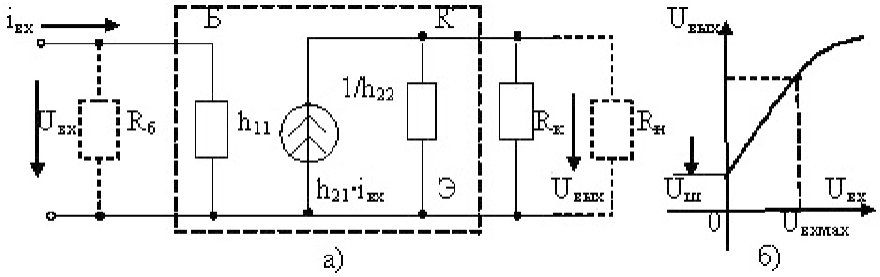


Рис. 7.12. Схема замещения каскада в *h*-параметрах (*а*) и определение диапазона неискаженной работы (*б*)

Система уравнений, соответствующая схеме замещения, имеет вид:

$$U_{ВХ} = i_{ВХ} \cdot h_{11} \cdot R_Б / (R_Б + h_{11});$$

$$U_{ВЫХ} / R_K + U_{ВЫХ} / R_H + h_{22} \cdot U_{ВЫХ} - h_{21} \cdot i_{ВХ} = 0. \qquad (7.11)$$

Обычно $R_Б >> h_{11}$, $R_H >> R_K$, тогда

$U_{ВХ} \approx i_{ВХ} \cdot h_{11}$; $h_{22} \cdot U_{ВЫХ} + U_{ВЫХ} / R_K \approx h_{21} \cdot i_{ВХ}$; откуда получим

$$U_{ВЫХ} = U_{ВХ} \cdot h_{21} / h_{11} \cdot 1 / (h_{22} + 1/R_K). \qquad (7.12)$$

Определяем коэффициент усиления по напряжению, учитывая, что $R_K \cdot h_{22} << 1$. В этом случае

$$K_U = U_{ВЫХ} / U_{ВХ} = h_{21} / h_{11} \cdot R_K / (1 + R_K h_{22}) \approx R_K \cdot h_{21} / h_{11}; \qquad (7.13)$$

$$R_{ВХ} = h_{11} \cdot R_Б / (R_Б + h_{11}) \approx h_{11}. \qquad (7.14)$$

$$R_{ВЫХ} = R_K \,||\, (1 / h_{22});$$

$$R_{ВЫХ} = R_K / h_{22} \,(R_K + 1 / h_{22}) = R_K / (1 + h_{22} R_K) \approx R_K. \qquad (7.15)$$

Как правило, $R_{ВХ}$ составляет сотни Ом – несколько кОм; $R_{ВЫХ}$ обычно больше $R_{ВХ}$.

Низкое входное сопротивление создает трудности в работе источника сигнала, если его внутреннее сопротивление велико. В этом случае образуется делитель напряжения входного сигнала, и лишь его малая доля попадает во входную цепь транзистора (рис. 7.10):
$U_{ВХ} = e_{ВХ} \cdot R_{ВХ} / (R_{ВИ} + R_{ВХ}) << e_{ВХ}$.

При высоком выходном сопротивлении каскада требуется, чтобы сопротивление нагрузки R_H было еще больше, иначе существенно уменьшается коэффициент усиления по напряжению.

Если $R_H << R_K$, то $|K_U| = h_{21} / h_{11} \cdot (R_H \,||\, R_K) << h_{21} / h_{11} \cdot R_K$.

Температурная стабилизация каскада ОЭ. С ростом температуры в полупроводнике увеличивается число неосновных носителей заряда, и в транзисторе увеличивается коллекторный ток I_K. С ростом I_K напряжение $U_K = E_K - R_K \cdot I_K$ уменьшается (рис. 7.13).

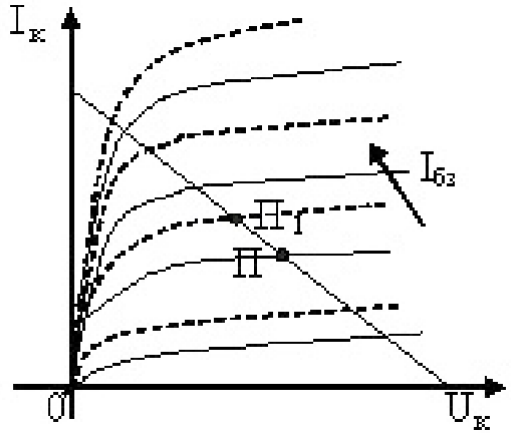


Рис. 7.13. Смещение точки покоя с ростом температуры

Со смещением точки покоя увеличивается вероятность искажений. Для уменьшения влияния температуры на характеристики каскада используют схемы температурной стабилизации (рис. 7.14).

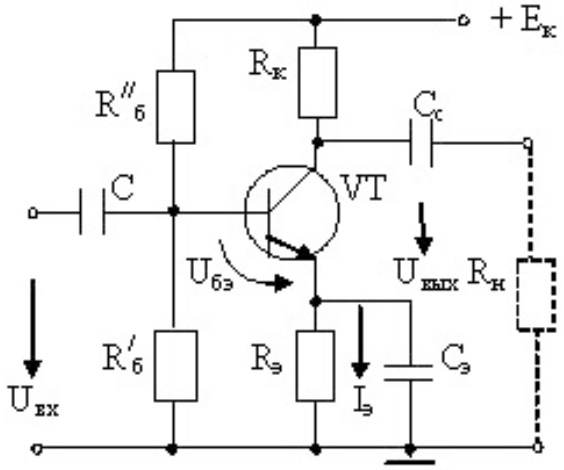


Рис. 7.14. Схема каскада ОЭ с эмиттерной термостабилизацией

Сопротивление $R_Э$ создаёт зависимость $U_{БЭ}$ от $I_Э$, однако при этом часть входного сигнала теряется из-за отрицательной обратной связи по току эмиттера. Включение $C_Э$ препятствует снижению коэффициента усиления.

Принцип температурной компенсации состоит в следующем.
В режиме покоя $U_{БЭ} = E_К R'_Б / (R'_Б + R''_Б) - R_Э I_Э$. Температурное увеличение тока $I_Э$ вызывает уменьшение управляющего транзистором напряжения $U_{БЭ}$, препятствующее этому увеличению. Исходное состояние транзистора сохраняется, однако часть коллекторного (выходного) напряжения теряется в виде падения напряжения на резисторе $R_Э$, что снижает коэффициент усиления схемы. При наличии входного сигнала $U_{БЭ} = U_{ВХ} - Z_Э I_Э$, где $Z_Э$ – эквивалентное сопротивление в цепи эмиттера. Если конденсатор $C_Э$ отсутствует, то $Z_Э = R_Э$ и коэффициент усиления для переменной составляющей выходного напряжения будет снижен. Если параллельно резистору $R_Э$ подключить конденсатор $C_Э$, имеющий сопротивление

$X_C = 1 / \omega C_Э << R_Э$, то $Z_Э << R_Э$ и снижение коэффициента усиления для переменной составляющей выходного напряжения будет небольшим.

Второй способ температурной стабилизации каскада ОЭ показан на рис. 7.15. В этой схеме ток базы определяется напряжением U_K
(в отличие от первой схемы, где $I_{Б3}$ определяется E_K). Если в результате роста температуры увеличивается I_K, то U_K падает, уменьшается и ток базы, возвращая ток коллектора к исходному состоянию. Чтобы переменная составляющая U_K не попадала в базу, установлен конденсатор $C_Ф$, причём ёмкость $C_Ф$ должна быть выбрана из условия
$Z = 1 / 2\pi f_H C_Ф = (R'_Б + R''_Б) / (10 \div 20)$, где f_H – низшая частота усиления.

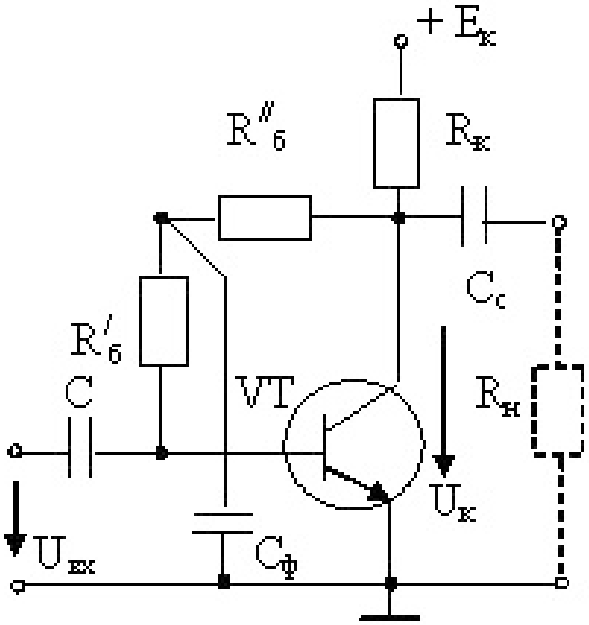


Рис. 7.15. Каскад ОЭ с коллекторной термостабилизацией

Эта схема обладает меньшей стабильностью, чем предыдущая, однако в ней отсутствует снижение $U_{ВЫХ}$ за счет потери в $R_Э$, что было в схеме с эмиттерной стабилизацией. Ёмкость конденсатора $C_Ф$
в этой схеме оказывается значительно меньшей, чем в предыдущей.

Усилительный каскад с общим коллектором (эмиттерный повторитель, схема ОК). Схема каскада с общим коллектором показана на рис. 7.16. В этом усилительном каскаде основной резистор,
с которого снимается $U_{ВЫХ}$, включён в эмиттерную цепь, а коллектор соединён с общей точкой схемы по переменной составляющей сигнала, так как внутреннее сопротивление источника E_K близко к нулю.
В режиме покоя резистор $R_Б$ создаёт начальный ток смещения в цепи базы. Его значение выбирают так, чтобы рабочая точка в режиме покоя на входной характеристике находилась примерно в середине её линейного участка.

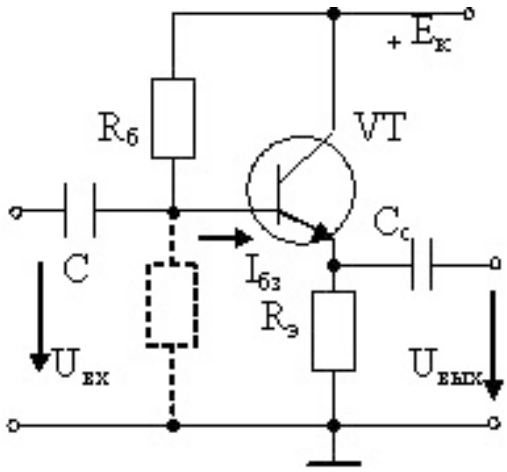


Рис. 7.16. Схема каскада с общим коллектором

Для определения основных характеристик усилительного каскада с ОК рассмотрим его схему замещения в *h*-параметрах (рис. 7.17). Система уравнений, описывающих схему имеет вид:

$$h_{21}\, i_{ВХ} + i_{ВХ} - U_{ВЫХ} / R_Э - U_{ВЫХ}\, h_{22} = 0;$$

$$U_{ВХ} = i_{ВХ}\, h_{11} + U_{ВЫХ}.$$

Решая систему относительно $U_{ВЫХ}$, получим:

$$U_{ВЫХ} = U_{ВХ} / \{1+h_{11}(1+h_{22}R_Э)/[(1+h_{21})R_Э]\}.$$

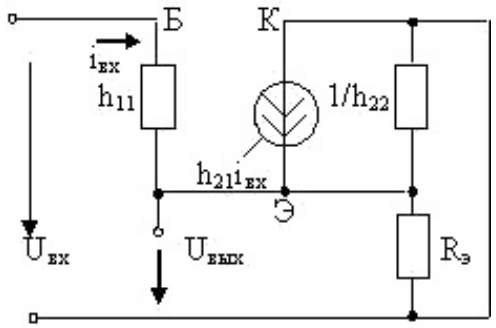


Рис. 7.17. Схема замещения эмиттерного повторителя в *h*-параметрах

Определяем коэффициент усиления по напряжению $K_U = U_{ВЫХ} / U_{ВХ}$.

$$K_U = 1/\{1+h_{11}(1+h_{22}\, R_Э)/[(1+h_{21})R_Э]\}. \qquad (7.16)$$

По выражению (7.16) видно, что $K_U < 1$.

Учитывая, что обычно $R_Э = (10^2 – 10^4)$ Ом, а $h_{22} \cdot R_Э << 1$, выражение (7.16) можно преобразовать к виду:

$$K_U = 1/[\ 1+\ h_{11}\ /(1+\ h_{21}) \cdot R_Э]. \qquad (7.17)$$

В схеме эмиттерного повторителя фазы входного и выходного сигналов совпадают, а входное и выходное напряжения близки по значению, поэтому схема и получила своё название. Определяем входное сопротивление схемы:

$$R_{BX} = U_{BX} / i_{BX} = U_{BX} / (U_{BX} - U_{BЫХ}) \cdot h_{11} = h_{11} / (1 - K_U). \quad (7.18)$$

Анализ выражения (7.18) показывает, что $R_{BX} >> h_{11}$ и может достигать несколько сотен кОм. Большое входное сопротивление – достоинство эмиттерного повторителя. Для определения выходного сопротивления используем схему замещения каскада ОК в виде, представленном на рис. 7.18.

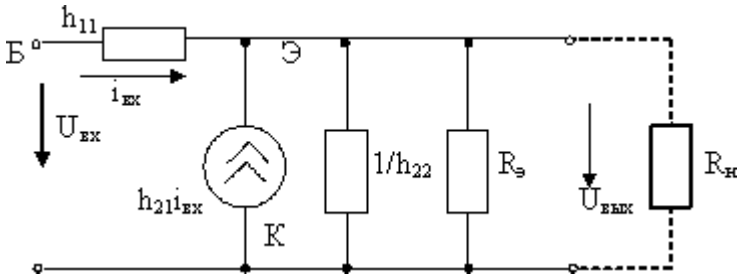


Рис. 7.18. Вариант схемы замещения эмиттерного повторителя

Выходное сопротивление, согласно [11], определяется как отношение напряжения холостого хода схемы (при отключенном сопротивлении нагрузки) к току короткого замыкания на выходе $R_{ВЫХ} = U_{XX} / i_{КЗ}$.

Уравнения, описывающие схему в режимах холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ) на выходе, имеют вид:

– в режиме КЗ: $i_{КЗ} = i_{BX} + h_{21} \cdot i_{BX} = i_{BX} (1+h_{21})$, или $i_{КЗ} = U_{BX} / h_{11} (1+h_{21})$;

– в режиме ХХ: $U_{XX} = U_{BX} - i_{BX} \cdot h_{11}$.

$$R_{ВЫХ} = h_{11} \cdot (1 - h_{11}/R_{BX}) / (1 + h_{21}) \quad (7.19)$$

Учитывая, что $R_{BX} >> h_{11}$, получим $R_{ВЫХ} \approx h_{11}/(1+h_{21})$.

Выходное сопротивление эмиттерного повторителя имеет величину порядка десятков Ом, что также является достоинством каскада.

Таким образом, эмиттерный повторитель обладает высоким входным и малым выходным сопротивлениями. Следовательно, его коэффициент усиления по току может быть высоким. Эмиттерный повторитель обычно используют для согласования высокоомного источника усиливаемого сигнала с низкоомным нагрузочным устройством.

Температурная стабильность каскада обеспечивается основным резистором $R_Э$, включенным в эмиттерную цепь, подобно тому, как это было выполнено в схеме каскада с ОЭ (по принципу эмиттерной стабилизации – рис. 7.14).

Усилительный каскад с общей базой (схема ОБ). Схема каскада с общей базой показана на рис. 7.19. В схеме ОБ для создания режима покоя, при котором работа обеспечивается на линейном участке характеристики, используются резисторы $R'_Б$ и $R''_Б$. Конденсатор $C_Б$ имеет на усиливаемой частоте сопротивление $1/2\pi f C_Б << R_Б$, поэтому падение переменной составляющей на этой параллельной цепочке мало и можно считать, что база соединена с общей точкой схемы.

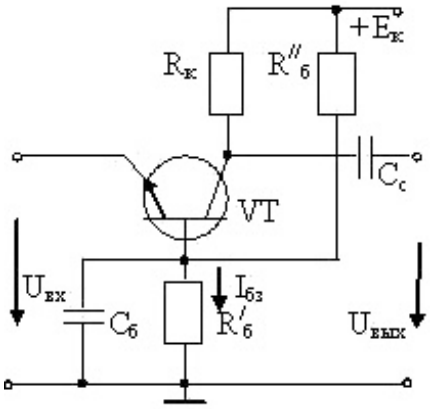


Рис. 7.19. Схема усилительного каскада с общей базой

Усиливаемый сигнал (входное напряжение U_{BX}) подается между базой и эмиттером. Через конденсатор связи C_C с коллектора снимается переменное выходное напряжение $U_{ВЫХ}$.

Каскад с общей базой имеет коэффициент усиления по напряжению примерно такой же, как в схеме с ОЭ. Однако коэффициент усиления по току гораздо ниже, так как входной ток – эмиттерный, а выходной – коллекторный. Коэффициент усиления по мощности меньше, чем в схемах ОЭ и ОК. Каскад ОБ имеет малое входное сопротивление и высокое выходное сопротивление. По указанным причинам этот каскад используется редко.

7.4. Усилительные каскады на полевых транзисторах

Каскад с общим истоком (ОИ). Схема каскада с общим истоком на полевом транзисторе с управляющим *p–n*-переходом показана на рис. 7.20. Звено $R_И C_И$ обеспечивает отрицательное смещение на затворе *З* относительно истока *И*. Резистор $R_З$ соединяет затвор с общей шиной и предназначен для стабилизации входного сопротивления каскада, причём $R_З \approx 1$ МОм и на 1 – 2 порядка меньше входного сопротивления транзистора.

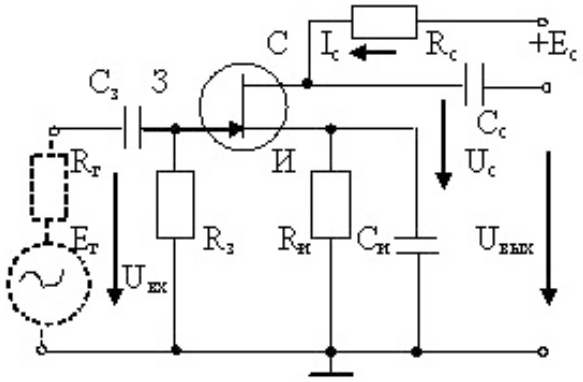


Рис. 7.20. Схема усилительного каскада ОИ на полевом транзисторе

Резистор R_C служит для ограничения тока и на нем выделяется усиленное переменное напряжение. Схема замещения усилительного каскада с ОИ для переменного тока имеет вид,

представленный на рис. 7.21. Пунктирным контуром охвачена схема замещения полевого транзистора.

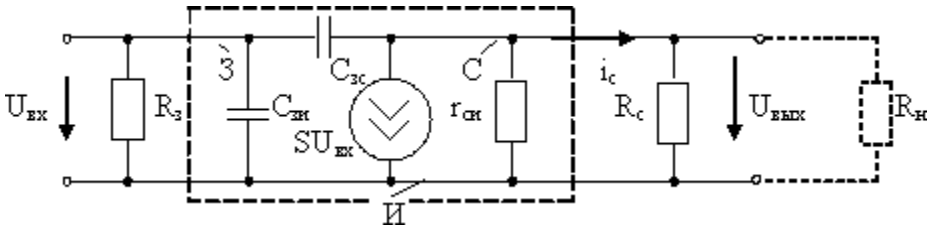


Рис. 7.21. Схема замещения
каскада ОИ для переменного тока

В схеме замещения (рис. 7.21) элементы $R_И$ и $C_И$, показанные в схеме на рис. 7.20, отсутствуют, так как предполагается, что емкость $C_И$ достаточно велика и «закорачивает» цепь $R_И$ по переменному току. $C_{ЗС}$, $C_{ЗИ}$ – конденсаторы, учитывающие наличие ёмкости между затвором и стоком и между затвором и истоком.

Основными параметрами каскада являются: входное сопротивление $R_{ВХ} \approx R_З$; коэффициент усиления по напряжению $K_U = U_{ВЫХ} / U_{ВХ}$.

$$K_U = S\, U_{ВХ}\, r_{СИ}\, R_C /(R_C + r_{СИ}) / U_{ВХ} = S\, r_{СИ}\, R_C / (R_C + r_{СИ}), \quad (7.20)$$

где S – крутизна характеристики транзистора;

$r_{СИ}$ – внутреннее сопротивление транзистора между стоком и истоком.

Если учесть, что $R_C << r_{СИ}$, то

$$K_U \approx S\, R_C. \quad (7.21)$$

Выходное сопротивление каскада:

$$R_{ВЫХ} = R_C \,||\, r_{СИ} \approx R_C. \quad (7.22)$$

Часто используют упрощенные эквивалентные схемы каскадов. Например, в приближённых расчетах применяют упрощенные эквивалентные схемы для сигналов средних и высоких частот (рис. 7.22).

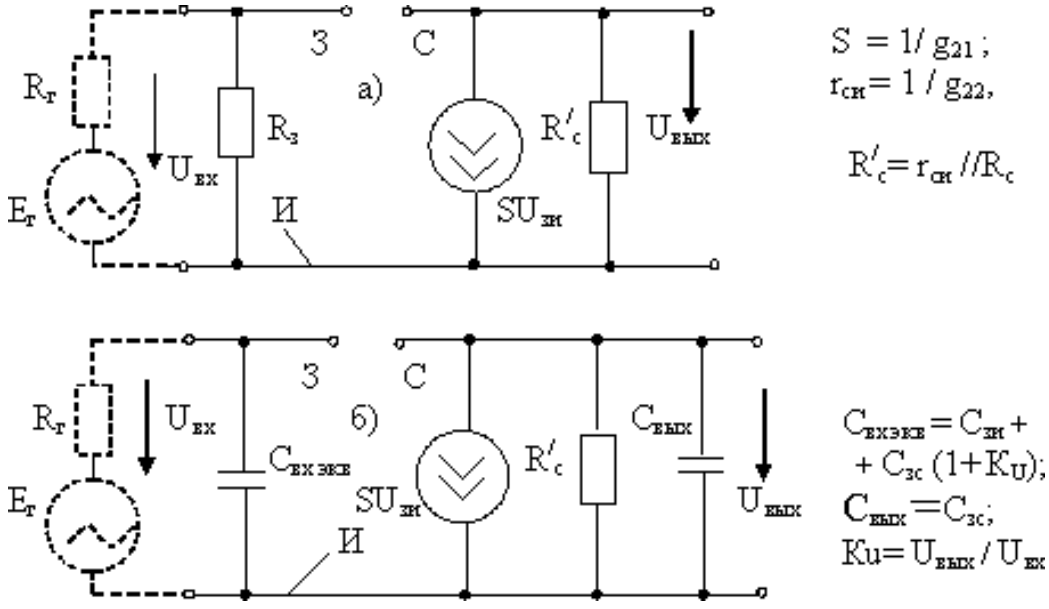


Рис. 7.22. Упрощённые схемы замещения каскада ОИ для сигналов средних (*а*) и высоких (*б*) частот

Анализ работы усилительного каскада на полевом транзисторе с общим истоком удобно провести графоаналитическим способом с помощью стоковых характеристик $I_C = f(U_C)$.

Уравнение для цепи стока и истока в режиме покоя (рис. 7.20) имеет вид: $E_C = U_C + R_C I_C$, откуда

$$I_C = (E_C - U_C) / R_C. \qquad (7.23)$$

Аналогично методике, изложенной выше, в области выходных характеристик (рис. 7.23) в первом квадранте координатной плоскости проводим линию нагрузки. Стоко-затворную характеристику размещаем во втором квадранте в соответствии с положением точек пересечения нагрузочной линии с выходными характеристиками. Выбираем исходное положение характеристической (рабочей) точки (П, П′ на рис. 7.23). Построение графика выходного напряжения $U_{ВЫХ}(t)$ следует начинать с построения графика входного напряжения $U_{ВХ}(t)$ в третьем квадранте рис. 7.23.

Анализ графиков изменения входного $U_{ВХ}(t)$ и выходного $U_{ВЫХ}(t)$ напряжений показывает, что направления их изменений противоположны (противофазны).

Вследствие большого разброса параметров и влияния температуры для полевых транзисторов, как и для биполярных, необходима стабилизация положения рабочей точки на характеристиках транзистора (точки П, П' на рис. 7.23).

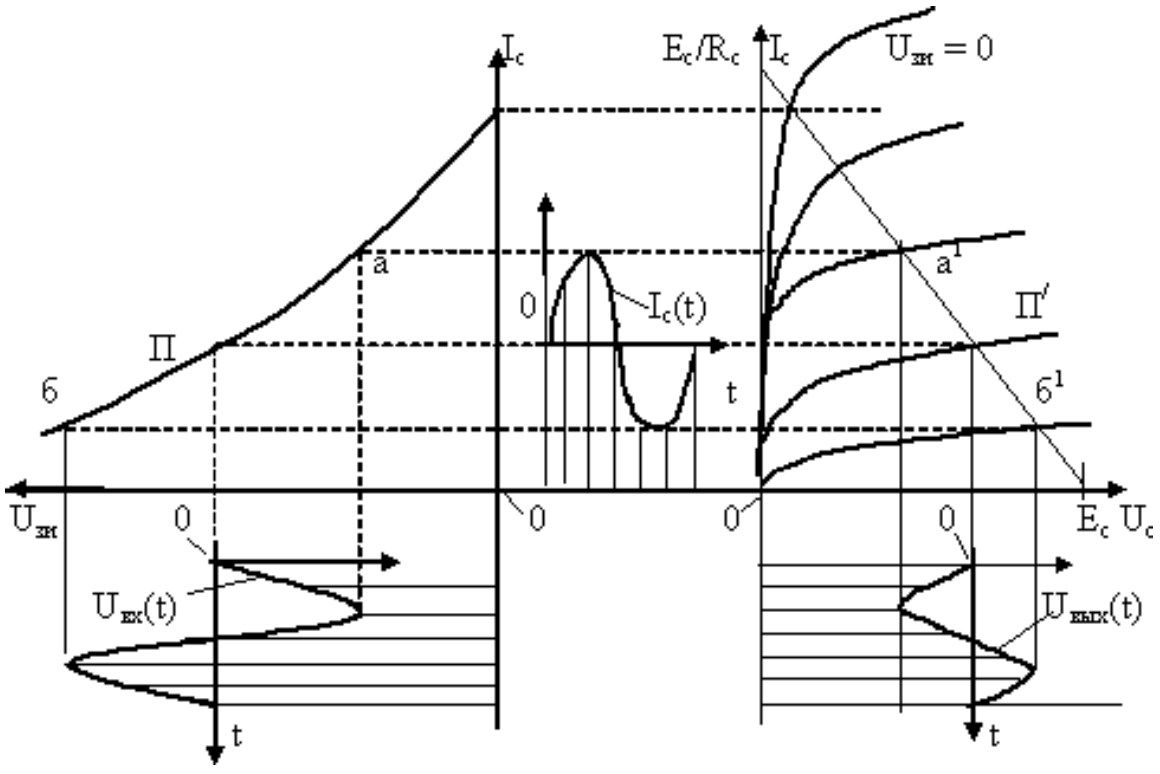


Рис. 7.23. Иллюстрация к графоаналитическому анализу работы усилительного каскада с общим истоком (ОИ)

Стабилизация достигается включением в цепь истока резистора $R_И$ (рис. 7.20), сопротивление которого выбирается несколько большим, чем нужно для создания смещения. Для компенсации излишнего смещения на входе включают высокоомный резисторный делитель.

Истоковый повторитель (схема усилительного каскада с общим стоком). Истоковый повторитель аналогичен эмиттерному повторителю, собранному на биполярном транзисторе. Схемы каскадов с общим стоком показаны на рис. 7.24.

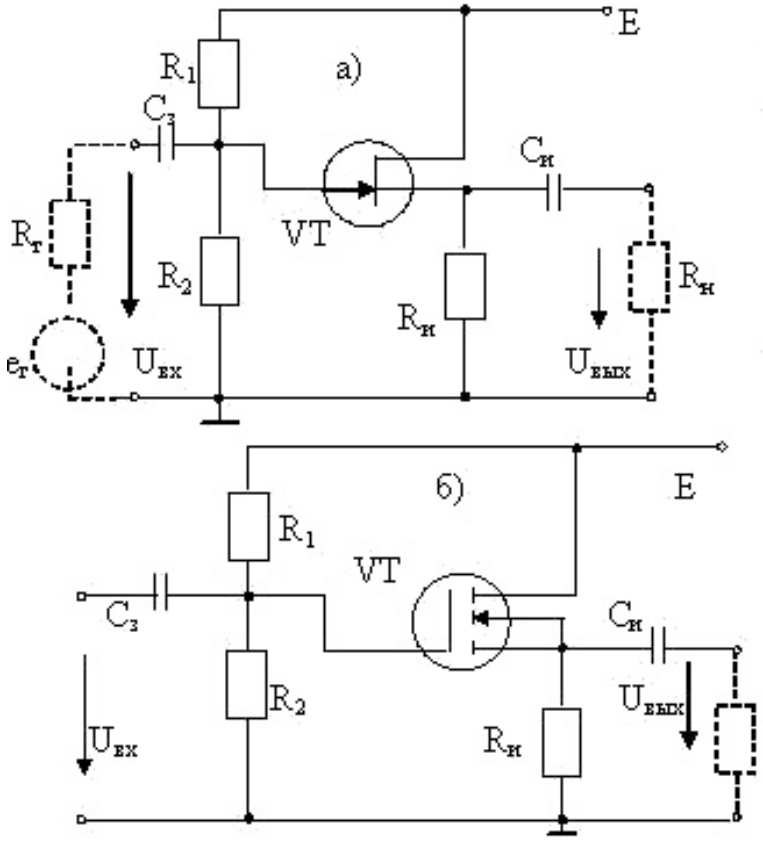


Рис. 7.24. Схемы истоковых повторителей на полевых транзисторах

Каскад (рис. 7.24, *а*) выполнен на транзисторе с управляющим *p–n*-переходом (с каналом *n*-типа). Каскад (рис. 7.24, *б*) выполнен на МДП-транзисторе с индуцированным каналом *n*-типа. Резисторный делитель напряжения R_1, R_2 обеспечивает смещение на затворе.

Методика расчёта параметров истокового повторителя аналогична методике расчёта параметров эмиттерного повторителя. Эквивалентная схема показана на рис. 7.25.

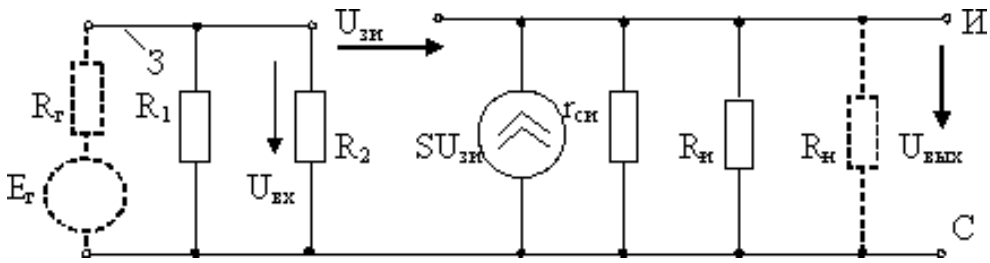


Рис. 7.25. Эквивалентная схема истокового повторителя

Эквивалентная схема показана для средних частот, как наиболее простая. Аналитические выражения для определения параметров приведены ниже (*S* – крутизна характеристики транзистора):

$$U_{ВЫХ} = SU_{ЗИ} \cdot R'_И ;\ R'_И = (r_{СИ} \,||\, R_И \,||\, R_Н);$$
$$U_{ВХ} = U_{ЗИ}\,(1 + S \cdot R'_и);$$
$$K_U = U_{ВЫХ} / U_{ВХ} = S \cdot R'_и / (1 + S \cdot R'_и); \qquad (7.24)$$
$$R_{ВХ} = R_1 \,||\, R_2;\ R_{ВЫХ} \approx 1/S;\ K_I = K_U\,(R_1 \,||\, R_2)/R_Н.$$

7.5. Режимы работы усилительных каскадов

Различают три основных режима работы усилительных каскадов (три класса усиления): А, В, С [12]. Основные параметры этих режимов – нелинейные искажения и коэффициент полезного действия. Параметры класса усиления зависят от исходного состояния усилительного каскада, отражаемого положением рабочей точки на выходных характеристиках и от уровня входного усиливаемого сигнала.

Режим А характеризуется тем, что рабочую точку в режиме покоя выбирают на линейном участке (чаще всего посередине) выходной
и переходной (сквозной) характеристик транзистора. Сквозная характеристика для биполярного транзистора – это зависимость выходного (коллекторного) тока от входного тока (тока базы).

Для полевого транзистора сквозная характеристика – это, например, зависимость тока стока от управляющего напряжения между затвором и истоком. Уровень (амплитуда) входного сигнала в режиме А должен быть таким, чтобы работа усилительного каскада происходила на линейном участке характеристики. В этом случае искажение формы выходного сигнала по сравнению с формой входного будут минимальными. Однако этот режим имеет низкий КПД, который вычисляется как отношение выходной (полезной) мощности $P_{ВЫХ}$
к мощности источника питания P_0:

$$\eta = (P_{ВЫХ} / P_0)\ 100\ \%. \qquad (7.25)$$

Соотношение между мощностями удобно выявить, используя графическое представление процесса усиления входного сигнала
в усилительном каскаде (рис. 7.11) Соответствующие построения показаны на рис. 7.26 и 7.27.

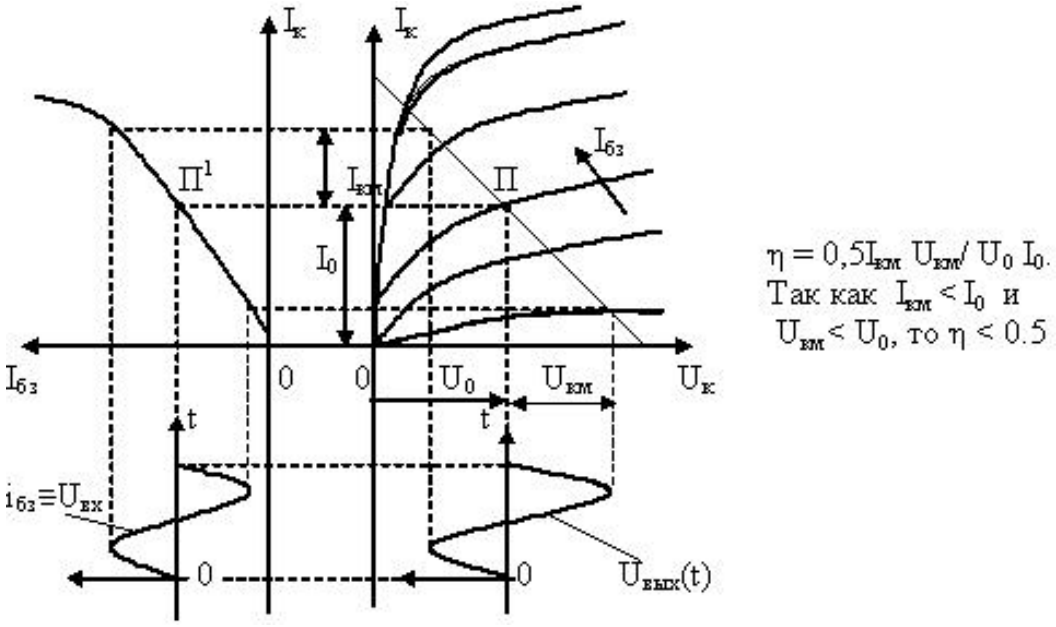


Рис. 7.26. Выбор положения рабочей точки
на характеристиках каскада ОЭ в классе усиления А

Постоянные составляющие напряжения U_0 и тока I_0 определяют исходное положение рабочей точки П. Потребляемая мощность равна произведению постоянных составляющих коллекторных напряжений и токов $P_0 = U_0 I_0$. Для синусоидальных величин выходная мощность

$$P_{ВЫХ} = 0{,}5\, U_{КМ}\, I_{КМ},$$

где $U_{КМ}$, $I_{КМ}$ – амплитуды коллекторных напряжений и токов. Следовательно, КПД каскада в режиме А (рис. 7.26) согласно (7.25) не может быть больше 50 %.

Режим В характеризуется тем, что рабочую точку П выбирают
в начале переходной характеристики (в точке отсечки) (рис. 7.27, *а*). В этом режиме переменные составляющие тока и напряжения транзистора возникают лишь в положительные полупериоды входного напряжения.

При синусоидальном входном сигнале будем иметь на выходе полупериод синусоиды, т.е. большие искажения. Режим В будет иметь более высокий КПД по сравнению с режимом А, так как ток покоя I_0 мал, несмотря на то, что U_0 больше ($\eta \approx 80$ %). Иногда используют режим АВ, при котором рабочая точка занимает промежуточное положение.

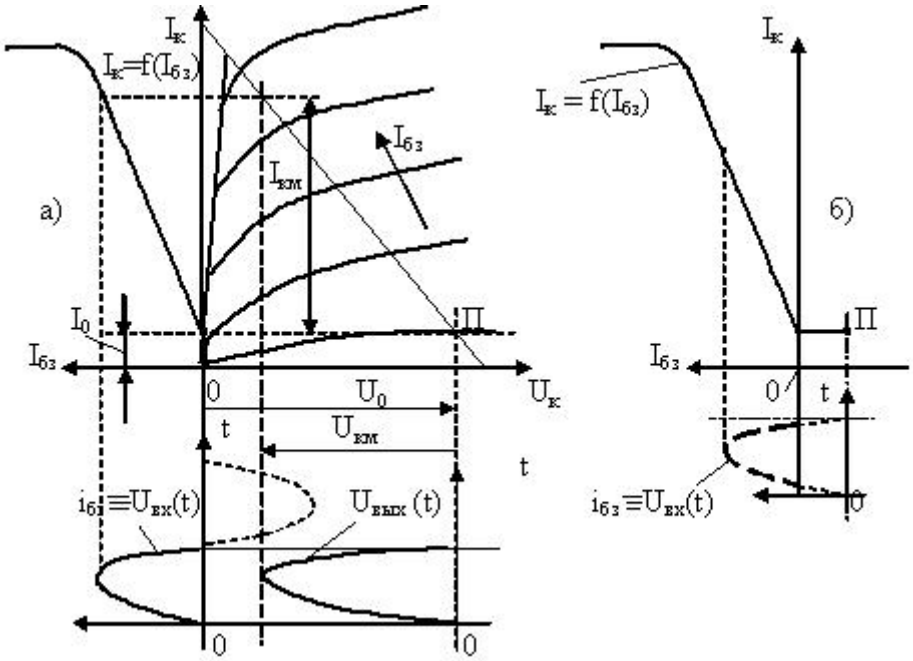


Рис. 7.27. Выбор исходного положения рабочей точки на характеристиках усилительного каскада ОЭ в режимах В (*а*) и С (*б*)

В режиме С рабочую точку выбирают за точкой отсечки и ток в транзисторе возникает только в течение некоторой части полупериода входного напряжения. Искажения будут большими, а КПД близок к 100 %. Режим С используют в избирательных усилителях, автогенераторах, выделяя из искаженного выходного сигнала основную гармонику [21].

8. УСИЛИТЕЛИ МОЩНОСТИ И УСИЛИТЕЛИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Усилителями мощности называют выходные каскады, предназначенные для передачи максимальной мощности в нагрузочное устройство. Нагрузочными устройствами являются обычно обмотки реле и электродвигателей, громкоговорители, нагревательные устройства. Для усилителя мощности главными показателями являются коэффициент усиления по мощности K_P и высокий КПД.

8.1. Усилители с трансформаторным включением нагрузки

Однотактный усилительный каскад. Принципиальная схема однотактного усилительного каскада с трансформаторным согласованием нагрузки приведена на рис. 8.1. Утолщёнными линиями условно изображены обмотки трансформатора TV: первичная обмотка включена в цепь коллектора транзистора VT, к вторичной обмотке подключено сопротивление нагрузки R_H.

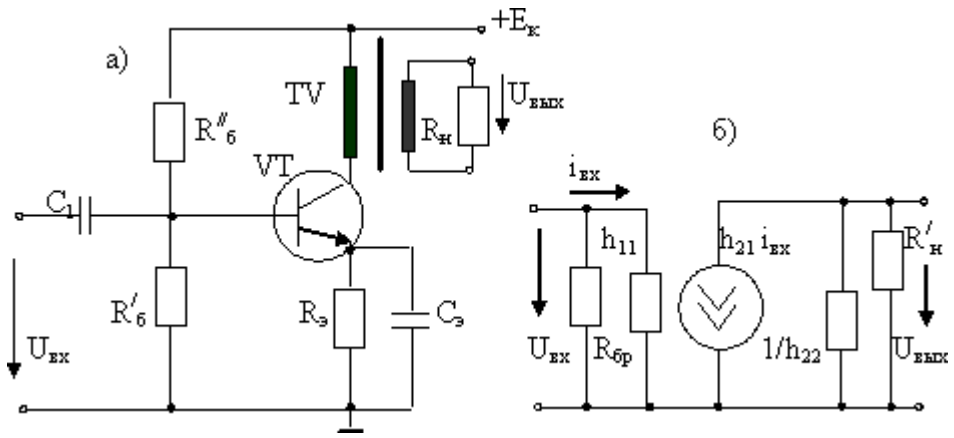


Рис. 8.1. Однотактный усилитель мощности (*а*)
и его упрощенная схема замещения (*б*)

В схеме усилителя элементы $R'_Б$, $R''_Б$, $R_Э$, $C_Э$ обеспечивают выбранный режим по постоянному току и его температурную стабилизацию. Трансформатор TV согласует сопротивление резистора нагрузки R_H с выходным сопротивлением транзисторного каскада $R_{ВЫХ}$ и формирует усиленные ток и напряжение, а также гальванически отделяет цепь нагрузки и цепи каскада. В схеме замещения резистор $R_{БР}$ – эквивалентное сопротивление делителя напряжения, обеспечиваюшего нужное смещение на базе транзистора; $R'_Н$ – эквивалентное сопротивление нагрузки: $R'_н = n^2 R_H$, где $n = W1/W2$ – коэффициент трасформации трасформатора TV; $W1$, $W2$ – числа витков первичной (коллекторной) и вторичной обмоток. Усилитель используется чаще всего в режиме А во избежание больших искажений. Недостаток схемы – завышенная мощность трансформатора из-за подмагничивания магнитного сердечника трансформатора постоянным током коллектора.

Двухтактный трансформаторный усилитель мощности. Усилитель состоит из двух симметричных плеч (рис. 8.2). Транзисторы VT1, VT2 подбирают с максимально близкими параметрами. Каждый из транзисторов работает противофазно. Входной трансформатор $TV_{ВХ}$ обеспечивает получение одинаковых по модулю, но противоположных по фазе входных напряжений. Выходной трансформатор $TV_{ВЫХ}$ суммирует переменные выходные токи и напряжения транзисторов. R_1, R_2 – делитель, обеспечивающий заданное положение рабочей точки (смещение) транзисторов. В этой схеме, в отличие от однотактной, отсутствует подмагничивание выходного трансформатора постоянным током. Это благоприятно сказывается на форме выходного сигнала и других показателях.

Особенно эффективен режим В, когда каждый из транзисторов участвует в формировании выходного напряжения только в течение одного полупериода. Транзисторы работают поочередно, образуя гармоническое выходное напряжение из двух полуволн.

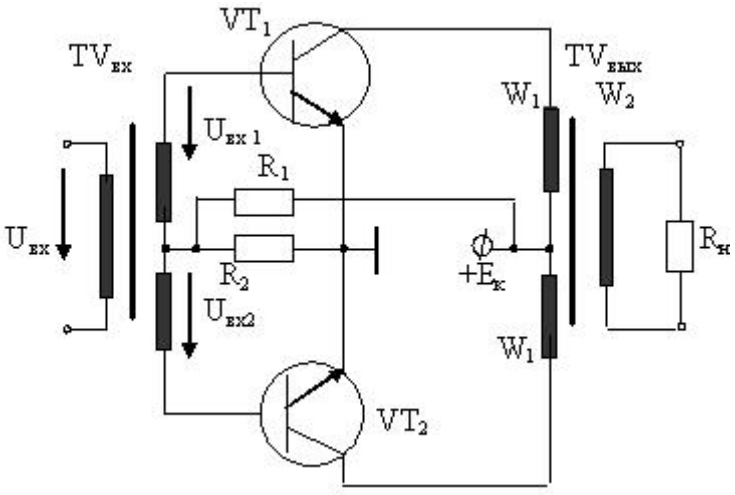


Рис. 8.2. Схема двухтактного
трансформаторного усилителя мощности

Основные достоинства схемы: гальваническое разделение входных и выходных цепей, высокий КПД. Недостаток – сложность, обусловленная необходимостью использования двух трёхобмоточных трансформаторов и трудность обеспечения симметрии в схеме.

8.2. Безтрансформаторные двухтактные усилители

Безтрансформаторные двухтактные усилители используются
в выходных каскадах электронных устройств. На схеме рис. 8.3 показан усилитель на двух одинаковых биполярных транзисторах.

Транзисторы управляются двумя противофазными сигналами U_{BX1}, U_{BX2}. В первом такте участвует, например,VT2, к базовой цепи которого приложено открывающее напряжение – полуволна U_{BX2}.
В этот полупериод транзистор VT1 будет закрыт положительной полуволной U_{BX1}. Во втором такте транзистором VT1 усиливается вторая полуволна входного тока, а VT2 будет закрыт.

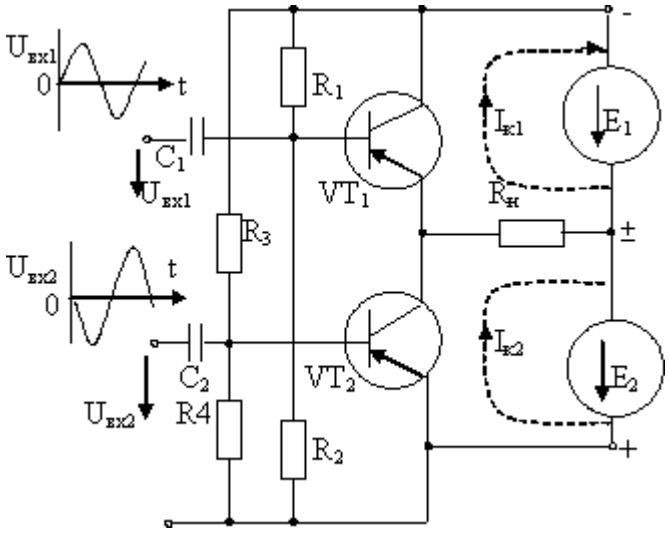


Рис. 8.3. Схема двухтактного безтрансформаторного усилителя с транзисторами одного типа проводимости

Вариант схемы двухтактного безтрансформаторного усилителя на транзисторах разного типа проводимости (на комплементарных транзисторах) показан на рис. 8.4.

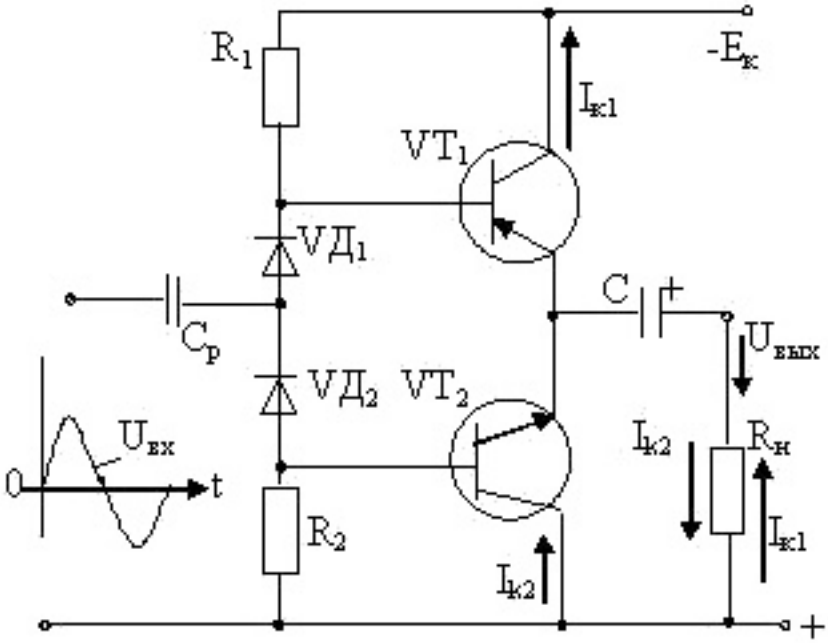


Рис. 8.4. Схема двухтактного усилителя с одним источником питания

В схеме нужен конденсатор *С* большой ёмкости, так как он заменяет источник питания в такте, когда транзистор VT1 закрыт. Транзисторы должны иметь идентичные характеристики. Эти условия ограничивают область применения такого усилителя.

8.3. Усилители постоянного тока

Усилители постоянного тока (УПТ) – это усилители, способные усиливать не только сигналы переменного тока, но и сигналы, медленно изменяющиеся во времени, т.е. сигналы,

эквивалентная частота которых практически равна нулю. АЧХ УПТ отличается от АЧХ усилителя переменных сигналов (рис. 8.5).

Связь источника сигнала со входом усилителя и междкаскадные связи в УТП не могут быть осуществлены посредством конденсаторов и трансформаторов подобно усилителям переменного тока.

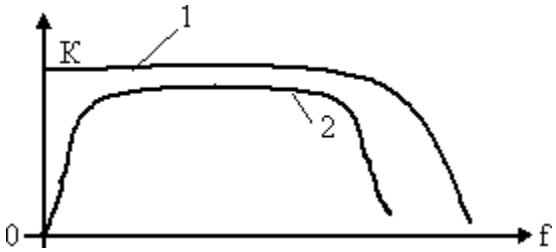


Рис. 8.5. Примерный вид АЧХ усилителя постоянного тока (*1*) и усилителя переменного тока (*2*)

В усилителях переменного тока связь входных и выходных цепей осуществляется резистивно-емкостными или трансформаторными цепями. Для передачи сигнала в УПТ по тракту усиления необходима непосредственная (с помощью проводников или резисторов) связь по постоянному току между усилительными каскадами и источником сигнала. В области высоких частот в УПТ сказываются паразитные емкостные и индуктивные связи, которые приводят к снижению коэффициента усиления в области высоких частот также, как и в усилителе переменного тока с резистивно-емкостными связями (рис. 8.5).

УПТ должны удовлетворять нескольким требованиям:

– при отсутствии входного сигнала должен отсутствовать выходной сигнал;

– при изменении знака входного сигнала должен изменяться знак и выходной сигнал;

– выходное напряжение должно быть пропорционально входному.

Усилители с непосредственной связью между каскадами. Непосредственная связь каскадов обусловливает особенности расчета их режима покоя (режима, при котором отсутствует входной сигнал).

В первую очередь необходимо из усиливаемого и выходного сигналов убрать постоянные составляющие, обеспечивающие исходный режим работы усилительного элемента. Это можно, например, осуществить компенсационным методом. Упрощенная схема каскада УПТ на одном транзисторе показана на рис. 8.6. Схема имеет, в основном, только теоретическое значение, на практике используются другие схемы, лишенные недостатков, присущих рассматриваемой.

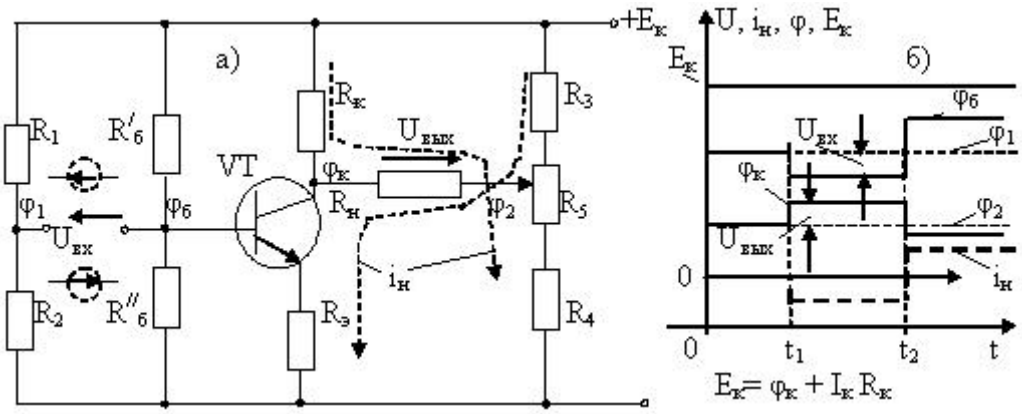


Рис. 8.6. Схема каскада УПТ с компенсацией постоянных составляющих (*а*) и диаграммы изменения сигналов (*б*):
φ_i – потенциалы в соответствующих точках;
$i_н$ – ток в сопротивлении нагрузки R_H;
$U_{ВХ}$ – входной (усиливаемый) сигнал, $U_{ВХ} = \varphi_1 - \varphi_б$; $U_{ВЫХ}$ – выходное напряжение, $U_{ВЫХ} = \varphi_к - \varphi_2$; R_5 – резистор настройки нулевого уровня выходного напряжения при отсутствии входного сигнала

В схеме отсутствуют конденсаторы внутрикаскадных связей, поэтому вид АЧХ соответствует таковому для УПТ (рис. 8.5).

Резистор $R_Э$ осуществляет температурную стабилизацию и расширяет полосу пропускания каскада за счёт создания отрицательной обратной связи по току нагрузки.

Сопротивление нагрузки R_H включено между коллектором и средней точкой делителя R_3, R_5, R_4. Входной сигнал (напряжение $U_{ВХ}$) подаётся между базой и средней точкой делителя R_1, R_2.

При отсутствии входного напряжения ($U_{ВХ} = 0$) и равенстве потенциалов в соответствующих точках ($\varphi_1 = \varphi_б$, $\varphi_к = \varphi_2$) ток в нагрузке отсутствует ($i_H = 0$). Для точной подстройки режима служит переменный резистор R_5. Если, например, на вход подать отрицательный сигнал (момент t_1 на рис. 8.6, *б*), ток базы транзистора уменьшится. Изменение тока базы вызывает соответствующее изменение тока коллектора, увеличивается потенциал $\varphi_к$, вызывая ток i_H в резисторе R_H. Если входной сигнал меняет знак (момент t_2) – ток коллектора увеличивается, потенциал $\varphi_к$ уменьшается, в резисторе R_H ток изменит направление. Таким образом, схема удовлетворяет требованиям, предъявляемым к УПТ.

Рассмотренная выше схема усилителя постоянного тока имеет следующие недостатки:

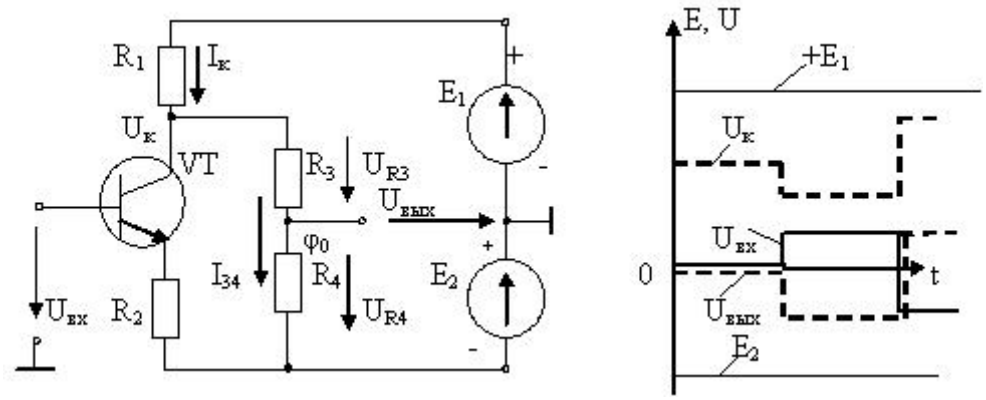
а) нагрузочный резистор не соединен с общей точкой схемы;

б) источник входного сигнала не соединен с общей точкой схемы;

в) требуется тщательная предварительная настройка исходного состояния и подстройка в процессе работы. Это создает неудобства при построении более сложных схем.

Названные недостатки можно частично устранить, если использовать не один, а два источника питания.

Упрощенная схема каскада УПТ представлена на рис. 8.7.



а *б*

Рис. 8.7. Упрощенная схема (*а*) и диаграммы (*б*) сигналов каскада УПТ с двумя источниками питания

Работу каскада УПТ (рис. 8.7) можно пояснить следующим образом.

В контуре U_K, E_2, R_4, R_3 справедливо уравнение:

$$U_{R3} + U_{R4} = U_к + E_2.$$

Потенциал средней точки φ_0 делителя R_3R_4 должен быть равен нулю в исходном состоянии схемы, для чего должно соблюдаться условие $I_{34}R_4 = E_2$. В этом случае $E_2 = U_{R4}$, а $U_{R3} = U_K$. Ток I_{34} выбирают из соотношения $I_{34} = (0{,}02 – 0{,}1)\, I_K$, т.е. значительно меньше тока коллектора, чтобы не нарушать режим работы транзистора, в этом случае $R_3 = U_K / I_{34}$, $R_4 = E_2 / I_{34}$.

При подаче, например, положительного входного напряжения U_{BX} возрастает ток базы, увеличивается ток коллектора I_K и падение напряжения R_1I_K, снижается напряжение коллектора U_K. Это приводит
к снижению потенциала средней точки φ_0 и появлению отрицательного выходного напряжения. Если $R_3 >> R_1$, $R_4 >> R_1$, (в этом случае можно пренебречь шунтирующим действием делителя R_3R_4) коэффициент усиления напряжения схемы можно приближённо определить по соотношению:

$$K = K_0\, R_4/(R_3 + R_4), \qquad (8.1)$$

где K_0 – коэффициент усиления напряжения усилителя с коллекторной нагрузкой без делителя R_3R_4.

Дрейф в УПТ (дрейф нуля). С течением времени в УПТ изменяются токи транзисторов и напряжения на их электродах, нарушается компенсация постоянных составляющих напряжений и на выходе УПТ появляется напряжение при отсутствии входного сигнала. Это явление называют дрейфом нуля.

УПТ должен усиливать напряжение вплоть до самых низких частот, поэтому всякое изменение постоянных составляющих напряжения из-за нестабильности источников питания, старения транзисторов, изменения температуры окружающей среды принципиально не отличается от полезного сигнала. Дрейф нуля можно наблюдать, если вход усилителя УПТ замкнуть накоротко, а на выходе включить милливольтметр. С течением времени на выходе появится напряжение дрейфа $U_{ВЫХ} = U_{ДР}$ (рис. 8.8).

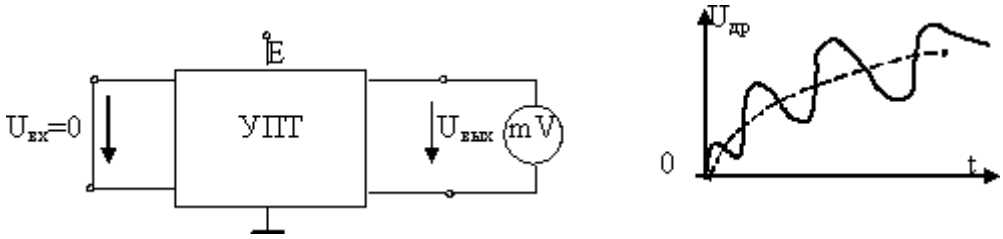


Рис. 8.8. Структурная схема для обнаружения дрейфа нуля и диаграмма изменения напряжения дрейфа после включения схемы

Если УПТ имеет коэффициент усиления по напряжению K, то величину дрейфа оценивают по выражению $U_{ДР} = U_{ВЫХ} / K$ при $U_{ВХ} = 0$ и называют дрейфом, приведенным к входу усилителя.

УПТ может правильно воспроизводить на выходе только те сигналы, которые значительно превышают напряжение дрейфа, т.е. при $U_{ВХ} >> U_{ДР}$, поэтому $U_{ДР}$ определяет чувствительность усилителя по входу. Напряжение дрейфа условно можно разделить на две составляющие: монотонно изменяющаяся и переменная составляющие (медленный и быстрый дрейф).

Первая обусловлена изменением характеристик транзисторов, вторая – колебаниями напряжения источника питания, температуры
и т.п.

Борьбу с дрейфом осуществляют различными способами, главные из них:

– стабилизация напряжения источников питания;

– стабилизация температурного режима;

– подбор и тренировка транзисторов;

– преобразование усиливаемого сигнала;

– использование дифференциальных (балансных) схем УПТ.

Например, при стабилизации напряжения питания с точностью ±0,01 %, температурной стабилизации ±1 ^{0}C удается снизить дрейф усилителя до $U_{ДР\,ВЫХ} \approx$ (5 – 20) мВ.

8.4. Дифференциальный усилитель

Одним из эффективных способов борьбы с дрейфом нуля является использование дифференциальных схем усиления сигналов постоянного тока [8]. Дифференциальный усилитель (ДУ) – это устройство, усиливающее разность двух напряжений. В идеальном ДУ выходное напряжение должно быть пропорционально разности абсолютных величин этих напряжений. Входные и выходные напряжения определяются относительно общей точки схемы, являющейся также общей точкой двух последовательно включенных источников питания (рис. 8.9).

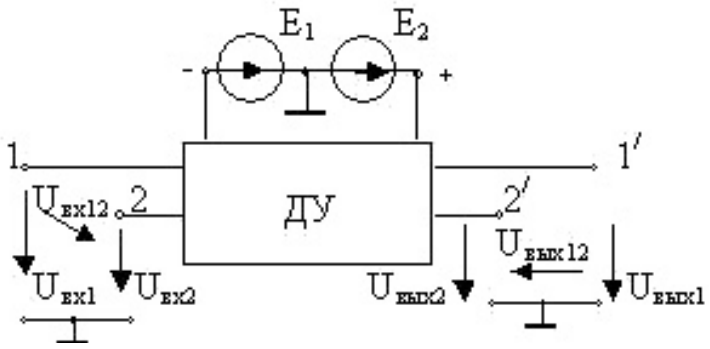


Рис. 8.9. Структурная схема дифференциального усилителя

Коэффициент усиления ДУ определяется как отношение разности выходных (усиленных) сигналов к разности входных сигналов:

$$K_P = (U_{ВЫХ1} - U_{ВЫХ2}) / (U_{ВХ1} - U_{ВХ2}) = U_{ВЫХ12} / U_{ВХ12}. \qquad (8.2)$$

В реальном ДУ коэффициент усиления (передачи) напряжения K_P зависит не только от разности, но и от суммы напряжений. Это выражается в том, что выходное напряжение ДУ определяется по двум коэффициентам передачи входных сигналов:

$$U_{ВЫХ12} = U_{ВЫХ1} - U_{ВЫХ2},$$
$$U_{ВЫХ12} = K_P(U_{ВХ1} - U_{ВХ2}) \pm K_C\,(U_{ВХ1} + U_{ВХ2}) / 2, \qquad (8.3)$$

где K_P – коэффициент усиления разностного напряжения;

K_C – коэффициент передачи суммы входных сигналов. Полусумму входных сигналов $(U_{ВХ1} + U_{ВХ2}) / 2$ называют синфазным сигналом. С учетом приведенных соотношений можно дать определение коэффициента передачи синфазного сигнала, полагая $(U_{ВХ1} - U_{ВХ2}) = 0$:

$$K_C = 2\,(U_{ВЫХ1} - U_{ВЫХ2})_{СФ} / (U_{ВХ1} + U_{ВХ2}). \qquad (8.4)$$

Коэффициент передачи синфазного сигнала есть отношение напряжения на выходе к синфазному входному напряжению при разностном напряжении на входе, равном нулю. Качество ДУ оценивается коэффициентом ослабления синфазного сигнала:

$$K_{ОЛСФ} = K_P / K_C. \qquad (8.5)$$

С учетом (8.5) выходное напряжение будет определяться соотношением:

$$U_{ВЫХ12} = K_P[(U_{ВХ1} - U_{ВХ2}) \pm (U_{ВХ1} + U_{ВХ2}) / 2K_{ОЛСФ}]. \qquad (8.6)$$

У «хороших» ДУ обычно $K_{ОЛСФ}$ = (80 – 120) дБ.

Относительную погрешность усиления разности напряжений можно найти по выражению:

$$\delta = 2(U_{ВХ1} + U_{ВХ2}) / [K_{ОЛСФ}\,(U_{ВХ1} - U_{ВХ2})]. \qquad (8.7)$$

Выражение (8.7) показывает, что δ тем меньше, чем больше $K_{ОЛСФ}$.

Принципы построения дифференциальных усилительных каскадов. ДУ построены по принципу 4-плечевого измерительного моста (рис. 8.10).

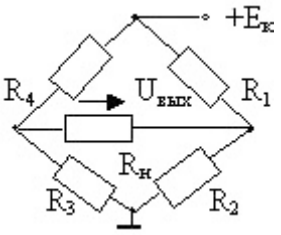


Рис. 8.10. Схема 4-плечевого измерительного моста

Мост сбалансирован (находится в равновесии), если $R_1R_3 = R_2R_4$, при этом $U_{ВЫХ} = 0$. Изменение напряжения питания E_K и пропорциональное изменение резисторов не нарушает равновесия в схеме.

Схема дифференциального усилителя показана на рис. 8.11, в ней вместо резисторов моста используются транзисторы.

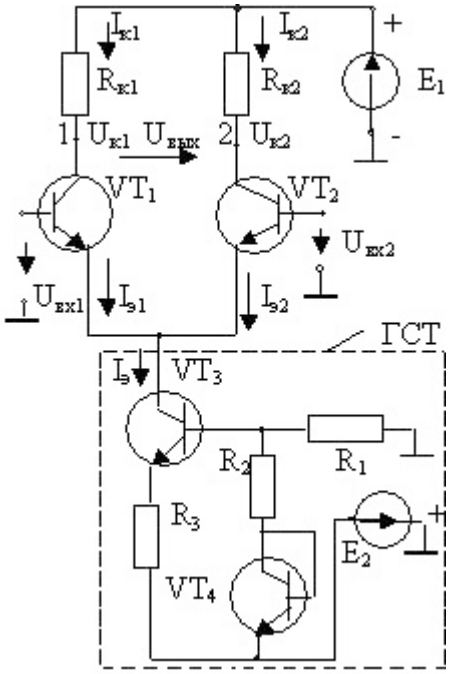


Рис. 8.11. Схема ДУ с транзисторами
в плечах равновесного моста

Стабильность работы ДУ достигается не только использованием свойств равновесного моста, но и обеспечением стабильности тока $I_Э$, протекающего в цепях источников питания. Величина этого тока определяется параметрами схемы, называемой генератором стабильного тока (ГСТ). В неё входят транзисторы VT_3, VT_4, резисторы R_1, R_2, R_3 и источник E_2. Равновесный мост образуют резисторы $R_{К1} = R_{К2}$, идентичные транзисторы VT_1, VT_2. Если $E_1 = E_2$, то $I_{Э1} = I_{Э2} = I_Э/2$. Если $U_{ВХ1} = U_{ВХ2}$, то $U_{К1} = U_{К2} = E_1 – I_ЭR_К/2$, $U_{ВЫХ} = 0$. Это будет, в частности, и при $U_{ВХ1} = U_{ВХ2} = 0$, т.е. когда входы ДУ соединены с общей точкой схемы.

Наличие симметрии в схеме 4-плечевого моста с транзисторами – обязательное условие правильной работы схемы, поэтому характеристики используемых транзисторов должны быть идентичны.

Высокая стабильность ДУ (нечувствительность к дрейфу нуля) обеспечивается тем, что изменения параметров идентичных элементов происходят в одну сторону и при вычитании на выходе не проявляются.

Например, при изменении температуры напряжения U_{K1} и U_{K2} изменяются одинаково, и в выходном разностном сигнале $U_{ВЫХ}$ это изменение практически не ощущается.

Входных сигналов не обязательно должно быть два. В частности, один из сигналов может быть равен нулю. Входы называют дифференциальными, причем один из входов называют *инвертирующим,*
а другой *неинвертирующим*. Для определения аналитических соотношений изобразим упрощённую схему ДУ (рис. 8.12).

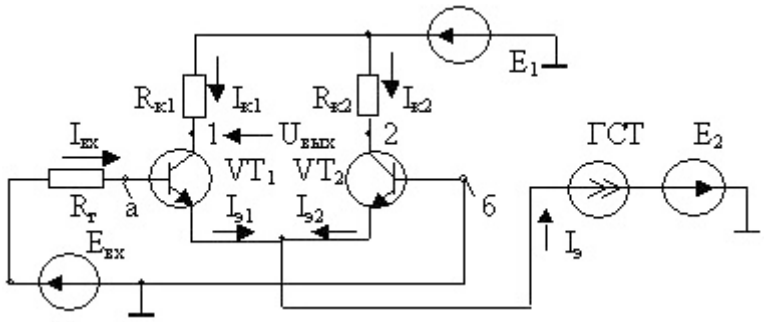


Рис. 8.12. Упрощённая схема ДУ

Можно заметить, что если подать входной сигнал E_{BX} на базу VT_1, то коллекторное напряжение в точке 1 (U_{K1}) с увеличением E_{BX} уменьшается, т.е. инвертируется. При этом коллекторное напряжение в точке 2 (U_{K2}) с увеличением E_{BX} тоже увеличивается, т.е. не инвертируется.

Поэтому вход *а* называют инвертирующим; *б* – не инвертирующим. При этом выходное напряжение:

$$U_{ВЫХ} = U_{K2} - U_{K1} = 2\Delta U_K, \qquad (8.8)$$

где ΔU_K – величина изменения каждого коллекторного напряжения.

Интересно, что если, например, $I_{Э2} = 0$ (обрыв цепи эмиттера VT_2), то $I_{Э1} \approx I_{K1} \approx I_Э$, $U_{K1} = E_1 - I_{Э1} R_{K1}$, $U_{K2} = E_1$, $U_{ВЫХ} = I_Э R_{K1} =$
$=$ Const.

Схема теряет способность усиления входного сигнала. С изменением полярности входного сигнала или при подаче входного сигнала на базовую цепь транзистора VT_2 процессы протекают аналогично.

Расчет коэффициента усиления по напряжению для дифференциального каскада. Для упрощения будем считать, что входные сопротивления каскада по каждому входу транзисторов VT_1,
VT_2 (рис. 8.12) одинаковы, а $R_H = \infty$ (режим XX), тогда
$I_{BX} = E_{BX}/(R_Г + R_{BX1} + R_{BX2}) \approx E_{BX} / (R_Г + 2\ h_{11Э})$, где Rr – внутреннее сопротивление источника входного сигнала E_{BX}. Входные токи создают приращения коллекторных токов $\pm\Delta I_K = \pm I_{BX} h_{21Э}$. Приращения токов вызывают приращения коллекторных напряжений:

$$\pm\Delta U_K = \pm\Delta I_K R_к = \pm h_{21Э} I_{BX} R_K.$$

Коэффициент усиления по напряжению здесь удобнее определить по соотношению: $K_{UXX}=(U_{K1} - U_{K2})/E_{BX}$ или $K_{UXX}=2\Delta U_K/E_{BX}$. После подстановки имеем

$$K_{UXX} = 2\ h_{21Э} \cdot R_K / (R_Г + 2h_{11Э}). \qquad (8.9)$$

Если учесть сопротивление нагрузки, то:

$$K_{UH} = 2h_{21Э} \cdot (R_K \,||\, R_H) / (R_Г + 2h_{11Э}).$$

Если $R_Г \to 0$, а $R_H \to \infty$, то

$$K_{UД} = h_{21Э} \cdot R_K / h_{11Э}, \qquad (8.10)$$

где $K_{UД}$ – коэффициент усиления каскада при указанных условиях.

В случае, когда подаются оба сигнала и подаваемые входные напряжения разнополярны, то

$$U_{ВЫХ} = K_{UД} \cdot [U_{ВХ1} - (-U_{ВХ2})] = K_{UД} (U_{ВХ1} + U_{ВХ2}). \qquad (8.11)$$

Если подаваемые входные напряжения однополярны (синфазны), то

$$U_{ВЫХ} = K_{UД} (U_{ВХ1} - U_{ВХ2}). \qquad (8.12)$$

8.5. Некоторые схемные решения, используемые в усилителях

С целью улучшения свойств ДУ используют решения, которые часто встречаются в схемах усилительных каскадов интегральных элементов. Одно из таких решений – генератор стабильного тока, схема которого показана на рис. 8.13.

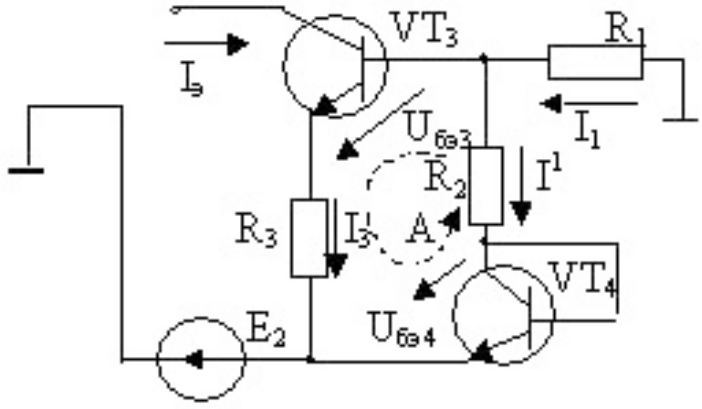


Рис. 8.13. Расчетная схема ГСТ

Для определения свойств ГСТ используем уравнение баланса напряжений в контуре А: $U_{БЭ3}+I_3R_3 = I_1R_2+U_{БЭ4}$. Током, ответвляющимся в базу VT_3, пренебрегаем. В этом случае $I_1=I^1$, а входной ток $I_Э$ равен току I_3. Определим величину тока $I_Э$:

$$I_Э = [I_1R_2+(U_{БЭ4} - U_{БЭ3})]/R_3. \qquad (8.13)$$

Если $U_{БЭ3} = U_{БЭ4}$, то $I_Э = I_1R_2/R_3 = [E_2/(R_1+R_2)]\, R_2/R_3$. (8.14)

Если E_2 стабильно и R_1, R_2, R_3 – точные, то $I_Э$ = Const независимо от сопротивления той части схемы ДУ, откуда он вытекает (но обязательно при её наличии).

Схемное решение ГСТ, называемое «токовое зеркало» представлено на рис. 8.14.

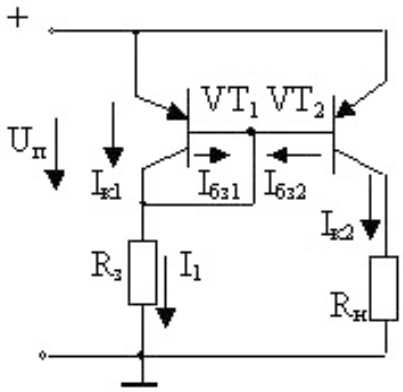


Рис. 8.14. Схема «токовое зеркало»

Для схемы справедливы уравнения:

$$I_1 = I_{K1}+I_{Б31}+I_{Б32} = (1+h_{21,1})I_{Б31}+I_{Б32}\ ;\ I_{K2} = h_{21,2}\, I_{Б32},$$

$$I_{K1}/I_{K2} = [(1+h_{21,1})I_{Б31}+I_{Б32}] / h_{21,2}\, I_{Б32}. \qquad (8.15)$$

Если $I_{Б31} = I_{Б32}$, что может быть лишь при идентичных транзисторах, $h_{21,1}=h_{21,2}>>1$, то $I_{K2}=I_1(h_{21,1}+2)/h_{21,2}=I_1(1+2/h_{21,2})$, т.е. ток I_{K2} приближённо равен I_1.

Ток в цепи резистора R_3 определяется напряжением $U_П$:
$I_1 = (U_П–U_{БЭ}) / R_3$, а ток I_{K2} практически не зависит от сопротивления резистора R_H (это свойство генератора тока). Равенство $I_1 = I_{K2}$ определило название схемы – «токовое зеркало». На транзисторах с проводимостью типа *n–p–n*-схема «токовое зеркало» будет иметь вид, показанный на рис. 8.15.

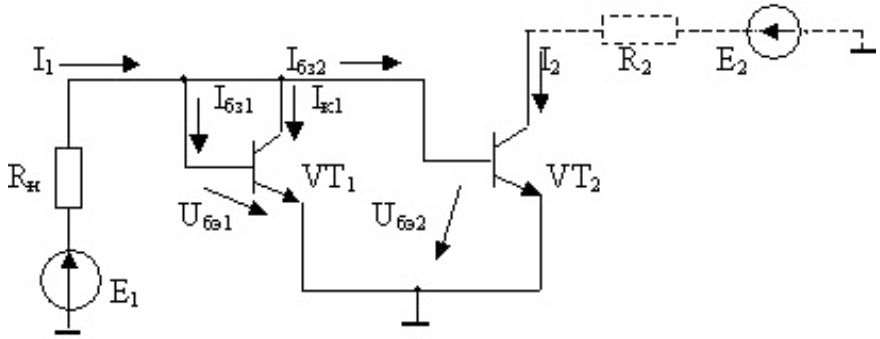


Рис. 8.15. «Токовое зеркало» на транзисторах *n–p–n*

Для схемы справедливы уравнения: $I_{K1} = h_{21}\, I_{Б31}$; $I_1 = I_{K1} + 2I_{Б31}$, так как $I_{Б31} = I_{Б32}$, потому что $U_{БЭ1} = U_{ЭБ2}$; $I_2 = h_{21}\, I_{Б32} = h_{21}\, I_{Б31}$; $I_1 = (E_1 – U_{БЭ1})/R_H$.

Определяем отношение токов, подставляя их значения:

$$I_2 / I_1 = h_{21}\cdot I_{Б31} / (I_{K1} + 2I_{Б31}) = h_{21} / (2 + h_{21}) \approx 1. \qquad (8.16)$$

При достаточно больших значениях R_H, h_{21} и E_1 получим $I_2 = I_1 \equiv E_1 /R_H$, что соответствует свойству «токового зеркала». Улучшенный вариант схемы (рис. 8.14) представлен на рис. 8.16.

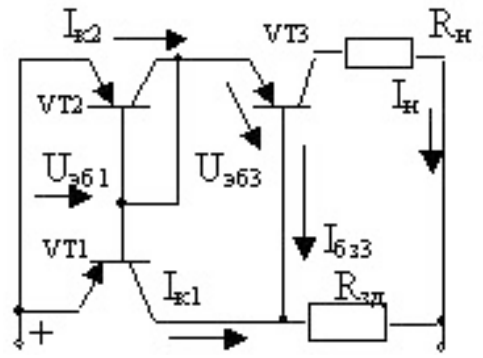


Рис. 8.16. Улучшенный вариант «токового зеркала»

Здесь выполняется соотношение: $I_H = I_{K2} + I_{Б3\,1} + I_{Б3\,2} – I_{Б3\,3}$. Если $R_{ЗД} >> R_H$, а транзисторы работают в линейном режиме и $I_{Б3\,1} << I_{K1}$, то $I_{K2} = I_{K1}$, ток нагрузки I_H практически не зависит от сопротивления R_H.

«Токовое зеркало» – динамическая нагрузка ДУ. Рассмотрим схему дифференциального каскада, в которой вместо резисторов нагрузки включены транзисторы по схеме «токовое зеркало» (рис. 8.17). Такое включение называют динамической нагрузкой.

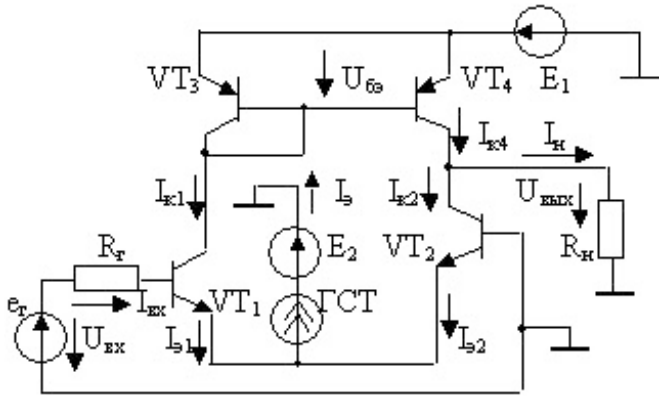


Рис. 8.17. Схема ДУ с динамической нагрузкой

По свойству «токового зеркала» при идентичности параметров транзисторов в схеме соблюдается равенство $I_{K1} = I_{K4}$. Ток в нагрузке (резисторе R_H) определяется соотношением $I_H = I_{K4} – I_{K2}$.

В режиме покоя ($e_Г = 0$, $U_{ВХ} = 0$) для дифференциальной схемы справедливо следующее соотношение токов:

$$I_{K1} = I_{K4} = I_{K2} = I_{Э1} = I_{Э2} = I_Э/2.$$

Если на вход подаётся усиливаемый сигнал ($e_Г \neq 0$), создающий ток $I_{ВХ}$ в базовых цепях входных транзисторов, например, показанного на схеме направления, то в коллекторных токах появляются приращения: $I_{K1} = I_Э / 2 + h_{21}\, I_{ВХ}$; $I_{K2} = I_Э / 2 – h_{21}\, I_{ВХ}$.

Учитывая, что $I_{K1} = I_{K4}$, получим выражения для выходных величин:

$$I_H = I_{K4} – I_{K2} = 2\, h_{21} \cdot I_{ВХ};\; U_{ВЫХ} = 2\, h_{21} \cdot I_{ВХ}\, R_H. \qquad (8.17)$$

Если изменится полярность входного тока, изменится знак $U_{ВЫХ}$. Коэффициент усиления напряжения определится соотношением:

$$K_U = U_{ВЫХ} / e_Г = 2\, h_{21}\, R_H / (R_Г + 2\, h_{11}). \qquad (8.18)$$

Выражение (8.18) показывает, что коэффициент усиления схемы K_U пропорционален сопротивлению резистора нагрузки $R_н$.

Составные транзисторы. В усилительных схемах, в том числе и дифференциальных, часто используются так называемые составные транзисторы, представляющие собой два или более транзистора, которые собраны в схему, имеющую три вывода и работающую как отдельный транзистор. Простейшие схемы составных транзисторов представлены на рис. 8.18.

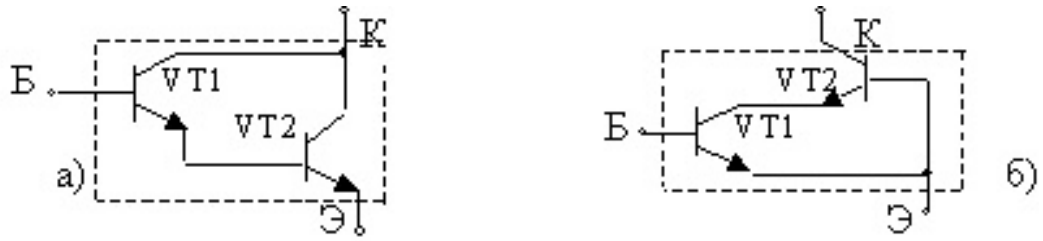


Рис. 8.18. Схемы составных транзисторов

Схема рис. 8.18, *а* имеет следующие значения *h*-параметров: $h_{11}=h_{11Э1}+h_{11Э2}(1+h_{21Э1})$; $h_{21}=h_{21Э1}+h_{21Э2}(1+h_{21Э1})$; $h_{12}=h_{12Э1}$; $h_{22}=h_{22Э2}$. Схема имеет большое входное сопротивление и большой коэффициент усиления базового тока.

В схеме рис. 8.18, *б*, называемой каскодной, $h_{11}=h_{11Э1}$; $h_{12}=h_{12Э1}h_{12Э2}$; $h_{22}=h_{22Б2}$; $h_{21}=h_{21Э1}h_{21Б2}\approx h_{21Э1}$. Эта схема имеет $h_{12}\approx 0$, поэтому обладает улучшенными частотными свойствами и расширенной полосой пропускания.

9. ОПЕРАЦИОННЫЕ УСИЛИТЕЛИ

9.1. Общие сведения

Операционный усилитель (ОУ) – это усилитель постоянного тока, имеющий большой коэффициент усиления в широком диапазоне частот (от 0 до десятков МГц), выполненный по интегральной технологии. ОУ позволяет реализовать усилительные устройства, приближающиеся по свойствам к идеальным усилителям, и поэтому относится к универсальным электронным схемам, на основе которых строят разнообразные функциональные узлы.

Из теории усилителей известно, что при достаточно большом собственном коэффициенте усиления усилительного элемента свойства усилительного каскада, охваченного цепями внешних обратных связей, определяются свойствами этих связей [21]. На основе ОУ выбором элементов цепей обратных связей можно обеспечить выполнение различных математических операций с аналоговыми сигналами: сложение, вычитание, интегрирование, дифференцирование, логарифмирование, усреднение и др.

Особенности схемотехники ОУ определяются тем, что в его схеме используются лучшие схемные решения усилительных устройств: на входе ОУ – дифференциальный усилительный каскад, используются динамические нагрузки, схемы источников тока, токовое зеркало, эмиттерные повторители на выходе (рис. 9.1).

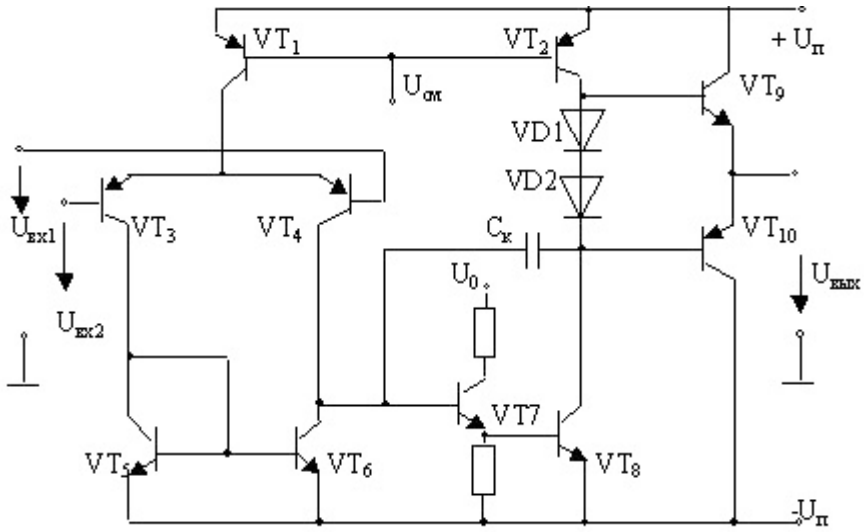


Рис. 9.1. Упрощенная структурная схема ОУ (пример)

В схемах ОУ изображают либо прямоугольником, либо треугольником с указанием входов и выхода, как показано на рис. 9.2.

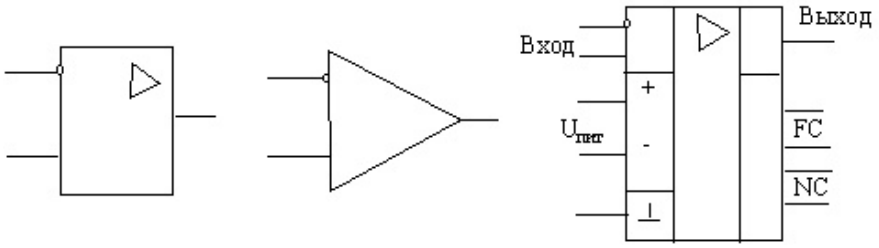


Рис. 9.2. Варианты условных графических изображений ОУ:
FC – выводы для частотной коррекции; NC – выводы для коррекции нуля

Характерной особенностью ОУ является то, что входные сигналы подаются относительно одной общей для входа и выхода точки (шины), которая непосредственно связана с общей точкой двух последовательно соединенных источников питания. Эта точка может не выводиться из корпуса микросхемы, а образована внешними цепями. ОУ имеет два входа, один из которых называется *инвертирующим*,
а другой *неинвертирующим* (инвертирующий вход помечают кружком). Часто эти входы называют соответственно *инверсным* и *прямым*. Выводы для коррекции у современных ОУ могут отсутствовать.

9.2. Идеальный операционный усилитель

Основные принципы работы устройств, построенных на основе ОУ, базируются на понятии «идеальный ОУ», т.е. виртуальный ОУ, для которого приняты следующие допущения: собственный коэффициент усиления $K = \infty$, входное сопротивление $R_{BX} = \infty$, выходное сопротивление $R_{вых} = 0$, полоса пропускания $\Delta f = (0 – \infty)$ Гц, отсутствуют дрейф и шумы (при $U_{BX} = 0$, $U_{ВЫХ} = 0$) [6].

С учетом принятых допущений найдем основное уравнение для идеального ОУ. Для этого составим систему уравнений для схемы, показанной на рис. 9.3.

Примем разность потенциалов между входами равной нулю, тогда:

$$U_{BX1} – U_{BX2} – I_1 Z_1 = 0;$$
$$U_{BX1} – U_{ВЫХ} – I_2 Z_2 – I_1 Z_1 = 0;$$
$$I_1 = (U_{BX1} – U_{BX2})/Z_1.$$

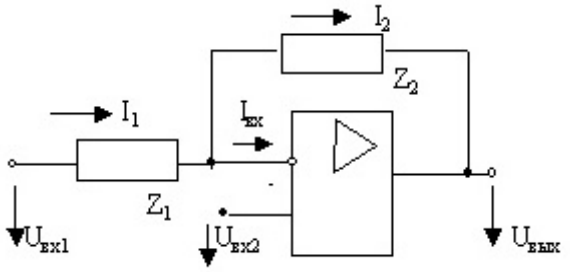


Рис. 9.3. Расчетная схема для идеального ОУ

Учитывая, что $I_1 = I_2$, получим:

$$U_{ВЫХ} = -U_{ВХ1}\, Z_2 / Z_1 + U_{ВХ2}\,(1 + Z_2 / Z_1). \qquad (9.1)$$

Уравнение (9.1) позволяет получить соотношения между входными и выходным сигналами для частных случаев:

а) $U_{ВХ1} = 0$, $U_{ВЫХ} = U_{ВХ2}\,(1 + Z_2 / Z_1)$ – неинвертирующее включение ОУ (рис. 9.4, *а*);

б) $U_{ВХ2} = 0$, $U_{ВЫХ} = -U_{ВХ1}\, Z_2 / Z_1$ – инвертирующее включение ОУ (рис. 9.4, *б*);

в) $Z_2 = 0$, $U_{ВЫХ} = U_{ВХ2}$ – ОУ включен по схеме повторителя напряжения (рис. 9.4, *в*).

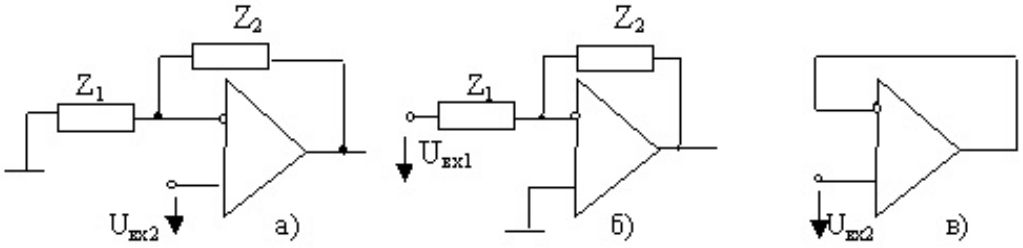


Рис. 9.4. Варианты включения ОУ:
а – неинвертирующее включение; *б* – инвертирующее включение;
в – повторитель напряжения

Выбирая различные виды входных элементов и обратных связей ОУ, можно строить различные функциональные узлы. Широко распространены сумматоры (вычитатели) аналоговых сигналов, интеграторы, дифференциаторы и др. Структурные схемы таких устройств показаны на рис. 9.5.

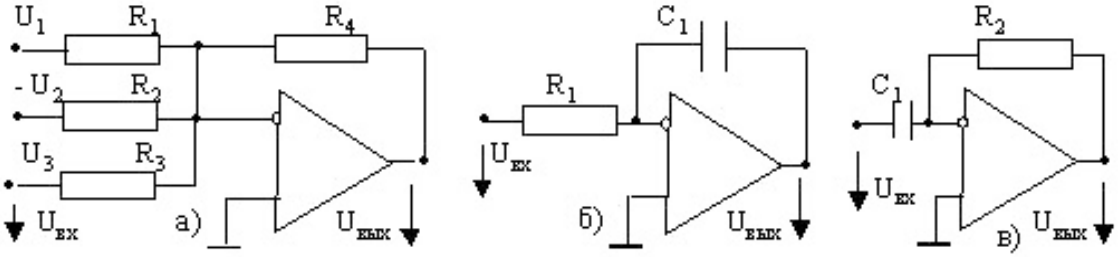


Рис. 9.5. Функциональные узлы, построенные на ОУ:
а – сумматор (вычитатель) напряжений; *б* – интегратор входного напряжения;
в – дифференциатор входного напряжения

Уравнения, связывающие входные и выходные напряжения для схем (рис. 9.5) имеют следующий вид:

Схема (а): $U_{ВЫХ} = -R_4\,[(U_1 / R_1) - (U_2 / R_2) + (U_3 / R_3)]$.

Схема (б): $U_{ВЫХ} = -1/T_И \int U_{ВХ} dt$,

где $T_И$ – постоянная времени интегрирования, $T_И = R_1 C_1$.

Схема (в): $U_{ВЫХ} = -T_Д\, dU_{ВХ}/dt$,

где $T_Д$ – постоянная времени дифференцирования, $T_Д = R_2 C_1$.

Уравнения, характеризующие свойства схем с ОУ, охваченными различного рода цепями обратных связей, имеют несложный вид только в том случае, если принимается предположение, что ОУ идеален.

В практических уточняющих расчетах схем с применением ОУ часто используют схемную модель ОУ (схему замещения), в которой можно учесть реальные входные и выходные сопротивления ОУ, влияние величины и несимметрии входных токов, напряжение смещения нуля. Один из простых вариантов схемы замещения ОУ [6] показан на рис. 9.6.

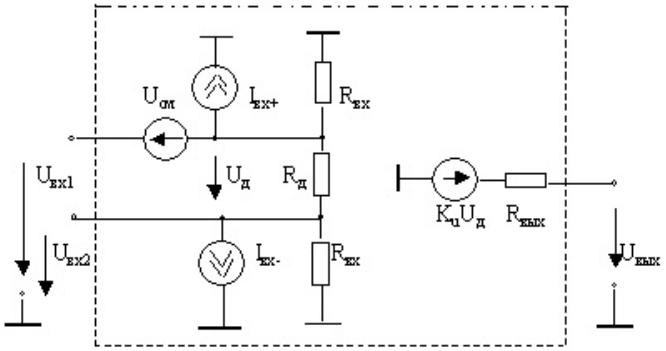


Рис. 9.6. Схема замещения ОУ для малых сигналов (вариант)

В схеме замещения обозначено: $U_Д$ – дифференциальное напряжение, которое усиливается в схеме, причем $U_Д = U_{ВХ1} – U_{ВХ2} + U_{СМ}$; $R_Д$ – дифференциальное входное сопротивление; K_U – собственный коэффициент усиления; $U_{СМ}$ – напряжение смещения входа. Наличие входных токов по каждому входу имитируется двумя источниками тока $I_{ВХ–}$, $I_{ВХ+}$.

9.3. Основные параметры и характеристики операционных усилителей

Реальный ОУ описывается большим числом параметров и характеристик, некоторые из которых являются входными, некоторые – выходными, другие характеризуют передачу сигнала операционным усилителем. Основные параметры и характеристики реального ОУ:

1. Напряжение смещения нуля $U_{СМ}$ – это напряжение на выходе ОУ при нулевом входном сигнале, деленное на коэффициент усиления:

$$U_{СМ} = U_{ВЫХ} / K, \quad U_{ВХ} = 0.$$

2. Входные токи обусловлены конечным значением входных сопротивлений ОУ. Входные токи ОУ обеспечивают нормальную работу входного дифференциального каскада. Если этот каскад выполнен на полевых транзисторах, то входные токи столь малы, что сравнимы с токами различных утечек. Однако если источники входного сигнала, подключенные к входам ОУ, имеют разные внутренние сопротивления, то между входами образуется нежелательная разность потенциалов, которая после усиления появится на выходе. Поэтому резисторы, подключаемые к входам ОУ, следует по возможности выбирать с одинаковыми сопротивлениями.

3. Разность входных токов образуется по приведенным в п. 2 причинам и может иметь любой знак.

4. Входные сопротивления: дифференциальное и синфазное.

Дифференциальное входное сопротивление – это полное входное сопротивление со стороны любого входа при условии, что второй вход соединен с общим выводом схемы. Значение этого сопротивления – от десятков кОм до сотен мОм. Входное синфазное сопротивление характеризует изменение среднего входного тока при приложении к входам ОУ синфазного напряжения. Синфазное сопротивление на несколько порядков выше сопротивления для дифференциального сигнала.

5. Коэффициент ослабления синфазного сигнала – это отношение напряжения синфазного (поданного на оба входа одновременно) сигнала к дифференциальному входному на-

пряжению, которое обеспечило бы на выходе такой же сигнал, как и в случае подачи синфазного напряжения:

$$K_{ОЛСФ} = U_{ВХ\,СФ}/U_{ВХ\,ДИФ}, \text{ при } U_{ВЫХ\,СФ} = U_{ВЫХ\,ДИФ}.$$

Так как $U_{ВЫХ} = K\,(U_{ВХ\,ДИФ} + U_{ВХ\,СФ}/K_{ОЛСФ})$, то ясно, что $K_{ОЛСФ}$ характеризует диапазон синфазного напряжения, при котором работа ОУ не нарушается.

6. Температурные дрейфы: по напряжению – $U_{СМ}$/°С, по току – $I_{ВХ}$/°С важны для особо точных (прецизионных) ОУ, оцениваются в мкВ/°С и в нА/°С.

7. Напряжение шумов, приведенное к входу, – это действующее значение $U_{ВЫХ}$ при нулевом входном сигнале и нулевом внутреннем сопротивлении источника сигнала, деленное на коэффициент усиления ОУ: $U_{Ш\,ВХ} = U_{Ш\,ВЫХ}/K$.

Шумы оценивают в определенной полосе частот входного сигнала, поэтому размерность оценки шума имеет вид: $\text{нВ}/\sqrt{\text{Гц}}$. Иногда в технических данных ОУ приводят значение коэффициента шума в дБ, как отношение мощностей приведенного шума ОУ к мощности шума внутреннего сопротивления источника, с помощью которого измеряют шумовые характеристики.

8. Коэффициент влияния нестабильности источника питания – это отношение приведенного к входу изменения выходного напряжения ОУ к вызвавшему его изменению питающего напряжения:

$$K_в = \Delta\, U_{СМ}/\,\Delta U_{ПИТ}, \text{ мкВ/В}.$$

9. Выходное сопротивление – это измеренное со стороны выходного зажима ОУ активное сопротивление.

10. Выходное напряжение и выходной максимально допустимый ток – параметры, указывающиеся при определенной (допустимой) величине сопротивления нагрузки.

11. Коэффициент усиления по напряжению K_U.

12. Частота единичного усиления f_1 – это частота входного сигнала, при которой модуль коэффициента усиления ОУ равен 1. Часто указывают граничную частоту, под ней подразумевается частота, до которой ОУ обеспечивает гарантируемое значение коэффициента усиления.

13. Допустимая скорость нарастания напряжения – это максимальная скорость изменения выходного напряжения при максимальном значении его амплитуды, В/мкс.

14. Время установления выходного сигнала – время, за которое выходной сигнал нарастает от 0,1 до 0,9 амплитудного значения.

15. Время восстановления – время возврата из режима насыщения.

16. Амплитудная характеристика представляет собой зависимость амплитуды выходного сигнала от амплитуды входного сигнала. Согласно такому определению ОУ будет иметь две характеристики: для инвертирующего и неинвертирующего входов. Вид характеристик представлен на рис. 9.7.

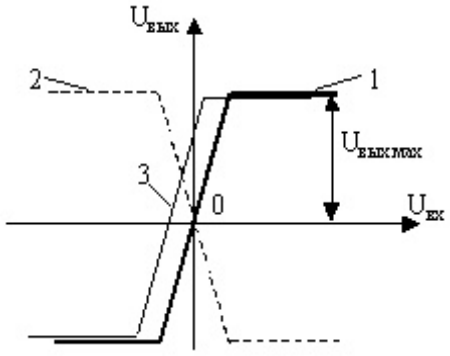


Рис. 9.7. Амплитудные характеристики ОУ:
1 – по неинвертирующему входу, *2* – по инвертирующему входу,
3 – по неинвертирующему входу при наличии смещения нуля

Следует учитывать, что масштабы напряжений имеют разные значения: по горизонтальной оси – милливольты, по вертикальной оси – вольты, а также то, что в ОУ максимальное $U_{ВЫХ}$ не может превышать напряжение источника питания.

17. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) и фазо-частотная характеристика (ФЧХ). АЧХ показывает зависимость коэффициента усиления ОУ от частоты входного сигнала. ФЧХ показывает зависимость угла сдвига фаз входного и выходного сигналов от частоты входного сигнала. Наличие указанных характеристик обусловлено тем, что в схеме ОУ всегда имеются паразитные емкости и индуктивности, вносящие сдвиги фаз в сигналы в процессе их усиления. При этом с ростом частоты коэффициент усиления падает, а фазовый сдвиг увеличивается. Если фазовый сдвиг достигает значения 2π, то отрицатель- ная обратная связь превращается в положительную, усилитель превращается в генератор беспорядочных колебаний (возбуждается), теряет устойчивость работы, а следовательно и усилительные свойства.

Примерный вид АЧХ и ФЧХ показан на рис. 9.8.

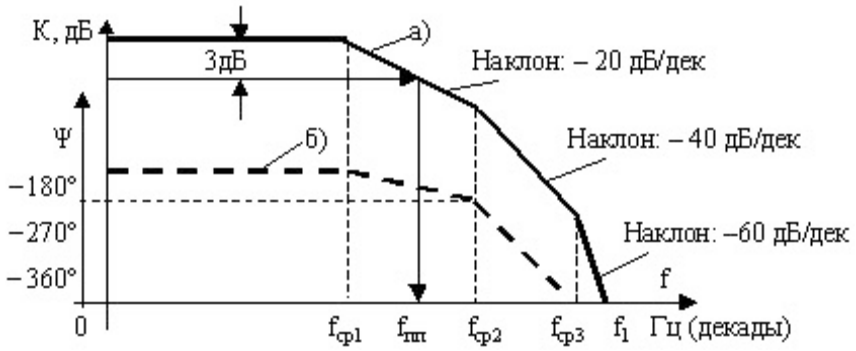


Рис. 9.8. Частотные характеристики ОУ:
а – АЧХ, *б* – ФЧХ

На рис. 9.8, *а* по вертикальной оси откладывается значение модуля коэффициента усиления ОУ (обычно в дБ), по горизонтальной оси отложены значения частот в логарифмическом масштабе.

Характерные точки АЧХ показывают диапазоны частот, в которых происходит изменение модуля коэффициента усиления: $f_{СР1}$, $f_{СР2}$, $f_{СР3}$ – частоты «среза» – частоты, при которых происходит заметное уменьшение коэффициента усиления; $f_{ПП}$ – частота «полосы пропускания» – показывает диапазон частот, в котором модуль коэффициента усиления уменьшается от максимального значения не более, чем на 3 дБ; f_1 – частота «единичного усиления», при

которой входной сигнал уже не усиливается. На логарифмических АЧХ (ЛАЧХ) участки характеристики показывают отрезками прямых линий, имеющих наклон, соответствующий скорости изменения модуля коэффициента усиления ОУ при изменении частоты входного сигнала (рис. 9.8, *а*). Фазочастотная характеристика на рис. 9.8, *б* представлена для случая, когда входной сигнал подан на инвертирующий вход, поэтому начальное значение угла сдвига фаз $\Psi = -180^{\circ}$. По мере роста частоты модуль угла сдвига фаз увеличивается, при некоторой частоте достигается значение -360°, что приводит к потере устойчивости работы ОУ.

С целью недопущения таких режимов производят частотную коррекцию характеристик при изготовлении ОУ (внутренняя коррекция), либо делают специальные контактные выводы в микросхеме ОУ для подключения корректирующих конденсаторов (внешняя коррекция).

Коррекцией добиваются желательного изменения АЧХ и ФЧХ
в заданном диапазоне частот усиливаемого сигнала. Особого внимания заслуживает случай, когда нагрузка ОУ носит емкостный характер, так как емкость вносит дополнительный сдвиг фаз в усилительный тракт, который может привести к самовозбуждению схемы.
С целью предотвращения самовозбуждения в цепь отрицательной обратной связи ОУ обычно включают дополнительные конденсаторы для коррекции ФЧХ и АЧХ.

9.4. Обратные связи в усилительных устройствах

Обратной связью (ОС) называют процесс передачи выходного сигнала (целиком или его части) с выхода на вход усилительного устройства с целью коррекции характеристик и параметров этого устройства.

Обратная связь осуществляется с помощью электрических цепей (устройств), соединяющих вход и выход усилительного устройства. Часто эти цепи тоже называют обратной связью и говорят, что они «охватывают» усилитель или усилительное устройство. В общем случае ОС может охватывать один усилительный каскад или несколько каскадов, поэтому можно различать *общую* и *местную* ОС.

Сигнал ОС, получаемый с выхода устройства, может на входе либо суммироваться с основным усиливаемым сигналом, либо вычитаться из него. В первом случае обратную связь называют *положительной* (ПОС), во втором – *отрицательной* (ООС). В случае сигналов переменного тока ПОС будет осуществляться при совпадении фаз основного (входного) сигнала и сигнала ОС, а ООС – при разности этих фаз, равной 180°.

Основные соотношения для усилительного устройства, охваченного цепями обратной связи, можно получить из обобщённой структурной схемы усилительного устройства, состоящего из усилительного каскада, цепи обратной связи и сумматора сигналов на входе (рис. 9.9).

Система уравнений, характеризующих структурную схему, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} U_{ВЫХ} &= K\,U_C; \\ U_C &= U_{ВХ} + \beta U_{ВЫХ}, \end{aligned} \qquad (9.2)$$

где K – собственный коэффициент передачи усилителя;

β – коэффициент передачи цепи (звена) ОС;

$U_{ВХ}$ – входной (основной) усиливаемый сигнал;

$U_{ВЫХ}$ – выходной сигнал усилительного устройства.

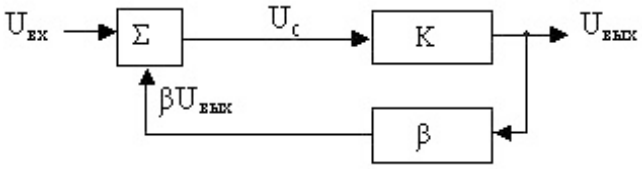


Рис. 9.9. Обобщённая структурная схема усилительного устройства с цепью обратной связи

Вычислим по общему правилу результирующий коэффициент передачи (усиления) схемы: $K_P = U_{ВЫХ} / U_{ВХ}$. С учётом уравнений (9.2) получим:

$$K_P = K/(1–\beta K). \qquad (9.3)$$

Полученное выражение позволяет сделать важные выводы о свойствах усилительного устройства, охваченного цепью ОС, а также выяснить степень влияния свойств звена ОС на общие свойства этого устройства.

В усилительных устройствах используют разнообразные виды обратных связей, различающихся по способам получения (формирования) сигнала ОС, по способам использования (введения) сигнала ОС на входе, по частотным свойствам и т.д. Основные названия видов ОС представлены на рис. 9.10.

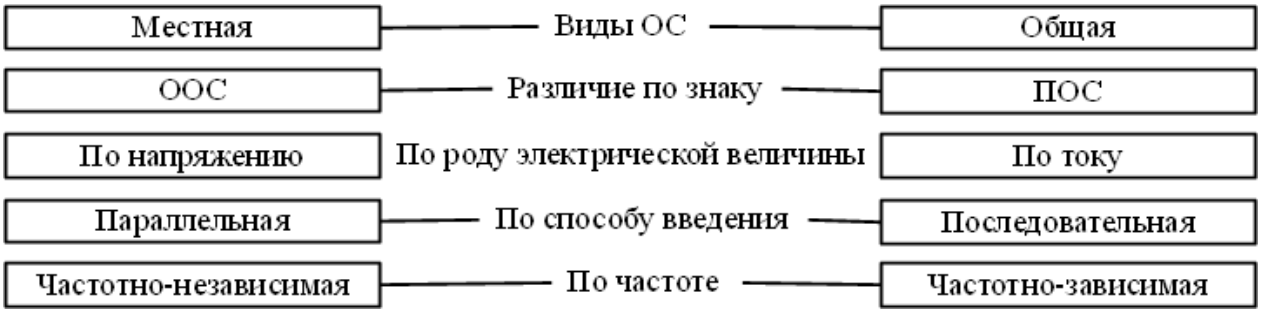


Рис. 9.10. Классификация типов обратной связи

Рассмотрим влияние обратных связей на общие свойства усилительного устройства, обобщенная схема которого изображена на рис. 9.9.

Анализ выражения (9.3) показывает, что величина результирующего коэффициента передачи схемы зависит от величины и знака коэффициента передачи звена ОС β, причём, если $\beta > 0$, а $\beta K < 1$, то $K_P > K$, т.е. коэффициент усиления схемы становится больше, чем собственный коэффициент усиления усилительного элемента (УЭ). Если $\beta < 0$, то $K_P < K$, т.е. коэффициент усиления схемы становится меньше, чем собственный коэффициент усиления УЭ.

Первый случай соответствует ПОС, второй – ООС. Если $\beta K = 1$, то теоретически результирующий коэффициент передачи увеличивается до бесконечно большой величины. На практике схема становится неработоспособной как усилитель и превращается в устройство, генерирующее (если не принять специальных мер) беспорядочные колебания выходного сигнала (говорят, что схема теряет устойчивость – «возбуждается»). Если предположить, что

собственный коэффициент усилительного звена достаточно большой, то из выражения (9.3) можно получить

$$K_p \approx -(1/\beta). \qquad (9.4)$$

Полученное соотношение свидетельствует о том, что свойства усилителя с большим собственным коэффициентом усиления будут определяться свойствами звена обратной связи. Этот факт широко используется для построения разнообразных функциональных узлов и устройств на основе ОУ.

Влияние ОС на другие параметры усилительного устройства рассмотрим на примерах изменения входных и выходных сопротивлений устройств с введением цепей ОС. Отметим два важных свойства указанных параметров:

1. Входное сопротивление устройства, охваченного цепью ОС, зависит от способа введения сигнала ОС во входную цепь и не зависит от способа получения этого сигнала.

2. Выходное сопротивление усилителя, охваченного цепью ОС, зависит от способа получения сигнала ОС и не зависит от способа введения этого сигнала во входную цепь.

Методику определения входных и выходных сопротивлений для усилительного каскада, охваченного цепью ОС, рассмотрим на примере обобщённой структурной схемы усилителя напряжения, показанной на рис. 9.11.

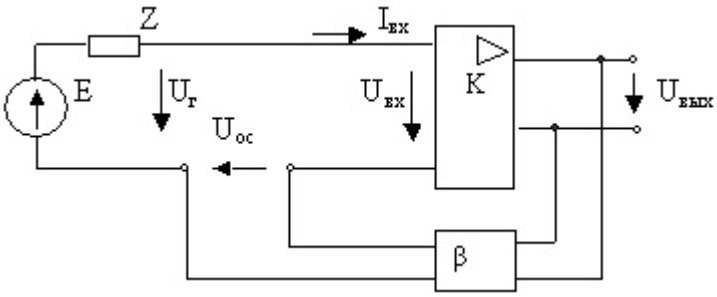


Рис. 9.11. Структурная схема усилительного устройства с ОС, введённой последовательно по напряжению

В схеме соблюдаются следующие очевидные соотношения:

$U_{ВЫХ} = KU_{ВХ}$; $U_{ОС} = \beta U_{ВЫХ}$; $U_Г = U_{ВХ} + U_{ОС}$; $U_{ВХ}/I_{ВХ} = Z_{ВХ0}$,

где $Z_{ВХ0}$ – собственное входное сопротивление усилителя, имеющего собственный коэффициент усиления K.

Определяя по общему правилу входное сопротивление всей схемы как $Z_{ВХ} = U_Г / I_{ВХ}$, получим:

$$Z_{ВХ} = Z_{ВХ0}(1+\beta K). \qquad (9.5)$$

Соотношение (9.5) показывает, что при наличии ООС входное сопротивление схемы увеличивается. Если направление напряжения $U_{ОС}$ изменить на противоположное, получим положительную обратную связь. В этом случае

$$Z_{ПВХ} = Z_{ВХ0}(1-\beta K). \qquad (9.6)$$

Анализ показывает, что в этом случае входное сопротивление схемы может быть нулевым, отрицательным либо положительным, но меньше $Z_{ВХ0}$.

Используя для анализа выходных сопротивлений соотношения, аналогичные (9.5, 9.6), можно получить следующие результаты:

1. ООС по напряжению уменьшает выходное сопротивление схемы, а ПОС либо увеличивает его, либо делает отрицательным.

2. ООС по выходному току увеличивает выходное сопротивление схемы, ПОС может это сопротивление оставить неизменным, увеличить его или сделать отрицательным.

Подробный анализ действия цепей ОС в усилительных устройствах позволяет сделать следующие общие выводы [11]:

1. Введение цепей ОС изменяет основные параметры усилительного устройства как количественно, так и качественно.

2. Действие ООС и ПОС, как правило, противоположно.

3. Введение цепей ООС стабилизирует коэффициент усиления устройства, расширяет полосу пропускания, уменьшает частотные и фазовые искажения.

4. Введение цепей ПОС сужает полосу пропускания устройства, приводит к увеличению частотных и фазовых искажений, уменьшает устойчивость схемы к изменениям параметров и характеристик элементов схемы.

5. Параметры цепей (звеньев) ОС оказывают существенное влияние на параметры и характеристики всего усилительного устройства.

9.5. Примеры использования операционных усилителей и обратных связей в некоторых схемах

Конверторы сопротивлений. ОУ позволяют строить схемы, обладающие свойствами, нехарактерными для обычных элементов. Примерами могут служить так называемые конверторы и инверторы сопротивлений и проводимостей [6]. Эти схемы позволяют изменять масштаб сопротивлений, проводимостей, ёмкостей и индуктивностей, заменять индуктивные элементы ёмкостными, изменять знак сопротивлений с положительного на отрицательный, схемно получать отрицательные ёмкости и индуктивности. Понятия отрицательной ёмкости и индуктивности связаны с комплексным представлением соответствующих проводимостей. Положительная емкость имеет комплексную проводимость $Y_C = \omega C e^{j90^\circ}$, которая показывает, что ток
в ёмкости опережает напряжение на 90°. В отрицательной ёмкости ток будет отставать от напряжения на 90°.

Известно, что в индуктивности (положительной) ток отстаёт от напряжения на 90°, а индуктивное сопротивление представляют комплексной величиной $Z_L = \omega L e^{j90^\circ}$.

Отрицательная индуктивность представляется комплексным сопротивлением, в котором ток опережает напряжение на 90°. Некоторые структурные схемы таких устройств [6] показаны на рис. 9.12.

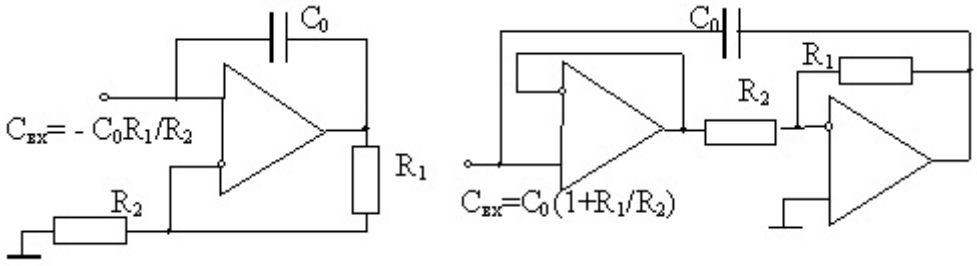


Рис. 9.12. Схемы конверторов емкостного сопротивления

Схемы сравнения на основе операционных усилителей. Большой собственный коэффициент усиления позволяет построить эффективные схемы сравнения двух напряжений, применяемые в различных устройствах автоматики [26]. На основе ОУ можно построить как однопороговые, так и гистерезисные схемы сравнения. Передаточные характеристики таких схем представлены на рис. 9.13 и 9.14.

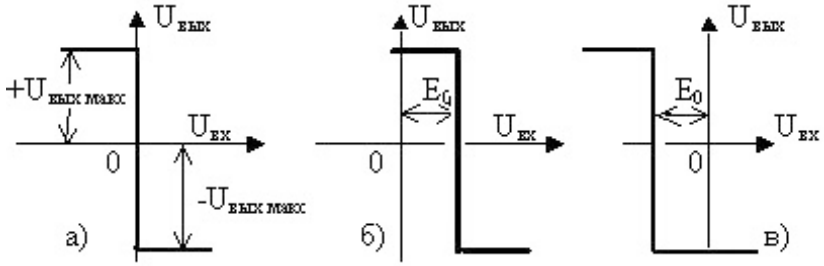


Рис. 9.13. Идеальные передаточные характеристики однопороговой схемы сравнения:
а – для идеального ОУ без внешнего смещения;
б – с положительным смещением, *в* – с отрицательным смещением

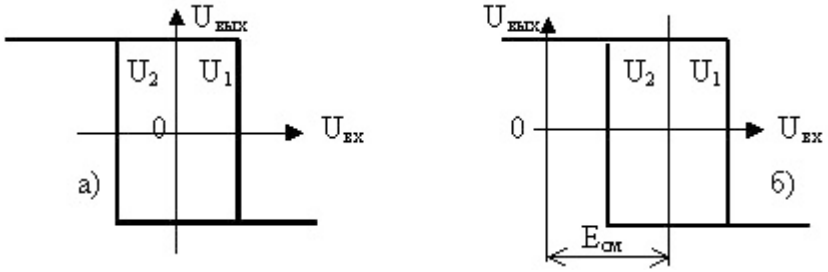


Рис. 9.14. Передаточные гистерезисные характеристики:
а – симметричная без смещения; *б* – со смещением

Передаточные характеристики, показанные на рис. 9.13 и 9.14, могут быть получены, если использовать ОУ без обратной связи или с положительной обратной связью. При этом ОУ по свойствам должен приближаться к идеальному: $K_{OY} \to \infty$, $R_{BX} \to \infty$, $R_{ВЫХ} \to 0$. Согласно основному уравнению для усилителя с обратной связью имеем:

$$K_{OC} = \frac{K_{OY}}{1 - b_{OC} \cdot K_{OY}}, \qquad (9.7)$$

где b_{OC} – коэффициент обратной связи;

$K_{OУ}$ – собственный коэффициент усиления ОУ;

K_{OC} – коэффициент усиления схемы.

Если b_{OC} = 0 (отсутствует ОС), то $K_{OC} = K_{OУ}$, причем при достаточно большом значении $K_{OУ}$ напряжение на выходе ОУ появится при нулевом значении напряжения на его входах. Работа ОУ в таком режиме имеет только теоретическое значение. Для того чтобы построить схему сравнения, нужно использовать факт перехода ОУ из одного состояния в другое при разности напряжений на входах, близкой к нулю. Сравниваемые напряжения подают на инвертирующий
и неинвертирующий входы, а момент их равенства будет зафиксирован скачкообразным изменением напряжения на выходе. Структурные схемы, позволяющие осуществить сравнение одного напряжения с другим (в том числе и с нулем), показаны на рис. 9.15.

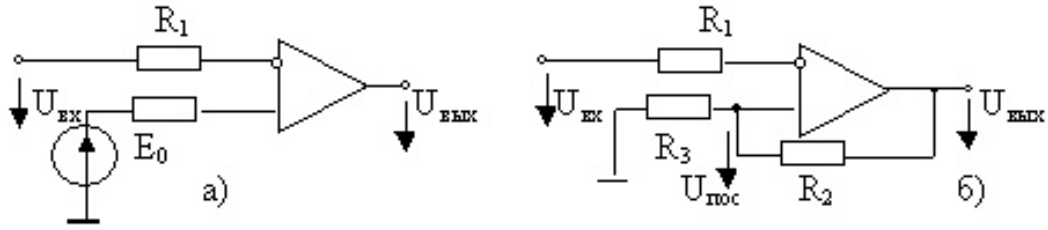
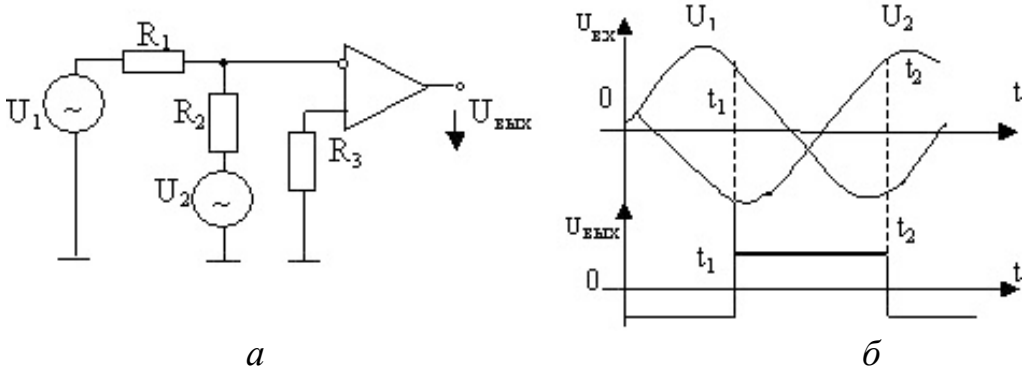


Рис. 9.15. Структурные схемы сравнения напряжений:
а – ОУ без цепи обратной связи с высоким $K_{OУ}$, *б* – ОУ с положительной ОС

В схеме на рис. 9.15, *а* входное напряжение U_{BX} сравнивается
с опорным напряжением E_0. В схеме на рис. 9.15, *б* входное напряжение U_{BX} сравнивается с напряжением $U_{ПОС}$, образованным из выходного напряжения резистивным делителем R_2R_3.

Схема сравнения может быть построена на ОУ без обратной связи при подаче сравниваемых напряжений на один неинвертирующий вход, если одно из сравниваемых напряжений (или оба) имеют знакопеременный характер изменения. Схема такого устройства сравнения приведена на рис. 9.16.



а *б*

Рис. 9.16. Структурная схема сравнения знакопеременных напряжений (*а*) и временные диаграммы сигналов (*б*)

Переключение схемы будет происходить в моменты t_1, t_2, когда

$$\frac{U_1(t)}{R_1} = \frac{U_2(t)}{R_2}, \qquad (9.8)$$

где $U_1(t)$, $U_2(t)$ – текущие (мгновенные) значения сравниваемых напряжений.

Если выбрать $R_1=R_2$, переключение будет происходить в моменты равенства абсолютных значений противоположных по знаку напряжений (в предположении, что внутренние сопротивления источников напряжений одинаковы).

Если $b_{OC} \neq 0$ и имеет положительный знак, то согласно (9.7), коэффициент передачи схемы увеличивается, при этом гистерезисную характеристику (рис. 9.14) можно получить при $b_{OC} > 1/K_{OY}$.

В схеме (рис. 9.15, *б*) на инвертирующий вход подано изменяющееся по абсолютному значению и знаку напряжение U_{BX}, а цепь ПОС образована делителем R_2R_3. На неинвертирующем входе будет образовано напряжение:

$$\left|U_{ПОС}\right| = \left|U_{ВЫХ\ МАХ}\right| \cdot \frac{R_3}{\left(R_2 + R_3\right)}. \qquad (9.9)$$

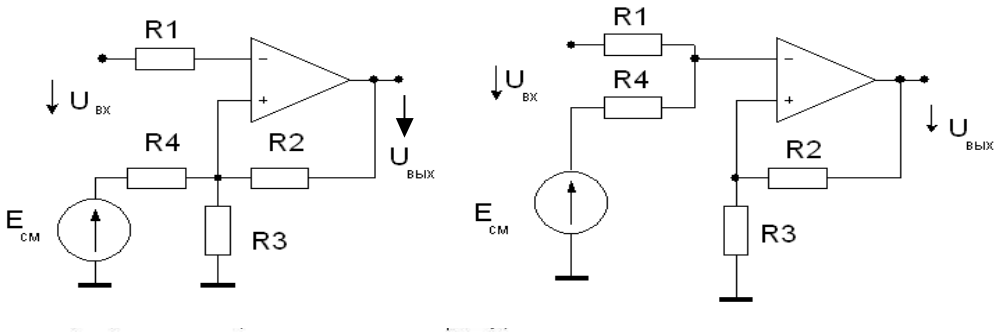
Знак этого напряжения будет определяться знаком выходного напряжения ОУ, находящегося в состоянии положительного или отрицательного ограничения. Если, например, на выходе ОУ напряжение соответствует уровню положительного ограничения (на выходе присутствует положительное $U_{ВЫХ\ МАХ}$), подача отрицательного напряжения U_{BX} не будет изменять состояние схемы до тех пор, пока $|U_{BX}|<|U_{ПОС}|$. В момент, когда $|U_{BX}|=|U_{ПОС}|$ произойдет изменение выходного напряжения ОУ от + $U_{ВЫХ\ МАХ}$ до $-$ $U_{ВЫХ\ МАХ}$, а на неинвертирующем входе установится напряжение:

$$U_{ПОС} = -U_{ВЫХ\ МАХ} \cdot \frac{R_3}{\left(R_2 + R_3\right)}. \qquad (9.10)$$

Таким образом, устойчивые состояния при наличии ПОС в рассматриваемой схеме будут устанавливаться каждый раз после перехода входного напряжения через пороговые значения $U_{ПОС}$, определяемые выражениями (9.9), (9.10). Анализ работы схемы с идеальным ОУ и цепью ПОС показывает, что передаточная характеристика будет иметь вид, представленный на рис. 9.14, *а*, где U_1 и U_2 определяются по выражению (9.10).

Смещение характеристики по горизонтальной оси относительно начала координат можно осуществить подачей дополнительного напряжения смещения на тот или иной вход. Если напряжение смещения положительное, то подача его на неинвертирующий вход смещает характеристику вправо (рис. 9.14, *б*), а подача его на инвертирующий вход смещает характеристику влево. Смещение характеристики влево можно осуществить подачей отрицательного смещения на неинвертирующий вход.

Следует заметить, что подачу напряжения смещения нужно выполнять через резистор, сопротивление которого должно быть значительно больше сопротивлений, используемых для реализации характеристик. Структурные схемы, реализующие такие характеристики, показаны на рис. 9.17.



а *б*

Рис. 9.17. Гистерезисные структурные схемы:
а – напряжение смещения подано на неинвертирующий вход;
б – напряжение смещения подано на инвертирующий вход

Аналоговый компаратор. Построение схем сравнения повышенной чувствительности на ОУ, как на дискретном элементе, встречает определенные трудности. Значительно лучшими характеристиками обладают интегральные схемы сравнения двух напряжений, называемые *аналоговыми компараторами*.

Компаратором принято называть интегральную схему, предназначенную для сравнения двух напряжений и выдачи результата сравнения в виде напряжения, соответствующего логическим уровням «0» или «1». Аналоговый компаратор служит связующим звеном между аналоговой и цифровой частями схемы.

В структурной схеме компаратора, помимо операционного усилителя, есть дополнительные элементы, обеспечивающие выполнение основной функции сравнения и функции преобразования уровня выходного напряжения в соответствии с результатом сравнения. Передаточные характеристики и упрощенная структурная схема компаратора [14] показаны ниже на рис. 9.18.

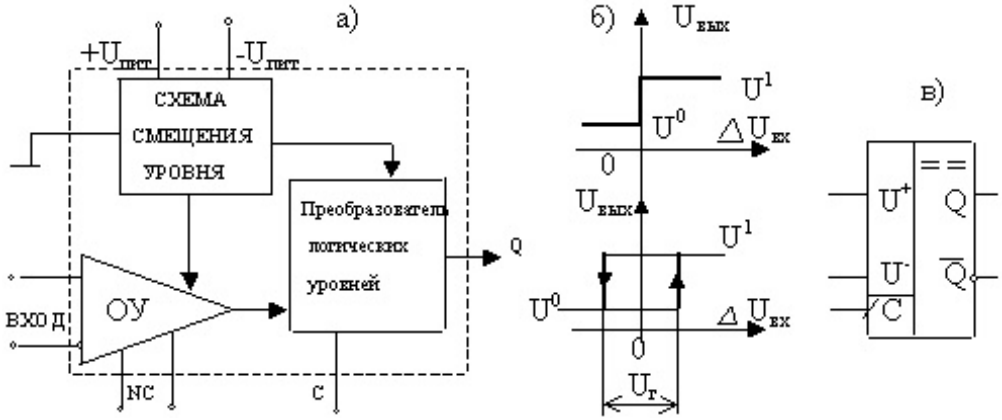


Рис. 9.18. Структурная схема (*а*), передаточные характеристики (*б*) и УГО (*в*) аналогового компаратора:
NC – выводы для коррекции нулевого уровня (балансировки); *C* – вход тактирования;
U^0, U^1 – логические уровни выходного сигнала; *Q* – обозначение выхода;
U^+, U^- – обозначения входных зажимов; $U_Г$ – ширина петли гистерезисной характеристики

Условия работы компаратора определяются следующим образом:

$$U_{ВЫХ} = \begin{cases} U^1, \text{при } U^+ > U^- \text{ или } \Delta U_{ВХ} > 0; \\ U^0, \text{при } U^+ < U^- \text{ или } \Delta U_{ВХ} < 0. \end{cases}$$

Наличие гистерезиса в выходной характеристике компаратора обусловлено погрешностью сравнения уровней входных напряжений, а величина напряжения $U_Г$ характеризует его чувствительность и может составлять несколько мВ. Важнейшими параметрами компаратора являются:

– пороговая чувствительность – минимальный разностный сигнал, который способен идентифицировать компаратор;

– входные и выходные токи;

– коэффициент ослабления синфазного сигнала – отношение величины синфазного напряжения к дифференциальному сигналу, вызывающему срабатывание компаратора, (измеряется в дБ);

– быстродействие (время переключения), характеризуемое промежутком времени от момента подачи входного сигнала $\Delta U_{ВХ}$ до момента достижения выходным сигналом логического уровня U^0
или U^1.

Современные аналоговые компараторы имеют время переключения несколько десятков нс при пороговой чувствительности около 0,25 мВ.

9.6. Области применения операционных усилителей в электронных схемах

Области использования ОУ весьма разнообразны. Приведенный ниже перечень устройств не охватывает все возможные случаи использования ОУ.

1. В линейных частотно-независимых и частотно-зависимых схемах:

а) инвертирующие и неинвертирующие масштабные усилители;

б) усилители с регулируемым усилением и повторители напряжения;

в) специальные дифференциальные и мостовые усилители;

г) стабилизаторы тока и напряжения;

д) усилители тока фотоэлементов и электрометрические усилители;

е) интеграторы, дифференциаторы, фазовращатели, активные фильтры;

2. Схемы с нелинейными и управляемыми обратными связями.

а) формирователи импульсов, ограничители, функциональные преобразователи;

б) прецизионные и фазочувствительные выпрямители, детекторы и компараторы;

в) логарифмические и антилогарифмические усилители;

г) аналоговые умножители и делители, широтно-импульсные модуляторы;

д) аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи (АЦП и ЦАП);

е) автогенераторы, мультивибраторы, генераторы синусоидальных колебаний;

ж) преобразователи напряжения в частоту и частоты в напряжение.

10. ГЕНЕРАТОРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ И ЭЛЕКТРОННЫЕ КЛЮЧИ

10.1. Общие сведения

Генератор колебаний – это устройство, посредством которого энергия источника питания преобразуется в электрические колебания нужной формы, частоты и мощности.

Генераторы классифицируют по следующим признакам: частоте, форме колебаний, назначению, выходной мощности, типу активного элемента, виду цепей обратной связи.

По частоте различают инфранизкочастотные генераторы (частота генерации меньше 10 Гц), низкочастотные (от 10 Гц до 100 кГц), высокочастотные (от 100 кГц до 100 МГц), сверхвысокочастотные (выше 100 МГц). По форме колебаний различают генераторы гармонических и негармонических (импульсных) сигналов. По виду цепей обратной связи различают *LC*-, *RC*-, *RL*-генераторы. По используемым активным элементам генераторы подразделяют на транзисторные, ламповые, на операционных усилителях, динисторах и др. [12].

Генератор колебаний можно представить нелинейным устройством, обобщенная структурная схема которого имеет вид, показанный на рис. 10.1.

Схема содержит усилитель с коэффициентом усиления K, цепь отрицательной обратной связи с коэффициентом передачи m и цепь положительной обратной связи с коэффициентом передачи β. Различают два этапа после включения питания: этап возбуждения и этап стационарного режима. На первом этапе основную роль играет цепь положительной обратной связи (ПОС), которая обычно выполняется на пассивных элементах и имеет потери.

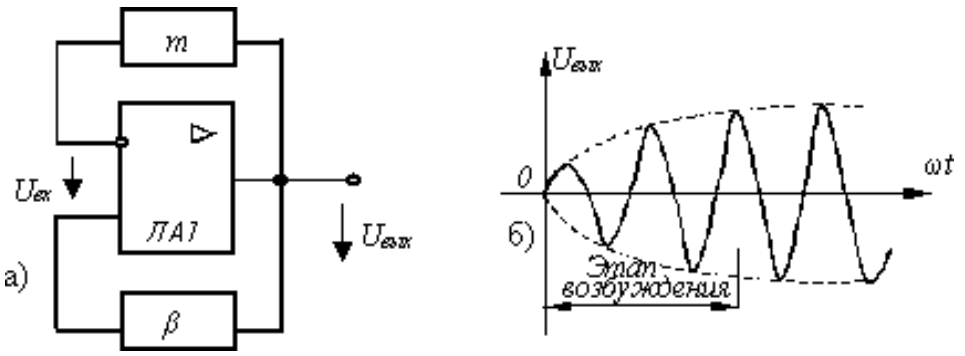


Рис. 10.1. Структурная схема генератора с внешней обратной связью (*а*) и процесс установления колебаний (*б)*

После подачи питания в схеме возникают колебания, обусловленные нестационарными (переходными) процессами – зарядом емкостей, нарастанием тока в индуктивностях, переходными процессами в транзисторах или операционных усилителях. Эти колебания появляются на входе в виде сигнала $U_{вх}$ и на выходе усилителя в виде сигнала $U_{вых} = KU_{вх}$. С выхода усилителя колебания через цепь ПОС поступают на вход усилителя, т.е.

$$U_{вх} = \beta U_{вых}.$$

Сравнение выражений для $U_{вых}$ приводит к равенству $U_{вых} = =\beta K U_{вых}$, откуда следует, что для возбуждения колебаний должно соблюдаться условие

$$\beta K = 1. \qquad (10.1)$$

Произведение βK называется *петлевым усилением* усилителя с обратной связью. Это условие распадается на два, которые называют *условиями баланса амплитуд и фаз*:

$$|K\beta| = 1; \qquad (10.2)$$

$$\arg(K\beta) = \varphi_к + \varphi_с = 0, \qquad (10.3)$$

где $\varphi_к$ и $\varphi_с$ – сдвиг по фазе, соответственно, для прямой и обратной передачи усиливаемого сигнала.

Условие (10.2) означает, что модуль коэффициента усиления усилителя должен быть равен модулю обратной величины коэффициента передачи звена ПОС, т.е. насколько сигнал ослабляется при передаче через цепь ПОС, настолько он должен быть усилен при прохождении через усилитель.

Если $K < \beta^{-1}$, то колебания в схеме генератора будут затухающими и наоборот. Цепь отрицательной обратной связи служит для точного выполнения условия баланса амплитуд.

Условие (10.3) называют условием баланса фаз. Оно означает, что полный фазовый сдвиг между колебаниями на входе и выходе в замкнутом контуре генератора должен быть равен $2\pi n$, где n – любое целое число. Если условие (10.3) соблюдается только на одной частоте, то (при выполнении условия баланса амплитуд) колебания будут гармоническими. Если условия баланса фаз выполняются для нескольких частот, колебания будут негармоническими.

10.2. Генераторы гармонических сигналов

Широкое распространение получили схемы генераторов, имеющих название трехточечных. Одна из них приведена на рис. 10.2.

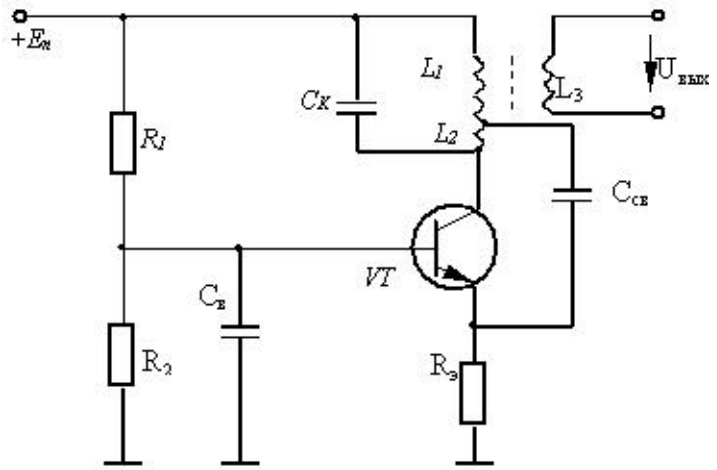


Рис. 10.2. Схема индуктивного трехточечного генератора на биполярном транзисторе

Колебания возникают в контуре $C_к$, L_1, L_2, а часть напряжения через конденсатор связи $C_{св}$ подается во входную эмиттерную цепь транзистора, образуя положительную обратную связь.

Сопротивления R_1 и R_2 обеспечивают выбор рабочей точки транзистора по постоянному току. Выходное напряжение снимается с дополнительной индуктивной обмотки. Генераторы с *LC*-контурами используются в основном на высокой частоте. На низких частотах обычно используют генераторы с *RC*-цепями в звеньях ПОС. Часто используется цепь, называемая мостом Вина, схема которой изображена на рис. 10.3.

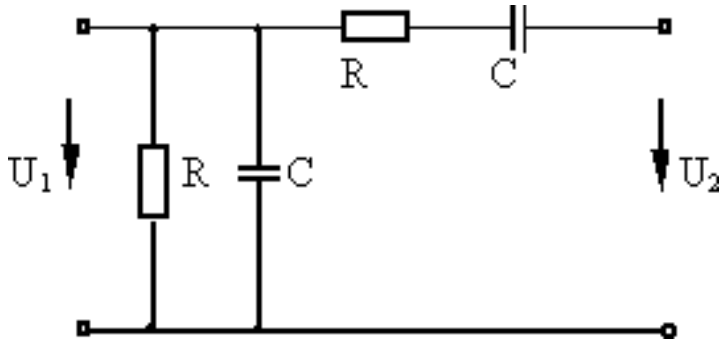


Рис. 10.3. Схема моста Вина

Мост Вина состоит из двух *RC*-звеньев: первое звено образовано последовательным соединением конденсатора и резистора и имеет сопротивление:

$$z_1 = R + \frac{1}{j\omega C}.$$

Второе звено образовано параллельным соединением таких же элементов и имеет сопротивление:

$$z_2 = \frac{R\dfrac{1}{j\omega C}}{R + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}.$$

Схема генератора гармонических колебаний с мостом Вина показана на рис. 10.4. Мост Вина образует цепь ПОС с коэффициентом передачи:

$$\beta = \frac{z_2}{z_1 + z_2} = \frac{1}{1 + \dfrac{(1 + j\omega RC)(1 + j\omega RC)}{j\omega RC}} = \frac{j\omega RC}{1 + 3j\omega RC - C^2R^2\omega^2}. \qquad (10.4)$$

Если выполнить условие $1-C^2R^2\omega^2=0$, т.е. $\omega=\frac{1}{CR}$, то фазовый сдвиг будет равен нулю, а модуль коэффициента обратной связи $\beta=\frac{1}{3}$. Частота генерации будет определяться выражением:

$$f=\frac{1}{2RC\pi}. \qquad (10.5)$$

Стабилизацию амплитуды в таком генераторе обеспечивают с помощью нелинейной цепи отрицательной обратной связи R_1, R_2. В качестве нелинейного сопротивления можно использовать миниатюрную лампочку накаливания.

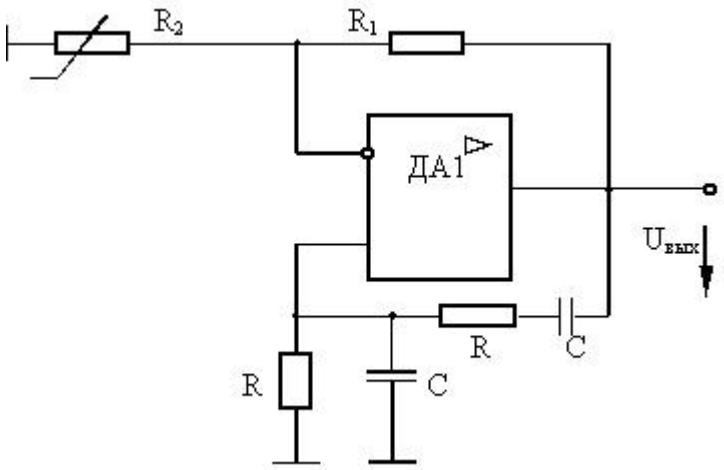


Рис. 10.4. Схема генератора с мостом Вина

При этом с увеличением выходного напряжения ток в цепи R_1, R_2 увеличивается, что приводит к увеличению сопротивления нити лампы накаливания и возрастанию глубины отрицательной обратной связи:

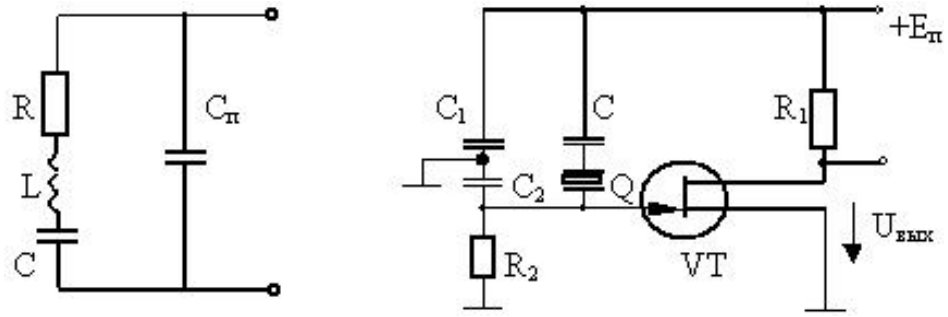
$$m = R_2/(R_1+R_2). \qquad (10.6)$$

Увеличение глубины отрицательной обратной связи приводит к замедлению увеличения выходного напряжения, в результате чего амплитуда выходного напряжения стабилизируется.

10.3. Кварцевые генераторы

В кварцевых генераторах в качестве элемента колебательного контура используется кристалл кварца (кварцевый резонатор), имеющий высокостабильную собственную резонансную частоту.

Схема замещения кварцевого резонатора представлена на рис. 10.5, *а*. Кварцевый генератор может быть построен по схеме, приведенной на рис. 10.5, *б*.



а *б*

Рис. 10.5. Схема замещения кварца (*а*)
и схема кварцевого генератора (*б*)

В схеме замещения кварцевого резонатора (рис. 10.5) L – эквивалентная индуктивность кварца, R – сопротивление потерь, C – последовательная емкость, C_n – параллельная емкость. В изображенном контуре (рис. 10.5, *а*) наблюдаются две резонансные частоты: резонанса токов и резонанса напряжений. Для кварца эти частоты практически совпадают, поэтому частотная характеристика кварцевого резонатора имеет резко выраженный максимум. В схеме кварцевого генератора (рис. 10.5, *б*) ПОС обеспечивается за счет того, что кварц вносит дополнительный фазовый сдвиг между входным и выходным напряжениями. Конденсаторы C_1 и C_2 включаются для улучшения условий возбуждения. Основное преимущество кварцевых генераторов – высокая стабильность частоты колебаний. Например, стабильность частоты *RC*-генераторов имеет величину около 0,1 %, *LC*-генераторов – около 0,01 %, а кварцевый генератор имеет стабильность (10^{-4} – 10^{-5}) % [14].

10.4. Генераторы колебаний прямоугольной формы (мультивибраторы)

Принцип получения сигналов с прямоугольной формой напряжения поясним на примере использования схемы *КР1006ВИ1*, называемой интегральным таймером [6]. Таймерами называют устройства, предназначенные для получения точных интервалов времени или по-

следовательности импульсов со стабильными частотами. Упрощенная схема интегрального таймера изображена на рис. 10.6.

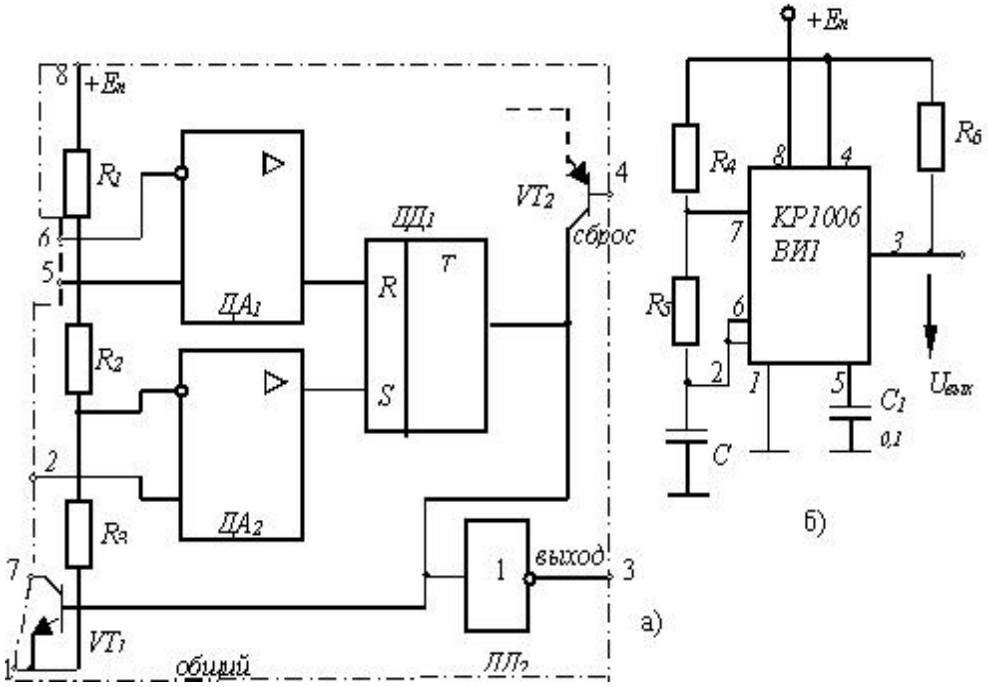


Рис. 10.6. Упрощенная схема таймера *КР1006ВИ1* (*а*) и его включение мультивибратором (*б*)

Схема содержит делитель напряжения, составленный из одинаковых резисторов R_1, R_2, R_3, два компаратора $ДА_1$, $ДА_2$, выполненные на основе схем операционных усилителей, *RS*-триггер DD_1, инвертор DD_2, разрядный ключ на транзисторе VT_1, ключ сброса VT_2 (показан условно).

При подаче напряжения на таймер конденсатор C (рис. 10.6, *б*) заряжается по цепи R_4, R_5, C до напряжения $U = \frac{2}{3}U_п$, при котором срабатывает компаратор $ДА_1$. Компаратор $ДА_1$ устанавливает триггер DD_1 в такое положение, при котором на его выходе появляется сигнал, включающий ключ VT_1. При этом обеспечивается создание цепи разряда конденсатора через резистор R_5 и транзистор VT_1. При достижении напряжением на конденсаторе значения 1/3 $E_п$ срабатывает компаратор $ДА_2$ и через вход *S* триггера DD_1 устанавливает триггер в исходное положение, при котором на его выходе образуется низкое напряжение, ключ VT_1 закрывается. Начинается заряд конденсатора до напряжения $2/3U_п$. В схеме устанавливаются устойчивые колеба-

ния. На выходе инвертора DD_2 получим прямоугольные импульсы, амплитуда которых определяется напряжением питания.

Длительность стадий заряда T_1 и разряда T_2 конденсатора C можно определить как

$$\begin{aligned} \mathrm{T}_1 &= 0{,}693\left(R_4 + R_5\right)C, \\ \mathrm{T}_2 &= 0{,}693R_5C \end{aligned} \qquad (10.7)$$

Частота генерируемых импульсов определяется выражением:

$$f = \frac{1}{\mathrm{T}_1 + \mathrm{T}_2} \approx \frac{1{,}443}{\left(2R_5 + R_4\right)C}. \qquad (10.8)$$

Скважность импульсов определяется формулой:

$$Q = R_5 /(R_4 + 2R_5). \qquad (10.9).$$

При изменении емкости конденсатора от 0,001 до 100 мкФ и суммарного сопротивления (R_4 + 2R_5) от 1 кОм до 10 мОм можно получить любые частоты в диапазоне от 0,1 Гц до 100 кГц [6].

Следует отметить, что на основе рассмотренной схемы таймера можно собрать различные устройства, такие как ждущий мультивибратор, делитель частоты, широтно-импульсный и фазо-импульсный модуляторы и другие.

Мультивибраторы на операционных усилителях и логических элементах. Генераторы прямоугольных импульсов с невысокими требованиями к стабильности могут быть выполнены на операционном усилителе. Примером может быть схема, показанная на рис. 10.7.

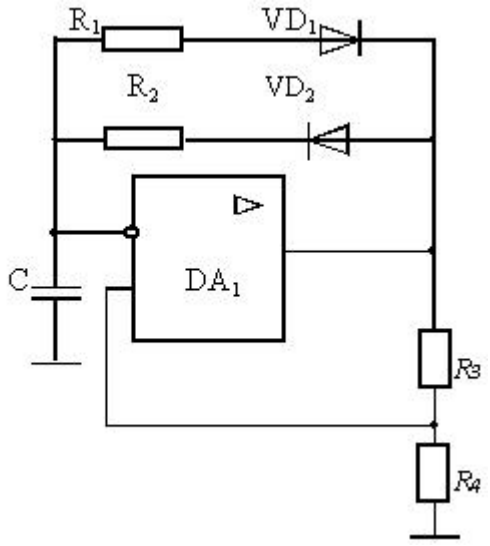


Рис. 10.7. Схема мультивибратора на операционном усилителе

Усилитель $ДА_1$ работает в режиме регенеративного компаратора, т.е. в режиме, при котором полярность и значение опорного напряжения изменяются в зависимости от полярности выходного сигнала. В схеме имеется положительная обратная связь, обеспечиваемая делителем R_3, R_4, а выходное напряжение может принимать два устойчивых значения: $U^{+}_{вых.\,max}$ и $U^{-}_{вых.\,max}$.

Коэффициент передачи цепи ПОС:

$$\gamma = \frac{R_4}{R_3 + R_4}.$$

В зависимости от исходного состояния ОУ напряжение на неинвертирующем входе будет

$$U_1 = U^{-}_{вых.\max}\gamma \qquad (10.10)$$

или

$$U_2 = U^{+}_{вых.\max}\gamma.$$

Компаратор срабатывает в моменты, когда напряжение на конденсаторе достигает значения U_1 или U_2.

Если на выходе ОУ было отрицательное напряжение, конденсатор разряжается по цепи: общий провод – резистор R_1 – диод VD_1. Если на выходе ОУ было положительное напряжение, конденсатор перезаряжается по цепи R_2, VD_2. Время заряда и разряда определяются приближенно по следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} T_1 &= R_1 C \ln \frac{U^{+}_{вых.\max} + \left|U^{-}_{вых.\max}\right|\gamma}{U^{+}_{вых.\max}(1-\gamma)}, \\ T_2 &= R_2 C \ln \frac{\left|U^{-}_{вых.\max}\right| + U^{+}_{вых.\max}\gamma}{\left|U^{-}_{вых.\max}\right|(1-\gamma)}. \end{aligned} \qquad (10.11)$$

Частота колебаний определяется по формуле:

$$f = 1/(T_1 + T_2). \qquad (10.12)$$

Мультивибратор удовлетворительно работает в диапазоне частот от нескольких Гц до 100 кГц. Выбирая параметры R_1, R_2, C, можно менять не только частоту, но и скважность выходных импульсов.

Стабильность частоты колебаний генератора на основе ОУ может быть существенно повышена, если в качестве реактивного элемента использовать кварцевый резонатор. Схема такого генератора приведена на рис. 10.8.

Кварцевый резонатор включен в цепь ООС. Глубина ООС определяется соотношением:

$$M = R_2 / (R_2 + Z), \qquad (10.13)$$

где Z – эквивалентное сопротивление параллельно соединенных резистора R_1 и кварцевого резонатора Q.

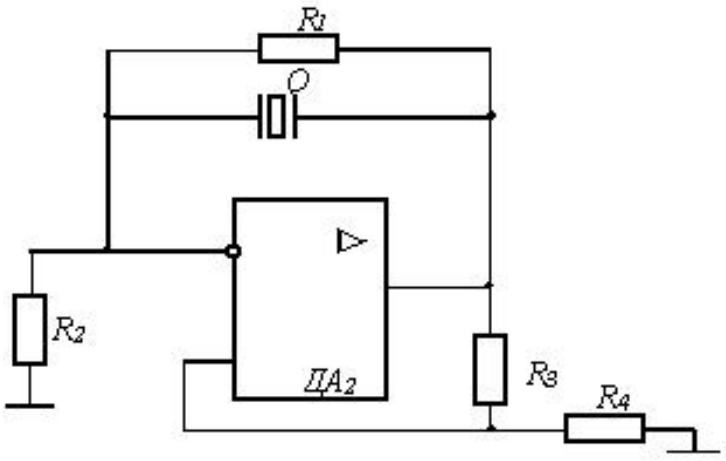


Рис. 10.8. Генератор колебаний на ОУ с кварцевым резонатором

Глубина ПОС определяется соотношением: $\gamma = R_4/(R_3 + R_4)$.

На резонансной частоте полное сопротивление кварцевого резонатора, а следовательно и эквивалентного сопротивления Z, резко увеличивается, глубина ООС уменьшается. Если результирующее значение обратной связи окажется положительным и $K\gamma > 1$, то генератор возбудится. Ограничение амплитуды осуществляется за счет свойств ОУ.

Мультивибраторы часто выполняют на логических элементах (рис. 10.9). Логические элементы (ЛЭ) схемно представляют собой усилители с большим коэффициентом усиления, у которых имеются два входных пороговых значения $U^0_{вх.пор}, U^1_{вх.пор}$. Следовательно, обеспечив положительную обратную связь, как на схеме рис. 10.7, при наличии реактивного элемента, можно получить процесс генерации колебаний подобно тому, как было рассмотрено ранее.

При этом можно использовать кварцевую стабилизацию частоты. Промышленность выпускает интегральные схемы мультивибраторов, с помощью которых можно получать колебания с частотой от долей Гц до 80 МГц [22].

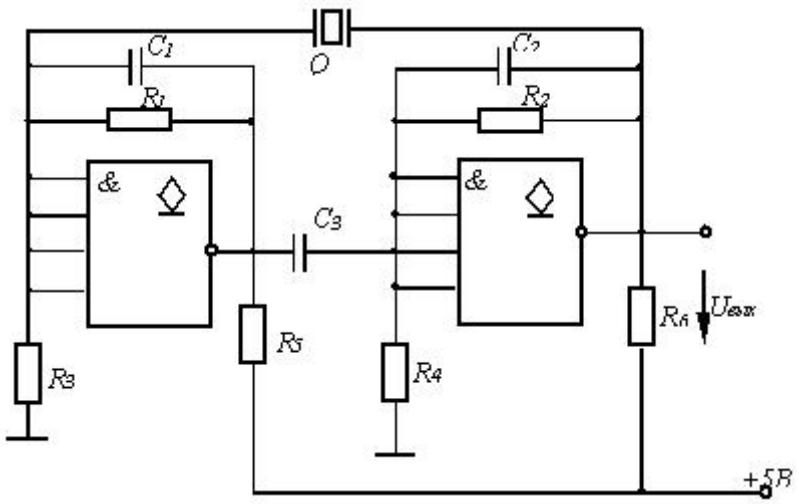


Рис. 10.9. Мультивибратор на логических элементах *К155ЛА7*

В схеме использован кварцевый резонатор для повышения стабильности частоты колебаний. ЛЭ выполняют функции усилителей. Усилители охвачены ООС, обеспечиваемой резисторами R_1, R_2 и R_3, R_4. Конденсаторы C_1 и C_2 включены для устранения паразитного возбуждения. Конденсатор C_3 введен для развязки по постоянному току выхода микросхемы DD_1 от входа микросхемы DD_2. Положительная обратная связь обеспечивается за счет фазового сдвига, осуществляемого кварцевым резонатором. Так как ЛЭ *К155ЛА7* имеет открытый коллектор, то в цепях выходов имеются резисторы R_5 и R_6. В зависимости от соотношения параметров колебания могут быть синусоидальными либо несинусоидальными. Стабильность частоты генерации при этом сохраняется.

10.5. Импульсные сигналы

Импульсный принцип построения систем занимает доминирующее положение по сравнению с аналоговым. В импульсных системах используются сигналы (напряжение, ток) импульсной формы. Наиболее распространены импульсы, близкие по форме к прямоугольной, пилообразной и экспоненциальной, они мо-

гут быть положительной, отрицательной или чередующейся полярности (рис. 10.10).

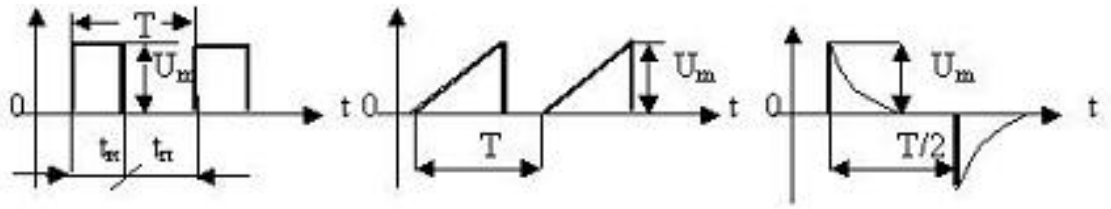


Рис. 10.10. Примеры электрических импульсов различной формы:
U_m – амплитуда, T – период импульсной последовательности,
$t_и$ – ширина (длительность) импульса,
$t_п$ – длительность паузы

Импульсными называются устройства, предназначенные для генерирования, формирования, преобразования и передачи импульсных сигналов.

Параметры электрического импульса. *Электрическим импульсом* называют кратковременное скачкообразное изменение напряжения или силы тока. Все электрические импульсы принято разделять на видеоимпульсы и радиоимпульсы (рис. 10.11).

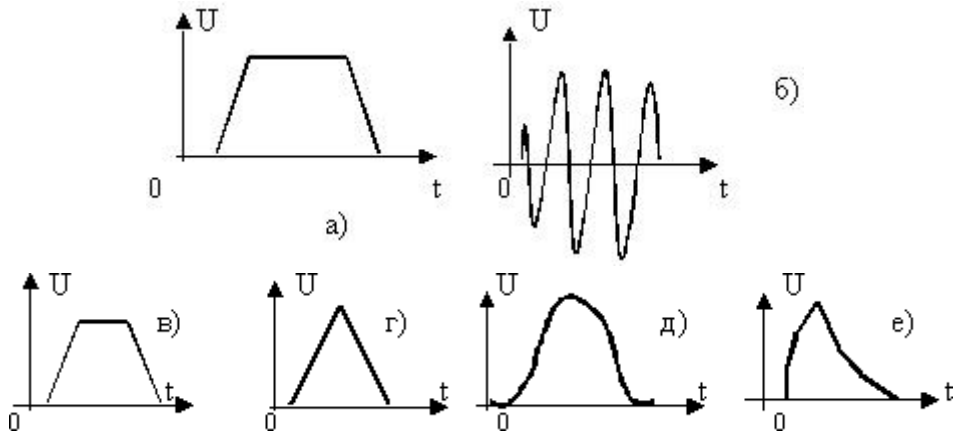


Рис. 10.11. Примеры видеоимпульсов (*а, в – е*) и радиоимпульса (*б*)

На рис. 10.11 представлены распространённые формы импульсов: трапецеидальная (*а, в*), треугольная (*г*), колоколообразная (*д*), пилообразная (*е*).

Однополярные электрические импульсы называют видеоимпульсами. Они не содержат высокочастотных колебаний. Электрические импульсы, представляющие собой ограниченные во времени

ВЧ или СВЧ электромагнитные колебания, огибающая которых имеет форму видеоимпульса, называют радиоимпульсами.

Принято различать следующие участки импульса: фронт, вершина, срез, основание. Срез называют иногда задним фронтом.

Основные параметры видеоимпульса (рис. 10.12):

1) высота импульса (амплитуда) – A;

2) спад вершины импульса – ΔA;

3) длительность импульса $t_и$, определяют на уровне 0,1A;

4) время установления или нарастания фронта импульса (длительность фронта импульса) $t_ф$ – время нарастания сигнала от уровня 0,1 до уровня 0,9 своего максимального значения;

5) длительность среза $t_с$ определяется аналогично $t_ф$;

6) длительность вершины импульса $t_в$ – на уровне 0,9A;

7) активная длительность импульса $t_{иа}$ – на уровне 0,5A.

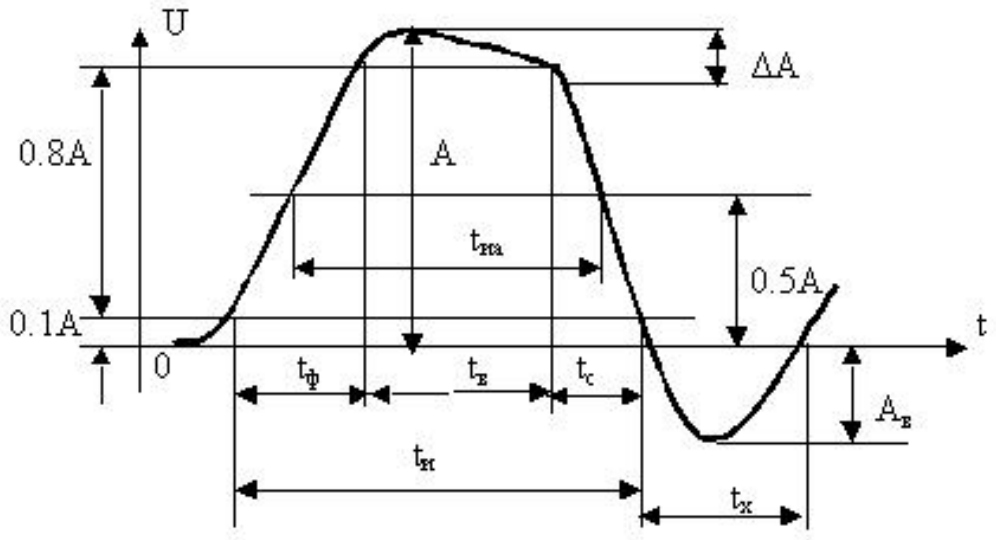


Рис. 10.12. Иллюстрация параметров видеоимпульса

Выброс, образующийся чаще всего после спада, называют хвостом импульса, который характеризуется длительностью t_x и амплитудой выброса $A_в$. В этом случае расчетная длительность среза $t_с$ должна быть увеличена. Периодическую последовательность импульсов характеризуют следующими параметрами:

1) периодом повторения импульсов T;

2) частотой повторения импульсов $f = 1/T$;

3) скважностью импульсов $Q = T/t_и$, $Q > 1$;

4) коэффициентом заполнения $K_з = 1/Q = t_и/T$, $K_з < 1$.

Устройства, в которых выполняются основные виды преобразований импульсных сигналов, разделяются на несколько видов:

а) электрические цепи, обеспечивающие неискаженную передачу импульсов – линии передачи, кабели, трансформаторы, линии задержки, усилители импульсов (видеоусилители);

б) устройства преобразования импульсов обеспечивают получение импульсов одной формы из импульсов другой формы или той же формы, но с другими параметрами:

– линейные преобразователи (интегрирующие и дифференцирующие устройства);

– нелинейные формирующие устройства (ограничители, компараторы, триггеры Шмитта, формирователи);

– преобразователи импульсов цифровых устройств, предназначенные для выполнения логических функций и преобразований одной последовательности импульсов в другую (логические элементы, триггеры, счетчики, регистры, комбинационные устройства);

в) импульсные генераторы (автогенераторы, мультивибраторы, одновибраторы, синхронизируемые генераторы, делители частоты).

Основу всех этих устройств составляют электронные ключи.

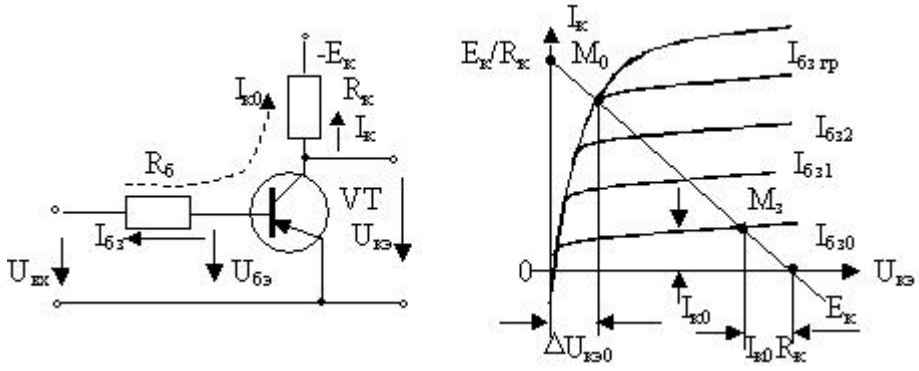
10.6. Электронные ключи

Ключи на биполярных транзисторах. Вся импульсная и цифровая техника базируется на работе транзистора в качестве *ключа* – устройства, коммутирующего электрическую цепь. Основой всех узлов и схем импульсной и цифровой техники является так называемая ключевая схема – каскад на транзисторе, работающем в ключевом режиме (рис. 10.13). Транзистор может включаться по схемам ОЭ, ОК, ОБ.

Режим запирания (отсечки) осуществляется подачей на вход транзистора напряжения положительной полярности (согласно стрелке на рис. 10.13) $U_{вх} > 0$. Эмиттерный переход под действием этого напряжения запирается и его ток равен 0. Вместе с тем через резистор $R_б$ протекает обратный (тепловой) ток коллекторного перехода $I_{к0}$. Этому режиму на выходных характеристиках транзистора соответствует точка $M_з$ (рис. 10.13). Величину запирающего входного напряжения $U_{вх.зап}$ выбирают такой, чтобы при протекающем через $R_б$ тепловом токе выполнялось условие:

$$U_{бэ} = (U_{вх.зап} - I_{к0}\, R_б) > 0. \qquad (10.14)$$

Режим открытого состояния транзистора достигается изменением полярности входного напряжения ($U_{вх} < 0$) и заданием соответствующего тока базы. С изменением полярности входного напряжения увеличению тока базы будет соответствовать увеличение тока коллектора, чему соответствует условное перемещение на характеристиках точки M из положения $M_з$ вверх по линии нагрузки, при этом $U_{кэ}$ уменьшается по модулю.



а *б*

Рис. 10.13. Схема электронного ключа (*а*) и графическая иллюстрация его состояния (*б*)

До некоторого граничного значения тока базы $I_{бзгр}$ сохраняется известная зависимость между током коллектора $I_к$ и током базы $I_{бз}$:

$$I_к \approx \beta I_{бз},$$

где β – статический (усредненный) коэффициент передачи тока транзистора в схеме ОЭ.

При токе базы $I_{бзгр}$ будет «полное» открытие транзистора. При этом в точке $M_о$: $I_к = (E_к - \Delta U_{кэ0}) / R_к$, где $\Delta U_{кэ0}$ – остаточное напряжение на транзисторе в открытом состоянии.

$\Delta U_{кэ0}$ является существенным параметром транзистора в импульсном режиме, причём оно должно быть минимальным. Обычно $\Delta U_{кэ0}$ = (0,5 – 1) В. Тогда граничное значение тока базы открытого транзистора:

$$I_{бз\,гр} = I_к / \beta \cong E_к / (R_к \cdot \beta). \qquad (10.15)$$

При дальнейшем увеличении тока базы остаточное напряжение остается практически неизменным. Режим работы открытого транзи-

стора при $I_{бз} > I_{бз\ гр}$ называют насыщенным, а отношение $S = I_{бз}/I_{бзгр}$ – *коэффициентом насыщения* транзистора. С целью надежного обеспечения режима насыщения обычно выбирают $S = (1{,}5 – 3)$.

Процессы, протекающие в ключевой схеме, при условии, что входной импульс напряжения имеет идеальную прямоугольную форму, можно представить импульсными диаграммами сигналов, показанными на рис. 10.14.

На интервале $0 – t_1$ транзистор заперт напряжением $U_{вхз}$. Напряжение на транзисторе $U_{кэ} = – (E_к – I_{кб0} \cdot R_к)$. При появлении импульса (момент t_1) ток $I_к$ начинает нарастать, а напряжение $U_{кэ}$ – уменьшаться. Для упрощения можно считать, что изменения токов и напряжений происходят по экспоненциальному закону.

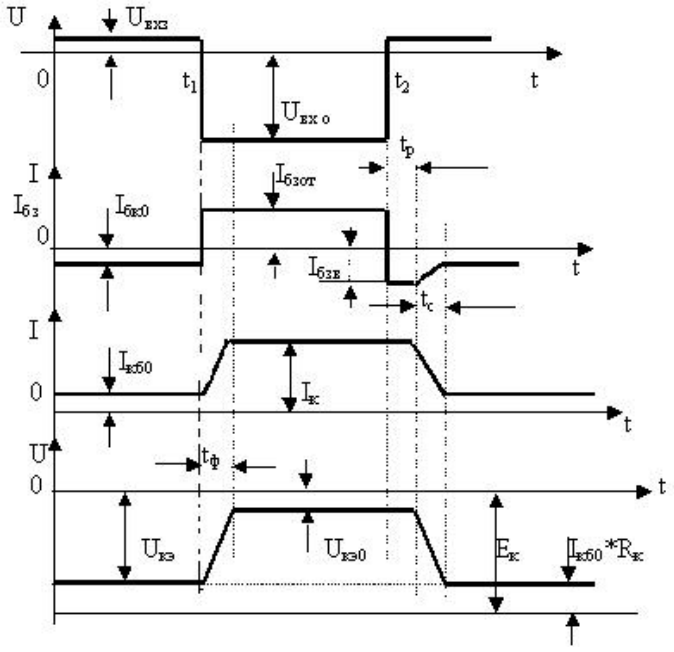


Рис. 10.14. Импульсные диаграммы сигналов транзисторного ключа

Инерционность процессов в области высоких частот можно учесть эквивалентной постоянной времени

$$T_в = T_1 + T_2,$$

где $T_1 = 1/2\pi F_{гр}$ – постоянная времени, характеризующая процессы в транзисторе, связанные с величиной граничной частоты $F_{гр}$;

T_2 – постоянная времени, зависящая от величины емкости коллекторного перехода и величины сопротивления коллекторной цепи в схеме ОЭ.

С некоторыми допущениями, полагая, что коллекторный ток возрастает по экспоненциальному закону, можно оценить длительность фронта импульса коллекторного тока:

$$t_ф = T_в \ln[S / (S – 1)], \qquad (10.16)$$

где $S = I_{бзот}/I_{бз\ гр}$ – коэффициент насыщения транзистора.

Из уравнения следует вывод, что длительность фронта импульса уменьшается с увеличением коэффициента насыщения. Происходит это потому, что в случае увеличения коэффициента S увеличивается базовый ток, заставляющий быстрее изменяться коллекторный ток. При $S = 1$ (это активный режим на грани насыщения) значение $t_ф$ следует определять по другому выражению, определяя его относительно уровней 0,1 и 0,9 установившегося значения коллекторного тока: $t_ф = T_в \ln (0{,}9/ 0{,}1) = 2{,}2\ T_в$.

Процесс запирания транзистора начинается в момент t_2, когда $U_{вхо}$ меняет знак. Однако ток коллектора и напряжение на открытом транзисторе некоторое время остаются неизменными, т.е. создается задержка в запирании транзистора. Происходит это из-за того, что необходимо какое-то время $t_р$ ухода избыточных носителей заряда из базы (время рассасывания заряда). Рассасывание происходит по цепи коллектора (за счет ухода избыточных зарядов) и по цепи базы (за счет протекания обратного тока $I_{бз0}$, вызванного запирающим напряжением). Величина этого тока ограничивается сопротивлением $R_б$ входной цепи:

$$I_{бз0} = U_{вхз} / R_б.$$

Время, в течение которого происходит рассасывание избыточного заряда в базе, называется временем рассасывания $t_р$. Это время зависит от коэффициента насыщения S. Приближенно его можно оценить по выражению $t_р = T_в/2 \cdot \ln S$. За ним следует интервал времени спада тока коллектора $t_с$ (время заднего фронта, время среза):

$$t_с = T_в \ln[1 + (I_{бз\ гр} / I_{бзв})],$$

где $I_{бзв}$ – амплитуда импульса тока базы в момент переключения (рис. 10.14).

Длительности $t_ф$, $t_р$, $t_с$ характеризуют быстродействие транзисторного ключа. Приведенные оценочные выражения показывают, что эти величины зависят от частотных свойств транзистора и параметров импульса базового тока. Порядок их величин составляет от долей единицы до единиц микросекунд.

Одним из способов повышения быстродействия транзисторных ключей является способ применения ненасыщенных ключей, в которых транзистор работает на границе активной области, например, ключ с транзистором Шоттки. Структурная схема такого ключа приведена на рис. 10.15, где обозначено: $VD_{ш}$ –диод Шоттки, $VT_{ш}$ – транзистор Шоттки.

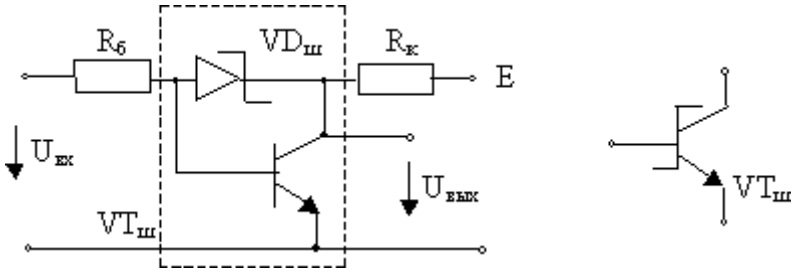


Рис. 10.15. Ключ с диодом Шоттки и УГО транзистора Шоттки

Особенность действия ключа состоит в следующем. До момента открывания диода процесс идет как обычно. В процессе открытия транзистора диод закрыт до момента, при котором вследствие уменьшения коллекторного напряжения напряжение на диоде не достигнет порогового значения. С момента открытия диода ток управления ключом замыкается на коллектор, что приводит к уменьшению тока базы в $(1 + h_{21})$ раз. В итоге избыточный заряд в базе станет намного меньше, чем в обычной схеме насыщенного ключа. Диоды Шоттки имеют малое собственное время восстановления (0,1 нс), низкое напряжение отпирания (0,25 В) и малое сопротивление в открытом состоянии (около 10 Ом).

Реальные ключи на биполярных транзисторах для обеспечения четкой работы в своем составе имеют обычно не менее двух транзисторов. Примеры схем таких ключей представлены на рис. 10.16.

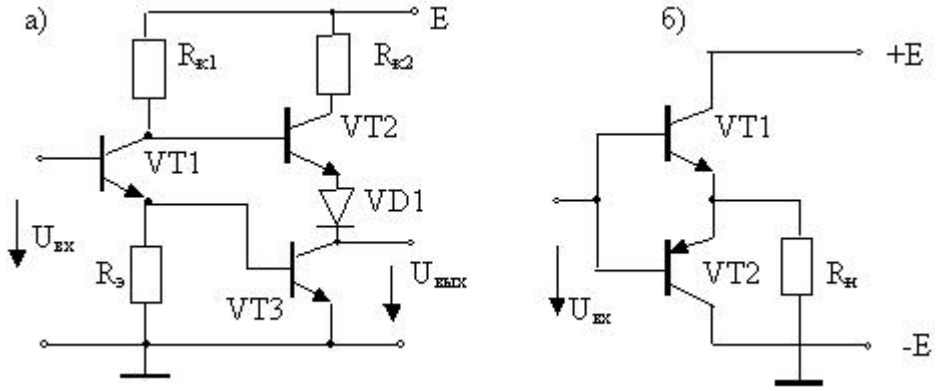


Рис. 10.16. Схемы ключей на биполярных транзисторах:
а – с управлением однополярным входным импульсом;
б – с управлением двухполярным входным импульсом

Ключевая схема, изображенная на рис. 10.16, *а*, служит простейшим выходным каскадом цифровых (логических) элементов на биполярных транзисторах (элементы серии ТТЛ).

В схеме ключа рис. 10.16, *а* при уровне входного сигнала $U_{вх} \le U_{оп}$ на выходе устанавливается выходной сигнал $U_{1п} \le U_{вых} < E$, где $U_{оп}$, $U_{1п}$ – пороговые значения соответственно низкого и высокого уровней входного сигнала. Транзисторы *VT*1, *VT*3 находятся в режиме отсечки, транзистор *VT*2 – в проводящем состоянии. При подаче на вход схемы $U_{вх} > U_{1п}$, транзистор *VT*1 открывается, транзистор *VT*3 переходит в режим насыщения, транзистор *VT*2 закрывается, на выходе устанавливается «нулевой» уровень выходного напряжения $U_{вых} \le U_{оп}$. Диод *VD*1 в схеме рис. 10.16, *а* служит для обеспечения чёткого переключения транзистора *VT*2. Схема, изображенная на рис. 10.16, *б*, часто используется как выходной каскад в операционных усилителях.

Ключи на полевых транзисторах (ПТ). Ключи на полевых транзисторах имеют широкое применение в качестве коммутаторов аналоговых сигналов (для этого используются ПТ с управляющим *p* – *n*-переходом или МОП-транзисторы с индуцированным каналом), а также для коммутации цифровых сигналов (только МОП транзисторы с индуцированным каналом). Примеры ключевых схем на полевых транзисторах разного типа представлены на рис. 10.17.

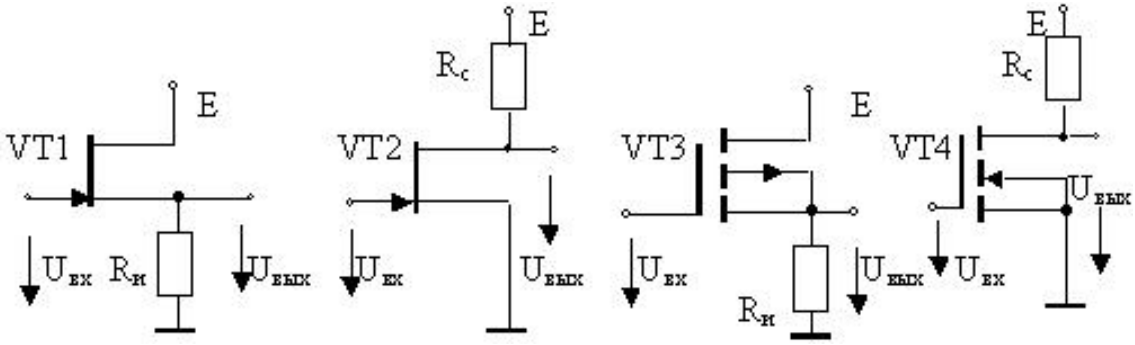


Рис. 10.17. Схемы ключей на полевых транзисторах

Основные достоинства ключей:

– малое остаточное напряжение в проводящем состоянии;

– высокое сопротивление в непроводящем состоянии;

– малая мощность управления; возможность коммутации электрических сигналов очень малого уровня.

Недостаток – сравнительно низкое быстродействие (по сравнению с ключами на биполярных транзисторах).

Для запирания ключей, выполненных на ПТ с управляющим *p–n*-переходом, к затвору следует приложить запирающее напряже- ние $U_{зап}$, по модулю большее напряжения отсечки, но меньшее допустимых для переходов затвор – исток, затвор – сток:

$$U_{зап} \geq [U_{зи\ отс} + (1 \div 3)\ В];\ U_{зап} \leq (U_{зс\ доп}, U_{зи\ доп}).$$

МОП-транзисторы с индуцированным каналом закрыты до тех пор, пока $U_{зи}$ и $U_{зс}$ меньше эффективного порогового напряжения: $(U_{зи}, U_{зс}) < U_{зи\ пор}$.

Входное сопротивление (по цепи затвора) ключей на ПТ при малой частоте коммутации составляет 10^8 – 10^9 Ом у ПТ с управляющим *p–n*-переходом, 10^{12} – 10^{14} Ом – у МОП-транзисторов. На высоких частотах сказываются емкости между стоком, истоком и затвором $C_{зс}$, $C_{зи}$, поэтому сопротивление ключа уменьшается. У МОП-транзисторов подложку обычно подключают к источнику питания требуемой полярности [подложку «*n*» – к (+*E*), подложку «*p*» – к (–*E*)].

В цифровых устройствах важно иметь стабильные уровни выходных напряжений. Для этого широко применяют ключи на комплементарных транзисторах – КМОП-ключи (рис. 10.18). Комплементарные транзисторы – это транзисторы, обладающие идентичными параметрами, но имеющие разный тип проводимости.

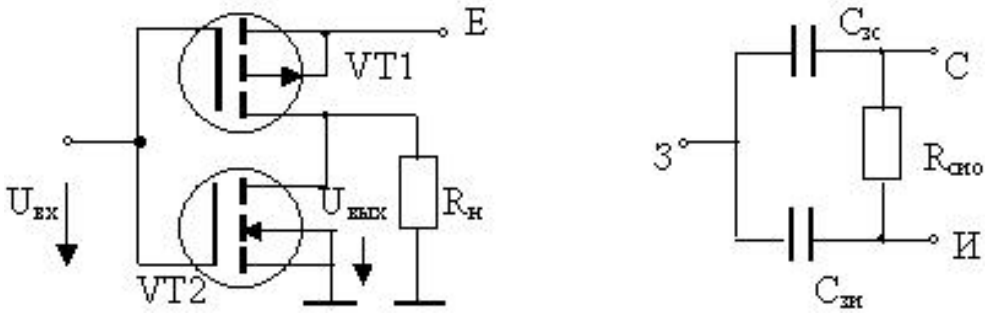


Рис. 10.18. Схема КМОП-ключа и схема замещения открытого МОП-транзистора: $R_н$ – сопротивление нагрузки; $R_{сио}$ – сопротивление сток – исток

КМОП-ключ работает следующим образом.

Если подано ($–U_{вх}$), открыт *VT*1 и резистор $R_н$ подключен к источнику питания. Если подано ($+U_{вх}$), открыт *VT*2 и вывод выходной цепи подключен к общей шине. При этом ток от источника сигнала не потребляется, т.е. в первом случае на резисторе $R_н$ устанавливается +*E*, во втором – нуль. На основе таких ключей созданы разнообразные микросхемы КМОП серий.

Эквивалентные схемы МОП-транзистора в открытом и закрытом состоянии существенно различаются, так как сопротивление сток – исток в открытом состоянии $R_{сио}$ на несколько порядков меньше, чем сопротивление $R_{сиз}$ в закрытом состоянии (рис. 10.19).

Ключи на МОП-транзисторах удобны тем, что могут пропускать ток в обоих направлениях, а цепь управления изолирована от коммутируемой цепи. Сопротивление канала открытого (нахо-дящегося в проводящем состоянии) ключа на МОП-транзисторе составляет (10 – 100) Ом, а быстродействие может достигать (3 – 5) нс [2].

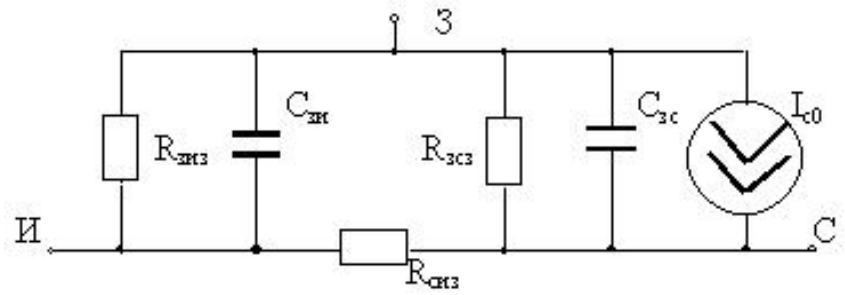


Рис. 10.19. Эквивалентная схема МОП-транзистора в закрытом состоянии

Чаще всего для построения ключей в интегральном исполнении используют КМОП-транзисторы. Это даёт возможность получить постоянное по величине сопротивление ключа в отрытом состоянии, не зависящее от величины и направления протекающего тока. Интегральное исполнение ключей позволяет в составе микросхемы сформировать элементы, необходимые для выдачи сигналов управления внешними нормированными сигналами логических элементов цифровых схем.

Сопротивление отрытого КМОП-ключа существенно зависит от температуры: оно увеличивается на (2 – 5) % на каждые 10 ºС. В закрытом состоянии через КМОП-ключ течёт обратный ток закрытого *p*–*n*-перехода [(0,1 – 10) нА при комнатной температуре], причём он увеличивается приблизительно в два раза на каждые 10 ºС.

Ключи на полевых транзисторах находят широкое применение не только как самостоятельные электронные элементы, но и как составная часть многих сложных электронных узлов. К таким узлам можно отнести аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобра-зователи, запоминающие устройства и многие другие устройства аналоговой и цифровой техники.

10.7. Использование МОП-ключей в электронных устройствах с переключаемыми конденсаторами

Как известно, основными компонентами интегральных схем (ИС) являются резисторы, конденсаторы и транзисторы (биполярные или (и) полевые), выполняющие функции усилительных и ключевых элементов.

В современной электронике наблюдается устойчивая тенденция вытеснения МОП-транзисторами других типов транзисторов практически во всех категориях ИС, кроме некоторых разновидностей прецизионных и высокочастотных аналоговых ИС. Это объясняется следующими основными преимуществами МОП-технологии ИС по сравнению с биполярными технологиями:

– существенно более высокой плотностью упаковки транзисторов на кристалле;

– простотой схемотехники и технологии изготовления МОП-ИС;

– на несколько порядков меньшей потребляемой мощностью при одинаковой функциональной сложности;

– на несколько порядков большим входным импедансом функциональных узлов ИС (что существенно упрощает сопряжение ИС между собой и управление их режимами и параметрами).

Кроме вышеперечисленных, важным преимуществом МОП-технологии ИС является простота реализации конденсаторов, функции которых при этом выполняют емкости затвор – канал МОП-транзисторов.

С другой стороны, при производстве МОП-ИС (как и биполярных) определенную сложность представляет изготовление резисторов в интегральном исполнении, а также обеспечение приемлемой точности изготовления таких резисторов и стабильности их характеристик во времени и при изменении температуры. В частности, типовая погрешность номинала резистора, изготовленного методом ионной имплантации, составляет порядка нескольких десятых процента, а его температурный коэффициент – несколько сотых долей процента на градус, в то время как аналогичные параметры для МОП-конденсатора примерно на порядок меньше [3].

В качестве радикального решения вышеуказанной проблемы было предложено реализовывать функции резисторов в МОП-ИС посредством переключаемых конденсаторов (ПК), состоящих из МОП-конденсаторов, коммутируемых ключами на МОП-транзисторах. ПК

при этом или выступают в качестве цепей прямой имитации резисторов, или (преимущественно в аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователях) служат для косвенной (функциональной) замены резисторов в кодоуправляемых источниках напряжения, а также в интеграторах [3, 10]. При этом для цепей прямой имитации резисторов посредством ПК характерно постоянное переключение конденсаторов в процессе работы, а для ПК, служащих для функциональной замены резисторов – периодическое выполнение некоторого рабочего цикла, состоящего из нескольких тактов коммутации, обычно с восстановлением начальных значений зарядов на конденсаторах перед каждым рабочим циклом.

С точки зрения теории цепей электронные устройства с переключаемыми конденсаторами (ЭУПК) относятся к дискретным системам с непрерывными (аналоговыми) входными сигналами, так как изменение во времени их выходных сигналов носит дискретный характер. Это означает, что информативными являются значения указанных сигналов только в некоторые моменты времени, соответствующие окончанию очередной фазы коммутации. Поэтому рассмотрение и анализ ЭУПК должно осуществляться с учетом дискретного характера их сигналов.

Необходимо также отметить, что корректное функционирование ЭУПК, как и других типов дискретных систем с непрерывными входными сигналами, возможно только при периоде дискретизации (применительно к ЭУПК – длительности фазы коммутации), намного меньшем периода наиболее высокочастотной из спектральных компонент входного сигнала.

Технология ПК позволяет:

– строить аналоговые и аналого-цифровые ИС на основе только МОП-транзисторов (однотипных элементов), выступающих как в качестве усилительных и ключевых элементов, так и конденсаторов (роль которых при этом играет емкость между затвором и каналом МОП-транзисторов) и элементов цепей имитации или функциональной замены резисторов;

– обеспечивать повышенную точность реализации резисторов и стабильность их сопротивления по сравнению с «классическими» методами их изготовления (например, ионной имплантацией), что обусловлено значительно более высокой точностью и стабильностью емкости МОП-конденсаторов и, тем более, периода коммутации ПК

по сравнению с аналогичными параметрами резисторов в интегральном исполнении, изготовленных «классическими» методами [3];

– достаточно просто реализовывать аналоговые устройства с цифровым управлением параметрами (например, фильтры с управляемой частотой среза).

Естественно, технология ПК не свободна от недостатков, основными из которых являются [3, 10]:

– существенные погрешности имитации или функциональной замены резисторов на частотах, превышающих 10 – 20 % частоты коммутации;

– характерный для всех дискретных систем эффект наложения спектров (элайзинга), заключающийся в искажении спектра выходного сигнала ЭУПК при наличии во входном сигнале составляющих с частотами выше половины частоты коммутации;

– наличие на выходе ЭУПК наводок, обусловленных процессами коммутации; частота данных наводок совпадает с частотой коммутации, а амплитуда обычно составляет порядка единиц – десятков милливольт.

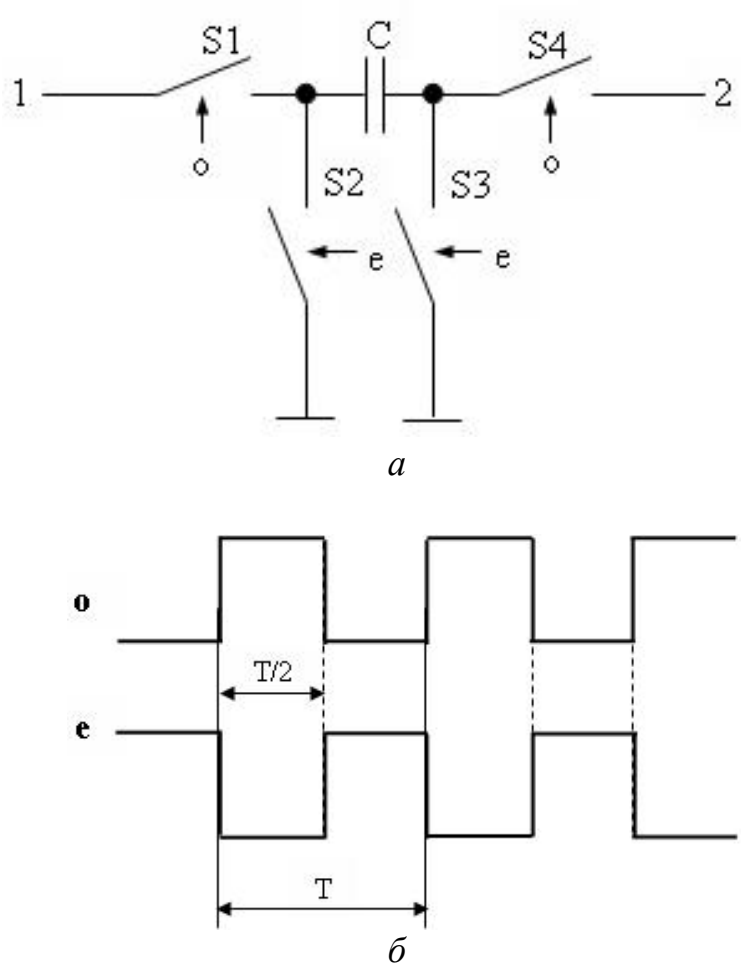
Однако ввиду того, что на практике частота коммутации на несколько порядков превышает верхнюю граничную частоту информативного входного и выходного сигнала ЭУПК, влияние перечисленных недостатков на функционирование ЭУПК достаточно легко сводится к минимуму. Эффекты, обусловленные первыми двумя из них, устраняются включением на входе ЭУПК ФНЧ (фильтра низкой частоты) с частотой среза, намного меньшей частоты коммутации, а наводки на выходе ЭУПК – включением на нем аналогичного ФНЧ. Обычно указанные ФНЧ или компоненты для их реализации входят в состав ИС на ПК.

Вышесказанное, в целом, обусловливает весьма широкое применение технологии ПК в современных аналоговых и аналого-цифровых ИС.

Рассмотрим общие принципы реализации ЭУПК, основанных как на прямой имитации, так и на косвенной замене резисторов.

ЭУПК на основе прямой имитации резисторов. Физический принцип прямой имитации резисторов посредством коммутации конденсаторов может быть пояснен на примере ПК, функциональная схема которого представлена на рис. 10.20, *а*, а временные диаграммы сигналов управления его ключами показаны на рис. 10.20, *б*. Буквами

e и *o* обозначены сигналы управления ключами, активные в течение четной и нечетной фаз коммутации, от английских слов «even» – четный и «odd» – нечетный. Длительности четной и нечетной фаз коммутации ПК всегда равны между собой, а управляющие сигналы четной и нечетной фаз взаимно инверсны.



а

б

T – период коммутации

Рис. 10.20. Пример цепи прямой имитации резистора на ПК (*а*) и временные диаграммы сигналов управления ее ключами (*б*)

В течение нечетных фаз коммутации, т.е. при замыкании ключей S1 и S4, конденсатор заряжается напряжением, приложенным между точками 1 и 2. При размыкании ключей S1 и S4 и замыкании управляемой в противофазе с ними пары ключей S2 и S3 (в течение четных фаз) конденсатор разряжается. Период циклов его заряда и разряда совпадает с периодом сигналов управления ключами, а длительности данных циклов равны половине периода указанных сигналов.

С физической точки зрения, принцип имитации резистора посредством ПК можно пояснить следующим образом. Как известно, конденсатор проводит электрический ток только в процессе заряда/разряда. Поэтому ПК, функционирующий в режиме периодического заряда с последующим разрядом можно рассматривать как структуру, способную проводить ток любой частоты, в том числе постоянный.

Определим эквивалентное сопротивление между точками 1 и 2 представленного на рис. 10.20, *а*, ПК в простейшем с точки зрения анализа случае – при пренебрежимо малом сопротивлении между каждой из указанных точек и общей шиной. Это имеет место, например, при работе данного ПК в качестве входного резистора интегратора на операционном усилителе (ОУ) [6], при пренебрежимо малом выходном сопротивлении источника входного напряжения интегратора. На рис. 10.21, *а*, и 10.21, *б*, приведены эквивалентные схемы указанного ЭУПК в каждой из двух фаз коммутации. Для упрощения полагаем, что конденсаторы, ключи и ОУ идеальны (в частности, коэффициент усиления и входное сопротивление ОУ бесконечно велики [6]).

Очевидно, эквивалентное сопротивление ПК равно отношению среднего за период коммутации значения напряжения на нем к среднему значению тока через ПК за указанный период. Среднее за период коммутации T напряжение на ПК анализируемого ЭУПК, описывается следующим выражением:

$$\underline{U}_{C1} = \frac{1}{\overline{C1}} \int_0^T i_{C1}(t) \cdot dt,$$

откуда получаем, что:

$$\overline{U_{C1}} = \frac{\overline{I_{C1}}}{C1} T,$$

где $\overline{I_{C1}}$ – среднее за период коммутации значение тока через ПК.

Следовательно, эквивалентное сопротивление анализируемого ПК равно:

$$R_{Э} = \frac{\overline{U_{C1}}}{\overline{I_{C1}}} = \frac{T}{C1}.$$

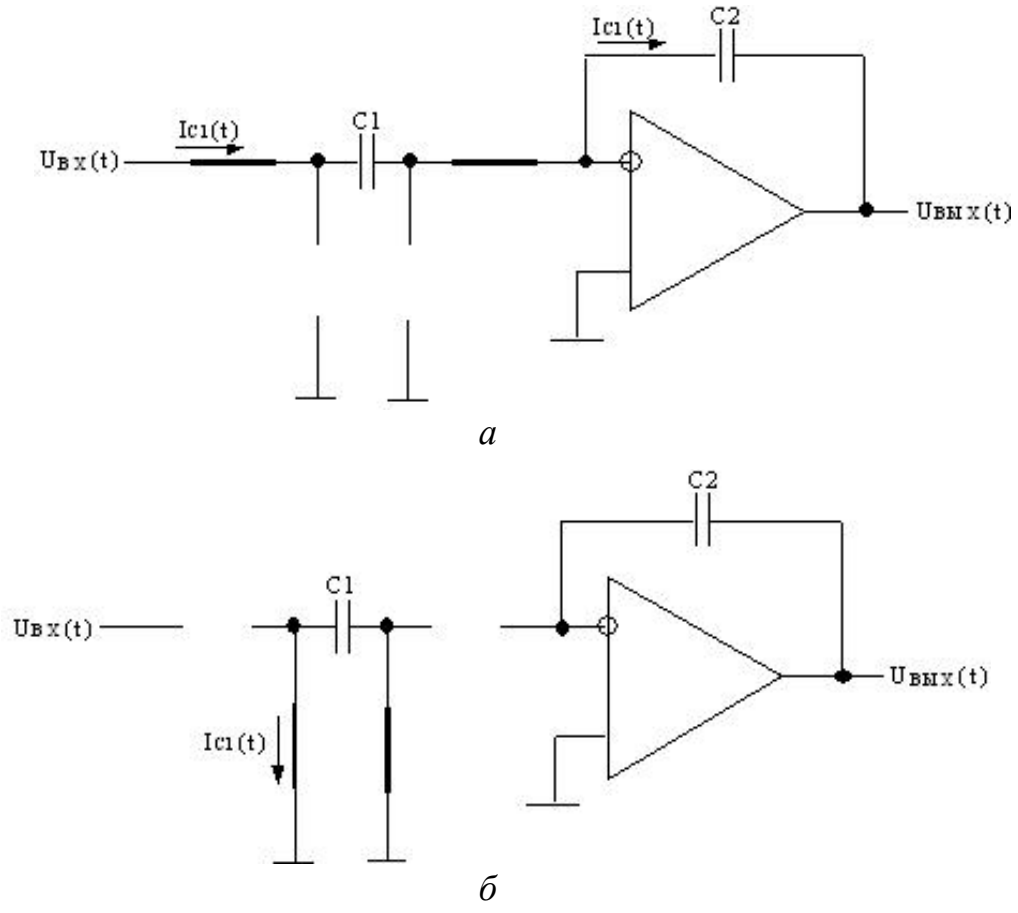


Рис. 10.21. Эквивалентные схемы интегратора на ПК в нечетных (*а*) и четных (*б*) фазах коммутации

На частотах, много меньших частоты коммутации, падение напряжения на ПК и ток через него можно приближенно считать постоянными в течение периода коммутации. Поэтому в данном частотном диапазоне верно соотношение:

$$\frac{u_{C1}(t)}{i_{C1}(t)} \approx \frac{T}{C1}.$$

Таким образом, на частотах, много меньших частоты коммутации, данный ПК эквивалентен резистору с сопротивлением, прямо пропорциональным периоду коммутации и обратно пропорцио-нальным емкости ПК.

Естественно, кроме рассмотренной выше цепи имитации резистора на ПК, известно достаточно много вариантов реализации подобных цепей.

В общем случае, на частотах, намного меньших частоты коммутации, эквивалентный импеданс цепи прямой имитации резистора на базе ПК равен kT/C, где k – коэффициент, зависящий от конкретной конфигурации ПК, а также от соотношения между емкостью ПК и выходной емкостью источника сигнала, с одной стороны, и емкостью нагрузки – с другой [10]. Необходимо также отметить, что корректное функционирование указанных цепей возможно только при емкостном характере как выходного импеданса источника сигнала, так и нагрузки [3, 10].

ЭУПК на основе косвенной замены резисторов. В ЭУПК указанного класса ПК служат преимущественно в качестве элементов кодоуправляемых источников напряжения [3, 10]. Принцип действия таких источников основан на задании их выходных напряжений путем комбинирования и перераспределения зарядов (напряжений) на коммутируемых конденсаторах, входящих в состав указанных источников.

Базовыми положениями при анализе указанных ЭУПК являются следующие [3, 10]:

– *в установившемся режиме* заряд конденсатора Q_C и приложенное к нему напряжение U_C связаны соотношением:

$$Q_C = U_C \times C, \tag{10.17}$$

общий заряд n параллельно соединенных конденсаторов равен сумме их зарядов:

$$Q_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} Q_{Ci}, \tag{10.18}$$

а при последовательном соединении n конденсаторов их заряды равны между собой:

$$Q_{C1} = Q_{C2} = \ldots = Q_{Cn}; \tag{10.19}$$

– *при коммутации* напряжение на конденсаторе не может изменяться скачкообразно.

Основными разновидностями ЭУПК на основе косвенной замены резисторов являются *цифро-аналоговые* и *аналого-цифровые преобразователи* (ЦАП и АЦП) на ПК.

Подробное изложение вопросов реализации и анализа ЭУПК на основе косвенной замены резисторов представлено в [3] и [10].

МОДУЛЬ 3. ОСНОВЫ ЦИФРОВОЙ СХЕМОТЕХНИКИ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

11. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЛОГИЧЕСКИХ (ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНЫХ) ФУНКЦИЙ

11.1. Логические функции и элементы

В подавляющем большинстве ЭВМ и цифровых устройств обрабатываемая информация представлена в виде двоичных чисел. Переменные величины и функции от них, которые могут принимать только два значения 1 и 0, называются логическими переменными и логическими (переключательными) функциями. Свойства логических функций изучает алгебра логики, а реализация логических функций осуществляется функциональными устройствами, называемыми логическими элементами.

Значениям переменных 1 и 0 ставятся в соответствие символы двоичного алфавита 1 и 0, а также физические аналоги – два хорошо различимых значения напряжения, тока, электрического сопротивления, магнитной индукции. Величина и полярность уровней (например, напряжения), которым ставятся в соответствие символы 0 и 1, выбираются из соображений удобства технической реализации и заданной помехоустойчивости.

В основе цифровой техники лежит использование логических или переключательных схем. Различают два класса логических схем [16]:

1. Комбинационные схемы, в которых значение выходной переменной зависит только от значений входных переменных в данный момент времени.

2. Последовательностные схемы, в которых значение выходной переменной зависит не только от значений входных переменных в данный момент, но и от состояний элементов памяти, заданных в предыдущих тактах работы.

Функционирование любого, сколь угодно сложного цифрового устройства можно описать двояким образом: аналитически или

с помощью таблиц. Распространены комбинационные схемы, имеющие *m* логических входов и *n* логических выходов (рис. 11.1).

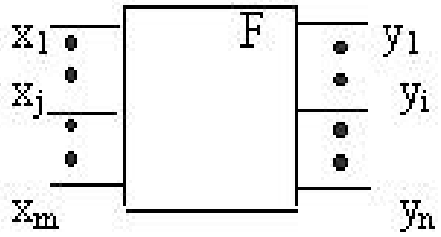


Рис. 11.1. Блок-схема цифрового устройства

Если x_1, x_2, …. x_j, … x_m – информационные значения независимых входных (управляющих) сигналов, а y_1, y_2, … y_i, ... y_n – информационные значения выходных сигналов, то комбинационная схема может быть описана системой уравнений:

$$\left\| Y_i = F(X_i) \right\|. \qquad (11.1)$$

Функцию Y_i называют логической (булевой или переключательной). При наличии *m* независимых входных переменных, каждая из которых может принимать два значения (1 или 0), максимальное число возможных наборов из этих переменных будет $A = 2^m$, а максимально возможное число значений функций определится соотношением $N_m = 2^A$.

Можно задать систему уравнений (11.1) в виде таблиц, называемых *таблицами истинности.* Таблицы и аналитические выражения используются для анализа и синтеза устройств с наименьшим количеством элементов [16].

В алгебре логики основными считаются такие функции (операции), при помощи которых можно записать любую сложную логическую функцию и распространить их действие на любое количество переменных. Такими основными функциями являются следующие три:

1) *инверсия* (отрицание) – операция НЕ;

2) *конъюнкция* (логическое умножение) – операция И;

3) *дизъюнкция* (логическое сложение) – операция ИЛИ.

Сущность логической операции инвертирования состоит в отрицании первичного высказывания. С помощью логической операции НЕ можно переводить прямой код в обратный и наоборот. Обратным кодом при положительном кодировании называется такой, в котором истинному логическому высказыванию соот-

ветствует нулевой сигнал (цифра 0), а ложному – единичный сигнал (цифра 1). В математической логике высказывания оцениваются двумя критериями: оно может быть «истинным» или «ложным». Этому можно поставить в соответствие цифры 1 и 0, либо сигналы, условно соответствующие этим цифрам. Аналитически операция НЕ записывается в виде $y = \bar{x}$ (читается «игрек равен не икс»). Табличное представление этой функции (таблица истинности) и условное графическое обозначение (УГО) элемента (инвертора), реализующего эту функцию, показаны на рис. 11.2.

x	$y=\bar{x}$
0	1
1	0

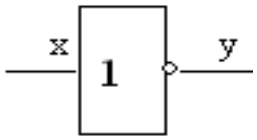


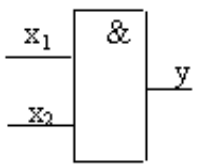
Рис. 11.2. Таблица истинности и УГО инвертора

Конъюнкция – операция И или логическое произведение, является сложным высказыванием, истинным только в единственном случае, когда истинны все элементарные высказывания. Аналитически эта операция записывается следующим образом:

$$y = x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_m. \qquad (11.2)$$

Принятая форма записи наглядно показывает, что функция «*y*» обращается в нуль, если хотя бы один из аргументов принимает нулевое значение. Таблицы истинности и условные обозначения некоторых конъюнкторов показаны на рис. 11.3.

x_1	x_2	$y=x_1 \cdot x_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	0	0

x_1	x_2	x_3	y
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

Рис. 11 3. Таблицы истинности для конъюнкторов с двумя и тремя аргументами и УГО двухвходового конъюнктора

Дизъюнкция – логическая сумма (операция ИЛИ) является сложным высказыванием, истинным, если истинно не менее чем одно элементарное высказывание. Аналитическое выражение этой операции имеет вид:

$$y = x_1 + x_2 + \ldots + x_n. \qquad (11.3)$$

Графическое изображение двухвходового дизъюнктора и его таблица истинности показаны на рис. 11.4.

x_1	x_2	$y=x_1+x_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

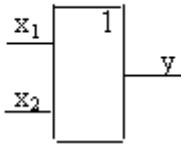


Рис. 11.4. Таблица истинности и УГО двухвходового элемента ИЛИ

Логические функции конъюнкции и дизъюнкции обладают свойством *двойственности,* которое заключается в том, что одна и та же функция в зависимости от способа кодирования уровней сигналов значениями 0 и 1 может выполнять функции либо И, либо ИЛИ. Сравнивая таблицы истинности этих функций, можно заметить, что таблица истинности для элемента И соответствует операции И для положительной логики (когда высокий уровень – «истинно» соответствует 1, а низкий – «ложно» соответствует 0). С другой стороны, эта же таблица выражает операцию ИЛИ для негативной логики (когда в качестве высокого уровня – «истинно» принят 0, а в качестве низкого уровня «ложно» принята 1). Чаще всего используется положительная логика, поэтому в дальнейшем рассматриваются функции для неё.

Для лучшего усвоения понятий конъюнкции, дизъюнкции и свойства двойственности на рис. 11.5 показаны электромеханические эквиваленты операций И и ИЛИ. Если за 1 принять наличие напряжения на резисторе, а за 0 – отсутствие напряжения (положительное кодирование), то схема на рис. 11.5, *а* реализует операцию ИЛИ, а схема на рис. 11.5, *б* – операцию И. Если за единицу принять отсутствие напряжения на резисторе, а за 0 – наличие напряжения (отрицательное кодирование), то схема на рис. 11.5, *а* реализует операцию И, а схема на рис. 11.5, *б* – операцию ИЛИ. Соответственно можно условиться, что при положительном кодировании разомкнутое положение ключа соответствует логическому нулю, а замкнутое положение – логической единице, и наоборот – при отрицательном кодировании.

Алгебра логики допускает возможность образования сложных функций, т.е. функций, аргументы которых являются функциями других двоичных аргументов. Например, если $Y = y(z_1, z_2)$,

а $z_1 = f_1(x_1, x_2)$ и $z_2 = f_2(x_3, x_4)$, то очевидно, что $Y = y(x_1, x_2, x_3, x_4)$. Такая операция замены аргументов одной функции другими функциями называется *суперпозицией* функций. Эта операция дает возможность с помощью функций меньшего числа аргументов получать функции большего их числа. Набор двоичных функций, который обеспечивает представление любой другой функции посредством суперпозиции функций этого набора, называют функционально полным.

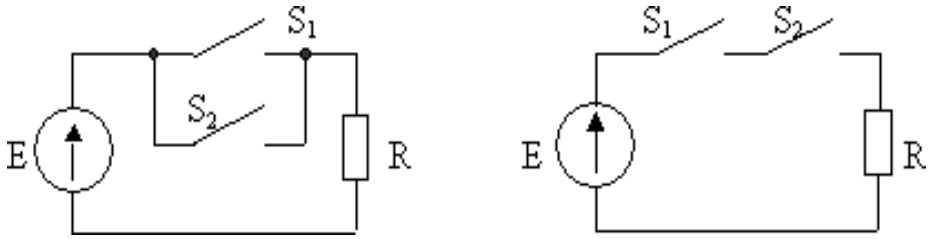


Рис. 11.5. Электромеханические эквиваленты операций ИЛИ и И

Например, из функций двух переменных можно составить значительное число различных функционально полных наборов. Так функционально полные наборы образуют функции инверсии и конъюнкции, инверсии и дизъюнкции. Сочетания этих функций широко используются при синтезе электронных устройств.

Инверсия логической суммы двух величин (элемент ИЛИ-НЕ) носит название *стрелка Пирса*, её аналитическое представление имеет вид:

$$y = \overline{x_1 + x_2} \quad \text{или} \quad y = x_1 \downarrow x_2 . \qquad (11.4)$$

Инверсия логического произведения двух величин (элемент И-НЕ) носит название *штрих Шеффера*, его аналитическое представление показано ниже:

$$y = x_1 \cdot x_2 \text{ или } y = x_1 / x_2. \qquad (11.5)$$

Набор функций дизъюнкции, конъюнкции и инверсии, рассмотренных выше, получил название основного функционально полного набора.

11.2. Аксиомы, законы, тождества и теоремы алгебры логики (булевой алгебры)

В алгебре логики любая переменная может иметь состояние «0» или «1», поэтому каждой двоичной переменной, например *X*, ставит-

ся в соответствие обратная или дополнительная к ней (инверсная) переменная, такая, что:

$$\text{если } X = 0, \text{ то } \overline{X} = 1; \text{ если } X = 1, \text{ то } \overline{X} = 0.$$

Правила (законы), характеризующие операции дизъюнкцию (логическое сложение), конъюнкцию (логическое умножение), инверсию (логическое отрицание) приведены в табл. 11.1.

Для алгебры логики, как и для обыкновенной алгебры, действительны следующие законы:

– закон коммутативности (переместительный закон) для логического сложения и умножения: $x + y = y + x$; $x \cdot y = y \cdot x$;

– закон ассоциативности (сочетательный закон) для логического сложения и умножения: $x + y + z = (x + y) + z = x + (y + z)$;

– закон дистрибутивности логического умножения по отношению к сложению (распределительный закон):

$x\,(y + z) = xy + xz$.

Следует предостеречь, что в булевой алгебре не действуют правила вычитания и деления обычной алгебры. Величины в алгебре логики не могут делиться, а потому в ней нельзя сокращать общий множитель. В булевой алгебре имеются специфические операции, отсутствующие в обычной алгебре, например, «склеивание», «поглощение».

1. Операция склеивания (правило склеивания): $xy + x\overline{y} = x$; $(x + y) \cdot (x + \overline{y}) = x$.

Второе выражение является двойственным первому. В алгебре Буля двойственные выражения получаются путем одновременной замены операций ИЛИ операциями И и наоборот – операций И на операции ИЛИ, а также заменой всех логических нулей единицами и всех единиц нулями.

2. Операция поглощения: $x + xy = x$; $x(x + y) = x$.

3. Операция (функция) неравнозначности (ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ, обозначается знаками «⊕», «∇» или «∀»): $\overline{x}y + x\overline{y} = x \oplus y$.

Логическая функция, называемая ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ, в отличие от операции ИЛИ («*x* или *y,* или *x* и *y* оба вместе») означает: «только *x* или только *y*». Таблица истинности для двух функций показана на рис. 11.6.

В двоичной системе операция ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ аналогична (по виду таблицы) результату арифметического сложения двух бинарных чисел, поэтому называется «суммой по модулю 2» или полусуммой.

A	B	S= A⊕ B	A+B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1

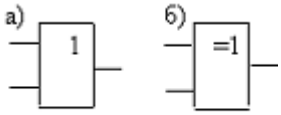
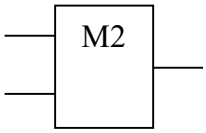


Рис. 11.6. Таблица истинности для функций двух переменных ИЛИ и ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ и условные графические изображения логических элементов: *а* – элемент ИЛИ, *б* – элемент ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ

Аксиомы для логической функции ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ имеют вид:

$$x \oplus 0 = x;\ x \oplus x = 0;\ x \oplus \overline{1} = x;\ \overline{x} \oplus x = 1.$$

В литературе часто используется ещё одно условное изображение элемента ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ:



Перечень основных законов и тождеств алгебры Буля приведен в табл. 11.1.

Таблица 11.1

Законы булевой алгебры

№	Название	Форма записи	
		а	*б*
1	Закон нулевого множества	$x + 0 = x$	$x \cdot 0 = 0$
2	Законы универсального множества (сложения с единицей и умножения на 1)	$x + 1 = 1$	$x \cdot 1 = x$
3	Законы инверсии (теоремы де Моргана). Инверсия суммы есть произведение слагаемых, инверсия произведения есть сумма инверсий сомножителей	$\overline{x_1 + x_2} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$; $\overline{x_1 \cdot x_2} = \overline{x_1} + \overline{x_2}$	$\overline{\overline{x_1} + \overline{x_2}} = x_1 \cdot x_2$; $\overline{\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}} = x_1 + x_2$
4	Закон двойного отрицания	$\overline{\overline{x}} = x$	

Окончание табл. 11.1

№	Название	Форма записи	
		а	*б*
5	Закон тождества (повторения, тавтологии)	$x + x = x$	$x \cdot x = x$
6	Закон исключённого третьего (противоречия, дополнительности, правило отрицания)	$x + \bar{x} = 1$	$x \cdot \bar{x} = 0$
7	Закон коммутативности (переместительный)	$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$	$x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$
8	Ассоциативный закон (сочетательный)	$x_1 + (x_2 + x_3) = (x_1 + x_2) + x_3 = x_1 + x_2 + x_3$	$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = (x_1 \cdot x_2) \cdot x_3 = x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3)$
9	Дистрибутивный закон (распределительный)	$x_1 \cdot (x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3$; $(x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_3) = x_1 + x_2 \cdot x_3$	
10	Закон обращения	Если $x_1 = x_2$, то $\overline{x_1} = \overline{x_2}$	
11	Закон поглощения (абсорбции)	$x_1 + x_1 \cdot x_2 = x_1$	$x_1 \cdot (x_1 + x_2) = x_1$
12	Закон склеивания	$(x_1 + \overline{x_2}) \cdot (x_2 + x_1) = x_1$	$x_1 \cdot \overline{x_2} + x_1 \cdot x_2 = x_1$

Законы 5, 7, 8, 9, 11, 12 называют комбинационными законами [32].

11.3. Представление и преобразование логических функций

Логическая функция может быть записана аналитически различными сочетаниями логических операций. Однако с точки зрения представления логических функций и последующего синтеза логической схемы наиболее удобны формы записи, при которых функция выражается либо в виде суммы произведений переменных, либо в виде произведения их сумм.

Первая запись (сумма произведений переменных) называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ). Например:

$$F = x_1 + \bar{x}_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 .$$

Вторая форма (произведение сумм переменных) называется конъюнктивной нормальной формой (КНФ). Например:

$$F_1 = x_1 \cdot (x_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_3) \cdot (\bar{x}_1 + x_2 + x_3) .$$

При этом инверсия любой функции, записанной в ДНФ, дает запись в КНФ и наоборот. Например:

$$F = x_1 + x_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3;$$

$$\bar{F} = \bar{x}_1 \cdot (\bar{x}_2 + x_3) \cdot (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3).$$

Это доказывается с помощью *теоремы Шеннона*, обобщившего законы де Моргана. Теорема утверждает, что инверсия любой функции получается заменой каждой переменной ее инверсией и одновременно взаимной заменой символов сложения (дизъюнкции) и умножения (конъюнкции).

При применении правила следует строго придерживаться группировки членов. Например: $F = x_1 \cdot \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \cdot x_2 = x_1 \oplus x_2$ – функция неравнозначности.

Определение инверсии по теореме Шеннона даёт функцию равнозначности: $\bar{F} = (\bar{x}_1 + x_2) \cdot (x_1 + \bar{x}_2) = x_1 \cdot x_2 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$.

Логическую функцию, заданную любым аналитическим выражением, можно преобразовать к ДНФ и КНФ, пользуясь правилами алгебры логики, при этом может существовать несколько равносильных ДНФ и КНФ. Оказалось, что имеется только один вид ДНФ и КНФ, в которых функция может быть записана единственным образом: это так называемые *совершенные нормальные формы* – СДНФ и СКНФ.

В СДНФ каждое входящее слагаемое включает все переменные (они могут быть с инверсиями или без них) и нет одинаковых слагаемых. В СКНФ каждый сомножитель включает все переменные (они могут быть с инверсиями или без них) и нет одинаковых сомножителей.

Логическая функция наиболее наглядно и полно представляется так называемой таблицей соответствия или истинности, в которой для каждой комбинации значений переменных указывается значение функции. По сути это алгоритм работы синтезируемой цифровой системы. От табличной формы представления функции можно перейти к её аналитической записи в виде СДНФ или СКНФ. Например, функция $F(x_1, x_2, x_3)$ задана табличными значениями (табл. 11.2). Требуется записать её в виде СДНФ и СКНФ.

Анализ табл. 11.2 показывает, что для комбинаций 2, 7, 8, где $F = 1$, справедливы логические произведения: $\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 = 1$; $x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 = 1$; $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 1$.

Комбинации, при которых функция истинна (F = 1), называют конституентами единицы или минтермами (конституировать – устанавливать, определять состав, содержание). Представление логической функции в виде логической суммы минтермов определяет ее СДНФ: $F = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$.

Таблица 11.2

Таблица истинности функции F

x_1	x_2	x_3	F	№ комбинации
0	0	0	0	1
0	0	1	1	2
0	1	0	0	3
0	1	1	0	4
1	0	0	0	5
1	0	1	0	6
1	1	0	1	7
1	1	1	1	8

Функцию можно представить не только ее единичными, но и нулевыми значениями, как инверсиями единицы. Из таблицы видно, что $F = 0$ или $\overline{F} = 1$, если $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} = 1$; $\overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} = 1$; $\overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 = 1$; $x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} = 1$; $x_1 \cdot x_3 \cdot \overline{x_2} = 1$.

Тогда функцию $\overline{F}$ можно представить в виде логической суммы:

$$\overline{F} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_3 \cdot \overline{x_2}.$$

Используя теорему Шеннона, получим произведение сумм переменных, для чего ещё раз инвертируем инверсию функции F:

$$\overline{\overline{F}} = F = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + x_3) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} + x_2 + x_3) \cdot (\overline{x_1} + x_3 + \overline{x_2}).$$

Каждый сомножитель в полученном выражении состоит из суммы тех переменных, для которых функция обращается в нуль в соответствии с таблицей истинности. Такие суммы называют конституентами нуля или макстермами. Произведение макстермов определяет СКНФ функции F.

11.4. Понятие о минимизации логических функций

Минимизация функции – это упрощение формы её записи с целью реализации с наименьшим числом элементов. Алгебра логи-

ки располагает приёмами, разработанными на основе её законов, позволяющими производить минимизацию достаточно просто. Если число переменных не превышает четырёх, удобен метод карт Карно. Карта Карно представляет собой графическое изображение значений всех возможных комбинаций переменных – это по сути наглядное представление всех минтермов заданного числа переменных, размещенных в клетках карты определенным образом. Для представления способов размещения минтермов изобразим карты Карно для двух, трёх и четырёх переменных и запишем в клетки соответствующие минтермы.

В карте минтермы расположены так, что минтермы соседних клеток отличаются значением только одной переменной. При этом соседними считаются также крайние клетки столбца или строки. Прямое значение переменной обозначается символом 1, инверсное – символом 0. Порядок чередования значений переменных в строках и столбцах: 00, 01, 11, 10 (как показано на рис. 11.7).

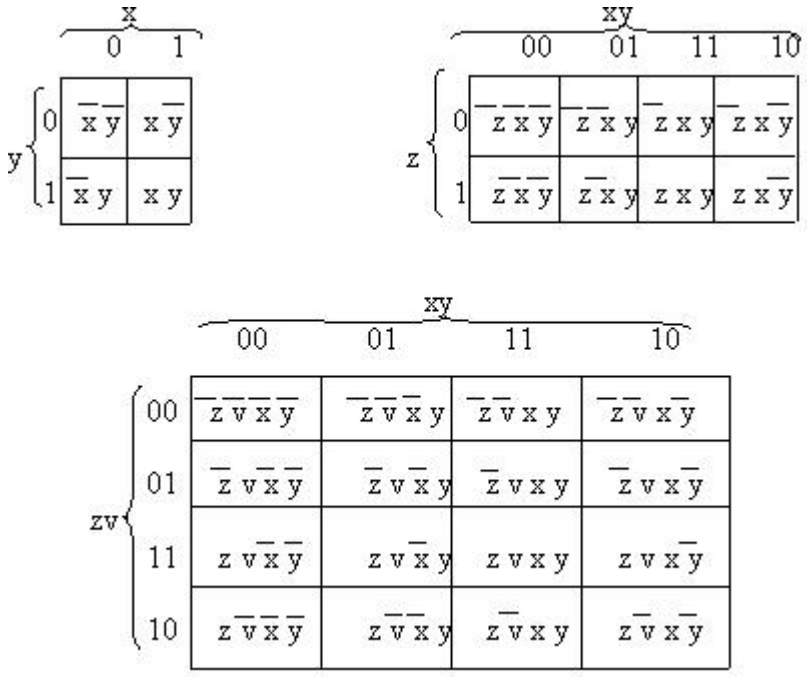


Рис. 11.7. Карты Карно для двух (x, y), трёх (z, x, y) и четырёх (z, v, x, y) переменных

Минтермы минимизируемой функции отмечают единицами в соответствующих клетках карты. Минтермы, не входящие в функцию, отмечают в клетках нулями или пустыми клетками. На основании дистрибутивного (распределительного) закона: $(x + y) \times$

$\times\cdot(x + z) = x + yz$, а также логических соотношений $x + 0 = x$, $x + 1 = 1$, $x + \bar{x} = 1$, $x \cdot \bar{x} = 0$ можно доказать, что группа из двух минтермов, находящихся в соседних клетках, может быть заменена одним логическим произведением, содержащим на одну переменную меньше. Если соседними являются две пары минтермов, то такая группа из четырех минтермов может быть заменена произведением, содержащим уже на две переменные меньше и т.д. В общем случае наличие 2^n соседних минтермов позволяет заменить их произведениями, содержащими на n ($n = 1, 2, 3$) переменных меньше. В этом и состоит суть метода минимизации с применением карт Карно (карты Карно часто называют диаграммами Вейча) [46].

Рассмотрим процесс минимизации на примере функции четырёх переменных x, y, z, v, заданной следующим логическим выражением: $F = yvz + \bar{x}yv + \bar{y}\bar{v}z + \bar{x}y\bar{z}$.

Для представления функции F в виде логической суммы минтермов преобразуем её следующим образом: каждое слагаемое умножим на единичное значение, образованное логической суммой прямого и инверсного значения той переменной, которой недостаёт для полного набора в каждом слагаемом.

$$\bar{F} = yvz(\bar{x} + x) + \bar{x}yv(z + \bar{z}) + \bar{y}\bar{v}z(x + \bar{x}) + \bar{x}y\bar{z}(v + \bar{v}) =$$

$$= \bar{x}yvz + xyvz + \bar{x}yvz + \bar{x}yv\bar{z} + x\bar{y}\bar{v}z + \bar{x}\bar{y}\bar{v}z + \bar{x}yv\bar{z} + \bar{x}y\bar{v}\bar{z}.$$

Заменяя группы повторяющихся выражений одним соответствующим выражением, получим функцию в виде СДНФ:

$$F = xyvz + \bar{x}yvz + x\bar{y}\bar{v}z + \bar{x}yv\bar{z} + xy\bar{v}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}vz.$$

Анализ показывает, что функция четырёх переменных получена в виде суммы шести минтермов (в каждом слагаемом содержатся все переменные и нет одинаковых слагаемых). Для осуществления минимизации следует использовать карту Карно для четырёх переменных. Таким образом, в карте Карно из шестнадцати клеток функцию будут представлять минтермы, размещённые в шести клетках. Обозначая места размещения минтермов в клетках единицами, заполняем карту, как показано на рис. 11.8.

Выделяем группы соседних минтермов, учитывая, что крайние клетки столбцов и строк являются тоже соседними. На карте выделенные группы отмечены пунктирными контурами и цифрами мелкого шрифта. Первая группа: $\bar{x}yv\bar{z} + \bar{x}y\bar{v}\bar{z} = \bar{x}y\bar{z}$. Вторая группа: $xyvz + \bar{x}yvz = yvz$. Третья группа: $\bar{x}\bar{y}\bar{v}z + x\bar{y}\bar{v}z = \bar{y}\bar{v}z$.

Итак, минимизированная функция, выраженная в ДНФ, будет иметь вид:

$$F = \bar{x}y\bar{z} + yvz + \bar{y}\bar{v}z \ .$$

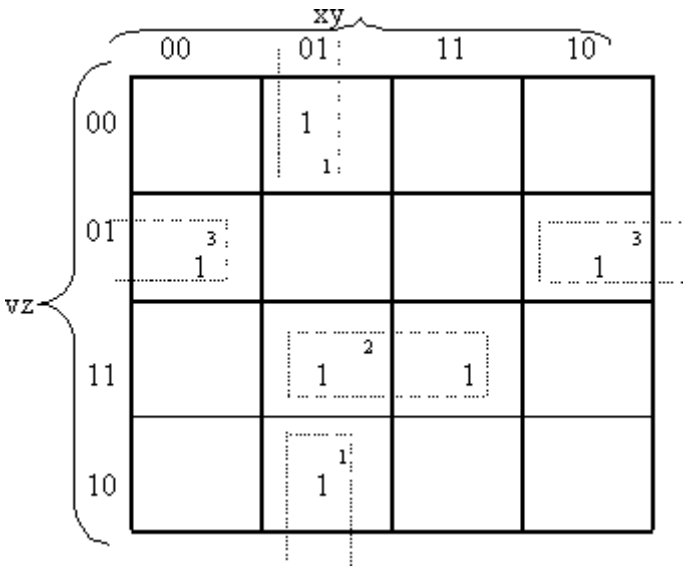


Рис. 11.8. Карта Карно для минимизируемой функции

Непосредственная реализация функции по полученному выражению требует использования четырёх инверторов, двух логических элементов ИЛИ, трёх логических элементов И с тремя входами. Такая реализация нерациональна. С точки зрения уменьшения аппаратных затрат часто желательно иметь функцию в виде произведения. Для преобразования функции воспользуемся теоремой де Моргана (Шеннона), дважды инвертируя минимизированную функцию:

$$\overline{\overline{F}} = \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z} + yvz + \bar{y}\bar{v}z}} \ ; \ F = \overline{\overline{\bar{x}y\bar{z}} \cdot yvz \cdot \overline{\bar{y}\bar{v}z}} \ .$$

В полученном выражении отсутствуют операции логического сложения, следовательно, аппаратная реализация может быть осуществлена без логических элементов ИЛИ. Следует отметить, что минимизация логических выражений имеет целью обеспечение условий оптимальной реализации электронных устройств, использующих логические элементы. Критерии оптимальности при этом определяются конкретными условиями проектирования и использования электронных устройств. Здесь эти вопросы не рассматриваются, поэтому покажем только упрощенную структурную

схему алгоритма минимизации сложной логической функции (рис. 11.9).

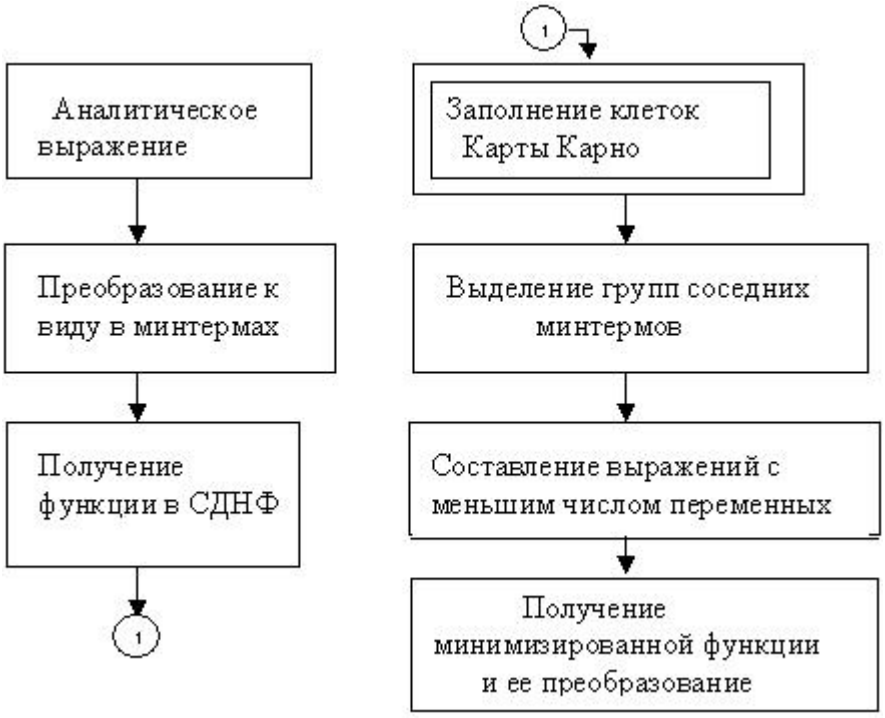


Рис. 11.9. Структурная схема алгоритма минимизации логической функции

11.5. Структура и принцип действия логических элементов

Для построения логических элементов, как устройств электронной техники, в основном используются элементы Шеффера и Пирса, которые являются основными представителями современной потенциальной системы логических элементов. Можно доказать, что достаточно иметь набор одинаковых логических элементов (И-НЕ, либо ИЛИ-НЕ), чтобы только на них построить все многообразие логических схем. Однако такой способ чаще всего оказывается нерациональным, так как требует большого количества этих элементов. На практике в состав серий цифровых схем, выпускаемых промышленностью, входят не только указанные элементы (И-НЕ, ИЛИ-НЕ), но и другие элементы, обладающие большим разнообразием по способу их выполнения, по компоновке и числу входов и выходов. Логические элементы по виду реализуемой функции подразделяют на простейшие элементы одноступенчатой логики (И, ИЛИ, НЕ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ) и элементы двухступенчатой логики (И-ИЛИ, И-ИЛИ-НЕ и др.). На рис. 11.2 – 11.4 показаны

элементы одноступенчатой логики. На рис. 11.10 показаны примеры условных графических обозначений двухступенчатых элементов.

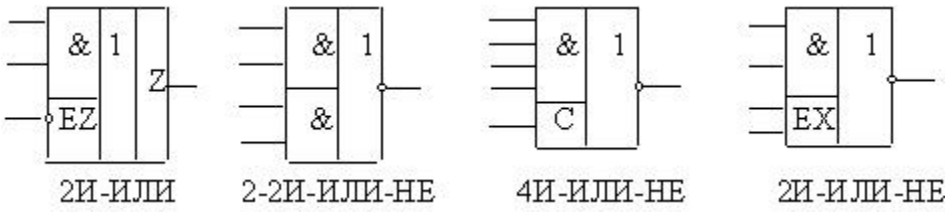


Рис. 11.10. Примеры двухступенчатых логических элементов

Обозначение элемента 2-2И-ИЛИ-НЕ значит, что в составе микросхемы имеются два двухвходовых элемента И, выходы которых подключены к входам элемента ИЛИ, его выход подключен к входу элемента НЕ, выход элемента НЕ является выходом всей микросхемы. Таким образом, в одной микросхеме имеются все три основных элемента. Построение элемента 2-2И-ИЛИ-НЕ с помощью простейших элементов показано на рис. 11.11.

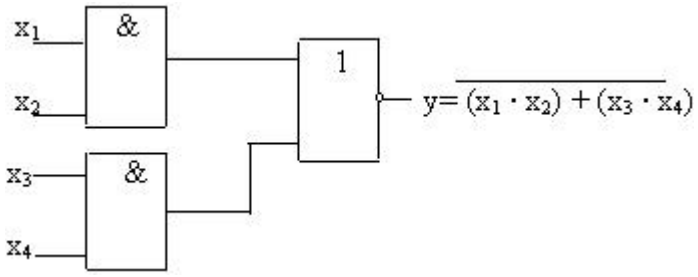
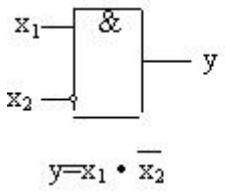


Рис. 11.11. Структурная схема элемента 2-2И-ИЛИ-НЕ

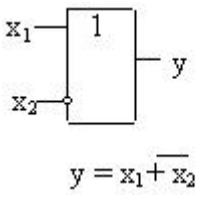
С помощью базовых операций, используемых в двухступенчатой логике, выполняются некоторые функции, нашедшие широкое применение в электронных системах. Примерами таких функций являются: ЗАПРЕТ, ИМПЛИКАЦИЯ (вовлечение), ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ. Таблицы истинности и УГО элементов, реализующих перечисленные функции, показаны на рис. 11.12, 11.13:

Функция ЗАПРЕТ



x1	x2	y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Функция ИМПЛИКАЦИЯ



x1	x2	y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Рис. 11.12. Условные изображения, таблицы истинности и аналитическое представление дополнительных логических функций

Функция ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ

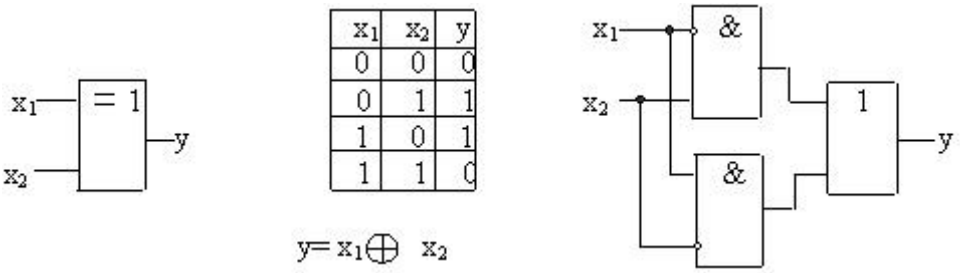


Рис. 11.13. Изображение, таблица истинности и структурная схема логического элемента ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ

Выпускается несколько серий микросхем, наибольшее распространение из которых получили серии логических элементов ТТЛ (транзисторно-транзисторная логика), ТТЛШ (на транзисторах Шоттки), ЭСЛ (эмиттерно-связанная логика), КМОП (на комплементарных МОП-транзисторах).

Характерной особенностью логических элементов (ЛЭ) ТТЛ является использование на входах многоэмиттерных транзисторов. Рассмотрим электрическую принципиальную схему элемента 4И-НЕ (рис. 11.14, *а*), условное графическое обозначение которого показано на рис. 11.14, *б*. Схема содержит четырехэмиттерный транзистор VT_1 на входе, промежуточный усилитель (VT_2) и выходной усилительный каскад на транзисторах VT_3, VT_4.

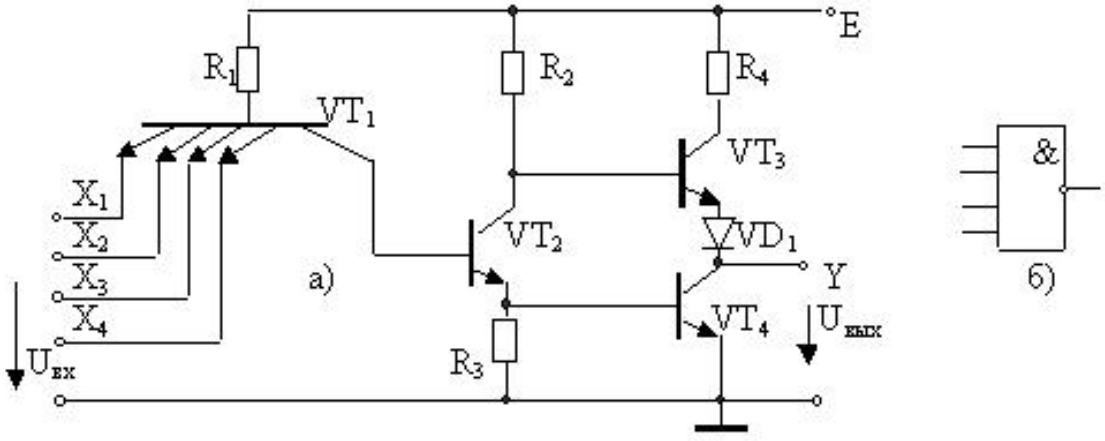


Рис. 11.14. Электрическая принципиальная схема логического элемента 4И-НЕ (*а*) и его условное обозначение (*б*)

Логический элемент работает следующим образом. Многоэмиттерный транзистор в исходном состоянии (при наличии источников входного сигнала) может находиться либо в состоянии насыщения (если хотя бы один из входных сигналов равен 0, а остальные 1), либо в состоянии отсечки, когда все входные сигналы

равны 1. Если транзистор VT_1 насыщен, то транзистор VT_2 закрыт, так как его базовое напряжение близко к нулю. Соответственно закрыт транзистор VT_4, так как его базовый ток мал.

Транзистор VT_3 открыт базовым током, протекающим через резистор R_2. Напряжение источника E через резистор R_4, открытый транзистор VT_3 и диод VD_1 попадает на выход, т.е. на выходе получим уровень, соответствующий 1. Таким образом, при появлении на входе хотя бы одного сигнала с уровнем, соответствующим логическому нулю, на выходе будем иметь уровень, соответствующий логической единице. Если на все четыре входа подать уровень сигнала, соответствующий логической единице, транзистор VT_1 окажется в режиме отсечки, однако по цепи база-коллектор VT_1 – база-эмиттер транзистора VT_2 будет протекать ток, достаточный для открытия транзистора VT_2, и, соответственно, транзистора VT_4. Открытый транзистор VT_2 шунтирует базовую цепь транзистора VT_3 и он закрывается, отсекая выход Y от источника питания. На выходе появляется низкий уровень сигнала, соответствующий логическому нулю. Следовательно, рассматриваемая схема реализует функцию И-НЕ по отношению к сигналам, подаваемым на любой (или на все) из четырех входов.

Примером микросхемы, в которой используются все три основные логические функции, может служить элемент ТТЛ 2-2И-ИЛИ-НЕ, принципиальная схема которого показана на рис. 11.15.

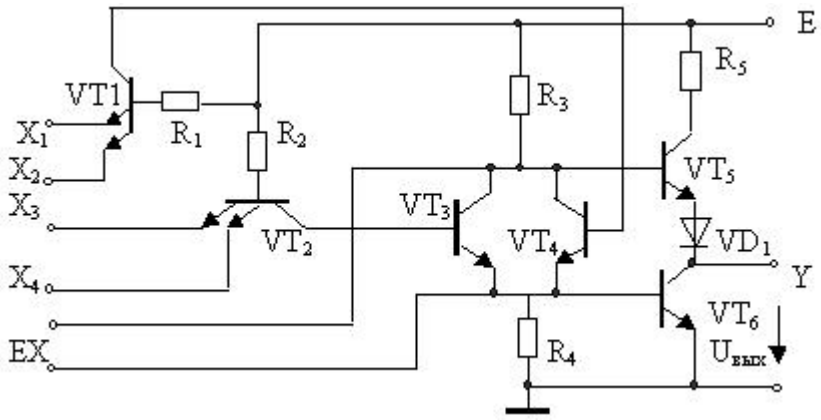


Рис. 11.15. Электрическая принципиальная схема элемента 2-2И-ИЛИ-НЕ

Функцию И в этой схеме выполняют двухэмиттерные транзисторы VT_1 и VT_2, функцию ИЛИ – транзисторы VT_3, VT_4. Принцип действия каждой пары транзисторов (VT_1, VT_2), (VT_3, VT_4) практически не

отличается от работы транзисторов VT_1, VT_2 схемы рис. 11.14, *а*. Для появления сигнала 0 на выходе логического элемента безразлично, открыт только один из транзисторов VT_1, VT_2 или открыты оба, что соответствует реализации функции ИЛИ. Выводы, обозначенные *EX*, служат для подключения специальных схем (расширителей по входу), с помощью которых можно увеличить количество входных сигналов [1, 2].

11.6. Основные параметры и характеристики логических элементов

Схемотехническая реализация цифровых логических устройств осуществляется на основе типовых (базовых) функциональных элементов. Классификацию параметров и характеристик логических элементов можно произвести по следующим признакам:

1. Функциональные признаки:

а) реализуемая логическая функция;

б) нагрузочная способность (коэффициент разветвления по выходу) $K_р$;

в) коэффициент объединения по входу $K_о$.

2. Статические характеристики:

а) входные;

б) выходные;

в) передаточная;

г) уровни сигналов, соответствующих логической единице и логическому нулю;

д) статическая помехоустойчивость.

3. Импульсные и переходные характеристики (динамические):

а) среднее время задержки распространения сигнала;

б) предельная рабочая частота;

в) необходимая скорость нарастания управляющего напряжения на входе логического элемента;

г) динамическая помехоустойчивость.

4. Требования к источнику питания:

а) потребляемая мощность;

б) входные токи при входных напряжениях низкого и высокого уровня;

в) напряжение источника питания и допустимые отклонения от номинального значения.

5. Климатические признаки:

а) диапазон рабочих температур;

б) влагоустойчивость и др.

6. Конструктивные и другие признаки:

а) вес;

б) габариты;

в) стоимость и т.д.

Краткое описание основных параметров и характеристик. Нагрузочная способность логического элемента характеризуется коэффициентом разветвления $K_р$, который показывает, какое число логических входов устройств этой же серии может быть одновременно присоединено к выходу данного логического элемента без нарушения его работоспособности. Увеличение $K_р$ расширяет логические возможности элемента, позволяет уменьшить число элементов в цифровом устройстве. Однако это увеличение ухудшает другие параметры: быстродействие, помехоустойчивость, увеличи-вает потребляемую мощность. По этой причине в составы серий цифровых интегральных схем часто входят логические элементы с различной нагрузочной способностью: основные с $K_р = 4 – 10$ и буферные с $K_р = 20 – 50$. Это позволяет более гибко проектировать цифровые устройства, достигая оптимальных показателей по потребляемой мощности и количеству логических элементов.

Коэффициент объединения по входу $K_о$ характеризует максимальное число логических входов функционального элемента. С увеличением $K_о$ расширяются логические возможности схемы за счет выполнения функций с большим числом аргументов на одном базовом логическом элементе, однако это ухудшает нагрузочную способность, помехоустойчивость и быстродействие. Обычно логические элементы выполняются с $K_о = 2 – 8$. Увеличение $K_о$ сверх восьми обеспечивается за счет применения специальных логических расширителей.

Статические характеристики рассмотрим на примере характеристик базового элемента серии 155 [22] (серия устаревшая).

Передаточная и входная характеристики базового элемента ТТЛ серии 155 приведены на рис. 11.16.

На характеристиках можно отметить следующие параметры: $U_{вх1п} \approx 1{,}5$ В; $U_{вх0п} \approx 0{,}8$ В; $U_{вых1} \approx 4$ В; $U_{вых0} \approx 0{,}4$ В, где $U_{вх1п}$, $U_{вх0п}$ – пороговые напряжения соответственно высокого и низкого уровней – это наименьшее ($U_{вх1п}$) или наибольшее ($U_{вх0п}$) значения соответствующих уровней, при которых начинается переход логического элемента в другое состояние.

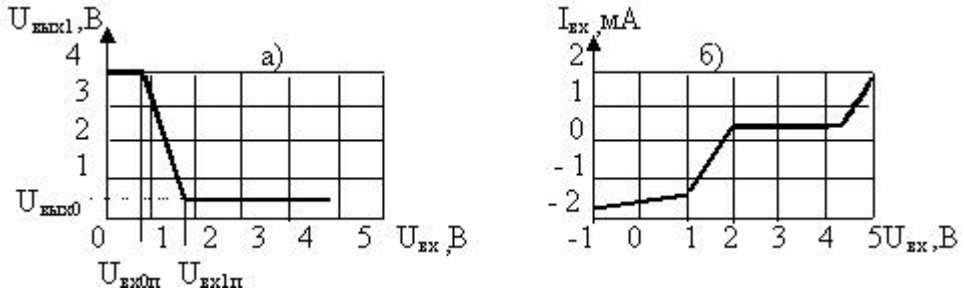


Рис. 11.16. Характеристики логического элемента ТТЛ:
а – передаточная; *б* – входная

Входная характеристика (рис. 11.16, *б*) показывает, что при $U_{вх} > 4$ В начинается заметный рост входного тока. По этой причине для логических элементов серии ТТЛ недопустимо увеличение $U_{вх}$ свыше 5 В. Выходные характеристики элементов ТТЛ имеют вид, показанный на рис. 11.17.

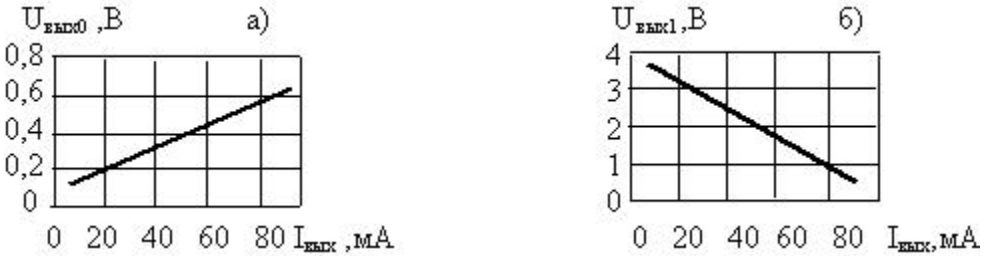


Рис. 11.17. Выходные характеристики логических элементов ТТЛ:
а - для сигналов низкого уровня; *б* – для сигналов высокого уровня

По характеристикам видно, что уровень выходного сигнала существенно зависит от величины сопротивления нагрузки. При заданных допустимых значениях уровней выходных напряжений нагрузка не должна превышать допустимых значений. Поэтому в составе серий микросхем различают микросхемы с нормальной и повышенной нагрузочной способностью. Например, в серии 155 микросхемы с $I_{вых0} \leq 16$ мА, $K_р \leq 10$ относятся к микросхемам

с нормальной нагрузочной способностью, а схемы с повышенной нагрузочной способностью имеют $I_{вых0}$ = 48 мА. По выходным характеристикам можно определить, что выходные сопротивления логических элементов ТТЛ имеют небольшую величину. По этой причине нельзя объединять между собой выходы нескольких ТТЛ ЛЭ, так как в случае разных уровней выходных сигналов через выходные транзисторы ЛЭ (рис. 11.15) будут протекать большие токи. Чтобы осуществлять непосредственное соединение выводов нескольких логических элементов между собой и получать разные уровни выходного сигнала используют схемы с «открытым» электродом, например, коллектором, т.е. схемы, на выходе которых установлен транзистор, чья коллекторная цепь оставлена свободной [22]. Следует заметить, что «открытым» может быть не только коллектор, но и эмиттер у биполярных транзисторов, а также сток или исток у полевых.

Быстродействие логического элемента характеризуется временем задержки распространения сигналов при включении $t_{з10}$, выключении $t_{з01}$ и средним временем $t_{зс}$ (рис. 11.18).

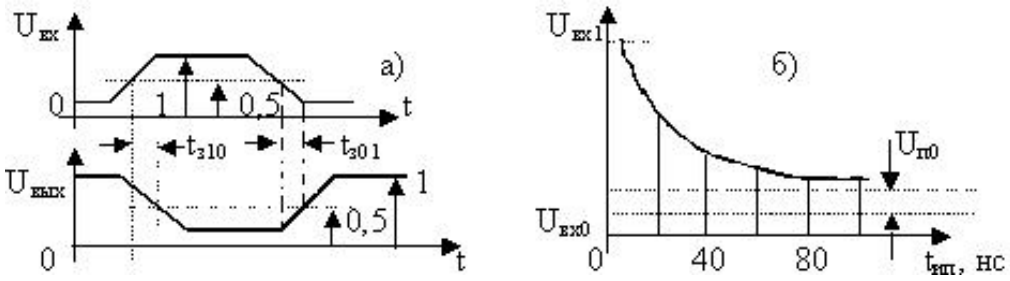


Рис. 11.18. Определение времени задержки распространения сигнала (*а*) и изменение амплитуды импульсной помехи с изменением её длительности (*б*)

Время задержки распространения сигнала при включении ЛЭ – это интервал времени между входным и выходным импульсами при переходе выходного напряжения от уровня логической единицы к уровню логического нуля, измеренный на уровне 0,5 амплитуды.

Аналогично время задержки распространения сигнала при выключении ЛЭ - это интервал времени между входным и выходным импульсами при переходе выходного напряжения от уровня логического нуля к уровню логической единицы, измеренный на уровне 0,5 (рис. 11.18, *а*). Среднее время задержки распространения – это интер-

вал времени, равный полусумме времен задержки распространения сигнала при включении и выключении логического элемента:

$$t_{зс} = (t_{з01} + t_{з10})/2. \qquad (11.6)$$

Помехоустойчивость логического элемента различается статическая и динамическая. Статическая помехоустойчивость определяется как минимальная разность между значениями выходного и входного сигналов данного логического уровня:

$$U_{п1} = U_{вых1} - U_{вх1},$$
$$U_{п0} = U_{вх0} - U_{вых0}. \qquad (11.7)$$

Из (11.7) можно заключить, что статическая помехоустойчивость – это минимальное значение напряжения помехи на выходе ЛЭ, которое может вызвать срабатывание подключенного к нему ЛЭ.

Помехи могут быть импульсными. При малых длительностях помехи, меньших или соизмеримых с $t_{зс}$, этот импульс напряжения может быть значительно больше напряжения статической помехи и не вызывать срабатывания ЛЭ. Это объясняется наличием емкостей между элементами микросхемы, емкостей полупроводниковых структур, проявляющимися при больших частотах сигналов. Динамическую помехоустойчивость обычно характеризуют графиком, связывающим длительность и амплитуду допустимой помехи (рис. 11.18, *б*).

Важным параметром логического элемента является потребляемая мощность $P_п$ или ток потребления $I_п$, которые приводятся в справочных данных. В целях сравнения между собой микросхем отдельных серий иногда используют интегральный параметр, называемый энергией переключения:

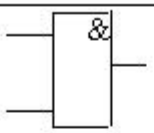
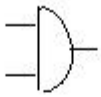
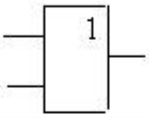
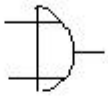
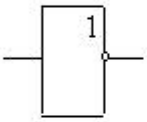
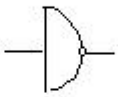
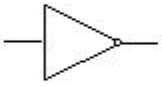
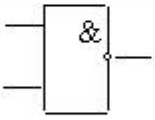
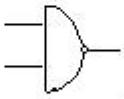
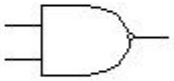
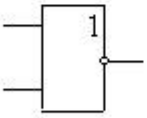
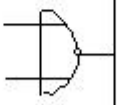
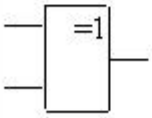
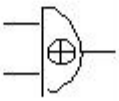
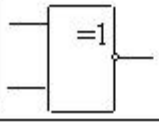
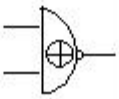
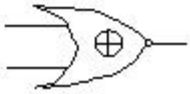
$$Э_п = P_п \cdot t_{зс}. \qquad (11.8)$$

Смысл этого параметра в том, что он характеризует работу, затрачиваемую на выполнение одного переключения.

Условные графические обозначения логических элементов в нашей стране и за рубежом разные, поэтому их соответствие приведено в табл. 11.3.

Таблица 11.3

Условные графические обозначения
логических элементов

Вид операции	УГО		
1	2	3	4
	Российское	Зарубежное	
		Общее	Интегральное исполнение
И			
ИЛИ			
НЕ			
И-НЕ			
ИЛИ-НЕ			
ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ			
ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ-НЕ			

12. КОМБИНАЦИОННЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА

Ранее уже отмечалось, что к комбинационным устройствам относятся функциональные узлы, в которых отсутствуют элементы памяти. Состояние комбинационного узла однозначно определяется комбинацией входных сигналов в данный момент и не зависит от предыдущего состояния. К таким узлам относятся шифраторы, дешифраторы, сумматоры, мультиплексоры, демультиплексоры, компараторы, преобразователи кодов и другие.

12.1. Шифраторы и дешифраторы

Шифратор – это функциональный узел, преобразующий поступающие на его входы сигналы (команды) в n-разрядный двоичный код. «Командами» могут быть, например, десятичные цифры. Построим шифратор, преобразующий десятичные цифры в нормальный двоичный код (НДК). Функциональное описание такого шифратора представим в виде таблицы истинности, в которой кодируемые цифры обозначим переменной x_n , где n = 0 … 9, а в качестве кода, присваемового кодируемым цифрам, выберем четырехразрядный двоичный код.

Таблица 12.1

Таблица истинности шифратора

Число	Код			
	a_3	a_2	a_1	a_0
x_0	0	0	0	0
x_1	0	0	0	1
x_2	0	0	1	0
x_3	0	0	1	1
x_4	0	1	0	0
x_5	0	1	0	1
x_6	0	1	1	0
x_7	0	1	1	1
x_8	1	0	0	0
x_9	1	0	0	1

В табл. 12.1 числа $a_0 \ldots a_3$ представлены как функции аргументов x_n, принимающих различные значения десятичных цифр. Для синтеза схемы, реализующей указанные функции, записываем их представления в аналитической форме по табличным данным: $a_0 = x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9$; $a_1 = x_2 + x_3 + x_6 + x_7$; $a_2 = x_4 + x_5 + x_6 + x_7$; $a_3 = x_8 + x_9$. В полученных выражениях знак + обозначает логическую операцию ИЛИ, поэтому очевидная (не минимизированная) структура устройства должна содержать четыре дизъюнктора, каждый из которых имеет разное число входов (рис. 12.1).

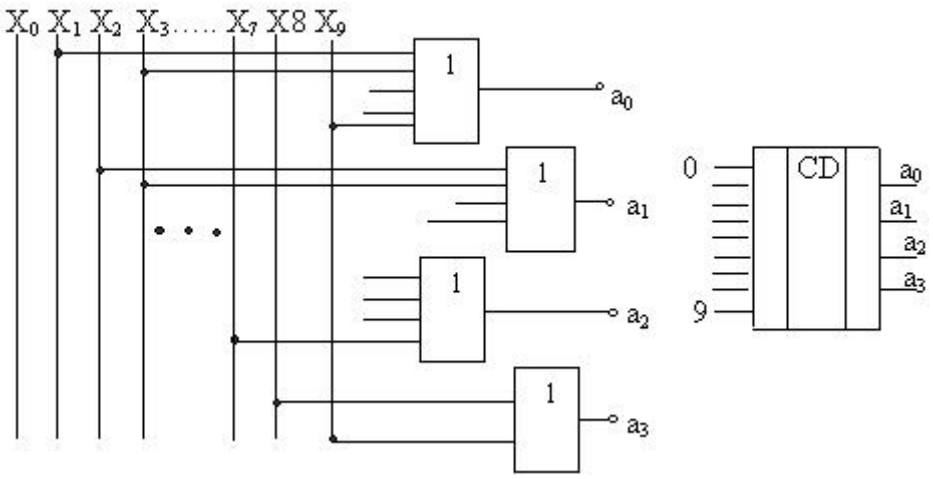


Рис. 12.1. Структурная схема и интегральное изображение шифратора

Дешифратор – это функциональный узел, преобразующий *n*-разрядный двоичный код в комбинацию выходных сигналов (команд). Этот *n*-разрядный код дает 2^n наборов входных переменных, которые могут превратиться в 2^n выходных сигналов. В этом случае дешифратор называют полным. Если число выходных сигналов меньше 2^n, то дешифратор неполный.

Рассмотрим методику построения простейшего дешифратора, имеющего два входа и четыре выхода (дешифратор 2 – 4) (табл. 12.2). Составляем таблицу функционирования дешифратора, исходя из его функционального назначения: 2-разрядный код, подаваемый на вход, может быть превращен на выходе в четыре выходных сигнала. Пусть таким выходным сигналом будет позиционный код, в котором значение определяется положением «1» в цепочке «0».

Рассматривая логические переменные «*x*» как функции входных логических переменных «*a*», запишем логические выражения для выходных сигналов: $x_0 = \overline{a_0} \cdot \overline{a_1}$; $x_1 = \overline{a_0} \cdot a_1$; $x_2 = a_0 \cdot \overline{a_1}$; $x_3 = a_0 \cdot a_1$.

Таблица 12.2

Таблица истинности дешифратора

Входной код		Выходной сигнал			
a_1	a_0	x_0	x_1	x_2	x_3
0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

Анализ полученных выражений показывает, что структурная схема, реализующая функцию разрабатываемого дешифратора, должна содержать два инвертора и четыре двухвходовых конъюнктора. Син-

тезированная таким способом структурная схема и её интегральное изображение показаны на рис. 12.2.

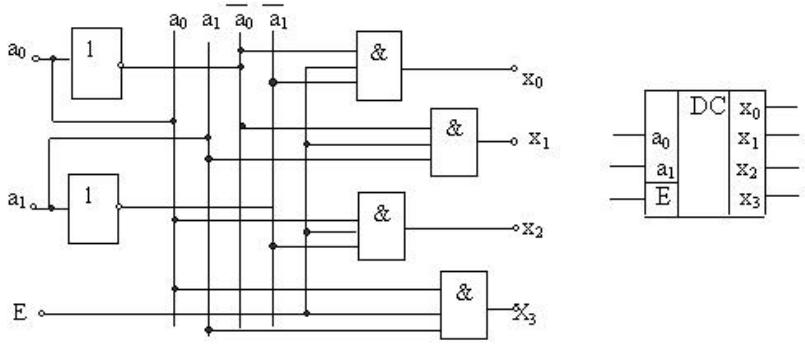


Рис. 12.2. Структурная схема дешифратора 2 – 4 и его интегральное изображение

Реальные дешифраторы обычно снабжены дополнительным входом, разрешающим или запрещающим выполнение основной функции. Например, в схеме (рис. 12.2) можно снабдить каждый конъюнктор дополнительным входом, объединить эти входы и обеспечить внешний доступ к ним (обычно этот дополнительный вход обозначают буквой E). Если на вход E подать логический 0, функции дешифратора будут запрещены, а на выходах установится инверсный (нулевой) уровень выходного сигнала. Логическая 1, установленная на дополнительном входе E, не препятствует работе дешифратора. Аналогичным способом можно синтезировать дешифраторы (1 – 2), (3 – 8) и т.д.

Более сложные дешифраторы можно построить на основе каскадного соединения простых. В качестве примера рассмотрим структурную схему дешифратора (4 – 16), построенного на основе дешифратора (2 – 4) (рис. 12.3).

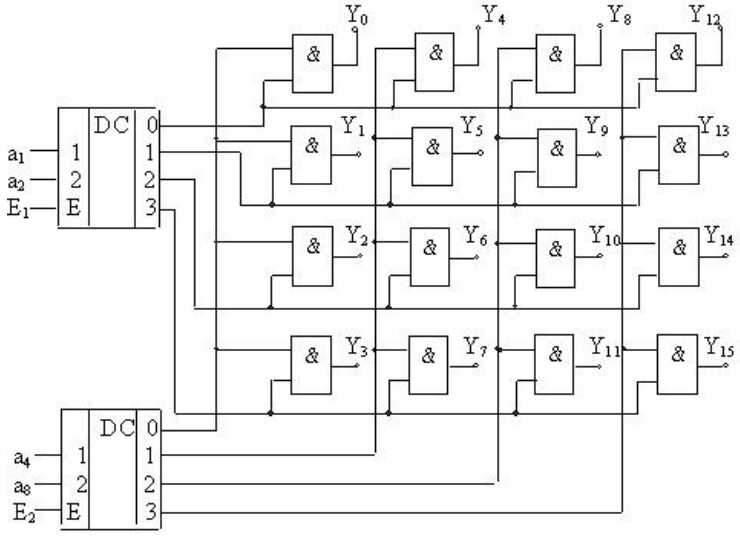


Рис. 12.3. Дешифратор (4 – 16) на основе дешифраторов (2 – 4)

В этом дешифраторе вторая ступень выполнена на матрице двух-входовых конъюнкторов, активируемых сигналами, поступа-ющими с выходов дешифраторов (2 – 4). Запрещение работы дешифратора может осуществляться либо по вертикальным, либо по горизонталь-ным шинам, при этом на одном из входов разрешения E_1, E_2 должен присутствовать сигнал логического 0. Дешифратор (5 – 32) может быть составлен из одного дешифратора (2 – 4) и четырех дешифрато-ров (3 – 8), управляемых по входу разрешения выходными сигналами дешифратора (2 – 4) [20].

12.2. Мультиплексоры и демультиплексоры

Мультиплексор – это функциональный узел, который осуществ-ляет управляемую коммутацию логических сигналов с входных линий на одну выходную линию. Коммутация определен-ной входной линии осуществляется в соответствии с двоичным адресным кодом, установленным на адресных входах мультиплексора.

Если адресный код имеет n разрядов, то можно осуществить 2^n коммутаций входных линий на одну выходную, следовательно, мультиплексор с n-разрядным адресным входом может иметь любое число входных линий, не превышающее 2^n.

В качестве примера рассмотрим методику построения мультип-лексора, осуществляющего коммутацию четырех входных линий x_0, x_1, x_2, x_3 на выходную линию Y. Число разрядов адресных входов оп-ределяется по выражению $n = \log_2 N$, где N – число входных линий, (n округляется в сторону увеличения). В нашем случае $n = 2$. Для опре-деления структуры составляем таблицу функционирования мультип-лексора, обозначив адресные входы символами a_0, a_1 (табл. 12.3).

По данным таблицы можно записать характеристическое уравне-ние данного мультиплексора:

$$Y = \overline{a_0}\,\overline{a_1}x_0 + \overline{a_0}a_1x_1 + a_0\overline{a_1}x_2 + a_0a_1x_3.$$

Таблица 12.3

Таблица истинности мультиплексора

a_0	a_1	Y
0	0	x_0
0	1	x_1
1	0	x_2
1	1	x_3

Анализ уравнения показывает, что структура мультиплексора должна содержать два инвертора, четыре конъюнктора и один четырехвходовый дизъюнктор. Синтезированная по таким признакам схема показана на рис. 12.4.

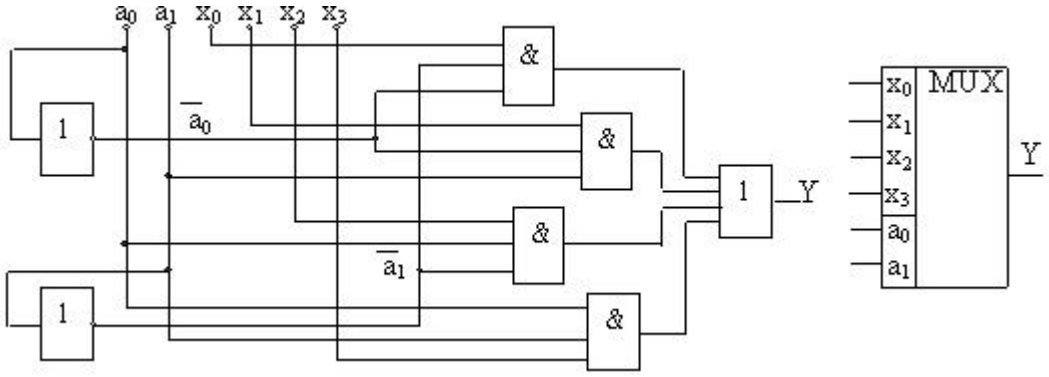


Рис. 12.4. Структурная схема мультиплексора 4 – 1
и его интегральное изображение

Наращивание размерности мультиплексора возможно с помощью пирамидальной структуры из нескольких мультиплексоров меньшей размерности. В этом случае первый каскад должен содержать столько мультиплексоров, сколько необходимо для обеспечения нужного (суммарного) количества входных линий. Мультиплексоры первого каскада адресуются одним и тем же кодом, составленным из соответствующего числа младших разрядов общего адресного кода. Если число адресных разрядов мультиплексоров первого каскада n_1, а общее число адресных разрядов – n (соответствует суммарному числу адресуемых входных линий 2^n), то мультиплексор второго каскада должен иметь $(n - n_1)$ адресных разрядов.

Например, для построения мультиплексора 32 – 1 на мультиплексорах меньшей размерности, в первом каскаде можно использовать четыре мультиплексора 8 – 1, а во втором каскаде – один мультиплексор 4 – 1. При этом в пятиразрядном адресном коде ($2^5 = 32$) два старших разряда принадлежат мультиплексору второго каскада, а три младших – объединённым адресным входам мультиплексоров первого каскада. Для мультиплексора второго каскада входными линиями являются выходные линии мультиплексоров первого каскада.

Реализация логических функций на основе мультиплексоров. С помощью мультиплексора, имеющего n адресных входов, можно последовательно адресовать на выход 2^n разрядов информационного слова, поданного на информационные входы. Для воспроизведения на выходе мультиплексора значения логической функции, имеющей

n аргументов, используется условие, согласно которому каждому набору аргументов соответствует передача на выход одного из сигналов, поданных на информационные входы. Следовательно, если на адресные входы мультиплексора подать кодовый набор аргументов функции, а на информационные входы – соответствующие значения функции, то получим устройство, воспроизводящее на выходе значения функции, соответствующие набору аргументов этой функции, установленному на адресных входах мультиплексора. На рис. 12.5 приведен пример использования мультиплексора 8 – 1 в качестве логического устройства («универсального логического элемента» согласно [20]) для реализации функции трех аргументов $F(A_4, A_2, A_1)$.

A_4	A_2	A_1	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

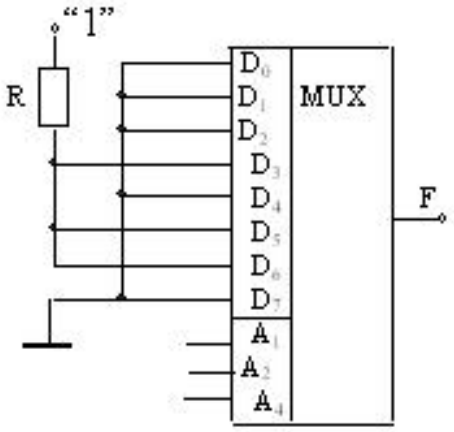


Рис. 12.5. Схема включения мультиплексора 8 – 1 для реализации функции трех аргументов, заданной таблично

Демультиплексор. Демультиплексор выполняет операцию, обратную операции мультиплексора, т.е. передаёт данные из одной входной линии в одну из нескольких выходных линий. Управление коммутацией осуществляется с помощью адресного кода, устанавливаемого на адресных входах, при этом адресуются, в отличие от мультиплексора, не входные, а выходные выводы. В общем случае число выходных линий N определяется разрядностью n-адресного кода согласно соотношению $N = 2^n$. Синтез демультиплексора рассмотрим на примере демультиплексора 1 – 4, для которого $N = 4$. Составляем таблицу истинности (таблицу функционирования), в которой адресный код обозначен символами $a_к$, выходные линии символами Y_i, а сигнал на входе обозначен символом F (табл. 12.4).

Таблица 12.4

Таблица истинности демультиплексора

0	1	0	1	2	3

В соответствии с таблицей истинности характеристические уравнения такого устройства будут: $Y_0 = \overline{a_0}\,\overline{a_1}F$; $Y_1 = \overline{a_0}a_1F$; $Y_2 = a_0\overline{a_1}F$; $Y_3 = a_0a_1F$. Соответствующая этим уравнениям структурная схема должна содержать два инвертора и четыре трёхвходовых конъюнктора (рис. 12.6).

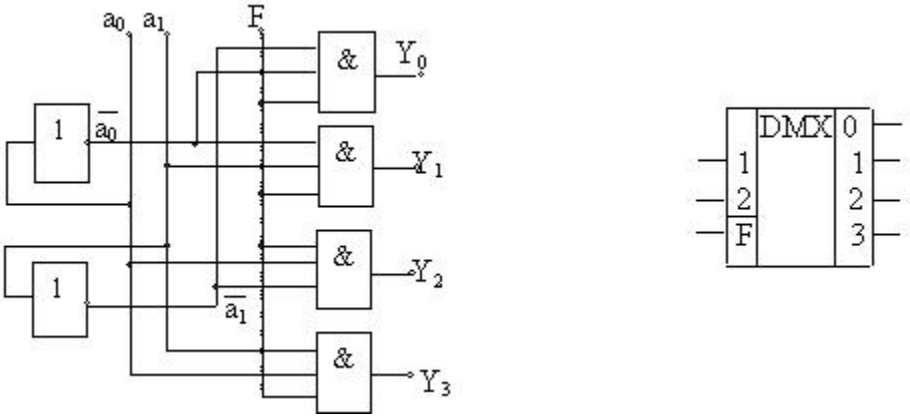


Рис. 12.6. Структурная схема демультиплексора 1 – 4 и его УГО

12.3. Сумматоры

Сумматором называется комбинационный функциональный узел, предназначенный для арифметического сложения двоичных чисел. Основным узлом сумматора является одноразрядный сумматор, на основе которого строятся многоразрядные сумматоры. Одноразрядный сумматор выполняет арифметическое сложение одноразрядных двоичных чисел a_i, b_i и бита переноса c_i из младшего разряда, образуя на выходах значения суммы S_i и бита переноса в старший разряд c_{i+1}. Сумматор, не имеющий бита переноса из младшего разряда, называют полусумматором. Он имеет два входа и два выхода в отличие от «полного» одноразрядного сумматора, имеющего три входа и два выхода. Таблицы истинности для одноразрядных сумматоров показаны в табл. 12.5.

Таблица 12.5

Таблицы истинности сумматора

a_i	b_i	c_i	S_i	c_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

a_0	b_0	S_0	c_0
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

В соответствии с таблицами истинности можно составить характеристические уравнения для одноразрядного полного сумматора и полусумматора:

$$S_i = \overline{a_i}b_ic_i + a_i\overline{b_i}c_i + a_ib_i\overline{c_i} + a_ib_ic_i\ ;\ S_0 = a_0b_0 + a_0\overline{b_0}\ ;$$

$$c_{i+1} = \overline{a_i}b_i + \overline{a_i}c_i + b_i\overline{c_i}\ ;\ c_0 = a_0\overline{b_0}\ .$$

По полученным характеристическим уравнениям нетрудно синтезировать структурные схемы, используя нужные логические элементы. Выражение для бита переноса c_{i+1} записано после минимизации полного выражения, полученного из таблицы истинности.

Обычно сумматоры выполняются многоразрядными. Число входов и выходов такого сумматора определяется разрядностью слагаемых. Структуру многоразрядного сумматора определяет способ передачи сигнала переноса от младшего разряда к старшему. Различают два основных вида сумматоров: с последовательным и параллельным переносом. На основе этих вариантов разработано несколько видов сумматоров: для сложения параллельных и последовательных операндов, сумматоры групповой структуры, накапливающие сумматоры и др.

В сумматорах с последовательным переносом выход переноса i-разряда последовательно соединен с входом (i+1) – разряда. Структурная схема такого сумматора показана на рис. 12.7.

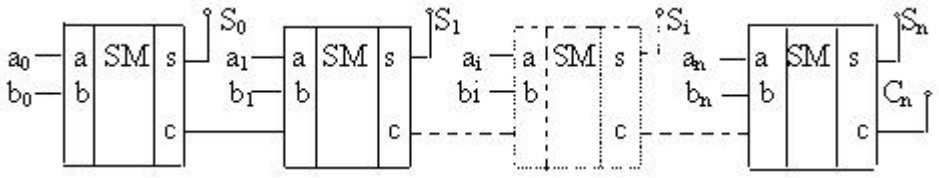


Рис. 12.7. Структурная схема многоразрядного сумматора с последовательным переносом

Важным параметром сумматора является его быстродействие. Для получения максимального быстродействия разработаны сумма-

торы для параллельных операндов с параллельным переносом. В таких сумматорах сигналы переноса для каждого разряда формируются специальными схемами, на входы которых поступают те переменные, которые необходимы для выработки бита переноса. К ним относятся внешний входной перенос (если он есть) и значения всех разрядов слагаемых, младших относительно данного.

Структурная схема сумматора для сложения двух *n*-разрядных чисел представлена на рис. 12.8, где *CR* – схемы формирования переносов.

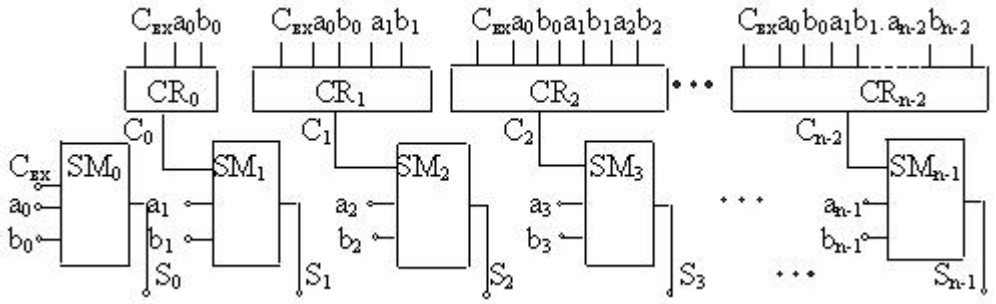


Рис. 12.8. Структурная схема сумматора для сложения двух параллельных операндов с параллельным переносом

Быстродействие в таких сумматорах достигается за счет того, что биты переносов формируются практически одновременно с формированием результата.

Накапливающий сумматор представляет собой сочетание комбинационного сумматора и тактируемого регистра, причем очередное слагаемое добавляется к содержимому сумматора и результат замещает старое значение суммы [20].

12.4. Цифровой компаратор

Компаратор (устройство сравнения) служит для определения соотношения между двумя кодовыми словами. Такими соотношениями можно считать: «меньше», «равно», «больше». Принято считать, что выходные функции, вырабатываемые компараторами, принимают единичные значения, если соблюдаются указанные выше соотношения, и равны нулю, если не соблюдаются. Например, функция равенства $F_{A=B} = 1$, если $A = B$ и равна нулю, если $A \neq B$. С учетом приня-

того соглашения таблица истинности компаратора двух одноразрядных чисел будет выглядеть так, как показано на рис. 12.9.

A	B	$F_{A<B}$	$F_{A=B}$	$F_{A>B}$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0

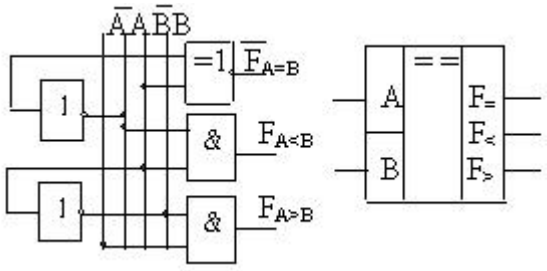


Рис. 12.9. Таблица истинности, структурная схема
и условное обозначение компаратора двух одноразрядных слов

Устройства сравнения строятся на основе поразрядных операций над одноименными разрядами обоих слов. Признак равенства разрядов $r_i = \overline{A_i \oplus B_i}$. Компараторы для слов большей разрядности получают наращиванием размерности путем использования нескольких схем компараторов. Например, для сравнения восьмиразрядных чисел можно использовать две четырехразрядные схемы. Для этой цели в четырехразрядном компараторе предусмотрены три дополнительных входа: $A > B$, $A = B$, $A < B$,
к которым подводятся соответствующие выходы схемы, выполняющей сравнение младших разрядов.

12.5. Преобразователи кодов

Преобразователи кодов используются для перевода представления информации из одного кода в другой. Необходимость такого перевода возникает потому, что для представления информации используют различные двоичные и двоично-десятичные коды. Таблицы истинности некоторых кодов для представления десятичных чисел представлены в табл. 12.6.

Синтез преобразователей кодов осуществляется в соответствии с таблицами их функционирования. В качестве примера рассмотрим синтез схемы, преобразующей двоично-десятичный код (8421) в код Айкена (2421). С этой целью каждую переменную кода Айкена будем рассматривать как функцию соответствующих коэффициентов двоично-десятичного кода. В этом случае можно в соответствии

с таблицами составить характеристические уравнения для каждой переменной кода 2421. Например, для переменной k_3 имеем:

$$k_3 = \bar{e}_3 e_2 \bar{e}_1 e_0 + e_3 \bar{e}_2 e_1 \bar{e}_0 + e_3 e_2 e_1 e_0 + e_3 \bar{e}_2 \bar{e}_1 \bar{e}_0 + e_3 \bar{e}_2 e_1 \bar{e}_0 .$$

Таблица 12.6

Таблицы истинности некоторых кодов

Десятичное	прямой код				обратный код				Дополнительный				Код Грея				Код 8-4-2-1				Код 2-4-2-1			
Число	a_3	a_2	a_1	a_0	b_3	b_2	b_1	b_0	c_3	c_2	c_1	c_0	d_3	d_2	d_1	d_0	e_3	e_2	e_1	e_0	k_3	k_2	k_1	k_0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
4	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1
8	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0
9	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
10	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1								
11	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0								
12	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0								
13	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1								
14	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1								
15	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0								

Составив характеристические уравнения для всех переменных кода 2421, можно упростить их по правилам логических преобразований, затем построить структурную схему преобра-зователя.

Однако более эффективным является метод структурного проектирования с использованием карт Карно. Согласно этому методу составляем карты Карно для переменных k_3, k_2, k_1, k_0, причем клетки, не заполненные значениями аргументов e_0 – e_3, заполняем значениями 1 либо 0, делаем соответствующие объединения и записываем минимизированные выражения для переменных k (рис. 12.10).

k_3

e_2e_3 \ e_0e_1	00	10	11	01
00	0	0	0	0
10	0	1	1	1
11	x	x	x	x
01	1	1	x	x

k_2

e_2e_3 \ e_0e_1	00	10	11	01
00	0	0	0	0
10	1	0	1	1
11	x	x	x	x
01	1	1	x	x

k_1

e_2e_3 \ e_0e_1	00	10	11	01
00	0	0	1	1
10	0	1	0	0
11	x	x	x	x
01	1	1	x	x

k_0

e_2e_3 \ e_0e_1	00	10	11	01
00	0	1	1	0
10	0	1	1	0
11	x	x	x	x
01	0	1	x	x

Рис. 12.10. Карты Карно для преобразователя кодов

В результате минимизации получим: $k_3 = e_3 + e_2e_1 + e_2e_0$; $k_2 = e_3 + e_2e_1 + e_2\bar{e}_0$; $k_1 = e_3 + e_2\bar{e}_1 + e_2e_1\bar{e}_0$; $k_0 = e_0$.

Полученные выражения полностью определяют структуру и состав элементов преобразователя. Однако технологически более

рациональны структуры, выполненные на однотипных логических элементах, например, на элементах И-НЕ. Структурная схема такого преобразователя представлена на рис. 12.11.

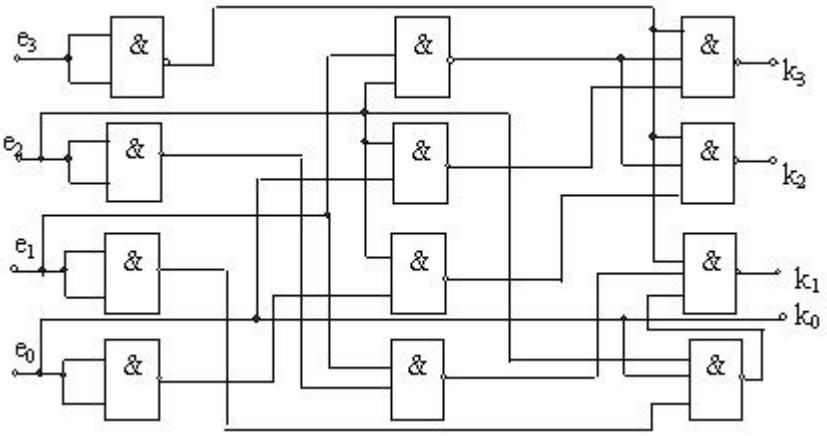


Рис. 12.11. Структурная схема преобразователя кода 8421 в код 2421

12.6. Арифметико-логическое устройство

Арифметико-логическое устройство (АЛУ) – это функциональный узел, предназначенный для реализации арифметических и логических операций по обработке цифровой информации. Типичное АЛУ (обычно четырёхразрядное) имеет входы операндов A и B, входы выбора операций S, вход переноса C_i и вход M (*Mode*), сигнал на котором задает тип выполняемых операций: логические ($M = 1$) или арифметико-логические ($M = 0$). Перечень выполняемых АЛУ операций приведен на рис. 12.12 [20].

Набор логических операций АЛУ позволяет воспроизводить все функции двух переменных. В арифметико-логических операциях сочетаются логические и арифметические операции одновременно. Выражение типа $A \vee \overline{B} + AB$ следует понимать следующим образом: вначале поразрядно выполняется операция инвертирования ($\overline{B}$), затем логическое сложение ($A \vee \overline{B}$), умножение (AB) и последующее арифметическое сложение.

Для выполнения операций над словами большой размерности АЛУ соединяются друг с другом путем последовательных или параллельных переносов. Организацию параллельных переносов осуществляют с помощью специальных схем-блоков ускоренного переноса, для чего в схеме АЛУ (рис. 12.12) предусмотрены два дополни-

тельных выхода (*G*, *H*), позволяющих организовать параллельный перенос.

№	S	Логические функции (M=1)	Арифметико-логические функции(M=0)
0	0000	$\overline{A}$	$A+C_i$
1	0001	$A \vee B$	$A \vee \overline{B} + C_i$
2	0010	$\overline{A}B$	$A \vee \overline{B} + C_i$
3	0011	0000	$1111+C_i$
4	0100	$A\overline{B}$	$A + A\overline{B} + C_i$
5	0101	$\overline{B}$	$A \vee \overline{B} + A\overline{B} + C_i$
6	0110	$A \oplus B$	$A+\overline{B}+C_i$
7	0111	$A\overline{B}$	$A\overline{B}+1111+C_i$
8	1000	$\overline{A} \vee B$	$A+AB+C_i$
9	1001	$\overline{A \oplus B}$	$A+\overline{B}+C_i$
10	1010	B	$A \vee \overline{B} + AB + C_i$
11	1011	AB	$AB+1111+C_i$
12	1100	1111	$A+A+C_i$
13	1101	$A \vee \overline{B}$	$A \vee B+A+C_i$
14	1110	$A \vee B$	$A \vee \overline{B}+A+C_i$
15	1111	A	$A+1111+C_i$

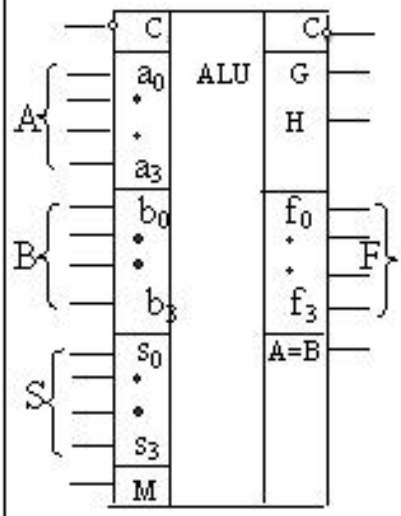


Рис. 12.12. Таблица функций и условное изображение 4-разрядного АЛУ

13. ТРИГГЕРЫ И ЦИФРОВЫЕ АВТОМАТЫ

Триггер – устройство, имеющее два устойчивых состояния, у которого переход из одного состояния в другое происходит при воздействии управляющего сигнала вследствие регенеративного процесса.

Слово триггер означает спусковое устройство − «курок». Отличительной способностью симметричного триггера является свойство запоминания двоичной информации, т.е. *триггер обладает памятью*, под которой подразумевают способность оставаться в одном из двух состояний и после прекращения действия переключающего (управляющего) сигнала. Приняв одно из состояний за «1», а другое за «0», можно считать, что триггер может хранить (помнить) один разряд числа, записанного в двоичном коде, (1 бит).

Регенеративным обычно называют процесс, сопровождающийся самовозбуждением, (самостимулированием). Такой процесс наблюдается в электрической цепи, охваченной положительной обратной связью с петлевым усилением $K\gamma > 1$, он характеризуется резким изменением токов и напряжений в цепи.

13.1. Триггерная схема на двух усилительных каскадах

Рассмотрим принцип действия триггера, для чего возьмем два простейших усилителя и соединим их так, чтобы они были охвачены ПОС (рис. 13.1).

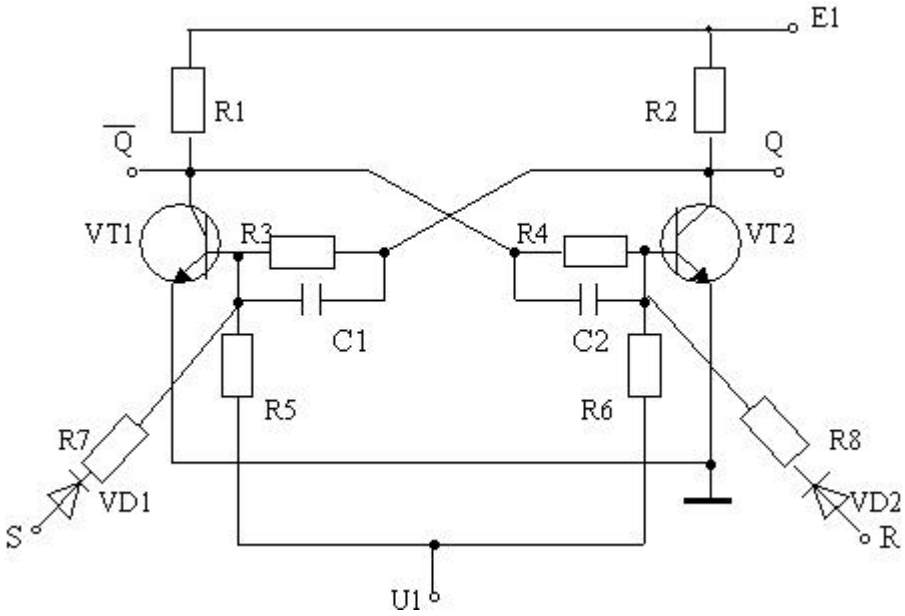


Рис. 13.1. Триггерная схема на двух транзисторах

В схеме (рис. 13.1) возможны теоретически четыре состояния:

1) оба транзистора открыты;
2) оба транзистора закрыты;
3) открыт VT1, VT2 – закрыт;
4) VT2 открыт, VT1 – закрыт.

Особенность схемы в том, что первые два состояния являются неустойчивыми.

Предположим, что оба транзистора открыты и находятся в активном режиме. Ввиду симметрии схемы должны быть равны токи коллекторов и токи базы. Неизбежны малейшие флуктуации тока. Например, увеличится чуть-чуть ток коллектора VT1 – это повлечет за собой обязательное уменьшение напряжения на этом коллекторе,

а оно вызовет уменьшение базового тока транзистора VT2, что вызывает увеличение коллекторного напряжения транзистора VT2. В свою очередь это увеличение приведет к увеличению базового тока транзистора VT1, которое вызовет увеличение степени открытия VT1, т.е. дальнейшее уменьшение коллекторного напряжения и увеличение коллекторного тока транзистора VT1. Процесс носит лавинообразный характер и будет продолжаться до тех пор, пока не прекратится действие положительной обратной связи. Это произойдет, когда транзистор VT1 войдет в режим насыщения, а транзистор VT2 – в режим отсечки. Триггерная схема (триггер) окажется в устойчивом состоянии.

Совершенно аналогично будут проходить процессы, если начнет изменяться ток транзистора VT2. Параметры схемы могут быть подобраны так, что открытый транзистор насыщен, либо находится на границе активной области и не входит в режим насыщения. В первом случае триггер называется насыщенным, во втором – ненасыщенным.

В одном из устойчивых состояний триггер может находиться как угодно долго до момента, пока не поступит сигнал от внешнего источника управляющего напряжения. Управляющее напряжение можно вводить различными способами, например, через входные диоды VD1, VD2.

Пусть транзистор VT2 – закрыт, а VT1 – открыт. Подадим открывающий импульс в цепь базы транзистора VT2. Как только появится ток коллектора VT2, транзистор VT1 выйдет из насыщения, возникнет регенеративный процесс, приводящий к опрокидыванию триггера, т.е. транзистор VT2 откроется, VT1 закроется. Конденсаторы, показанные в схеме, не изменяя сути процесса, предназначены для ускорения этого процесса.

Чтобы перевести триггер в другое устойчивое состояние, нужно подать управляющий импульс теперь на базу другого транзистора (VT1), который находится в состоянии отсечки. Процесс пройдет аналогично. Если бы вместо этого мы подали открывающий импульс вновь на транзистор уже открытый, это не изменило бы состояния триггера.

Если подать открывающие импульсы на оба транзистора, они оба могут открыться, но после снятия импульса возникнет неопределенность, так как любой из транзисторов окажется в запертом состоянии. Следовательно, такая комбинация управляющих импульсов должна быть запрещена.

У рассматриваемого триггера два информационных входа и два выхода. Они имеют специфические названия: один из выходов называют прямым и обозначают буквой Q (quit – покидать, оставлять), другой – инверсным и обозначают $\overline{Q}$, т.е. сигнал противоположен первому. Состояние триггера чаще всего отождествляют с сигналом на прямом выходе. Считается, что триггер «установлен», если $Q = 1$, ($\overline{Q} = 0$), т.е. находится в единичном состоянии.

Триггер «сброшен», «погашен», т.е. находится в нулевом состоянии, если $Q = 0$, ($\overline{Q} = 1$). Когда управляющие входы (R и S) не активны (в данном случае R= 0, S = 0), триггер находится в режиме хранения. Различают три состояния триггера: установлен, сброшен, хранение. Вход, по которому триггер устанавливается в единичное состояние, обозначают входом S (set – установка). Вход, по которому триггер устанавливается в нулевое состояние, обозначают R (reset − возврат). В нашем случае, если мы обозначили Q и $\overline{Q}$ вход S будет на схеме слева, а вход R − справа.

13.2. RS-триггеры на логических элементах

Триггерную схему, рассмотренную выше, называют *RS-триггером*. Проще всего триггер можно построить на логических элементах, соединяя их по кольцевой схеме так, что вход одного логического элемента является выходом второго, как показано на рис. 13.2.

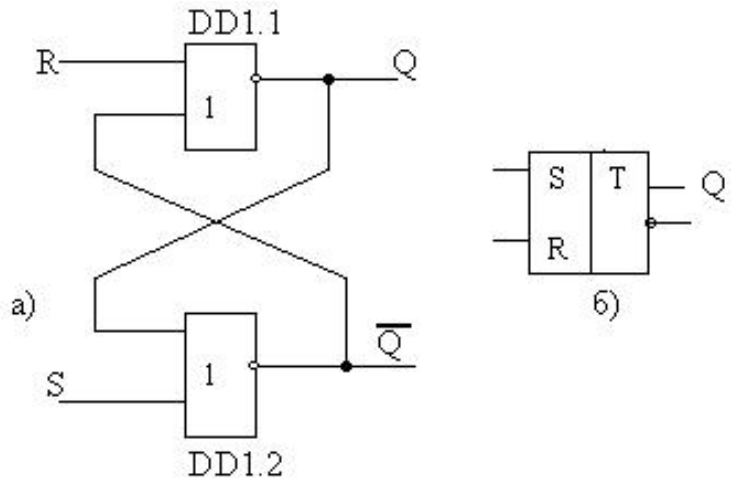


Рис. 13.2. RS-триггер на элементах ИЛИ-НЕ:
а – структурная схема, *б* – условное графическое обозначение (УГО)

Предположим, что $Q = 1$, $R = 0$, $S = 0$, тогда на входах DD1.2 есть сигналы $Q = 1$, $S = 0$, на выходе будет $\overline{Q} = 0$; на входах DD1.1 будут $R = 0$, $\overline{Q} = 0$, на выходе $Q = 1$, т.е. такое состояние будет устойчивым и поддерживать само себя.

Подадим на вход сигнал $R = 1$, тогда на выходе микросхемы DD1.1 получим $\overline{Q} = 0$, на входе DD1.2 будем иметь Q=0, S=0 − на выходе $\overline{Q}$=1, этот сигнал поступит на вход DD1, будем на входе иметь R=1, $\overline{Q}$=1, на выходе Q=0, т.е. подтверждаем новое состояние. Если теперь сделать R=0, положение не изменится: на выходе DD1.1 Q=0, на выходе DD1.2 $\overline{Q}$=1, т.е. триггер принял состояние «сброшен». Рассуждая аналогично, придем к выводу, что при подаче на вход сигнала S=1 триггер установится в состояние «1». Последовательность изменения состояний на выходах триггера после подачи сигналов управления на его входы можно показать на диаграммах сигналов.

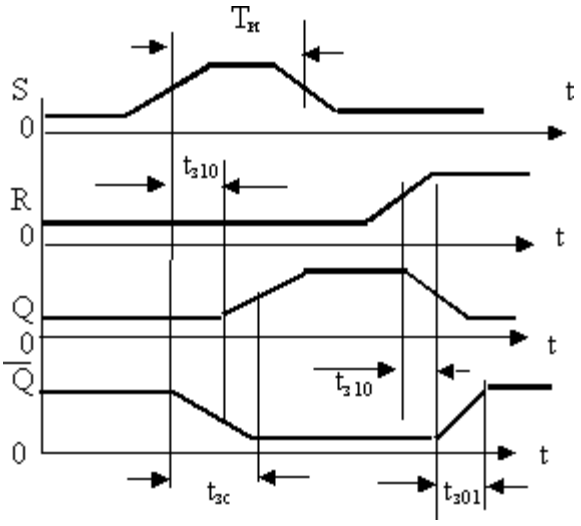


Рис. 13.3. Диаграммы сигналов RS-триггера

На рис. 13.3 обозначено:

$t_{з10}$ – время задержки переключения логического элемента DD1.2 из «1» в «0» под действием сигнала S, либо переключения логического элемента DD1.1 под действием сигнала R;

$t_{з01}$ – время задержки переключения логического элемента DD1.1 из «0» в «1» под действием сигнала R;

$t_{зс}$ – среднее время перехода сигнала на выходе триггера из одного состояния в другое.

Условно считается, что действие переключающего сигнала по изменению состояния других сигналов начинается с момента достиже-

ния этим сигналом половины своего уровня. Анализируя при этих условиях диаграммы сигналов, изображенные на рис. 13.3, можно сделать следующие выводы:

1. Для надежного переключения триггера входными сигналами минимальная длительность импульса $T_и$ должна выбираться из условия:

$$T_и = 2\ t_{зс}.$$

2. Учитывая разброс средних значений времени задержки и появления сигналов на входах, для предотвращения сбоев, т.е. нарушения порядка переключения, следует обеспечивать паузу между фронтами и срезами управляющих сигналов. С этой целью для триггера должно быть определено «разрешающее» время – минимальный интервал времени между моментами посылок входных импульсов:

$$T_р = 3\ t_{зс}.$$

3. Максимальная частота переключения может быть определена как величина обратная разрешающему времени:

$f_{мах} = 1/\ T_р = 1/\ 3t_{зс}$, (если $t_{зс}$ измерять в мкс, то $f_{мах}$ – в МГц).

Состояние триггера обычно отражают в таблицах состояния. Для RS-триггера на логических элементах ИЛИ-НЕ эта таблица будет выглядеть так, как показано в табл. 13.1, где t, $(t+1)$ – дискретные моменты времени до и после воздействия входных сигналов; Q^n, Q^{n+1} – состояния до переключения и после него; X – неопределенное состояние. В табл. 13.1 видно, что при наличии или подаче «0» на входы R и S на выходе будет сохраняться предыдущее значение Q^n.

Таблица 13.1

Таблица состояний RS-триггера

t		t+1
R	S	Q^{n+1}
0	0	Q^n
0	0	1
1	1	0
1	1	X

Часто можно встретить в литературе упрощенные временные диаграммы, в которых не показывают наклоны фронтов и спадов сигналов. Такие диаграммы можно использовать для определения общей картины, но для подробного анализа они мало пригодны (рис. 13.4).

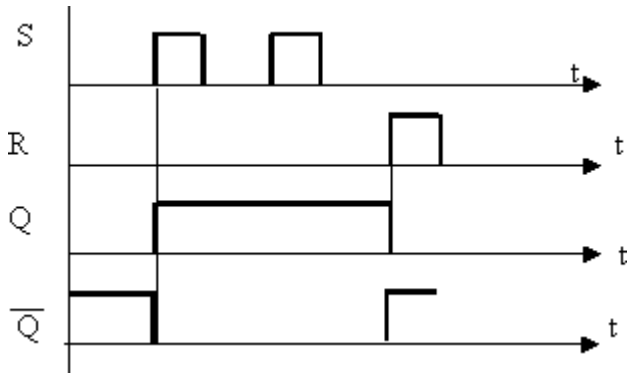


Рис. 13.4. Упрощенные временные диаграммы сигналов RS-триггера

RS-триггер может быть построен не только на логических элементах ИЛИ-НЕ, но и на элементах И-НЕ (рис. 13.5), причём управление таким триггером осуществляется логическим сигналом низкого уровня.

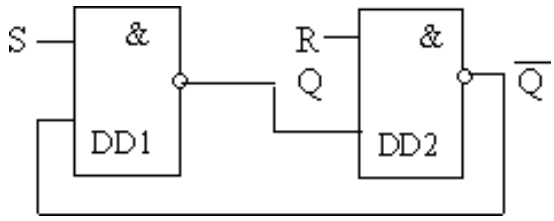


Рис. 13.5. Структурная схема RS-триггера на логических элементах И-НЕ

Состояния триггера при различных сочетаниях входных сигналов показаны в табл. 13.2. Анализ структурной схемы и таблицы показывает, что «активным», т.е. изменяющим состояние триггера логическим уровнем в рассматриваемом триггере является уровень «0».

Таблица 13.2

Таблица состояний RS-триггера на логических элементах И-НЕ

t		t+1
R	S	Q^{n+1}
1	1	Q^n
1	0	1
0	1	0
0	0	X

Упрощенные диаграммы сигналов будут выглядеть следующим образом (рис. 13.6):

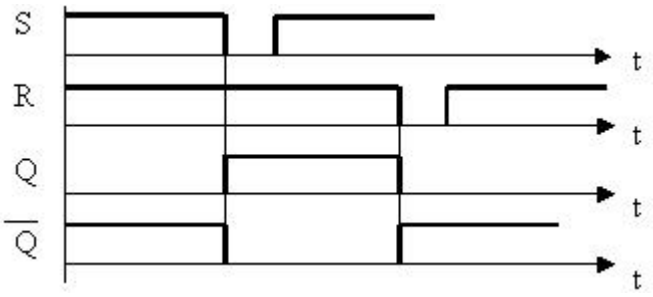


Рис. 13.6. Диаграммы сигналов RS-триггера на элементах И-НЕ

Триггеры являются схемной реализацией элементарных *цифровых автоматов*, т.е. устройств, которые можно описать с помощью конечных множеств входных сигналов x (t) (входного алфавита), выходных сигналов Υ(t) (выходного алфавита), функций переходов F_n, конечного множества внутренних состояний q(t) и функций выходов $F_{вых}$ [19]. При этом используется понятие дискретного времени t, $(t + 1)$, $(t – 1)$ и т.д., т.е. моменты текущий, последующий и предыдущий (подробнее см. п. 13.7). Если текущее состояние Q (t) , то $Q(t+1) = F_n$ $[Q$ $(t$ $), x(t)]$, $\Upsilon(t) = F_{вых}$ $[Q(t), x(t)]$, где: $x(t)$ – входной сигнал; $\Upsilon(t)$ – выходной сигнал.

Например, анализируя таблицы состояний рассмотренных ранее триггеров, можно записать их функции переходов:

– RS-триггер на элементах ИЛИ-НЕ: $Q(t+1) = S(t) + Q(t)$ $R(t)$; $RS= 0$.

– RS-триггер на элементах И-НЕ: $Q(t+1) = S\overline{(t)} + Q(t)$ $R(t)$;

$R+S = 1$.

Функциональное назначение RS-триггера – реализация задержки на такт или запоминание значения двоичной переменной.

Рассмотренные RS-триггеры являются *асинхронными*, т.е. такими, в которых переключения ЛЭ (логических элементов) происходят только как следствие изменения сигналов на входе. Физически после каждого переключения входного сигнала имеет место переходный процесс, состоящий в переключении связанных между собой ЛЭ, и этот процесс заканчивается переходом триггера в новое состояние, сохраняющееся до нового переключения. Поэтому можно условно принять временной интервал между двумя соседними переключениями на входе, равный условной единице (t = 1). Тогда к началу каждо-

го переключения условное (дискретное) время принимает целочисленные значения, для которых состояние триггера можно предсказать, так как к моменту нового переключения переходный процесс предыдущего переключения уже завершен. Этим объясняется форма записи функций переходов триггера.

Асинхронные RS-триггеры используются и как самостоятельные изделия, но чаще всего в составе более сложных триггерных схем.

Помимо асинхронных RS-триггеров очень часто используются *тактируемые (синхронизированные)* RS-триггеры. Тактируемые триггеры имеют на входе ЛЭ, входы которых соединены так, чтобы образовать вход С-*тактовый вход* (рис. 13.7).

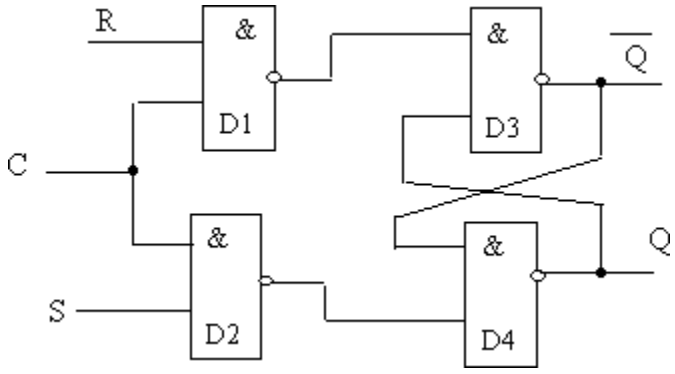


Рис. 13.7. Структурная схема тактируемого уровнем сигнала RS-триггера

Пусть S =1, C=1, R = 0, тогда должно быть. Q = 1, ($\overline{Q}$=0), так как асинхронный триггер D3, D4 устанавливается в 1 сигналом 0.

Тактируемые RS-триггеры при наличии тактового импульса действуют как асинхронные, поэтому смена сигналов на информационных входах должна происходить только в паузах между тактовыми импульсами, иначе возникнут нарушения в работе – сбои. Как отмечалось ранее, для RS-триггера есть сочетание входных сигналов, после снятия которых триггер может принять любое из двух состояний, причем это состояние заранее не определено.

13.3. Разновидности RS-триггеров

Подключая к входам RS-триггера схему управления из ЛЭ, включенных определенным образом, можно обеспечить такое положение, что при всех комбинациях входных сигналов сигналы на вы-

ходе будут иметь заведомо известные состояния. В литературе можно встретить S-триггеры, R-триггеры, E-триггеры, как разновидности RS-триггеров. S-триггер принимает единичное состояние при запрещенной для RS-триггера комбинации; R-триггер принимает нулевое состояние; E-триггер принимает состояние, в котором он был до подачи запрещенной комбинации. Триггер, меняющий свое состояние на противоположное после действия запрещенной для RS-триггера комбинации, относится к JK-триггерам, причем вход J соответствует входу S, а вход K – входу R. Каждый из этих триггеров может быть асинхронным либо тактируемым. Кроме того они могут быть с прямым, либо с инверсным управлением, тогда их можно обозначить как $\overline{S}$-триггер, $\overline{R}$ -триггер, $\overline{E}$ -триггер, $\overline{JK}$ -триггер. Сводная таблица асинхронных RS-триггеров (табл. 13.3) и структурные схемы E и R-триггеров (рис. 13.8) представлены ниже (прямое управление триггерами).

Таблица 13.3

Сводная таблица RS-триггеров

Такт n		Такт (n+1)			
S	R	Тип триггера			
(J)	(K)	S-триггер	R-триггер	E-триггер	JK-триггер
0	0	Q_n	Q_n	Q_n	Q_n
0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	Q_n	Q_n

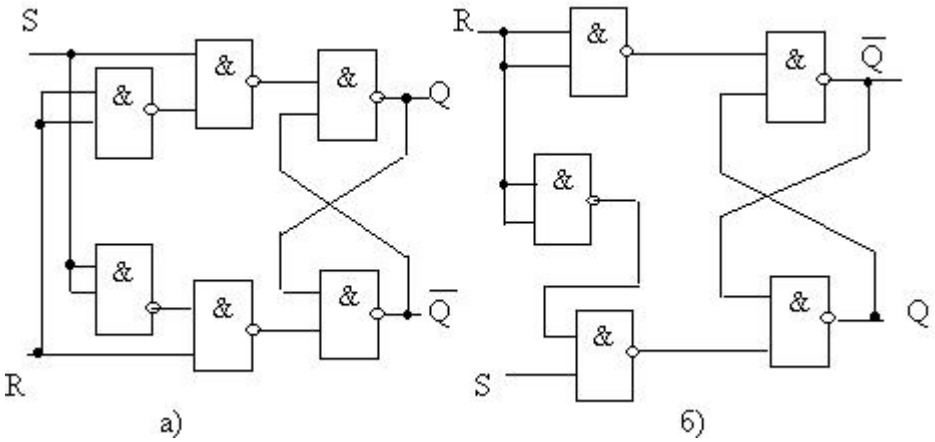


Рис. 13.8. Структурные схемы E-триггера (а), R-триггера (б)

Двухступенчатый RS-триггер (MS-триггер). MS-триггер состоит из двух последовательно включенных синхронных RS-триггеров. Один из триггеров называют M-триггер (master − хозяин), другой S-триггер (slave − раб) (рис. 13.9).

Благодаря общему синхросигналу C вся схема функционирует как единое целое и называется двухступенчатым или MS-триггером (flip-flop). В этом триггере при C = 1 разрешается действие M-схемы: она действует как синхронизируемый RS-триггер, однако $\overline{C}$ обеспечивает режим хранения на выходах Q_s, $\overline{Q_S}$.

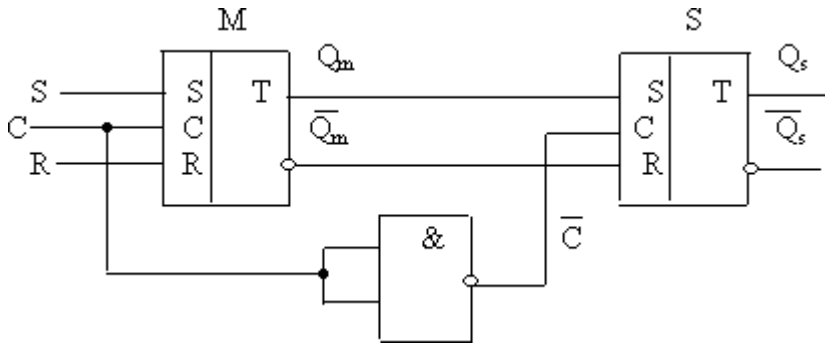


Рис. 13.9. Структурная схема MS-триггера

При C = 0 обеспечивается режим хранения на выходах Q_m, $\overline{Q_m}$, а вторая ступень действует как синхронизируемый RS-триггер, так как C = 1 и на выходах Q_s, $\overline{Q_S}$ будут устанавливаться значения, соответствующие предыдущему состоянию Q_m, $\overline{Q_m}$. Работу MS-триггера можно показать с помощью упрощенных временных диаграмм сигналов (рис. 13.10).

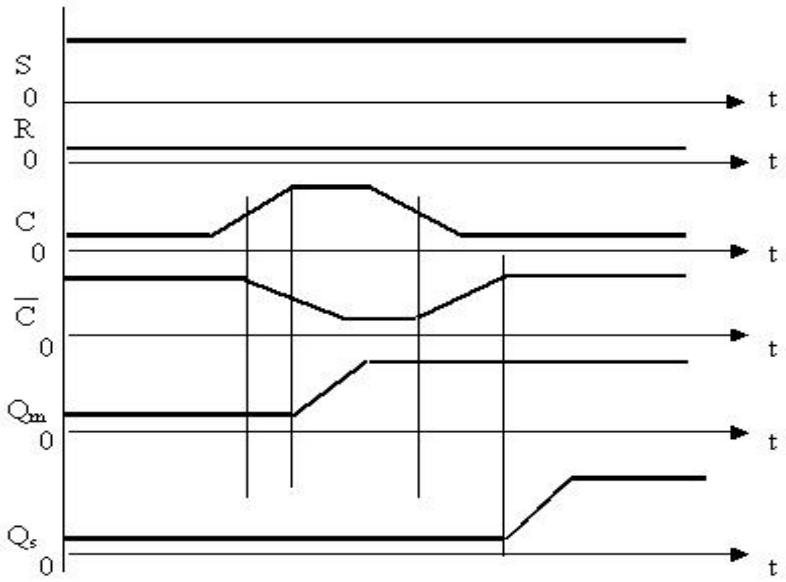


Рис. 13.10. Временные диаграммы сигналов двухступенчатого RS-триггера

На входах R и S уровни сигналов должны быть установлены заранее, а управление делается сигналом С. Анализ диаграмм (рис. 13.10) показывает, что информация, поступившая на входы R и S принимается в М-триггер, когда сигнал С изменится от 0 к 1 (по фронту). Но пока С = 1, эта информация не приходит в S-триггер, так как инверсией $\overline{C} = 0$ закрыты входные конъюнкторы S-схемы. Эти коньюнкторы откроются лишь тогда, когда сигнал $\overline{C} = 0$ изменится от 0 к 1, т.е. по спаду синхронного сигнала С. Только после этого информация с выхода Q_m попадет на выход Q_s, т.е. триггер меняет свое состояние по срезу С-сигнала.

Срезу С-сигнала должен предшествовать интервал подготовки, в течение которого входные сигналы на входах R и S не должны меняться. Иначе, если срез С-сигнала наложится на процесс переключения М-схемы, правильную работу гарантировать нельзя. Так как входные коньюнкторы закрываются срезом синхроимпульса, то они не пропустят никаких изменений входного сигнала после этого, т.е. управляющие сигналы можно обновлять тоже по срезу (сразу после него) синхроимпульса. Рассмотренный принцип построения двухступенчатого триггера лежит в основе принципа динамического управления триггером, при котором существенно повышается помехоустойчивость триггерной системы.

Действие рассмотренных триггеров аналитически описывается так называемыми уравнениями состояний, в которых показано, под действием каких сочетаний входных логических сигналов триггер изменяет состояние на выходе. Для несинхронизируемых триггеров эти уравнения показаны ниже:

RS-триггер: $Q(t+1) = \underline{S}(t) + Q(t)\,\overline{R}(t)$, RS=0;

RS-триггер: $Q(t+1) = S(t) \pm Q(t)\,\underline{R}(t)$, R + S =1;

IK-триггер: $Q(t+1) = I(t)\,Q(t) + K(t)\,Q(t)$.

Рассмотрев основные принципы построения триггеров можем сделать классификацию триггеров. Триггеры классифицируют по способу записи информации и функциональному признаку. По способу записи различают *тактируемые* (синхронизируемые) и *асинхронные* (несинхронизируемые) триггеры. У асинхронного триггера изменение его состояния происходит непосредственно с приходом управляющего сигнала. В синхронизируемых триггерах кроме информационных входов имеются так называемые *входы синхронизации (тактовые входы).* Изменение состояния тактируемого триггера при наличии на входах информационных сигналов может произойти

только после подачи на тактовые входы соответствующих разрешающих сигналов. Причем разрешающий сигнал может быть подан либо в виде потенциала (статическое управление), либо в виде перепада (динамическое управление). Классификация триггеров по функциональному признаку представлена на рис. 13.11:

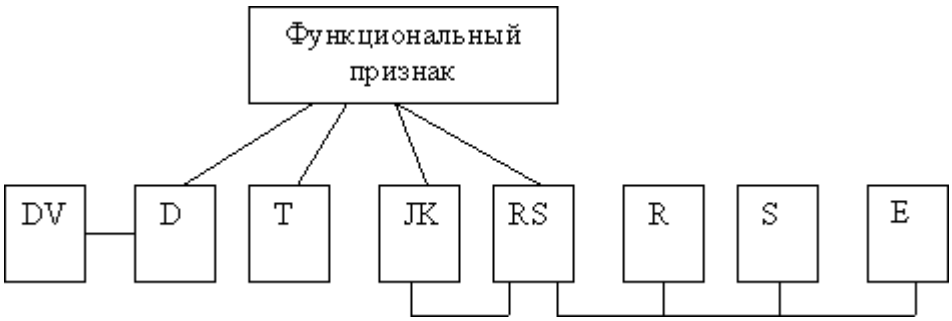


Рис. 13.11. Классификация триггеров

Основой классификации по функциональному признаку является способ организации логических связей между входами и выходами в определенные (дискретные) моменты времени (t, t+1, t – 1). Название триггера отражает особенности его управления и характеризует вид логического уравнения (уравнение состояния), описывающего его функционирование при подаче соответствующих сигналов.

Ввиду разнообразия различных видов триггеров общеприняты обозначения входов и выходов триггеров, которые применяются в основных видах УГО (условных графических обозначений). Ранее было отмечено, что состояние триггера отождествляют с сигналом на его прямом выходе: триггер находится в единичном состоянии (установлен) при $Q = 1$ ($\overline{Q} = 0$) и в нулевом состоянии («сброшен»), если $Q = 0$ ($Q = 1$). Входы имеют следующие обозначения:

S − вход для раздельной установки триггера в состояние 1;

R − вход для раздельной установки триггера в состояние 0;

J − вход для установки триггера в состояние 1;

K − вход для сброса этого триггера;

T − счетный вход;

D − информационный вход для установки или сброса триггера;

C − тактовый вход;

E − дополнительный управляющий вход для разрешения приема информации (ранее был V-вход согласно ГОСТ2743-72, отсюда остались названия DV, TV-триггеры).

Срабатывание по фронту либо по спаду импульса отмечается знаками:

− срабатывание по фронту (перепаду от 0 к 1, ⊣/);

− срабатывание по спаду (перепаду от 1 к 0, ⊣\).

Если триггер управляется инверсным сигналом (логическим нулем), то это показывается кружком, располагаемым на конце входного вывода.

Если требуется указать инверсный выход, то кружок ставят в начале выходного вывода: вход − ⊸⊣ , ⊣⊸ − выход.

Выходы всегда указываются с правой стороны прямоугольника, изображающего триггер (рис. 13.12).

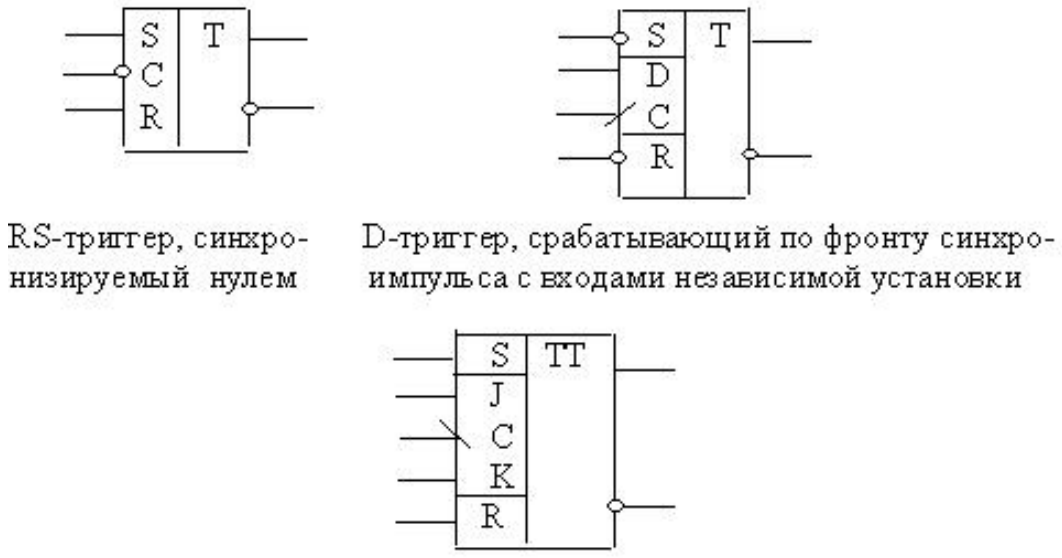


Рис. 13.12. Примеры УГО триггеров

13.4. JK-триггеры

JK-триггер носит название универсального триггера, так как используется во многих устройствах (регистры, счетчики, делители частоты и т.п.) чаще других за счет того, что легко преобразуется в триггеры других видов.

JK-триггер с потенциальным (статическим) управлением может быть построен на базе RS-триггера (рис. 13.13) путем введения дополнительных элементов и цепей обратной связи.

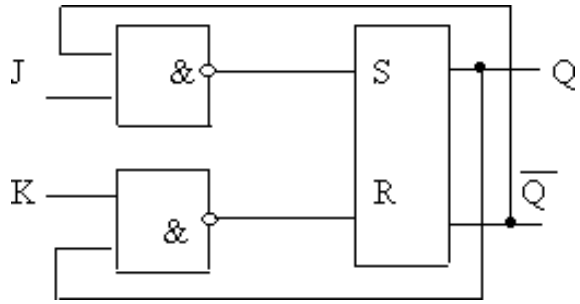


Рис. 13.13. Структурная схема JK-триггера
со статическим управлением

Функция переходов (уравнение состояния) имеет вид:

$$Q(t+1) = J(t)\,Q(t) + K(t)\,Q(t).$$

JK-триггеры обычно выполняются синхронными и двухступенчатыми, что расширяет их возможности и повышает помехоустойчивость. Логическая структура двухступенчатого JK-триггера представлена на рис. 13.14. Эта структура отличается от рассмотренной ранее двухступенчатой структуры RS-триггера наличием обратных связей с выхода на вход.

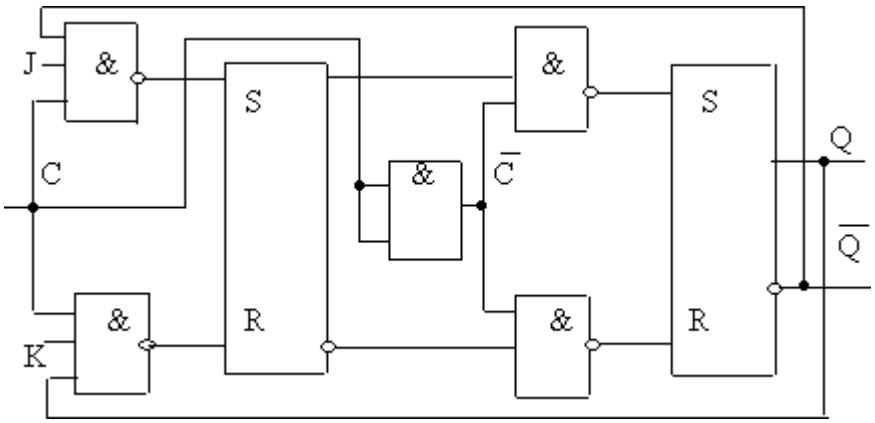


Рис. 13.14. Структурная схема двухступенчатого JK-триггера,
срабатывающего по спаду синхроимпульса

Можно видеть, что схема отличается от MS-триггера наличием цепей обратной связи и трехвходовыми элементами И в первой ступени (в М-схеме). При любом состоянии триггера сигналы обратной связи открывают для С-сигнала (при J = K = 1) именно тот конъюнктор, пройдя через который С-сигнал переведет триггер в противоположное состояние. Данные о функционировании JK-триггера приведены в табл. 13.4.

Таблица 13.4

Таблица функционирования JK-триггера

C	J	K	Q (t+1)	Режим
X	0	0	Q(t)	Хранение
↓	0	1	0	Сброс
↓	1	0	1	Установка
↓	1	1	Q(t)	Счетный

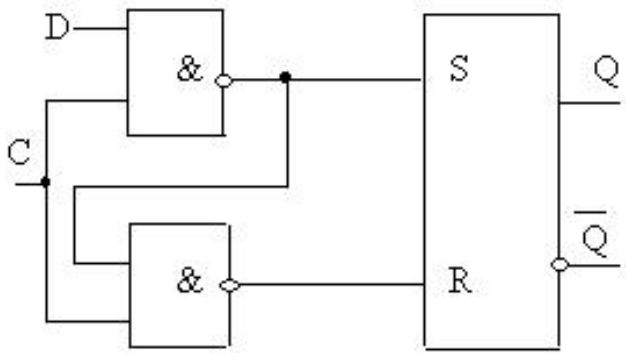
Главное условие правильной работы остается прежним: во время изменения синхросигнала не должны меняться сигналы на информационных входах J, K.

13.5. D-триггер и T-триггер

D-триггер. D-триггер имеет один информационный вход; сигнал на выходе D-триггера повторяет сигнал на входе D, существовавший в предыдущем такте, т.е. D-триггер «запоминает» этот сигнал до следующего такта. Функция переходов имеет вид:

$$Q\ (t+1) = D(t).$$

Можно сказать, что D-триггер задерживает на один такт информацию, существовавшую на входе D. D-триггеры выполняются тактируемыми. Логическая структура D-триггера со статическим управлением, построенного на базе RS-триггера с тактированием потенциалом (уровнем) синхронизирующего сигнала, представлена на рис. 13.15.



C	D(t)	Q(t+1)
0	0	Q(t)
0	1	Q(t)
1	0	0
1	1	1

Рис. 13.15. Структурная схема и таблица функционирования D-триггера с потенциальным управлением

Принцип действия рассматриваемого D-триггера поясняется диаграммами сигналов, приведенными на рис. 13.16.

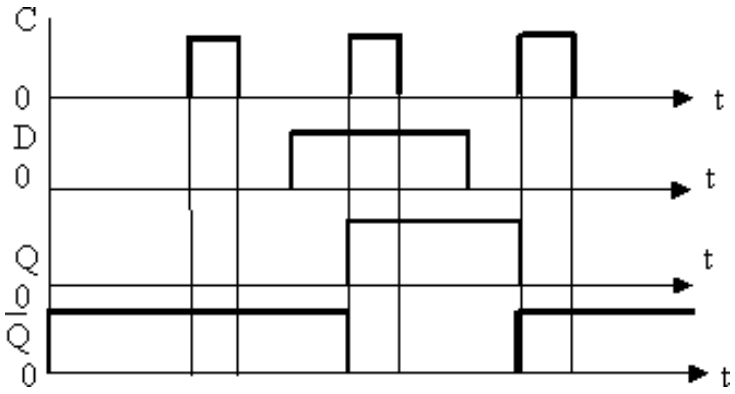


Рис. 13.16. Диаграммы сигналов D-триггера

Из диаграмм видно, что D-триггер осуществляет «задержку» появления, (исчезновения) импульса на выходе на промежутки времени между фронтом импульса и фронтом (спадом) сигнала на D-входе.

D-триггер, как и любой другой, может быть построен не только на элементах И-НЕ, но и на других: ИЛИ-НЕ, И-ИЛИ-НЕ. При этом удается совместить функции триггерной ячейки и комбинационной логической схемы. Примером может служить DV-триггер на элементах И-ИЛИ-НЕ (рис. 13.17).

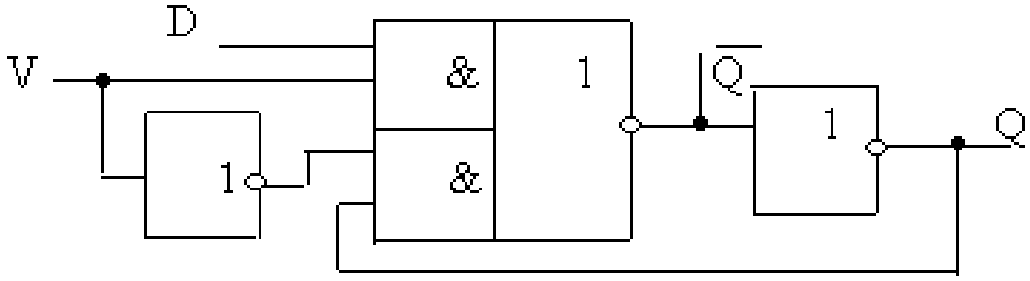


Рис. 13.17. Структурная схема DV-триггера

Характеристическое уравнение для DV-триггера имеет вид:

$$Q(t+1) = V(t)\,D(t) + \overline{V(t)}\,Q(t).$$

DV-триггер позволяет получить: при $V = 1$ $Q(t+1) = D(t)$;
при $V = 0$ $Q(t+1) = Q(t)$.

Лучшими функциональными характеристиками обладает D-триггер с динамическим управлением, так называемый шестиэлементный триггер (триггер Вебба) (рис. 13.18) [22].

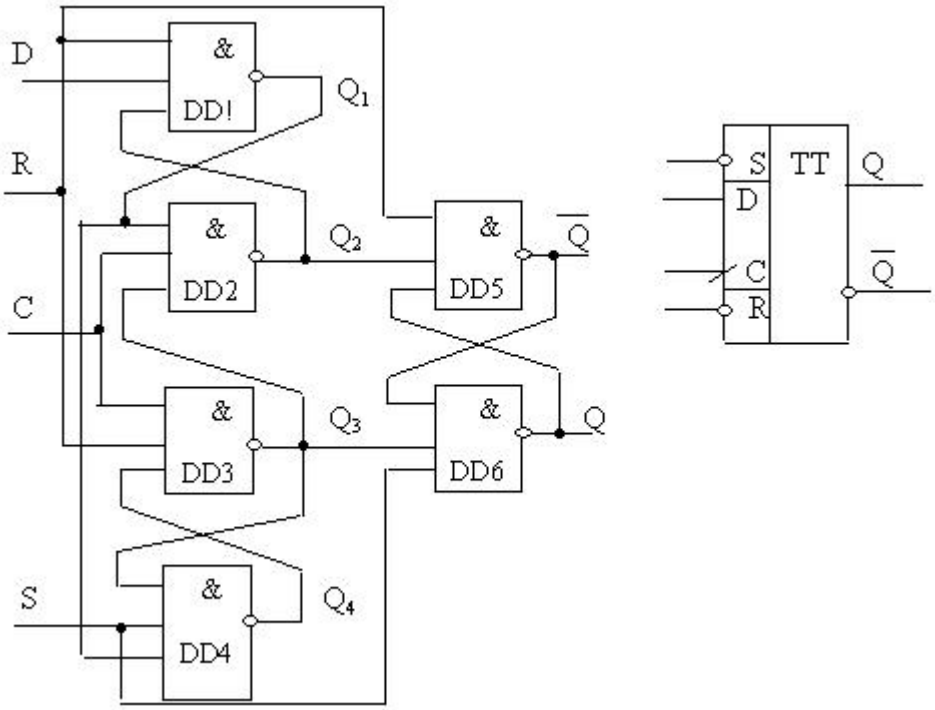


Рис. 13.18. Структурная схема и УГО шестиэлементного D-триггера

В структуре (рис. 13.18) имеются шесть элементов И-НЕ, образующих попарно три элементарных триггера. Дополнительные входы асинхронного управления R, S действуют независимо от D-входа и служат для асинхронной установки или сброса триггера.

Если C=0, на выходе $Q_2 = Q_3 = 1$ и триггер DD5, DD6 находится в режиме хранения Q =Q(t). Состояние элементов DD1 и DD4 определяется сигналами D(t): если D = 0, то Q_1 =1, $Q_4 = Q_3 \cdot Q_1 = 0$; если D = 1, то $Q_1 = Q_2 \cdot D = 0$, $Q_4 = 1$.

Если C = 0, а сигнал на входе D изменится, то это отразится лишь на состоянии Q_1, Q_4, но на выходах схемы это не отразится.

С приходом сигнала C =1 (при изменении от 0 до 1) возникает такая комбинация сигналов Q_2, Q_3, которая приводит выходную триггерную ячейку в состояние, которое было на входе D(t). УГО триггера отражает тот факт, что «активным» уровнем для входов R, S является низкий логический уровень входного сигнала.

Режимы работы триггера отражены в таблице состояний (табл. 13.5).

D-триггеры очень часто используются в различных схемах: регистрах, счетчиках. Это объясняется тем, что D-триггеры позволяют построить схемы с малой вероятностью ложных срабатываний.

Таблица 13.5

Таблица состояний шестиэлементного D-триггера

Операция	Вход				Выход	Режим
	S	R	C	D(t)	Q(t+1)	
Загрузка 0 Загрузка 1	1 1	1 1	↑	0 1	0 1	Синхронный
Хранение Хранение Хранение	1 1 1	1 1 1	↓ 0 1	X X X	Q(t) Q(t) Q(t)	Хранение
Установка 1 Установка 0	0 1	1 0	X X	X X	1 0	Асинхронный

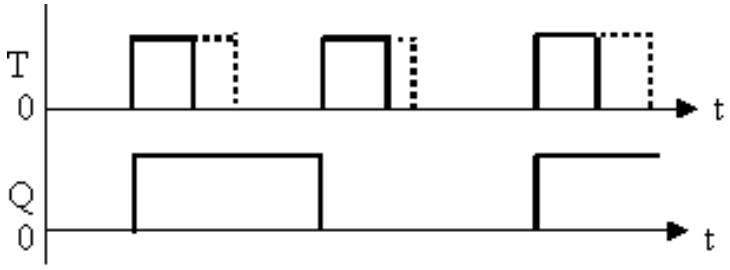
Т-триггер. Т-триггер − это логическая схема с двумя устойчивыми состояниями и одним информационным входом, изменяющая свое состояние на противоположное всякий раз, когда на вход Т поступает управляющий сигнал.

Т-триггер – единственный вид триггера, состояние которого в текущий период определяется собственным состоянием в предыдущем периоде. Самостоятельных Т-триггеров не выпускают. Основной способ построения Т-триггеров – введение соответствующих обратных связей в тактируемых – RS, JK, D-триггерах.

Т-триггер называют также *счетным триггером* (триггером со счетным входом). Его применяют в основном для счета входных импульсов и деления частоты этих импульсов. Применение Т-триггеров в счетчиках обусловлено тем, что каждому входному импульсу соответствует одно срабатывание, т.е. число срабатываний триггера соответствует числу импульсов.

Деление частоты Т-триггером следует из принципа его действия. Каждому периоду изменения входного сигнала соответствует половина периода на выходе (двум периодам соответствует один), т.е. частота выходного сигнала оказывается в два раза ниже частоты входного. Импульсы на выходе Т-триггера имеют равные длительность паузы и ширину импульса независимо от скважности входного

периодического сигнала. Последовательность таких импульсов называют *меандром.* Диаграммы сигналов и таблица состояний Т-триггера показаны на рис. 13.19.



T(t)	Q(t+1)
0	Q(t)
1	$\overline{Q(t)}$

Рис. 13.19. Диаграммы сигналов и таблица состояний Т-триггера

Уравнение состояний (функция переходов) Т-триггера имеет вид:

$$Q(t+1) = \overline{T(t)} \cdot Q(t) + T(t) \cdot \overline{Q(t)} = T(t) \otimes Q(t),$$

где знак $\otimes$ обозначает функцию ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ.

Имея функцию переходов, можно определить способы получения Т-триггеров из других. Например, если в уравнении состояний JK-триггера положить J=K, то получим уравнение, идентичное уравнению Т-триггера. На практике это означает, что если соединить между собой входы J и K и подавать на них импульсы, JK-триггер будет выполнять функцию Т-триггера.

13.6. Несимметричные триггеры

Такие триггеры часто называют триггерами Шмитта [1]. По своим свойствам они существенно отличаются от симметричных триггеров, так как у них нет «памяти» о предыдущем состоянии.

Несимметричный триггер – это регенеративное устройство, имеющее гистерезисную передаточную характеристику, у которого выходной сигнал может принимать два значения.

Переход от одного уровня выходного напряжения к другому происходит скачкообразно при определенном значении входного сигнала – напряжении срабатывания $U_{сраб}$. Возвращение в исходное состояние происходит при другом уровне входного сигнала – напряжении отпускания $U_{отп}$ (рис. 13.20).

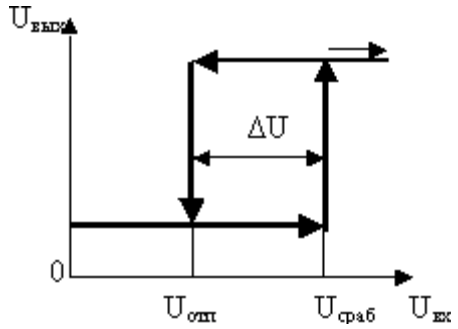


Рис. 13.20. Амплитудная характеристика триггера Шмитта

Характеристика имеет вид гистерезисной петли с шириной Δ*U*.

Триггер Шмитта используется для формирования резких перепадов напряжения из медленно меняющихся входных сигналов. Принцип действия триггера Шмитта поясняется схемой, составленной из дискретных элементов (рис. 13.21).

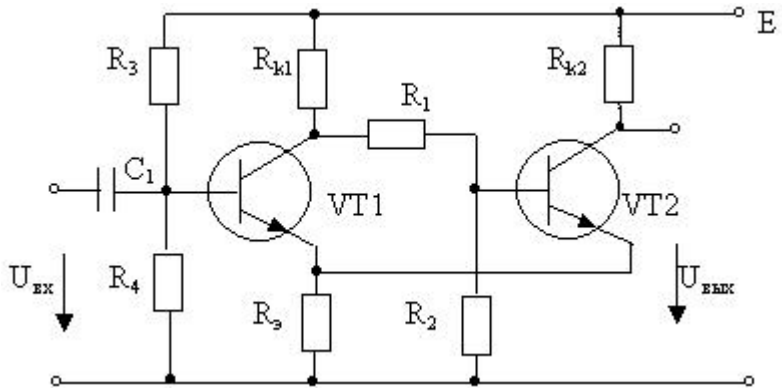


Рис. 13.21. Схема триггера Шмитта на биполярных транзисторах

Работа схемы происходит следующим образом.

Пусть транзистор VT2 открыт при Uвх = 0 и насыщен. Ток, протекающий в цепи E – $R_{к2}$ – $R_э$ создает падение напряжения на резисторе $R_э$, препятствующее открыванию транзистора VT1. При этом в исходном состоянии VT1 будет находиться в состоянии отсечки, если управляющее напряжение $U_{бэ1}$ меньше порогового напряжения открытия $U_{пор}$ для данного транзистора. При подаче входного напряжения VT1 открывается в тот момент, когда $U_{бэ1} = U_{пор}$, потенциал его коллектора понижается, следовательно понижается потенциал и ток базы VT2. Транзистор VT2 из режима насыщения начнет переходить в активный режим, т.е. ток через него понижается, что приводит к уменьшению падения напряжения на резисторе Rэ. Послед-

нее увеличивает ток через VT1 и еще более снижает потенциал его коллектора, что ведет к переходу его из активной области в режим насыщения. Процесс идет лавинообразно. В результате транзистор VT2 переходит в область отсечки, а транзистор VT1 – в область насыщения. Напряжение, при котором происходит переключение, называется напряжением срабатывания. Дальнейшее увеличение входного напряжения только увеличивает глубину насыщения транзистора VT1. Если уменьшить входное напряжение, то возврат схемы в исходное положение будет при меньшем входном напряжении. Схема представляет собой двухкаскадный усилитель, охваченный слабой положительной обратной связью. Параметры элементов схемы выбирают так, чтобы ток насыщения транзистора VT2 был больше тока насыщения транзистора VT1. Это условие выполняется, если

$$E/(R_{к2} + R_э) > E/(R_{к1} + R_э);\ R_{к1} > R_{к2}.$$

Различие в уровнях срабатывания и отпускания является необходимым условием работы схемы в триггерном режиме. Логические элементы со свойствами триггера Шмитта имеют внутреннюю ПОС, глубина которой подобрана так, чтобы получить передаточную характеристику со значительным гистерезисом. Триггеры Шмитта в интегральном исполнении широко используются во входных цепях электронных средств.

Триггер Шмитта на основе операционного усилителя (ОУ). Достоинство триггера Шмитта на основе ОУ – возможность получения заданных стабильных уровней напряжений срабатывания и отпускания и возможность регулирования ширины петли гистерезиса. Уровень входного сигнала срабатывания определяется опорным напряжением, которое можно регулировать в широких пределах. Одна из схем показана на рис. 13.22.

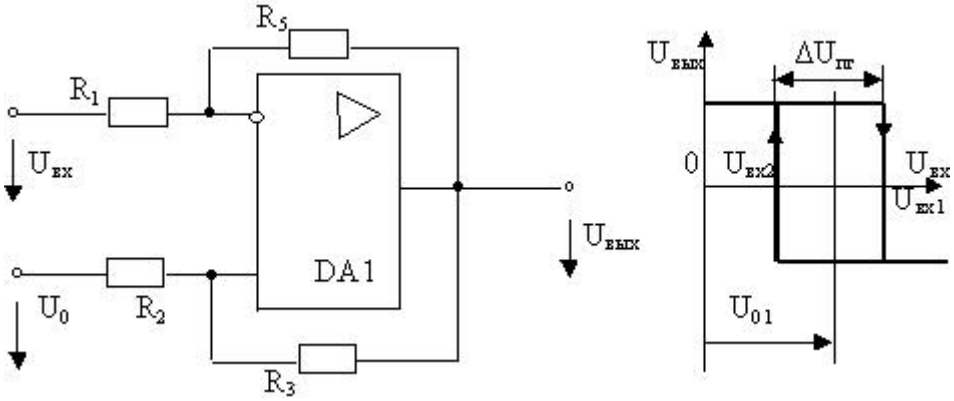


Рис. 13.22. Схема триггера Шмитта на основе ОУ и его амплитудная (выходная) характеристика

Триггер представляет собой ОУ, охваченный ПОС (положительной обратной связью) с помощью резисторов R_2 и R_3. Коэффициент ПОС:

$$\gamma = R_2 / (R_2 + R_3).$$

Известно, что усилитель, охваченный ПОС, переходит в генераторный режим или становится регенеративным устройством, если $K\gamma \geq 1$, где K – собственный коэффициент усиления ОУ.

Если $R_2 / (R_2 + R_3) > 1/K$, то устройство будет обладать регенеративными свойствами и выходная характеристика будет иметь вид релейной, т.е. имеет скачкообразный характер. Смещение центра петли гистерезиса:

$$U_{01} = U_0 \cdot R_3 / (R_2 + R_3).$$

Ширина петли гистерезиса $\Delta U_{пг} = (U^+_м + |U^-_м|) \cdot (\gamma - 1/K)$, где $U^+_м$ – максимальное положительное выходное напряжение ОУ; $|U^-_м|$ – модуль максимального отрицательного выходного напряжения ОУ.

13.7. Цифровые автоматы

В электронных системах и устройствах управления различными объектами широкое применение находят функциональные узлы, называемые цифровыми автоматами (ЦА) [2].

В общем случае цифровым автоматом называют цифровое устройство с памятью, предназначенное для преобразования входной цифровой информации в выходные сигналы управления различными объектами.

Поведение цифрового автомата определяется:

– множеством входных сигналов $X = (x_1, x_2, \ldots, x_l)$;

– множеством выходных сигналов $Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$;

– множеством внутренних состояний $Z = (z_1, z_2, \ldots z_s)$;

– начальным состоянием $z_i^{(t=0)} \in Z$;

– функцией переходов $z^{(t+1)} = f(z^{(t)}; x^{(t)})$;

– функцией выходов: $y^{(t)} = \phi\,(z^{(t)}; x^{(t)})$ – для ЦА Мили;

$y^{(t)} = \phi\,(z^{(t)})$ – для ЦА Мура.

Разница между автоматами Мили и Мура состоит в разной форме зависимости функций выходов: в автоматах Мили функция выходов зависит от входных сигналов и внутреннего состояния, а в автоматах Мура функция выходов однозначно определяется его внутренним состоянием.

Функционирование ЦА может быть представлено в виде:

– словесного (текстового описания);

– таблиц переходов и выходов;

– графа функционирования.

Структурно ЦА может быть представлен в виде трех функциональных устройств (рис. 13.23).

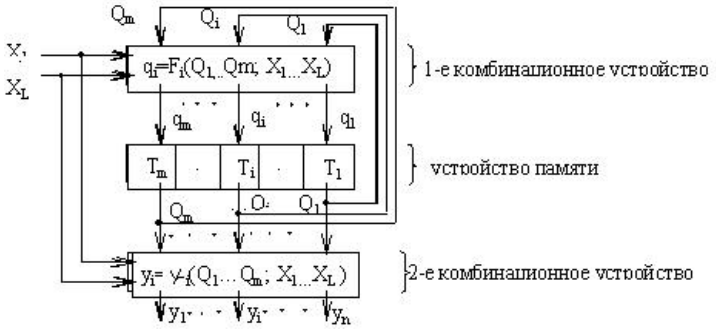
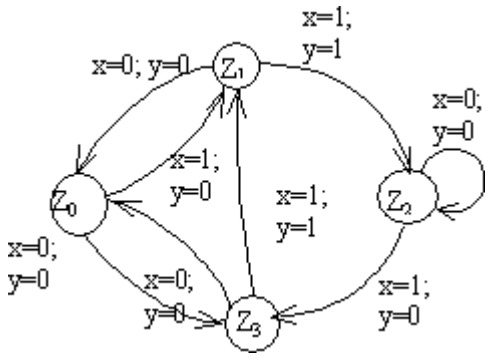


Рис. 13.23. Структурная схема ЦА Мили

Как следует из структурной схемы, первое комбинационное устройство формирует сигналы управления памятью, а второе комбинационное устройство вырабатывает выходные сигналы *Y*. ЦА содержит *m* триггеров, поэтому может иметь 2^m состояний, соответствующих *m*-разрядному двоичному слову. Разрядность *n* выходного слова *Y* может отличаться от значения *m*.

Синтез цифрового автомата. Выполнение этапов синтеза ЦА показано на примере гипотетического ЦА Мили, функционирование которого задано графом и таблицей переходов (выходов): (z)/(y) (рис. 13.24).



Входные сигналы	Состояния *ЦА*			
	z_0	z_1	z_2	Z_3
$x_1(x = 0)$	$z_3/0$	$z_0/0$	$z_2/0$	$z_0/0$
$x_2(x = 1)$	$z_1/0$	$z_2/1$	$z_3/0$	$z_1/1$

Рис. 13.24. Граф и таблица переходов ЦА

Этапы синтеза ЦА:

1. Определяем структуру памяти ЦА – число и тип триггеров. Число триггеров *m* зависит от числа состояний ЦА *S* и в данном примере равно $m=[\log_2 S]=[\log_2 4]=2$. В качестве триггеров выбираем JK-триггеры.

2. Производим кодирование S состояний ЦА состояниями JK-триггеров (табл. 13.7).

Таблица 13.7

Кодирование состояний ЦА

Состояние ЦА – Z	Z_0	Z_1	Z_2	Z_3
Состояние триггера T_0 (Q_0)	0	1	0	*1*
Состояние триггера T_1 (Q_1)	*0*	*0*	*1*	*1*

3. Составляем таблицу функционирования ЦА, учитывающую функцию переходов $z^{(t+1)} = f(z^{(t)}; x^{(t)})$, функцию выходов $y^{(t)} = \phi\ (z^{(t)}; x^{(t)})$ и тип триггеров-JK (табл. 13.8).

Таблица 13.8

Таблица функционирования ЦА

Входной сигнал	Предыдущее состояние ЦА			Новое состояние ЦА			Сигналы управления триггерами				Выходной сигнал
x	$Z^{(t)}$	$Q_1^{(t)}$	$Q_0^{(t)}$	$Z^{(t+1)}$	$Q_1^{(t+1)}$	$Q_0^{(t+1)}$	J_1	K_1	J_0	K_0	$y^{(t)}$
0	Z_0	*0*	*0*	Z_3	*1*	*1*	*1*	*	*1*	*	*0*
0	Z_1	*0*	*1*	Z_0	*0*	*0*	*0*	*	*	*1*	*0*
0	Z_2	*1*	*0*	Z_2	*1*	*0*	*	*0*	*0*	*	*0*
0	Z_3	*1*	*1*	Z_0	*0*	*0*	*	*1*	*	*1*	*0*
1	Z_0	*0*	*0*	Z_1	*0*	*1*	*0*	*	*1*	*	*0*
1	Z_1	*0*	*1*	Z_2	*1*	*0*	*1*	*	*	*1*	*1*
1	Z_2	*1*	*0*	Z_3	*1*	*1*	*	*0*	*1*	*	*0*
1	Z_3	*1*	*1*	Z_1	*0*	*1*	*	*1*	*	*0*	*1*

4. Пользуясь данными таблицы функционирования с помощью карт Карно (рис. 13.25) определяем минимизированные ЛФ (логические функции) для построения схем комбинационных устройств, формирующих сигналы управления триггерами J_1, K_1, J_0, K_0 и выходной сигнал *Y*:

$$J_1 = \overline{x} \cdot \overline{Q_0} + x \cdot Q_0; \quad K_1 = Q_0;$$

$$J_0 = \overline{Q_1} + x; \qquad K_0 = \overline{Q_1} + \overline{x};$$

$$Y = Q_0 \cdot x.$$

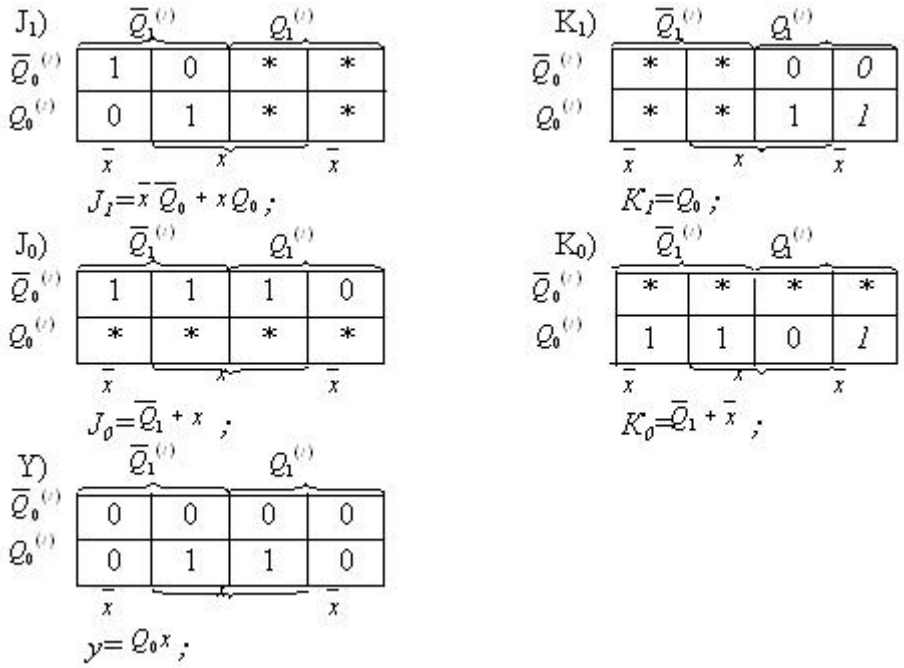


Рис. 13.25. Карты Карно и минимизированные логические функции для управляющих входов и выхода ЦА

5. На основании полученных ЛФ строим логическую схему ЦА (рис. 13.26).

Следует заметить, что схема синтезируемого ЦА может быть построена на триггерах любого типа, поэтому критерии выбора типа триггеров могут быть самыми разными, зависящими от конкретных условий. Можно, например, исходить из условия минимального количества логических элементов в комбинационной части ЦА и т.п.

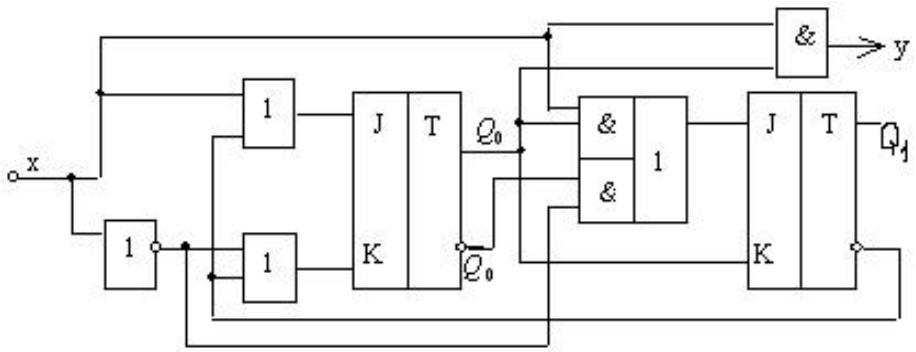


Рис. 13.26. Логическая схема синтезируемого ЦА

Пользуясь данными таблицы функционирования, получим, например, ЛФ для комбинационной части при реализации ЦА на D-триггерах, для чего составим карты Карно для сигналов управле- ния D-триггерами D_0 и D_1 (рис. 13.27).

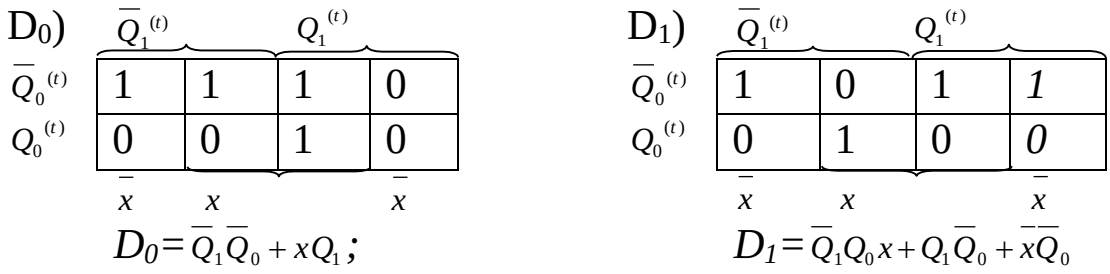


Рис. 13.27. Карты Карно и логические функции для D-входов ЦА

Подсчёт по полученным ЛФ сложности реализации логических схем управления триггерами даёт для реализации:

а) на JK-триггерах требуется шесть элементов на 13 входов;

б) на D-триггерах потребуется другое количество элементов.

На основании сравнения выбранных критериев сложности реализации синтезируемых схем можно, например, сделать вывод о предпочтительности выбора того или иного вида триггера или набора логических элементов.

14. РЕГИСТРЫ И СЧЁТЧИКИ

14.1. Общие сведения о регистрах

Регистр − это функциональный узел, предназначенный для записи, обработки и хранения цифровых слов. Над словами выполняются следующие операции: приём, выдача, хранение, сдвиг, поразрядные логические операции.

Главным классификационным признаком для регистров является способ приёма и выдачи данных. По этому признаку различают регистры *параллельные* (статические), *последовательные* (регистры сдвига) и *параллельно-последовательные* (универсальные). В параллельных регистрах приём и выдача слов производятся по всем разрядам одновременно. В последовательных регистрах слова принимаются и выдаются разряд за разрядом. Эти регистры называют *сдвигающими,* так как в них под действием тактирующих импульсов слова перемещаются в разрядной сетке с шагом в один разряд.

Параллельно-последовательные регистры имеют одновременно как последовательные так и параллельные входы и (или) выходы. Существуют варианты с возможностью любого сочетания способов приёма и выдачи слов.

Структурно любой регистр представляет собой несколько триггеров (по числу разрядов обрабатываемых слов), объединённых общими цепями тактирования (синхронизации), сброса и установки, разрешения приёма (записи) или выдачи (чтения) слов. Важнейшие характеристики регистров − *разрядность* и *быстродействие*. Разрядность определяется количеством триггеров для хранения слов, быстродействие характеризуется максимальной тактовой частотой, с которой может производиться запись, чтение или сдвиг информации. Для построения регистров используются D-триггеры, JK и RS-триггеры. Однако в современной схемотехнике, согласно [20], характерно построение регистров именно на D-триггерах, преимущественно с динамическим управлением. Достоинство регистров на D-триггерах состоит в существенном уменьшении числа соединений в узле, кроме того D-триггер повышает устойчивость регистра к помехам.

Пример структурной схемы статического (параллельного) регистра показан на рис. 14.1.

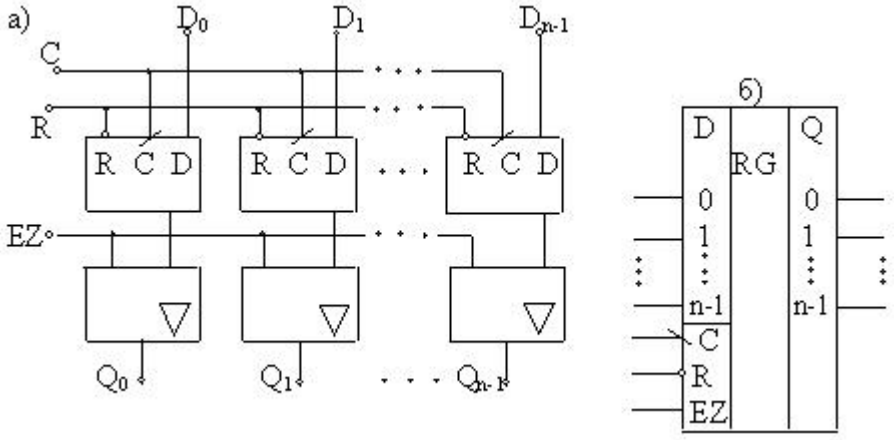


Рис. 14.1. Структурная схема (*а*) и условное изображение статического *n*-разрядного регистра (*б*)

В структурной схеме приняты следующие обозначения:

C − вход сигнала тактирования;

R − вход сигнала сброса («очистки») − установка логического нуля во всех разрядах выходного слова;

D_0…..D_{n-1} – *n*-разрядное слово, подаваемое на входы данных D;

EZ – вход разрешения третьего состояния на выходе;

Q_0…..Q_{n-1} − *n*-разрядное слово, образованное на выходах Q.

Режимы работы регистра (рис. 14.1) определяются совокупностью трех управляющих сигналов: «тактирование» – C, «сброс (очистка)» – R, «третье состояние на выходе» – EZ в соответствии с таблицей функционирования (табл. 14.1).

Таблица 14.1

Таблица функционирования регистра

Режим работы	Управляющие сигналы			Выходные сигналы
	C	R	EZ	
Очистка	1	0	1	$Q_0 \bullet\bullet\bullet Q_{n-1}$
Запись	↓	1	1	$Q_0 \bullet\bullet\bullet Q_{n-1}$
Хранение	1	1	1	$Q_0 \bullet\bullet\bullet Q_{n-1}$
Чтение	↓	1	0	$D_0 \bullet\bullet\bullet D_{n-1}$

По принципу хранения информации регистры делят на *статические* и *динамические.* С этой точки зрения статические регистры – это регистры, которые строят на триггерах, способных хранить информацию сколь угодно долго (конечно, при наличии напряжения питания).

Динамические регистры строят на таких элементах памяти, как конденсатор, причем в качестве конденсатора обычно используется входная ёмкость МОП-транзистора. Подобный элемент памяти может хранить информацию лишь в течение небольшого промежутка времени (несколько мс), поэтому в динамических регистрах записанная информация требует постоянной *регенерации*.

Из статических регистров можно составить блоки, называемые регистровыми файлами. Регистровые файлы позволяют хранить несколько многоразрядных слов с возможностью независимой и одновременной записи одного слова и чтения другого. Схема управления регистровым файлом позволяет легко наращивать размерность регистровой памяти, составляя блоки памяти из нескольких микросхем. Пример схемы регистрового файла показан на рис. 14.2 [20].

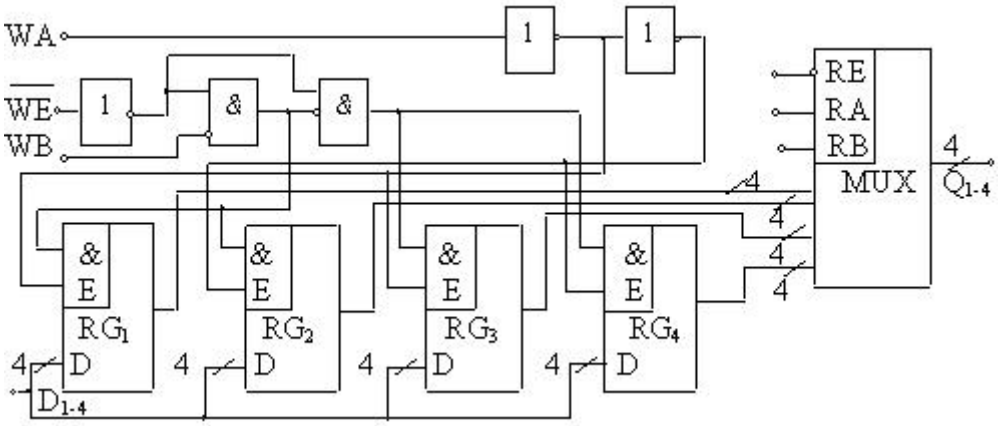


Рис. 14.2. Структурная схема четырёхразрядного регистрового файла

14.2. Сдвиговые регистры

Сдвиговый регистр – это устройство, состоящее из нескольких триггеров, соединенных между собой определенным образом и предназначенное для обработки и кратковременного хранения цифровой информации.

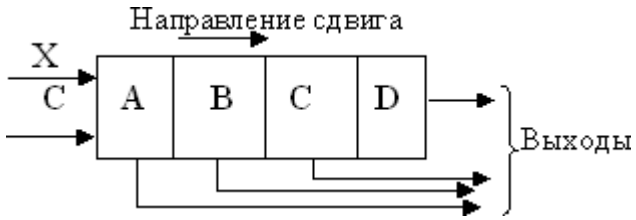


Рис. 14.3. Иллюстрация действия сдвигового регистра

Принцип действия сдвигового регистра можно представить следующим образом [5]. Пусть имеется, например, четыре триггерных ячейки, соединенных между собой последовательно (рис. 14.3). На вход первой ячейки будем подавать двоичную информацию X, считая, что триггеры тактируются тактовыми импульсами C. Символы A, B, C, D представляют триггеры регистра. Соединения внутри выполнены так, что после каждого тактового импульса каждый триггер фиксирует информацию предыдущего триггера.

Составим таблицу состояний на выходах триггеров при поступлении на вход X (рис. 14.3) двоичной информации. Примем для определенности, что до подачи тактовых импульсов исходное состояние триггеров было A=0, B=0, C=0, D=0 (табл. 14.2).

Таблица 14.2

Таблица состояний регистра

№ такта	X	A	B	C	D
-	-	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0
2	0	0	1	0	0
3	1	1	0	1	0
4	1	1	1	0	1

Регистры сдвига могут быть построены на триггерах разного вида, но наиболее распространены регистры на JK и D-триггерах. Структурные схемы таких регистров показаны на рис. 14.4, 14.5.

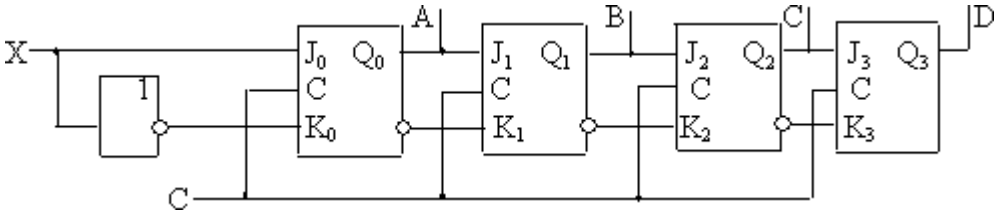


Рис. 14.4. Структурная схема сдвигового регистра на JK-триггерах

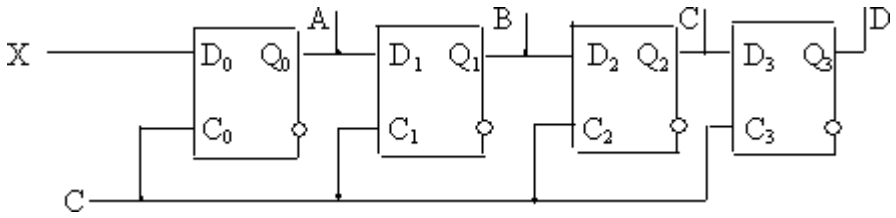


Рис. 14.5. Структурная схема сдвигового регистра на D-триггерах

В показанных схемах используется последовательный ввод и вывод информации. На практике часто используют комбинации видов ввода и вывода: последовательный ввод и параллельный вывод, параллельный ввод и последовательный вывод. Кроме этого сдвиговый регистр можно построить таким образом, что информацию, загруженную в него, возможно сдвигать в двух направлениях: либо вправо (в сторону младших разрядов сдвигаемого числа), либо влево (в сторону старших разрядов сдвигаемого числа). Такие сдвиговые регистры называют *реверсивными*. Все эти возможности обеспечиваются дополнительными логическими элементами, которые соединяются между собой и с триггерами таким образом, чтобы обеспечить необ-

ходимую структуру регистра как единого целого. Пример структурной схемы реверсивного сдвигового регистра показан на рис. 14.6.

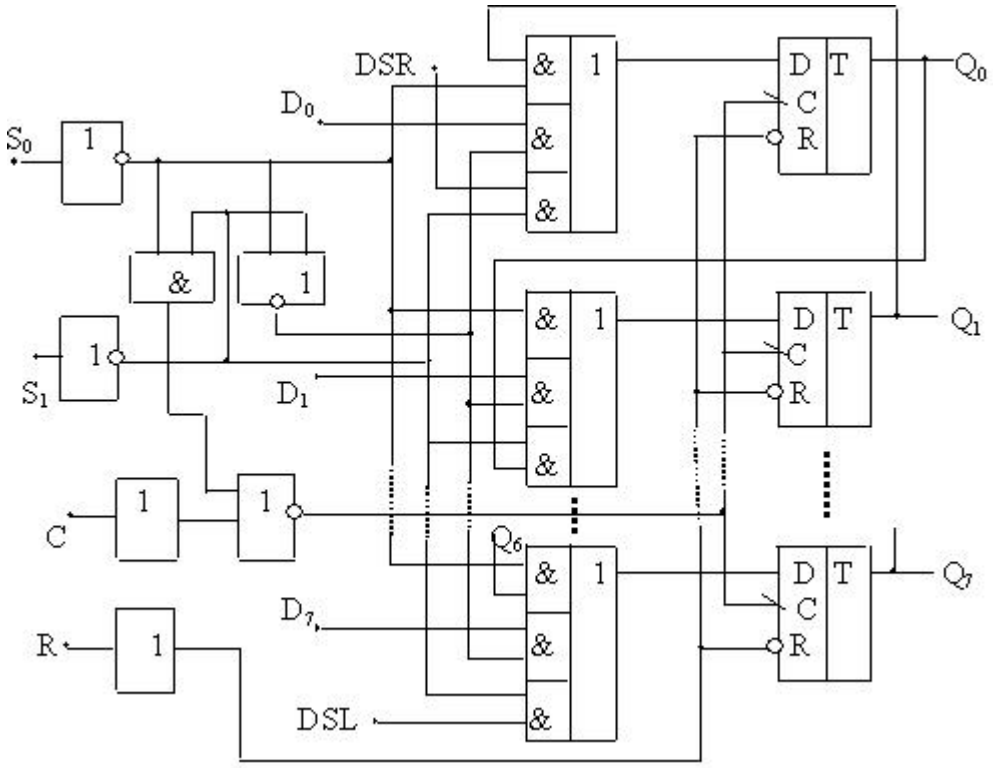


Рис. 14.6. Структурная схема универсального сдвигового регистра (регистр реверсивный, с параллельным выводом)

Условное графическое обозначение универсального регистра КР 1533 ИР13 показано на рис. 14.7.

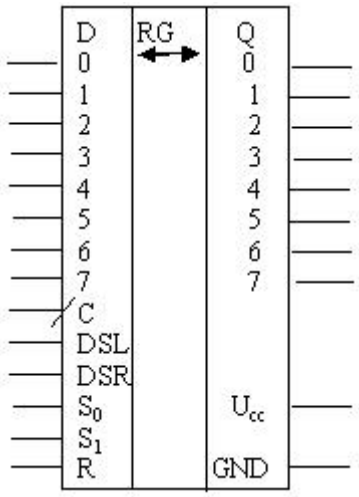


Рис. 14.7. Условное графическое обозначение регистра КР1533ИР13

Функциональные возможности регистра отражены в его таблице функционирования (табл. 14.3).

Таблица 14.3

Таблица функционирования реверсивного регистра

Режимы	Входы							Выходы				
	C	R	S_0	S_1	DSR	DSL	D_n	Q_0	Q_1	….	Q_6	Q_7
Сброс	x	0	x	x	x	x	x	0	0	….	0	0
Хранение	↑	1	0	0	x	x	x	Q_0	Q_1	….	Q_6	Q_7
Сдвиг влево	↑	1	1	0	x	0	x	Q_1	Q_2	….	Q_7	0
		1	1	0	x	1	x	Q_1	Q_2	….	Q_7	1
Сдвиг вправо	↑	1	0	1	0	x	x	0	Q_0	….	Q_5	Q_6
		1	0	1	1	x	x	1	Q_0	….	Q_5	Q_6
Параллельная загрузка	↑	1	1	1	x	x	D_n	D_0	D_1	….	D_5	D_6

14.3. Синхронные сдвиговые регистры с обратными связями

Обратные связи в сдвиговых регистрах осуществляют, соединяя выходы регистра с управляющими входами триггеров, образующих структуру регистра, с использованием дополнительных комбинационных схем.

В простейшем случае обратную связь образуют соединением выхода комбинационной схемы с первым каскадом сдвигового регистра, как показано на рис. 14.8, где обозначено: A, B, C….N − цепочка триггеров; ТИ − тактовые импульсы; F − логическая функция обратной связи.

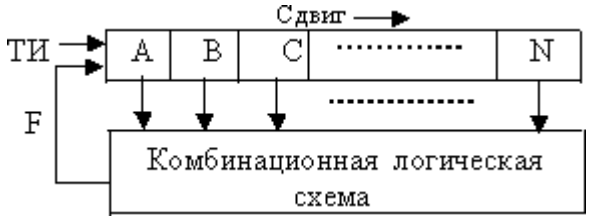


Рис. 14.8. Структурная схема организации обратной связи для сдвигового регистра

Принцип действия и возможности трехразрядного регистра сдвига с обратной связью и числом каскадов N=3 выясняются при построении его диаграммы состояний. Следует учесть, что трехразряд-

ное двоичное число может принимать восемь значений. Принцип построения диаграммы состоит в том, что необходимо назначить исходное состояние регистра, а следующее состояние будет зависеть от того, какое значение имеет функция обратной связи F. Если, например, исходное состояние ABC=000, а F=0, то состояние регистра не изменится; если F=1, то следующее состояние регистра будет ABC= 100 и т.д. (рис. 14.9).

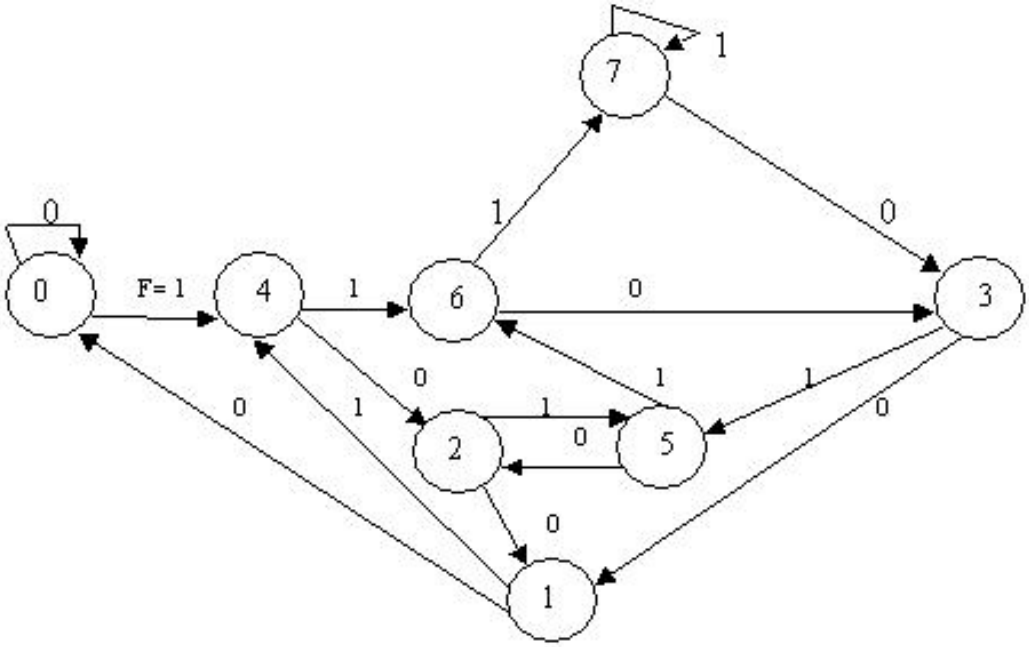


Рис. 14.9. Диаграмма состояний трехразрядного регистра сдвига с обратной связью

На диаграмме состояния регистра обозначены цифрами в кружках, причем значения цифр соответствуют десятичным значениям двоичных чисел, образующихся в регистре после очередного сдвига. Диаграмма показывает, что регистр позволяет выполнить несколько циклов сдвига, однако максимальная длина цикла равна 2^3=8. Для синтеза логической функции *F*, обеспечивающей выбранный цикл сдвига, нужно составить таблицу состояний регистра. С этой целью в таблицу записываем исходное сочетание логических переменных для трех выходов триггеров ABC. Справа записываем значение функции обратной связи, изменяющей исходное состояние, в следующей строке записываем новое состояние, в котором окажется регистр после сдвига и т.д.

№ состояния	A	B	C	F
0	0	0	0	1
4	1	0	0	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0
3	0	1	1	1
5	1	0	1	0
2	0	1	0	0
1	0	0	1	0

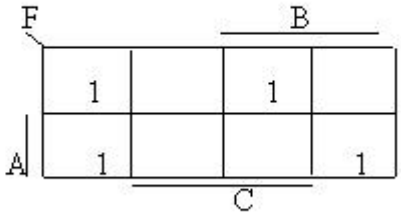


Рис. 14.10. Таблица состояний и карта Карно для сдвигового трехразрядного регистра

Используя карту Карно, получим логическое выражение для функции *F*:

$$F = \bar{B}C + A\bar{C} + AB\bar{C}.$$

По найденному выражению, используя логические элементы, синтезируется часть схемы сдвигового регистра, образующая функцию обратной связи F в соответствии с таблицей состояний, при этом следует учитывать конкретный вид триггеров регистра. Следует отметить, что функция обратной связи значительно усложняется с увеличением числа разрядов регистра, так как зависит от состояния всех триггеров, образующих регистр.

14.4. Функциональные узлы на базе регистров сдвига

На основе сдвигового регистра, синтезируя нужные схемы управления, можно реализовать разнообразные цифровые функциональные узлы. Примеры реализации приведены ниже [5].

Сдвиговый регистр-кольцевой счетчик. На практике обычно используется цикл с одной единицей, циркулирующей в кольце, образованном сдвиговым регистром с логическими цепями, формирующими функцию обратной связи. Максимальная длина цикла в этом случае $L=n$, где n – число каскадов регистра.

В качестве примера рассмотрим методику синтеза трехканального распределителя тактов, выполненного на сдвиговом регистре, замкнутом в кольцо (такой распределитель можно назвать счетчиком в коде «*1* из *n*»).

В диаграмме состояний трехразрядного регистра (рис. 14.11) следует выбрать для реализации цикла только те состояния, в коде которых имеется лишь одна единица. Остальные состояния должны быть

исключены, так как в нашем случае они являются ложными (на диаграмме их изобразим не в кружках, а в прямоугольниках). Диаграмме состояний соответствует таблица истинности, в которой нужно отразить конкретные значения логических переменных на выходах триггеров синтезируемого устройства при поступлении тактирующих импульсов на входы синхронизации регистра. Синтез схемы управления триггерами делается по таблице после выбора вида используемых триггеров.

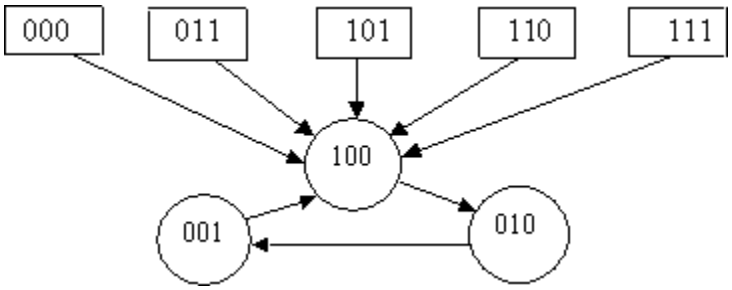


Рис. 14.11. Диаграмма состояний трехканального распределителя на кольцевом регистре

Таблица истинности для рассматриваемого случая показана в табл. 14.4.

Таблица 14.4

Таблица истинности регистра-кольцевого счётчика

Q_1	Q_2	Q_3	Q_{1t}	Q_{2t}	Q_{3t}
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Диаграмма состояний и таблица истинности показывают, что при случайном попадании сдвигового регистра в одно из состояний, показанных в прямоугольниках (рис. 14.11), система управления вернет регистр в состояние 100, с которого начнется очередной цикл сдвига.

Реализация схемы наиболее простой получается при использовании триггеров типа D. Функция возбуждения (переключения) для них: $D_n = Q_{nt}$.

Анализ таблицы с помощью карт Карно дает:

$D_1 = Q_2Q_1 + Q_2Q_1 + Q_3$; $D_2 = Q_1Q_2Q_3$; $D_3 = Q_1Q_2Q_3$.

Полученные логические соотношения позволяют синтезировать структурную схему распределителя импульсов на кольцевом регистре (рис. 14.12).

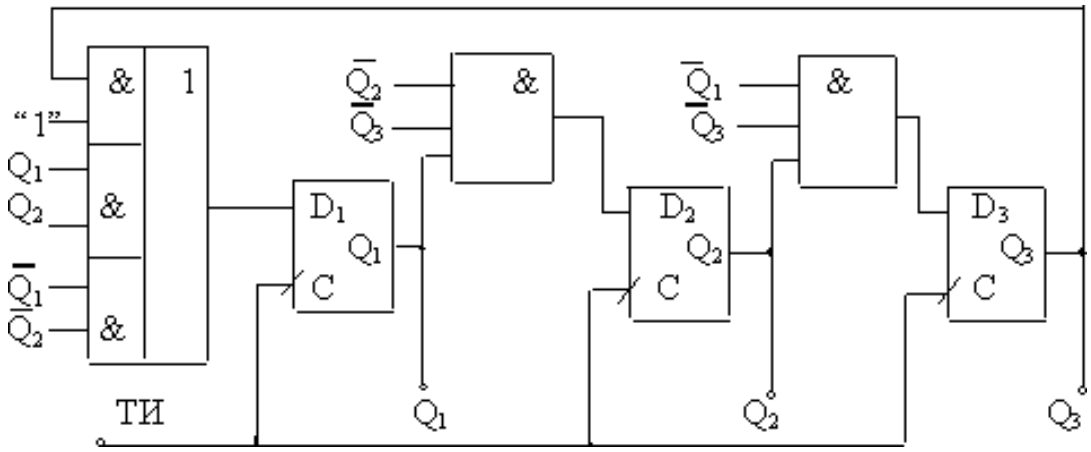


Рис. 14.12. Структурная схема трехканального распределителя импульсов (инверсные выходы и входы сброса триггеров не показаны)

Методика синтеза кольцевых регистров сдвига – распределителей импульсов для большего количества каналов не отличается от рассмотренной выше.

Сдвиговый регистр-счетчик Джонсона. Кольцевой регистр с перекрестной обратной связью, замкнутой на первый триггер от инверсного выхода последнего триггера, известен как счетчик Джонсона [5]. Достоинство счетчика Джонсона в простоте структуры, обеспечивающей к тому же и простоту схем преобразования его выходного кода в код «1 из N» для получения выходов распределителя импульсов. Структурная схема счетчика и временные диаграммы его работы показаны на рис. 14.13.

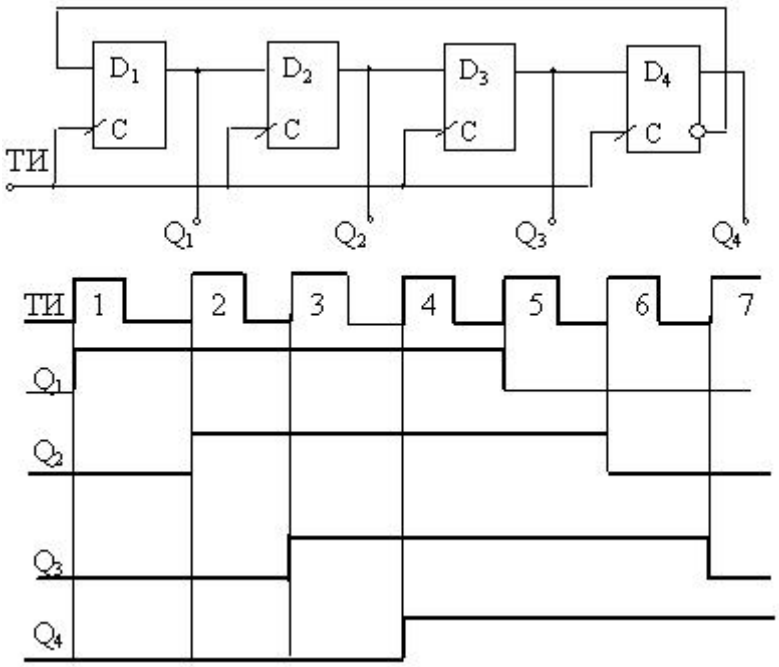


Рис. 14.13. Структурная схема четырехразрядного счетчика Джонсона и временные диаграммы его работы

Одно из отличительных свойств счетчика Джонсона – он имеет 2*n* состояний, т.е. в два раза больше, чем обычный кольцевой сдвиговый регистр.

Преобразование выходного кода счетчика в код «1 из N» производится добавлением одного двухвходового элемента И либо И-НЕ на каждый выход. На основе счетчика Джонсона изготовляются интегральные схемы распределителей в сериях элементов КМОП, например ИС К561ИЕ8 [22].

Генераторы псевдослучайных последовательностей (ГПСП). ГПСП используются в устройствах тестового диагностирования цифровых устройств, при моделировании систем с учетом случайного разброса параметров их элементов и т.п. Наиболее простые реализации ГПСП представлены так называемыми генераторами М-последовательностей, которые способны формировать последовательности с периодом $2^n - 1$, где n − число разрядов сдвигового регистра [5]. Для генерации М-последовательностей необходимо организовать обратную связь с выходов первого и n-го триггеров регистра через элемент сложения по модулю 2 на вход первого триггера. Упрощенная структурная схема генератора М-последовательности с периодом $2^4 - 1 = 15$ показана на рис. 14.14.

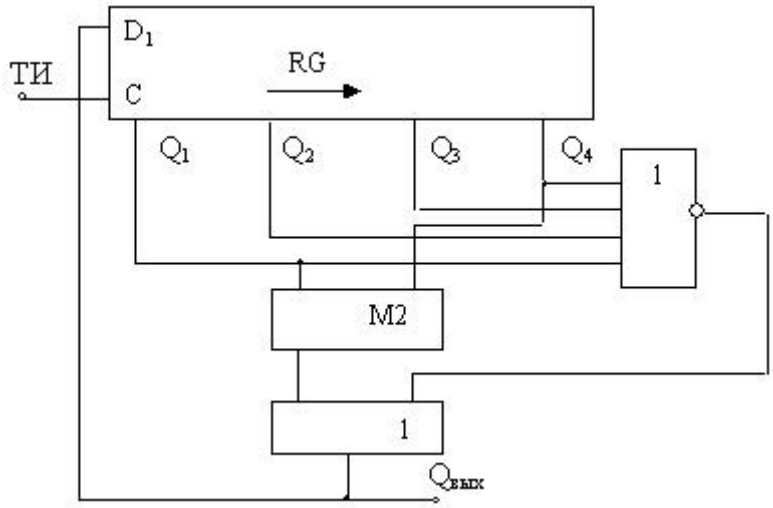


Рис. 14.14. Генератор 15-разрядной последовательности двоичных символов

Процесс генерации поясняется табл. 14.5. Образование выходной последовательности происходит после запуска генератора согласно логическому выражению $Q_{вых} = D_1 = Q_1 \otimes Q_4$. Исходное состояние обеспечивается логическими элементами 2И и 4И-НЕ после активизации схемы, т.е. после подачи питания и начального сброса триггеров регистра.

Таблица 14.5

Таблица истинности для генератора

№ ТИ	Q_4	Q_3	Q_2	Q_1	$Q_{вых}$	№ТИ	Q_4	Q_3	Q_2	Q_1	$Q_{вых}$
0	0	0	0	0	1	9	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1	10	0	1	1	0	0
2	0	0	1	1	1	11	1	1	0	0	1
3	0	1	1	1	1	12	1	0	0	1	0
4	1	1	1	1	0	13	0	0	1	0	0
5	1	1	1	0	1	14	0	1	0	0	0
6	1	1	0	1	0	15	1	0	0	0	1
7	1	0	1	0	1	16	0	0	0	1	1
8	0	1	0	1	1						

Анализ табл. 14.5 показывает, что после вхождения в рабочий цикл, начиная с тактового импульса (ТИ № 1), повтор состояния на выходах триггеров будет наблюдаться на 16-м ТИ, следовательно генерируется последовательность 111101011001000. Эта последовательность повторяется со сдвигом на выходе каждого триггера.

Сдвиговый регистр как устройство деления полиномов. Если в схеме ГПСП ввести дополнительный вход на элемент сложения по модулю 2, то получится устройство для аппаратного выполнения операции деления полиномов по правилам арифметики по модулю 2. Такое устройство применяется для построения средств тестового диагностирования, построения и анализа циклических кодов. В частности, сдвиговый регистр, выполняющий деление полиномов, широко используется в сигнатурных анализаторах.

В этих устройствах входная двоичная последовательность подается на дополнительный вход элемента сложения по модулю 2 и трактуется как полином, который с помощью сдвигового регистра делится на другой полином, структура которого определяется схемой обратных связей, подающих сигналы выходов триггеров на входы элемента сложения по модулю 2. Этот полином часто называют порождающим. В результате деления в регистре образуется остаток от деления входной двоичной последовательности на двоичную последовательность, соответствующую структуре порождающего полинома. Этот остаток в сигнатурном анализаторе называют *сигнатурой* и применяют для диагностирования цифровых устройств.

В качестве примера рассмотрим процесс образования сигнатуры в 8-разрядном сдвиговом регистре для заданной 12-разрядной тестовой последовательности. Структурная схема устройства представлена на рис. 14.15.

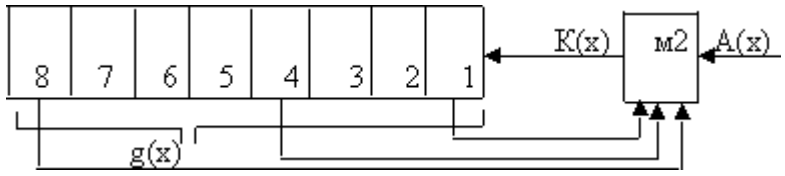


Рис. 14.15. Структурная схема делителя полиномов

В структурной схеме триггеры показаны условно, а три отвода от выходов триггеров № 1, 4, 8 образуют обратные связи и включены к входам схемы сложения по модулю 2. 12-разрядная двоичная последовательность A(x) подается на дополнительный вход схемы м2. В такой N-структуре на вход первого триггера подается комбинация $K(x) = A(x) \oplus Q_8 \oplus Q_4 \oplus Q_1$, а образующий полином в этом случае

будет g(x)= 10001001. Образование остатка от деления полиномов показано в табл. 14.6.

Таблица 14.6

Образование остатка от деления

8	7	6	5	4	3	2	1	K(x)	A(x)	№ такта
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2
0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	3
0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	4
0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	5
0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	6
0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	7
1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	8
0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	9
0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	10
1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	11
1	1	1	1	0	0	0	1	-	-	12

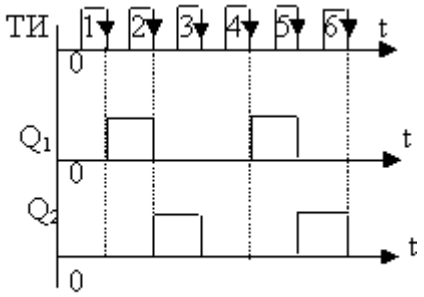
Предполагается, что регистр сдвига реализован на D-триггерах, двоичная последовательность A(x) = 110110011111. Остаток от деления − Q(x)=11110001 (последняя строка в табл. 14.6).

Делители частоты с нечетным коэффициентом деления. Известно, что цепочка из последовательно соединенных Т-триггеров обеспечивает деление частоты входных импульсов в 2^n раз, где n − число триггеров. Для построения делителей частоты с нечетным коэффициентом деления можно использовать сдвиговый регистр на JK-триггерах с внешними обратными связями [5]. Реализация структурной схемы осуществляется после синтеза таблицы состояний, отражающей переключение триггеров в процессе тактирования. Таблица строится после принятия исходного состояния выходов триггеров и управляющих сигналов на входах триггеров, соответствующих принятым состояниям (удобно принять Q_1=0……Q_n=0). Построим, например, делитель частоты входных импульсов на 3. При синтезе таблицы следует помнить, что для JK-триггеров комбинация J=1, K=1 при тактировании соответствует счетному режиму работы, комбинация J=0, K=1 – установке 0. Синтезированная таблица и соответствующие ей временные диаграммы сигналов показаны в табл. 14.7.

Таблица 14.7

Таблица состояний делителя частоты и диограммы сигналов

№ТИ	J_1	K_1	Q_1	$\overline{Q_1}$	J_2	K_2	Q_2	$\overline{Q_2}$
0	1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0	1	1	0
3	1	1	0	1	0	1	0	1
4	1	1	1	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0	1	0	1
7	1	1	1	0	1	0	0	1



Анализ таблицы дает соотношения: $J_1=\overline{Q_2}$, $K_1=1$, $J_2=Q_1$, $K_2=\overline{Q_1}$. Синтезированная схема представлена на рис. 14.16.

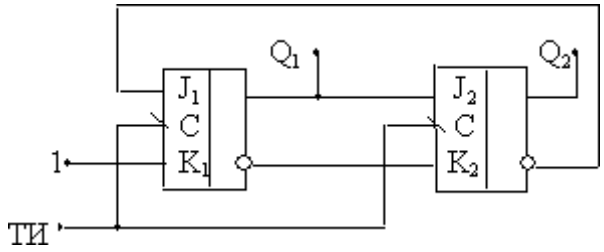


Рис. 14.16. Структурная схема делителя частоты тактовых импульсов на 3 (ТИ − вход тактового импульса)

Аналогичным способом можно синтезировать схему делителя частоты на сдвиговом регистре с любым нечетным коэффициентом деления.

Преобразователь кодов на сдвиговом регистре. Преобразователи параллельного кода в последовательный или последовательного в параллельный имеют разнотипные входы и выходы и строятся на регистрах сдвига. В качестве примера рассмотрим схему преобразователя параллельного кода в последовательный на основе 8-разрядного регистра с параллельным входом и последовательным выходом [5] (рис. 14.17).

Преобразователь работает следующим образом. В исходном состоянии DSR=1, D_0=0, C=1, St=1, на входе присутствует преобразуемое информационное слово (D_1…D_7). Загрузка в регистр информации осуществляется при подаче на вход St кратковременного (короткого) импульса низкого уровня.

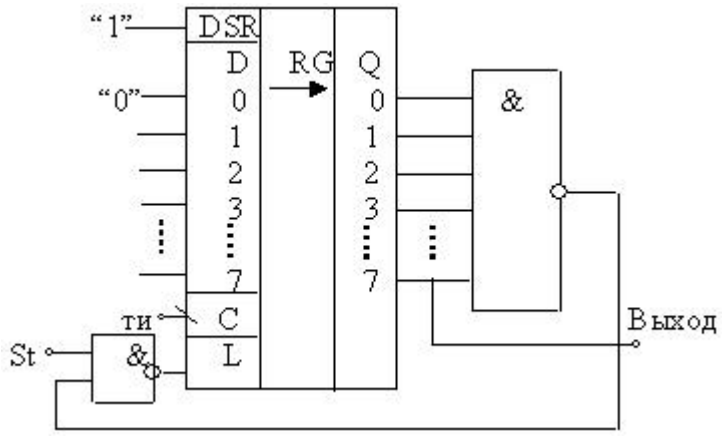


Рис. 14.17. Преобразователь параллельного кода в последовательный

Образующийся на входе L короткий единичный импульс разрешает загрузку входного информационного слова в разряды (1….7), а в нулевой разряд – «0». По мере поступления тактовых импульсов на вход С загруженное слово с каждым спадом импульса сдвигается вправо (от разряда 0 к разряду 7). На выходе слово будет появляться поразрядно в последовательном виде, начиная с седьмого разряда. После первого разряда идет логический нуль, а за ним появится цепочка логических единиц, так как логическая единица постоянно присутствует на входе DSR. В момент появления логических единиц на всех входах 8-входового элемента И-НЕ на его выходе формируется сигнал низкого уровня, разрешающий со стартовым сигналом St загрузку очередного информационного слова.

14.5. Электронные счетчики

Счетчиками называют функциональные узлы, в которых выходной код отражает число импульсов, поступающих на его входы. Счетчики, как и регистры, строятся на основе триггеров, соединяемых последовательно с помощью комбинационных схем, формирующих сигналы управления триггерами. Отличительной особенностью счетчика является возможность выполнения двух операций над кодовыми словами: *инкремент* − увеличение кодового слова на единицу и (или) *декремент* – уменьшение слова на единицу. Вместе с этим счетчики могут выполнять операции над кодовыми словами, характерные для регистров: установку в исходное состояние, запись входного слова, хранение и выдачу хранимой информации.

Основным параметром счетчика является *модуль счета М* – это максимальное число кодовых комбинаций на выходе счетчика, после которого счетчик возвращается в исходное состояние. Быстродействие счетчика характеризуется временем установления выходного кода – интервалом времени между моментом подачи входного сигнала и моментом установления нового кода на выходе.

Краткая классификация счетчиков. По направлению счета счетчики делятся на *суммирующие* (прямого счета), *вычитающие* (обратного счета) и *реверсивные* (с изменением направления счета). У суммирующего счетчика его выходной код по мере поступления счетных импульсов изменяется в сторону увеличения его числового эквивалента.

По значению модуля счета счетчики подразделяют на *двоичные,* модуль счета которых равен целой степени числа 2 ($M=2^n$), и *двоично-кодированные*, у которых модуль счета не равен целой степени числа 2. Помимо двоичных различают ещё счетчики Джонсона, счетчики с кодом «1 из N» и другие.

По способу организации межразрядных связей счетчики делятся на счетчики с последовательным, параллельным и комбинированным переносом. У счетчиков с последовательным переносом переключение триггеров происходит последовательно один за другим. У счетчиков с параллельным переносом переключение триггеров разрядных схем осуществляется по сигналу синхронизации одновременно.

Счетчик, как функциональный узел, относится к классу автоматов, поэтому по принадлежности к тому или другому виду автоматов различают *синхронные* и *асинхронные* счетчики.

Двоичные счетчики. Вид структурной схемы двоичного счетчика определяется из анализа его таблицы истинности, представляющей собой последовательность двоичных чисел от нуля до М-1. Анализ показывает, что младший разряд счетчика переключается от каждого входного импульса, следующий по старшинству разряд переключается с частотой, в два раза меньшей и т.д. Известно, что простейшим делителем частоты в два раза является счетный триггер (Т-триггер). Таким образом, двоичный счетчик должен содержать цепочку соединенных между собой последовательно счетных триггеров.

Число триггеров определяется по условию $n = \log_2 M$. Например, двоичный счетчик с модулем счета М=8 будет содержать три счетных триггера, с модулем М=16 – четыре триггера и т.д. Структурная

схема двоичного счетчика с модулем М=8 и временные диаграммы его работы показаны на рис. 14.18.

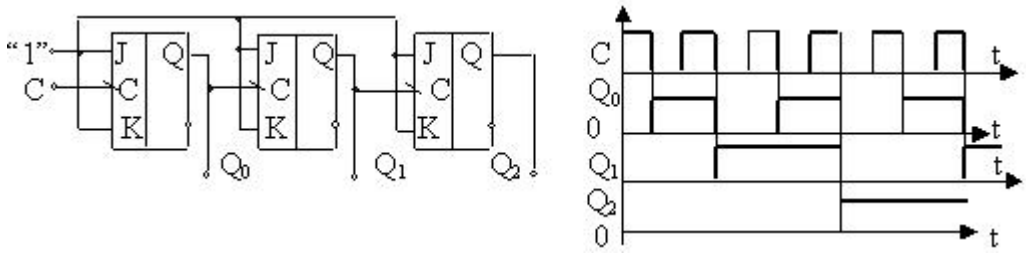


Рис. 14.18. Структурная схема суммирующего двоичного счетчика с модулем счета М=8 и временные диаграммы его работы

Отличие вычитающего счетчика (счетчика обратного счета) от суммирующего состоит в направлении переключения предыдущего разряда, вызывающего переключение последующего. У суммирующего счетчика это переключение происходит от «1» к «0», а у вычитающего – от «0» к «1».

Если схема строится на счетных триггерах с прямым динамическим управлением (срабатывание триггера по «фронту»), то характер подключения следующих триггеров к предыдущим для получения счетчика обратного счета будет таким же, как на рис. 14.18.

В структуре реверсивного счетчика для реализации его на триггерах с прямым динамическим управлением в межрегистровые связи необходимо вставить логические переключатели соединительных линий, как показано на рис. 14.19.

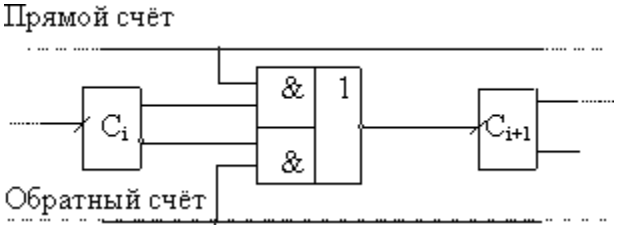


Рис. 14.19. Структурная схема межрегистровой связи в реверсивном двоичном счетчике (триггеры показаны условно)

Рассмотренные выше структуры относятся к асинхронным счетчикам, так как в них переключение триггеров происходит не одновременно, а последовательно один за другим. Время установления кода в асинхронном счетчике составит величину $t_y = n \cdot t_{mp}$, где t_{mp} – собственное время переключения триггера. Для получения максимального быстродействия используют синхронные счетчики с параллельным переносом. Время установления нового кода на выходе та-

ких счетчиков теоретически не зависит от их разрядности и приближенно равно $t_{тр}$. В структурных схемах таких счетчиков сигнал синхронизации подаётся одновременно на все разрядные триггеры, а межразрядные связи осуществляются с помощью конъюнкторов.

Счетчики такого типа имеют ещё одно название – *счетчики со сквозным переносом*. Пример схемы показан на рис. 14.20.

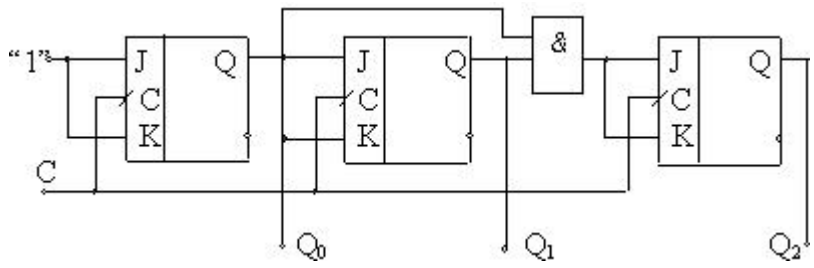


Рис. 14.20. Структурная схема синхронного (параллельного) счетчика прямого счета с модулем M=8

Двоично-кодированные счетчики с произвольным модулем. Двоично-кодированные счетчики строятся на основе двоичных, но их разрядность определяется из условия $n =]\log M[$, где $][$ − знак округления до ближайшего большего числа. В этом случае двоичный счетчик будет иметь некоторое число лишних состояний $L = 2^n - M$, которые необходимо исключить. В схемах с естественным порядком счета (с нулевым начальным состоянием счетчика) обычно исключают последние состояния. Существуют два основных способа построения счетчиков с произвольным модулем счета: *модификация межразрядных связей и управление сбросом*.

При синтезе счетчика на основе модификации межразрядных связей в таблице функционирования исключаются лишние состояния, а функции возбуждения для триггеров определяются обычным для синтеза автоматов способом. При управлении сбросом выявляется момент достижения содержимым счетчика значения (M – 1), что является сигналом сброса в следующем такте. После сброса начинается новый цикл счета. Этот вариант построения счетчиков удобен тем, что для изменения модуля счета требуется лишь изменение кода, с которым сравнивается содержимое счетчика для определения момента сброса. В качестве примера построим структурную схему счетчика с M=5 методом модификации межразрядных связей. Функционирование счётчика отражено в табл. 14.8.

Таблица 14.8

Таблица функционирования счётчика

Исходное состояние			Следующее состояние			Функции возбуждения					
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	J_2	K_2	J_1	K_1	J_0	K_0
0	0	0	0	0	1	0	x	0	x	1	x
0	0	1	0	1	0	0	x	1	x	x	1
0	1	0	0	1	1	0	x	x	0	1	x
0	1	1	1	0	0	1	x	x	1	x	1
1	0	0	0	0	0	x	1	0	x	0	x

Для синтеза схемы используем карты Карно, полагая функции возбуждения зависимыми от трёх переменных исходного состояния (рис. 14.21).

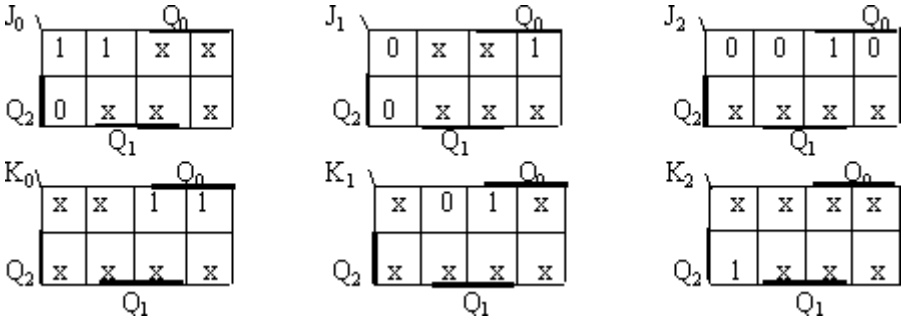


Рис. 14.21. Карты Карно для функций возбуждения триггеров счетчика

По картам получаем аналитические соотношения следующего вида:

$$J_0=\overline{Q_2};\ K_0=K_2=1;\ J_1=K_1=Q_0;\ J_2=Q_1Q_0.$$

Синтезированная согласно полученным результатам схема показана на рис. 14.22.

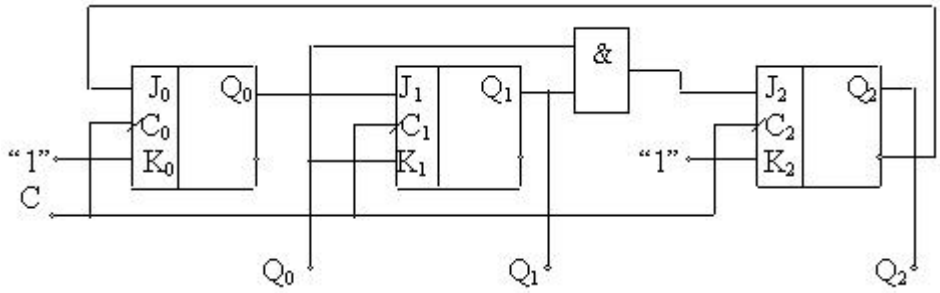


Рис. 14.22. Структура синхронного счетчика с модулем счета M=5

Синтез счетчика методом управляемого сброса. Если триггеры счетчика со сквозным переносом снабдить входами сброса и добавить дополнительный многовходовой конъюнктор, то, используя метод управляемого сброса, можно построить устройство с любым модулем

счета. Основная идея метода управляемого сброса состоит в принудительном формировании сигнала сброса в момент, когда достигается нужное значение модуля счета.

Иллюстрацией использования рассматриваемого метода может служить преобразование двоичного 4-разрядного счетчика со сквозным переносом (M=16) в двоично-десятичный счетчик (рис. 14.23) [5].

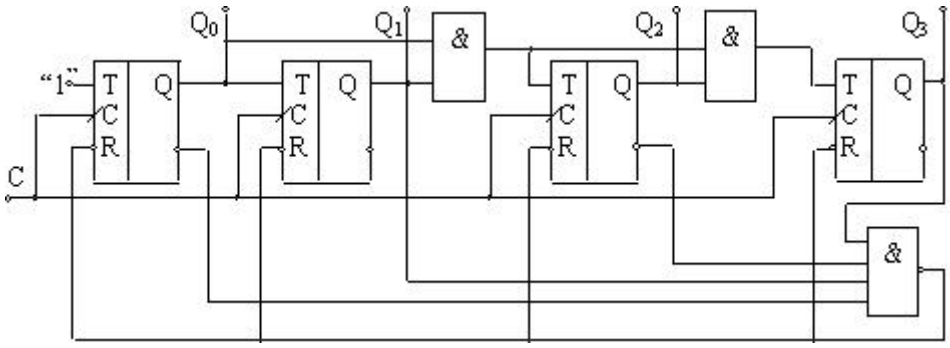


Рис. 14.23. Структурная схема 4-разрядного двоично-десятичного счетчика, синтезированного методом управляемого сброса

15. ЗАПОМИНАЮЩИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ УСТРОЙСТВА

Проектирование сложных цифровых устройств не обходится без применения запоминающих устройств (ЗУ), которые могут сохранять цифровую информацию.

Для кратковременного хранения используют регистры, состоящие из множества триггерных ячеек. Если необходимо длительное время хранить большие объемы информации, то необходимо использовать специально предназначенные для этого устройства, в частности микросхемы ЗУ. Это позволяет существенно упростить аппаратную часть электронных устройств.

Для целей хранения цифровой информации сейчас разработано большое число технических решений, причем эта часть электроники бурно развивается по пути увеличения объемов информации, уменьшения габаритов устройств, повышения надежности долговременного хранения (CD-диски, брелки и т.п.). В конспекте лекций будут рассмотрены только принципы построения и использования полупроводниковых ЗУ, т.е. устройств, выполненных в виде интегральных микро-схем [17].

15.1. Основные параметры и виды запоминающих устройств

К основным параметрам ЗУ относятся:

1. Емкость ЗУ. Единица измерения – 1 бит (разряд), 8-битное слово – байт. 2^{10}бит = 1024 бит = 1 Кбит; 2^{20}бит = 1048576 бит = = 1 Мбит.

2. Организация ЗУ – это число кодовых слов с указанием их разрядности (длины). M = NL, где N – число кодовых слов, L – число разрядов в коде. Например: M = 256 бит: это могут быть ЗУ с организацией 32x8, 256x1, 64x4. Структура этих ЗУ будет разная, разная цоколёвка корпуса микросхемы и разные схемы соединения с другими элементами.

3. Динамические параметры ЗУ характеризуются многими временными параметрами. Из них наиболее важными являются следующие:

а) время выборки – время от момента подачи на вход ЗУ команды на выдачу информации до момента установления данных на выходе;

б) время выборки адреса, t_A, н.с.;

в) время выбора микросхемы, t_{CS}, н.с.;

г) время цикла записи, t_{CYWR}, н.с. − время от подачи до установления сигналов на управляющих входах в режиме записи;

д) время цикла считывания (чтения) − время от подачи до установления сигналов на управляющих входах в режиме считывания t_{CYRD} , н.с.;

е) емкости: входная C_1, pF; выходная Co, pF; емкость нагрузки, C_L, pF.

Следует помнить, что прежде чем считать информацию из ЗУ, требуется найти ее местоположение, т.е. определить координаты ячеек, где эта информация находится. Аналогично при записи: прежде чем записать (запомнить) нужно указать адрес, куда эта информация должна попасть. Алгоритмы управления процессами записи и считывания можно показать на временных диаграммах изменения сигналов управления (рис. 15.1).

а *б*

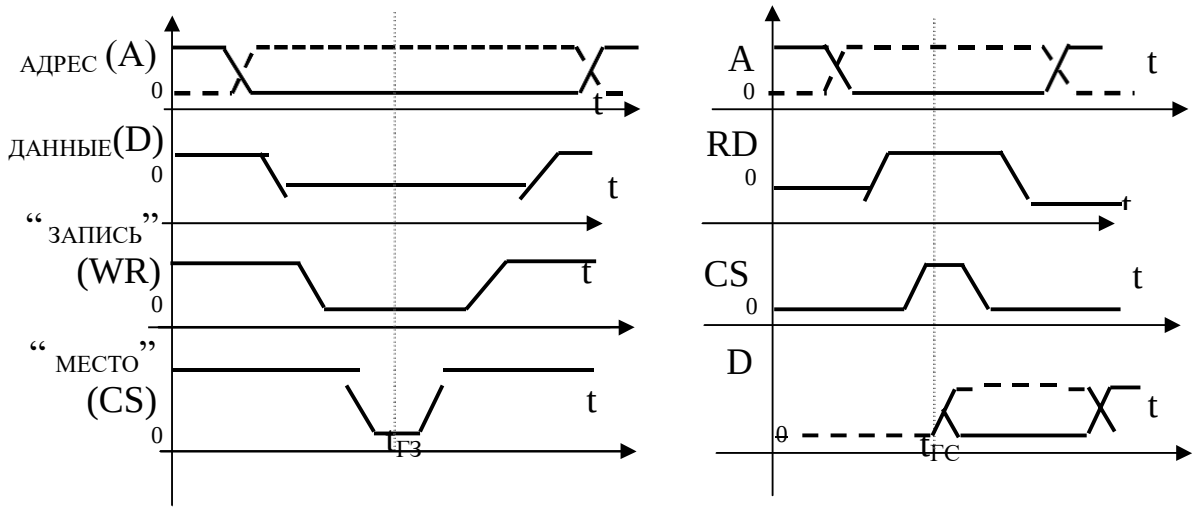


Рис. 15.1. Временные диаграммы изменения сигналов управления записью информации в ЗУ (*а*) и считыванием (*б*)

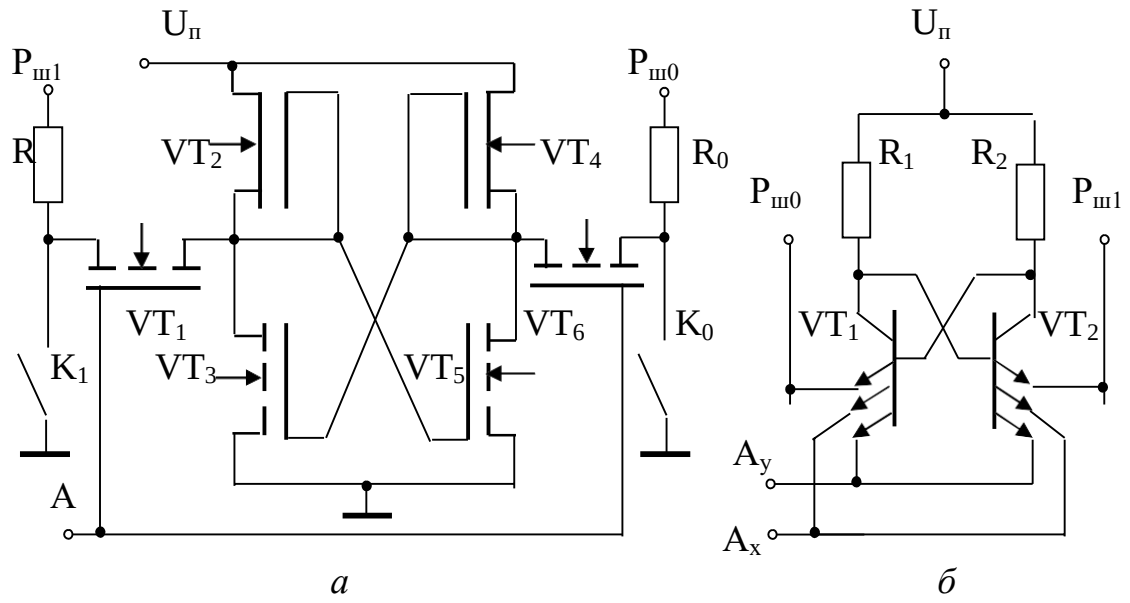
На диаграммах обозначено: A − адрес ячейки памяти; D − команда на выставление (при записи) или получение (при считывании) данных; WR − сигнал готовности к записи; RD − сигнал готовности к чтению (считыванию); CS − сигнал, определяющий микросхему, с которой нужно работать в данный момент времени; $t_{ГЗ}$ − момент готовности к записи; $t_{ГС}$ − момент готовности к считыванию. На диаграммах видно, что в ЗУ операции с данными осуществляются только в те моменты времени, когда на входах управления установлены все необходимые логические сигналы. Это необходимо для обеспечения надежной работы ЗУ. По выполняемым функциям различают: *оперативные* запоминающие устройства (ОЗУ) и *постоянные* запоминающие устройства − ПЗУ (соответствующая английская аббревиатура − RAM и ROM). Оперативные ЗУ используют для временного хранения информации, полученной в процессе работы. ОЗУ могут быть статическими и динамическими. В статических ОЗУ записанная информация хранится в виде состояния триггерных ячеек памяти и при ее считывании не разрушается. Она разрушается, когда выключается напряжение питания или ее принудительно удаляют (стирают). В динамических ОЗУ информация хранится в виде заряда конденсатора и постоянно циркулирует в массиве конденсаторов, выделенном для её хранения. Считывание из динамического ОЗУ разрушает информацию и для восстановления её нужно периодически перезаписывать (осуществлять регенерацию − «подкачку»). Широко распространенные простые запоминающие ячейки статических ОЗУ в виде триггерных схем выполняют на МОП − транзисторах либо на

биполярных транзисторах. Для обеспечения доступа к ячейкам памяти триггерные схемы снабжаются адресными и разрядными шинами (проводниками) и шинами питания. Совокупность сигналов, подаваемых извне на эти шины схемами управления, должна обеспечивать выполнение следующих режимов работы ОЗУ: «*хранение*», «*считывание*», «з*апись*». Для динамических ячеек памяти к этим режимам добавляется «*регенерация*».

15.2. Статические оперативные запоминающие устройства

Упрощенные структурные схемы триггерных ячеек статических ОЗУ показаны на рис. 15.2.

В схеме (рис. 15.2, *а*) VT_1,VT_6,VT_3 и VT_5 (МОП-транзисторы с индуцированным каналом *n*-типа) работают в ключевом режиме. VT_2, VT_4 (МОП-транзисторы со встроенным каналом *n*-типа) выполняют роль резисторов в триггерной схеме, так как обладают начальной проводимостью. Работа ячейки поясняется таблицей истинности (табл. 15.1).



а *б*

Рис. 15.2. Структурные схемы триггерных ячеек памяти на МОП-транзисторах (*а*) и на биполярных транзисторах (*б*)

Таблица 15.1

Таблица истинности ячейки

Режим	Потенциал шины Рш1	Потенциал шины Рш0	A	VT_1, VT_6	VT_3	VT_5
Хранение нуля	0	0	0	закрыты	закрыт	открыт
Хранение единицы	0	0	0	закрыты	открыт	закрыт
(Пример) Считыв. «1»	Импульс заряда	Импульс заряда	1	VT_1 открыт	открыт	закрыт
Запись «0» (Пример)	1 (ключ K_1 разомкнут)	0 (ключ K_0 замкнут)	1	открыты оба	закрыт	открыт

В режиме хранения: на адресной шине − «нуль» (A=0), VT_1 и VT_6 закрыты, ячейка отсоединена от $Р_{Ш1}$ и $Р_{Ш0}$. При этом на разрядных шинах потенциал равен 0, так как ключи $К_1$ и $К_0$ замкнуты. Пусть в режиме «Хранение единицы» VT_3 открыт, а VT_5 – закрыт, так как потенциал затвора VT_5 равен потенциалу стока VT_3 (это подтверждение принятого положения). В режиме считывания сначала импульсом заряжаются до уровня «1» разрядные шины $Р_{ш1}$, $Р_{ш0}$, затем подается потенциал «1» на адресную шину (A=1), транзистор VT_1 открывается и подключает $Р_{ш1}$ к точке управления триггером (к стоку транзистора VT_3) при этом открытый транзистор VT_3 подключается к разрядной шине $Р_{ш1}$. Заряд, присутствовавший на $Р_{ш1}$, создает импульс тока в цепи разрядная шина − общая шина через открытые транзисторы VT_1, VT_3. Протекание импульса тока является признаком считывания «1» для усилителя считывания, подключенного к разрядным шинам (на схеме не показан).

Режим записи: например, при записи «0» на $Р_{ш0}$ устанавливается «0», на $Р_{ш1}$ – «1», т.е. ключ К1 размыкается, ключ К0 – замыкается. Затем подается «1» на шину А, VT_1 и VT_6 открываются и подключают соответствующие электроды (сток VT_6 и затвор VT_3) к потенциалу «0». VT_3 закрывается, напряжение на его стоке увеличивается – открывается VT_5, при этом закрывается и VT_1 (на его электродах напряжения сравниваются). Ячейка приняла положение записанного «0». Смена потенциала «1» адресной шины на нулевой потенциал (установка «0») переводит ячейку в режим «Хранение нуля», так как транзисторы VT_1, VT_6 отключают ячейку от $Р_{ш0}$ и $Р_{ш1}$.

Запоминающий (статический) элемент ОЗУ на биполярных транзисторах (рис. 15.2, *б*) также представляет собой триггерную ячейку,

собранную на двух многоэмиттерных транзисторах с перекрестными базовыми связями. Различные сочетания управляющих сигналов, подаваемых на шины A_x, A_y, $P_{ш1}$, $P_{ш0}$, позволяют устанавливать режимы записи, хранения и считывания.

15.3. Динамические ОЗУ

В динамических ОЗУ используют ячейки памяти, в которых уровень «1» или «0» отождествляется с наличием или отсутствием заряда конденсатора, образованного структурой транзисторов при обратных смещениях. Так как заряд не может долго храниться, следует периодически производить регенерацию зарядов, что осуществляется специально организованным управлением. По этой причине для таких ОЗУ нужно иметь режимы: хранение, считывание, запись и регенерация. Основное достоинство динамических ОЗУ – более высокая информационная емкость (почти в четыре раза). Недостаток – усложнение управления из-за необходимости регенерации.

Простейший запоминающий элемент динамического ОЗУ может быть построен на одном МОП-транзисторе (рис. 15.3, *а*). Используется заряд-разряд конденсатора ёмкостью ≤ 0,1pF. Величина приращения напряжения оказывается очень малой: 0,2 – 0,25 В. Поэтому это напряжение должно быть хорошо усилено – это влечет усложнение усилителей считывания. При считывании происходит разрушение информации, поэтому ее надо восстанавливать.

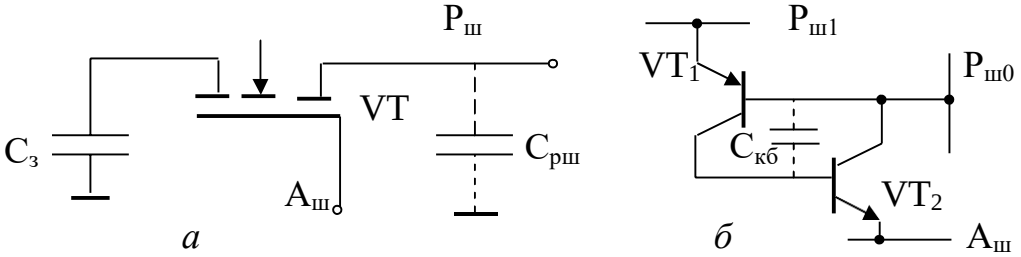


Рис. 15.3. Простейшие ячейки памяти динамических ОЗУ:
а – на МДП- транзисторе; *б* – на биполярном составном транзисторе

В схеме рис. 15.3, *а* запоминание «1» или «0» – это наличие или отсутствие заряда на конденсаторе $C_з$. В режиме записи сигнал, поданный на адресную шину $A_ш$, разрешает доступ к $C_з$ (транзистор открыт), заряд с разрядной шины $P_ш$ переходит на $C_з$ (больший заряд считается «1», меньший – «0»). В режиме считывания заряд с $C_з$ переходит на емкость $C_{рш}$ (которая является паразитной ёмкостью раз-

рядной шины), причем $C_{рш} >> C_з$ и равна нескольким pF. Такое построение позволяет получить ОЗУ, обладающее большой информационной емкостью (несколько Мбит), но невысокой надежностью.

Для построения динамических ОЗУ на биполярных транзисторах используется специальная технология, при которой на кристалле формируется запоминающий элемент в виде емкости коллектор – база сдвоенного транзистора (рис. 15.3, *б*). Величина ёмкости $C_{кб}$ − около 1pF. В период хранения «конденсатор» хранит поданный на него заряд, а в режиме считывания − отдаёт его на разрядную шину.

15.4. Энергонезависимые оперативные запоминающие устройства

Основной недостаток ОЗУ − разрушение информации при снятии напряжения питания. Очевидный (и самый неэффективный) способ преодоления этого недостатка − сочетание ОЗУ и встроенной литиевой батарейки в одном корпусе микросхемы. Оригинальнее выглядит использование «запоминающих конденсаторов», которые способны сохранять электрическую поляризацию после снятия приложенного электрического напряжения (сегнето − электрический эффект). При смене направления вектора напряженности поля в таких конденсаторах меняется направление электрической поляризации кристаллического вещества. Конденсатор при этом имеет два устойчивых состояния и два различных пороговых напряжения перехода из одного состояния в другое и наоборот. Такими свойствами обладают, например, пленки цирконата – титана – свинца (PZT-керамика, ε = 1200). Недостаток – ограниченное число циклов перезарядки, (приблизительно 10^{10}циклов). Ячейку памяти с таким конденсатором можно представить так, как показано на рис. 15.4.

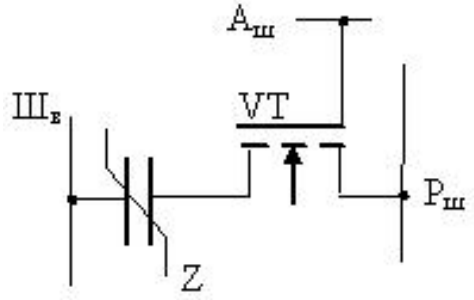


Рис. 15.4. Структурная схема ячейки памяти
на основе «запоминающего» конденсатора:
Шв − шина импульсного возбуждения, *Аш* – адресная шина,

$P_{ш}$ – разрядная шина

Можно так построить схемы управления, что при снятии питания конденсатор будет поляризоваться таким образом, чтобы его состояние соответствовало состоянию запоминающей ячейки до отключения питания. Время поляризации примерно 10 – 20 н.с., что значительно меньше времени разрушения информации в триггере.

Более перспективными являются ЗУ, сочетающие в себе свойства быстродействия, компактности, технологичности, простоты управления при обеспечении энергонезависимости, т.е. неразрушения информации в условиях исчезновения напряжения питания. К таким ЗУ относятся, в частности, ОЗУ, называемые в международной терминологии FRAM, MRAM, PFRAM [20].

FRAM – это ЗУ ферроэлектрического типа, PFRAM – разновидность ЗУ ферроэлектрического типа, в которых используются полимерные ферроэлектрические материалы (тонкие плёнки), обладающие свойством образования диполей в своей структуре. Участки с ориентированными диполями служат запоминающими элементами и в зависимости от направления поляризации хранят биты информации. Следует заметить, что ЗУ типа PFRAM для построения ОЗУ считаются менее перспективными вследствие их относительно небольшого быстродействия [20].

MRAM − это магниторезистивные ЗУ. В них запоминающим элементом является участок магнитного материала, способный сохранять приданное ему состояние намагниченности независимо от наличия или отсутствия питания схемы.

15.5. Основные структуры оперативных запоминающих устройств

Микросхемы ОЗУ могут иметь одноразрядную и многоразрядную (словарную) организацию. В структуре одноразрядной организации данные записываются и считываются по одному биту последовательным кодом, что позволяет уменьшить до минимума число вводов и выводов данных.

Структура микросхемы статического ОЗУ с одноразрядной организацией имеет вид, показанный на рис. 15.5.

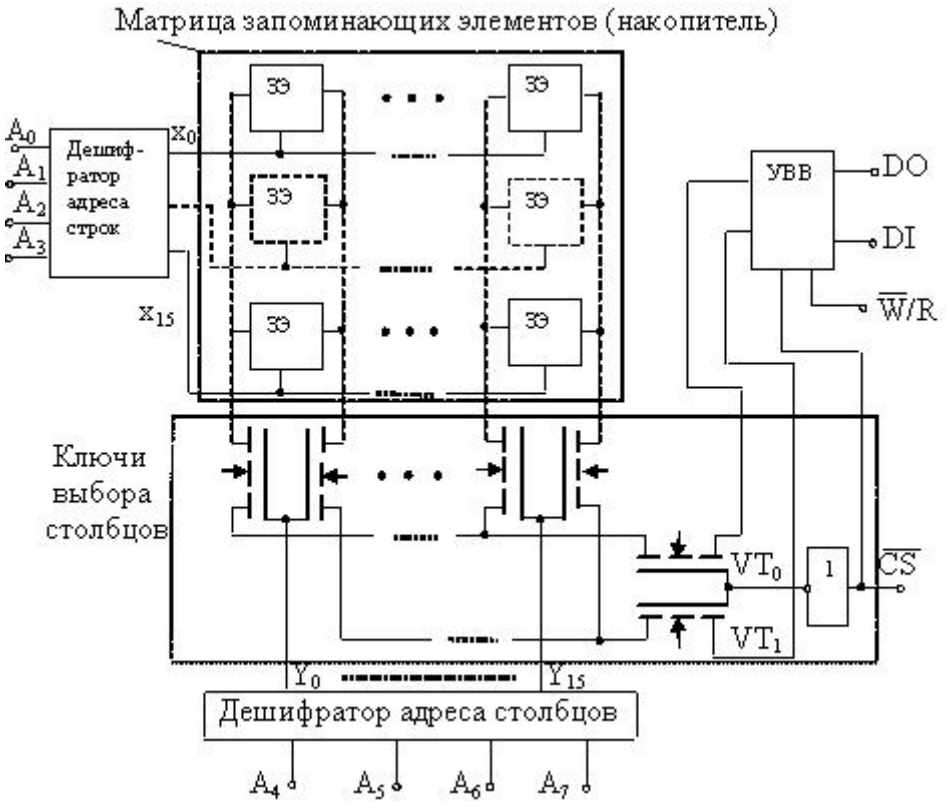


Рис. 15.5. Структурная схема одноразрядного статического ОЗУ

На рис. 15.5 обозначено: (A_0 − A_3) − адресные входы строк накопительной матрицы; (A_4 − A_7) − адресные входы столбцов матрицы; DO − выход данных при чтении (считывании); DI − вход данных при записи; W/R – вход сигнала «Запись»/ «Чтение»; CS – выбор микросхемы; УВВ – устройство ввода-вывода.

Запоминающий элемент (ЗЭ) представляет собой, например, триггерную схему, изображенную на рис. 15.2, *а*, причем в рассматриваемой схеме ключи выбора столбцов исполняют роль коммутаторов разрядных шин, изображенных на рисунке справа и слева возле каждого ЗЭ.

Транзисторы ЗЭ, затворами соединенные с адресной шиной элемента, подключены к шинам возбуждения строк, которые являются выходами дешифратора строк. При возбуждении строки сигналом выборки x_0-x_{15}, снимаемым с выхода дешифратора адреса строк, ключевые транзисторы открываются и подключают входы-выходы триггера к разрядным шинам. При отсутствии сигнала выборки строк (x = 0) ключевые транзисторы закрыты и триггер изолирован от разрядных шин. Для сохранения информации требуется источник питания, т.е. ОЗУ – энергозависимое.

Особенность МОП (КМДП)-триггеров заключается в том, что в режиме хранения они потребляют незначительную мощность от источника питания. В режиме обращения, когда переключаются элементы матрицы, дешифраторы и другие функциональные узлы микросхемы, уровень энергопотребления возрастает на два – три порядка.

Доступ к разрядным шинам столбца со стороны УВВ обеспечивается сигналом CS = 1, открывающим ключи VT0, VT1. Настройку УВВ на прием сигнала для записи со входа DI осуществляет сигнал $\overline{W}/R = 1$.

В большинстве микросхем памяти УВВ содержит выходной ключевой усилитель – формирователь, способный принимать три состояния на выходе: «0», «1» и третье состояние (высокоомное), имеющее обозначение «Z».

По способу управления различают асинхронные и синхронизируемые (тактируемые) ОЗУ. У асинхронных статических ОЗУ сигналы управления могут быть поданы в виде уровней напряжений, соответственно 0 и 1, у тактируемых – в форме импульса.

Структура микросхемы статического ОЗУ со словарной организацией представлена на рис. 15.6.

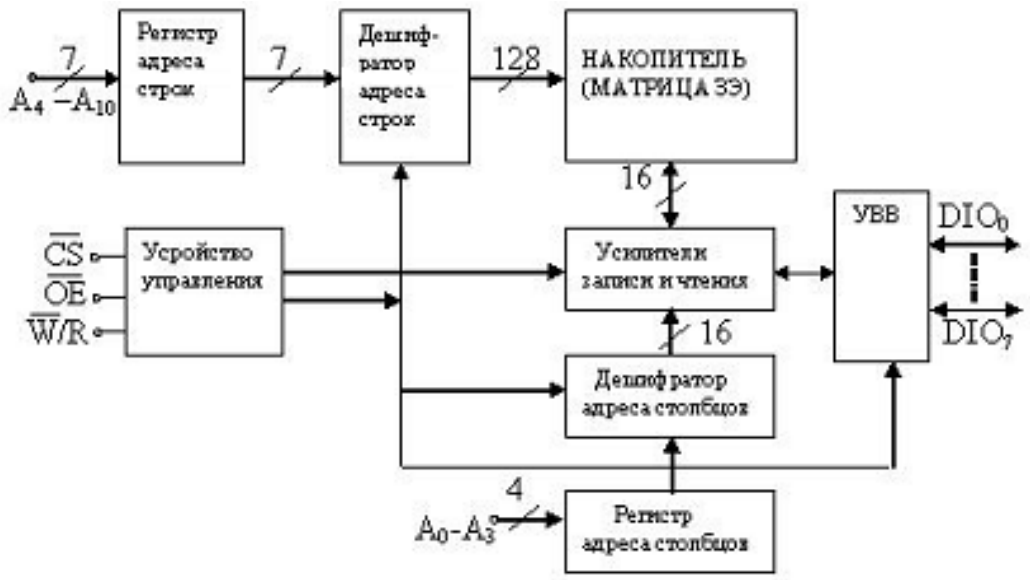


Рис. 15.6. *Структурная схема статического*

ОЗУ со словарной организацией

Сигнал разрешения выхода $\overline{OE}$ позволяет в режиме хранения запрещать вывод информации: при OE = 1 входы-выходы DIO_0 – DIO_7 принимают третье состояние, информация на выходе отсутствует. В представленной схеме запись и чтение информации производится восьмиразрядными кодовыми словами, что повышает быстродействие устройства. По количеству адресуемых слов и их разрядности можно определить, что ёмкость рассматриваемого ЗУ составляет 2048 байт (2 КБ) или 16 Кбит.

Выбор определенного типа ЗУ при проектировании основывается на оценке их классификационных и статических параметров, перечисленных ниже.

Классификационные параметры:

– информационная емкость – число бит;

– число разрядов адреса – число слов адреса;

– число разрядов слова в ЗУ;

– $К_р$ – коэффициент разветвления по выходу (нагрузочная способность);

– число циклов перепрограммирования;

– $Р_{потр.}$ – мощность потребления в рабочем режиме;

– $Р_{нагр.}$ – мощность потребления в режиме хранения;

– время хранения информации (быстродействие).

Статические параметры:

– U_{cc} – напряжение источника питания;

– I_{cc} – ток потребления;

– U_{ccs} – напряжение питания в режиме хранения;

– I_{ccs} – ток питания в режиме хранения;

– U_1 – уровень логической 1;

– U_0 – уровень логического нуля.

15.6. Постоянные запоминающие устройства

Постоянные запоминающие устройства (ПЗУ) предназначены для хранения информации, остающейся неизменной в течение длительного времени или всего времени эксплуатации устройства. Такая

информация обычно представляет собой либо кодовые преобразования, либо последовательности кодов управления согласно заданному алгоритму, либо константы, которые требуются для определенных вычислений.

В зависимости от технологии записи информации различают три подкласса ПЗУ: *масочные* ПЗУ, *программируемые* (прожигаемые) ПЗУ, *репрограммируемые* ПЗУ. ПЗУ обозначают на схемах аббревиатурой ROM.

В масочные ПЗУ, или ROM(M), информация записывается в процессе изготовления микросхем с помощью шаблона (маски). Прожигаемые ПЗУ – это однократно программируемые ПЗУ (программирование может делать пользователь). Репрограммируемые ПЗУ − ПЗУ, способные к многократному перепрограммированию.

В масочных ПЗУ используется простой принцип программирования: заготовка микросхемы (кристалл) формируется со всеми соединениями между элементами, а затем ненужные соединения ликвидируются. Элементом связи могут быть диоды, транзисторы, металлические перемычки и т.п. Фрагмент структуры диодного ROM(M) показан на рис. 15.7.

Принцип представления информации в таких ЗУ состоит в том, что информация представляется в виде наличия или отсутствия соединения между шинами адреса и шинами данных. Используя указанный принцип, разработаем структуру диодного ПЗУ, реализующего произвольную таблицу истинности, представленную в табл. 15.2.

Таблица 15.2

Таблица истинности ПЗУ

Вход		Выход								Сигнал шины А
A_1	A_0	DO_0	DO_1	DO_2	DO_3	DO_4	DO_5	DO_6	DO_7	
0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	$A_{ш0}$
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	$A_{ш1}$
1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	$A_{ш2}$
1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	$A_{ш3}$

Анализ табл. 15.2 показывает, что ЗУ должно содержать 32 бита двоичной информации и иметь восьмиразрядный выход, при этом выходное слово должно появляться на выходе при обращении к ЗУ с помощью двухразрядного слова. На основании анализа строим структурную схему на базе координатной сетки, содержащей восемь

столбцов и четыре строки. Используем дешифратор 2 − 4 для создания адресных шин координатной сетки (рис. 15.7).

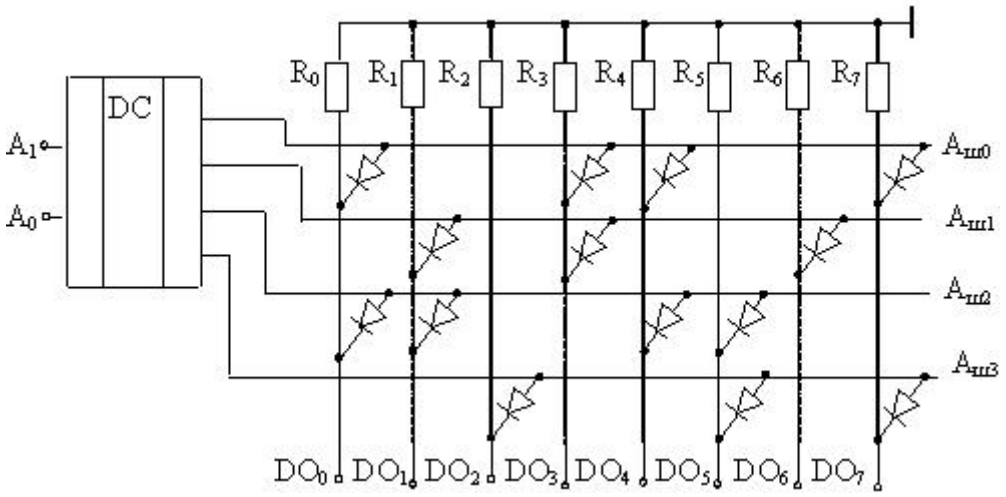


Рис. 15.7. Структурная схема масочного диодного ПЗУ

Масочные ПЗУ применяются для хранения информации, имеющей широкий круг потребителей. В частности, масочные ЗУ используют в качестве знакогенераторов кодов для букв различных алфавитов, как таблицы типовых функций и т.п.

Другим видом однократно программируемого ЗУ являются ЗУ типа PROM. Микросхемы PROM программируются удалением или созданием специальных перемычек. Принцип программирования похож на таковой для масочных ЗУ. В структурах с плавкими перемычками при программировании лишние перемычки удаляются путем расплавления импульсом тока. Плавкие перемычки (металлические или поликристаллические) включаются в цепи диодов или транзисторов.

В исходном состоянии запоминающий элемент хранит логическую единицу. После разрушения перемычки запоминающий элемент будет хранить логический нуль.

Схемы с создаваемыми перемычками в качестве исходных имеют непроводящие соединители в виде двух встречно включенных диодов либо тонкого диэлектрического слоя. При программировании импульсом повышенного напряжения в первом случае пробивается один из диодов, а во втором − диэлектрический слой, после чего в месте пробоя возникает проводящая перемычка. Принцип программирования в ЗУ типа PROM можно пояснить рис. 15.8.

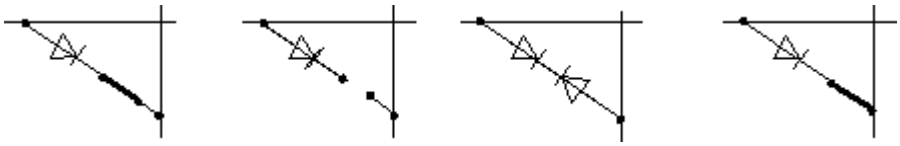


Рис. 15.8. Состояние соединений до и после программирования в структурах с удаляемыми и создаваемыми перемычками

ПЗУ типа ROM(M) и PROM после программирования становятся для потребителя постоянными в буквальном смысле, так как изменить их содержание нельзя. Более широкие возможности предоставляют ПЗУ, содержимое которых может изменять сам пользователь с помощью специального оборудования (программаторов). Различают несколько типов таких ПЗУ: EPROM, EEPROM, FLASH, в которых содержимое может быть изменено путем стирания старой информации и записи новой.

В ЗУ типа EPROM стирание выполняется ультрафиолетовым облучением кристалла в специальных устройствах, поэтому на русском языке такие ПЗУ носят название РПЗУ-УФ. В ЗУ типа EEPROM стирание производится электрическим сигналом, поэтому русское название таких микросхем – РПЗУ-ЭС (репрограммируемое ПЗУ с электрическим стиранием), либо ЭСППЗУ (электрически стираемое программируемое ПЗУ). Запись в EPROM и EEPROM производится электрическим сигналом. Следует заметить, что микросхемы EEPROM позволяют осуществить их программирование, не изымая микросхему из устройства, в котором они используются.

Флэш-память (ЗУ типа FLASH) по основным принципам работы подобна рассмотренным выше ЗУ. Запоминающие элементы памяти FLASH подобны применяемым в EPROM и EEPROM, но ЗУ типа FLASH имеют структурные и технологические особенности, существенно улучшающие общие свойства репрограммируемых ЗУ [20].

В РПЗУ носителем информации (запоминающим элементом) является МОП-транзистор, поэтому используются два вида запоминающих элементов на:

− МОП-транзисторах с плавающим затвором (в РПЗУ-УФ);

− МНОП (МНДП)-транзисторах (в РПЗУ-ЭС).

За счет этого обеспечивается возможность неоднократной записи и считывания информации. РПЗУ способны к многократному (от 25 до 10000 раз) перепрограммированию без потери работоспособности.

Это достигается применением «управляемых перемычек», функции которых выполняют МНОП-транзисторы и транзисторы *n*-МОП с плавающим затвором с использованием механизма лавинной инжекции заряда (ЛИЗМОП).

Виды структур элементов памяти РПЗУ – структуры транзисторов типа МНОП (МНДП) и ЛИЗМОП представлены на рис. 15.9.

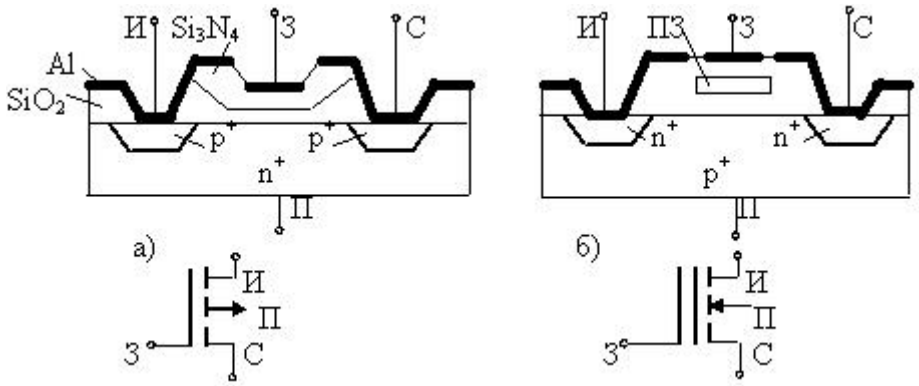


Рис. 15.9. Структура и условные обозначения полевых транзисторов:
а – типа МНОП, *б* – с двумя затворами (плавающим и управляющим)

В рассматриваемых структурах процесс программирования – это занесение заряда под затвор. Для этого, например, в транзисторах типа *p*-МОП между затвором и подложкой дается импульс напряжения отрицательной полярности с амплитудой 30 – 40 В. При этом под действием сильного электрического поля электроны преодолевают тонкий слой SiO_2 и скапливаются у границы слоя Si_3N_4. Накопленный заряд снижает пороговое напряжение открытия транзистора, снижая сопротивление канала между истоком и стоком. Наличие заряда под затвором соответствует состоянию логической «1». Логическому «0» соответствует состояние транзистора без заряда в диэлектрике под затвором. Для того, чтобы этого достигнуть подают на затвор импульс положительной полярности с амплитудой (30 – 40) В. Электроны при этом вытесняются в подложку. Передаточная характеристика смещается в область высоких пороговых напряжений. Таким образом, вытеснение заряда из подзатворного диэлектрика – это *режим стирания*.

Режимы программирования и стирания можно осуществить с помощью напряжения одной полярности (отрицательной для *p*-МНОП, положительной для *n*-МНОП). В этом случае используется явление лавинной инжекции электронов под затвор, которая происходит, если (для *p*-МНОП) к истоку и стоку приложить импульс отрицатель-

ного напряжения (30 – 40) В, а затвор и подложку соединить с корпусом. В результате электрического пробоя переходов исток-подложка и сток-подложка происходит лавинное размножение электронов и инжекция некоторых из них, обладающих достаточной энергией, на границу между слоями диэлектрика. В результате происходит «запись единицы», т.е. снижение порогового напряжения открытия транзистора. Для стирания достаточно подать импульс отрицательного напряжения на затвор. При этом электроны вытесняются в подложку, что вызывает увеличение модуля порогового напряжения открытия транзистора (возникает состояние логического «0»).

В *режиме считывания* на затвор подают напряжение, значение которого лежит между двумя пороговыми уровнями. Если в запоминающий элемент была записана логическая «1», транзистор откроется, если логический «0» − нет.

Вариант элемента памяти (ЭП) по структуре ЛИЗМОП с двойным затвором (рис. 15.9, *б*) представляет собой *n*-МОП-транзистор, у которого в подзатворной области диэлектрика SiO_2 сформирована область из металла или поликристаллического кремния − «плавающий» затвор (ПЗ).

В режиме *программирование* на управляющий затвор, исток и сток подают напряжение (21 – 25) В положительной полярности. В обратно смещенных *p*–*n*-переходах возникает процесс лавинного размножения носителей заряда и часть электронов инжектируется в ПЗ. В результате накопления на ПЗ отрицательного заряда передаточная характеристика транзистора смещается в область высокого порогового напряжения (пороговое напряжение открытия транзистора увеличивается), что соответствует записи логического «0».

В режиме *стирание* происходит вытеснение заряда из области ПЗ: в РПЗУ-ЭС – электрическим сигналом, в РПЗУ-УФ – с помощью облучения ультрафиолетовыми лучами. В первом случае импульсом положительного напряжения, подаваемым на управляющий затвор, снимают заряд электронов с ПЗ, восстанавливая низкий уровень порогового напряжения, что соответствует состоянию логической «1». В структурах РПЗУ-УФ при облучении электроны рассасываются с ПЗ в подложку вследствие усиления теплового движения за счет энергии, полученной от источника УФ излучения. Режим с*читывание* осуществляется также, как в ЭП на МНОП-структурах.

Режим *хранение* обеспечивается отсутствием напряжений на электродах ЭП с тем, чтобы исключить рассасывание заряда, имею-

щегося в диэлектрической среде. Время сохранения заряда для некоторых схем составляет от нескольких тысяч часов до нескольких лет. Например, микросхема РПЗУ-УФ типа К573РФ6 имеет гарантийный срок хранения информации без питания пять лет.

15.7. Структурная схема РПЗУ-ЭС (EPROM)

В РПЗУ-ЭС обеспечиваются четыре режима работы: *хранение, считывание, стирание, запись (программирование*). Для выполнения этих режимов РПЗУ содержит все элементы, необходимые для работы микросхемы в качестве ПЗУ: матрицу элементов памяти (ЭП), дешифраторы кода адреса строк и столбцов, устройство ввода-вывода (УВВ), устройство управления. Кроме этих узлов в схеме имеются функциональные узлы, обеспечивающие работу схемы в режимах стирания и программирования (записи): селектор (блок ключей выбора столбцов), коммутаторы режимов и формирователи импульсов напряжения требуемой амплитуды и длительности из напряжения программирования U_{PR} (рис. 15.10). Сигналы управления имеют следующее назначение:

– PR – разрешение режима записи (программирования);
– RD – разрешение чтения (считывания);
– ER – разрешение стирания;
– CS – выбор микросхемы.

Селектор выбирает из 128-разрядного кода на своем входе восемь разрядов, выдаваемых на выход через УВВ. Селектором управляют четыре младшие разряда адресного кода, которые после дешифрации обеспечивают выборку одного восьмиразрядного слова из 16 слов, содержащихся в выбранной строке.

Многие микросхемы группы ЭС допускают адресное стирание (избирательное построчное стирание по адресу).

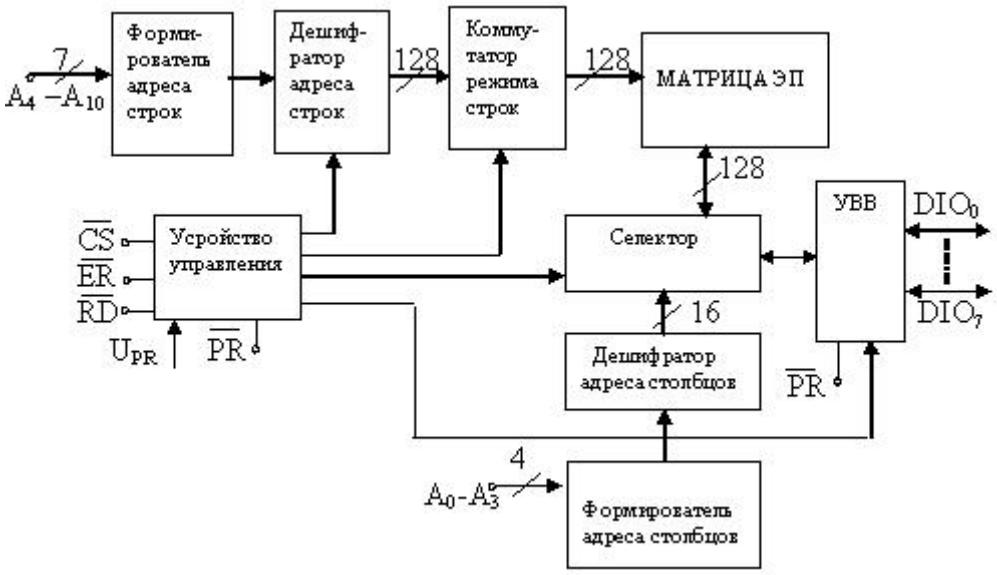


Рис. 15.10. Структурная схема репрограммируемого ПЗУ с электрической записью и стиранием (EEPROM) (микросхема КР1601РР3)

При эксплуатации микросхем РПЗУ необходимо обеспечить требуемый порядок включения и выключения напряжений питания и программирования. Например, для микросхемы КР1601РР3 в режиме программирования при включении вначале подают + 5 В, затем – 12 В и последним – напряжение программирования. При выключении последовательность меняется на противоположную.

15.8. Постоянные запоминающие устройства РПЗУ-УФ

РПЗУ-УФ имеют устройство и режимы работы похожие на рассмотренные выше, однако процесс стирания существенно отличается.

Для стирания микросхему нужно извлечь из контактного устройства, замкнуть все выводы полоской фольги и поместить под источник излучения, обеспечив охлаждение корпуса. Источники ультрафиолетового излучения − ртутные лампы и лампы с парами ртути в кварцевых баллонах: РДТ-220, ДРТ-375, ДБ-8, ДБ-60 и др. Время стирания 30 – 60 минут. Расстояние от корпуса до баллона лампы должно быть 2,5 см. Необходимо обеспечить чистоту стекла корпуса микросхемы, иначе стирание может быть неполным. Режимы работы обеспечивают сигналами управления подобными рассмотренным, однако у некоторых микросхем есть режим контроля записи, который

реализуется вслед за программированием. Группа м/схем РПЗУ-УФ в отечественной комплектации была представлена серией К573РФ [17]. Наиболее сложную структуру имеет микросхема К573РФ3 с организацией (4к ·16). Она имеет встроенные интерфейсные средства для обеспечения режима обмена со стандартной магистралью. Кроме того, у нее есть встроенное программируемое адресное устройство, которое позволяет без дополнительных средств объединять до восьми микросхем в блок ПЗУ.

15.9. Условные обозначения микросхем и сигналов управления запоминающими устройствами (примеры УГО ЗУ)

1. Микросхемы оперативных запоминающих устройств (ОЗУ) представлены на рис. 15.11.

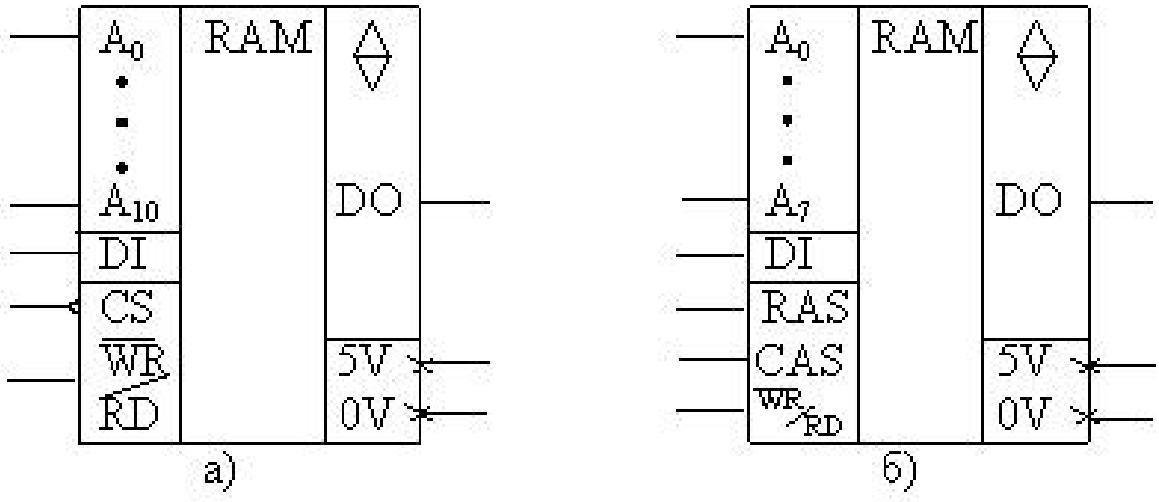


Рис. 15.11. Условные обозначения статического (*а*) и динамического (*б*) ОЗУ

2. Микросхемы постоянных запоминающих устройств (ПЗУ) представлены на рис. 15.12.

На рис. 15.11 и 15.12 изображены ЗУ со знаком на выходе микросхем. Этот знак показывает, что выходные цепи ЗУ выполнены по

схеме с третьим состоянием, т.е. на выходе информация появится только тогда, когда на входе CS будет установлен *активный уровень* сигнала.

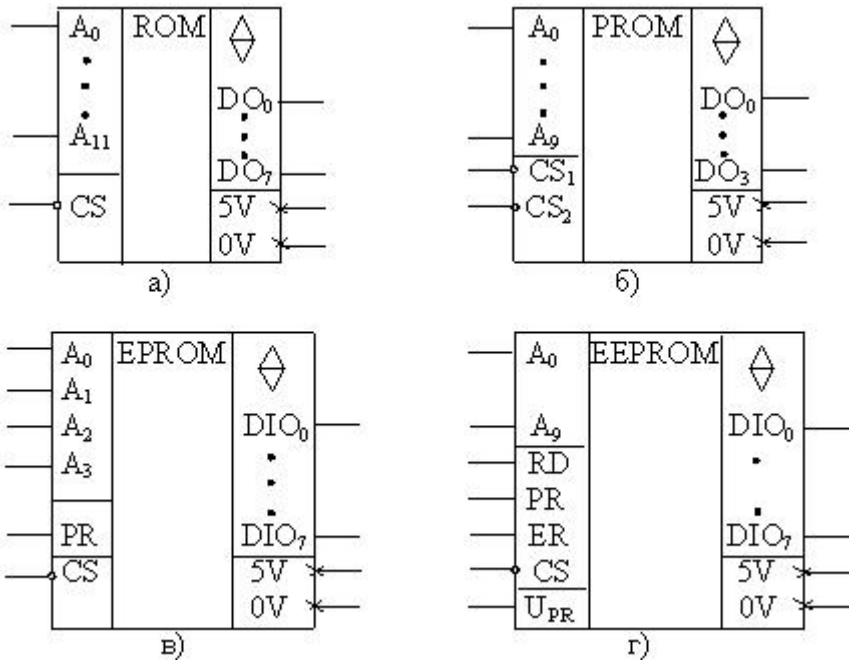


Рис. 15.12. Условные обозначения постоянных запоминающих устройств:
а – масочное ПЗУ; *б* – «прожигаемое» ПЗУ; *в* – репрограммируемое ПЗУ со стиранием ультрафиолетовым излучением;
г – ПЗУ с электрическим стирание

На выходе микросхемы могут быть изображены другие значки, указывающие тип выхода ЗУ:

– выход с 3-м состоянием;

– выходные цепи имеют открытый коллектор;

– выходные цепи имеют открытый эмиттер.

Обозначения сигналов и выводов микросхем ЗУ имеют следующий смысл:

A_0 –A_n – обозначение адресных входов, номер соответствует разряду двоичного кода в адресном кодовом слове;

DI, DO – обозначение выводов входа и выхода данных;

DIO_0 – DIO_n – обозначение выводов, которые могут быть либо входами, либо выходами данных, номер соответствует разряду двоичного кода в выходном кодовом слове;

CS – выбор микросхемы;

WR/RD – сигнал запись (считывание);

RAS – строб адреса строк;

CAS – строб адреса столбцов;

PR – сигнал программирования;
U_{PR} – напряжение программирования;
RD – сигнал считывания (чтения);
ER – сигнал стирания.

15.10. Флэш-память

Флэш-память (Flach-Memory) по принципам работы и типу запоминающих элементов подобна ЗУ типа EEPROM с программированием МОП-транзисторов с плавающим затвором.

В схемах Flach данные стираются электрическими сигналами. За счет упрощения структуры и процедур стирания в схемах Flach достигается высокий уровень интеграции и быстродействия. Запоминание данных осуществляется с помощью зарядов-разрядов плавающих затворов матрицы МОП-транзисторов. Заряд производится с помощью лавинной инжекции электронов в область плавающего затвора, а при стирании используется туннелирование электронов через тонкий слой диэлектрика. При этом в качестве запоминающего элемента используются модифицированные МОП-транзисторы, например, МОП-транзисторы с многоуровневым хранением заряда, либо МОП-транзисторы с зеркальным битом [20].

Технологически проще выполняется структура МОП-транзистора с *зеркальным битом*. Основой структуры флэш-памяти является матрица запоминающих элементов из МОП-транзисторов на основе ячеек ИЛИ-НЕ либо И-НЕ (рис. 15.13).

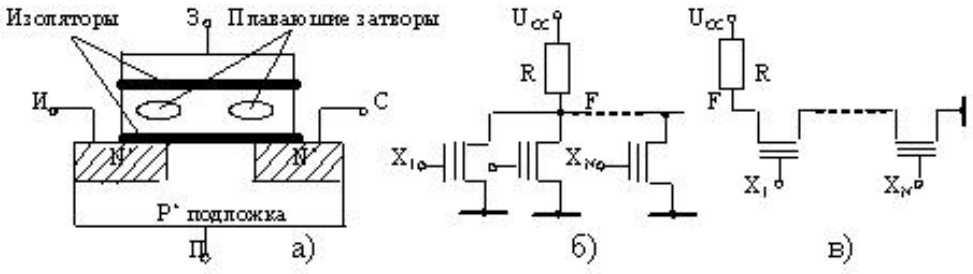


Рис. 15.13. Структура запоминающего элемента
с зеркальным битом (а) и схемы ячеек ИЛИ-НЕ (б), И-НЕ (в)

В запоминающем элементе с зеркальным битом области истока и стока идентичны, а запоминающая область выполнена так, что

группы электронов (плавающие затворы) могут длительно храниться независимо друг от друга.

Структура микросхем Flach-памяти содержит матрицу ячеек логических элементов, построенных на запоминающих МНОП-транзисторах (рис. 15.13, *б, в*). Считается, что ячейки И-НЕ обеспечивают большую компактность, но имеют меньшее быстродействие по сравнению с ячейками ИЛИ-НЕ. Ячейки ИЛИ-НЕ обеспечивают более быстрый доступ к словам при произвольной выборке.

Структура матрицы накопителя Flach-памяти представлена на рис. 15.14.

В накопителе каждый столбец матрицы представляет собой совокупность параллельно соединенных МНОП-транзисторов. На словарные линии выборки (строки) в процессе выборки подают уровень напряжения, при котором транзисторы могут открыться (высокий логический уровень). Транзисторы невыбранных строк будут заперты. В выбранной строке откроются те транзисторы, в плавающих затворах которых отсутствует заряд электронов. Открывшиеся транзисторы передадут высокий логический уровень напряжения на разрядные линии считывания.

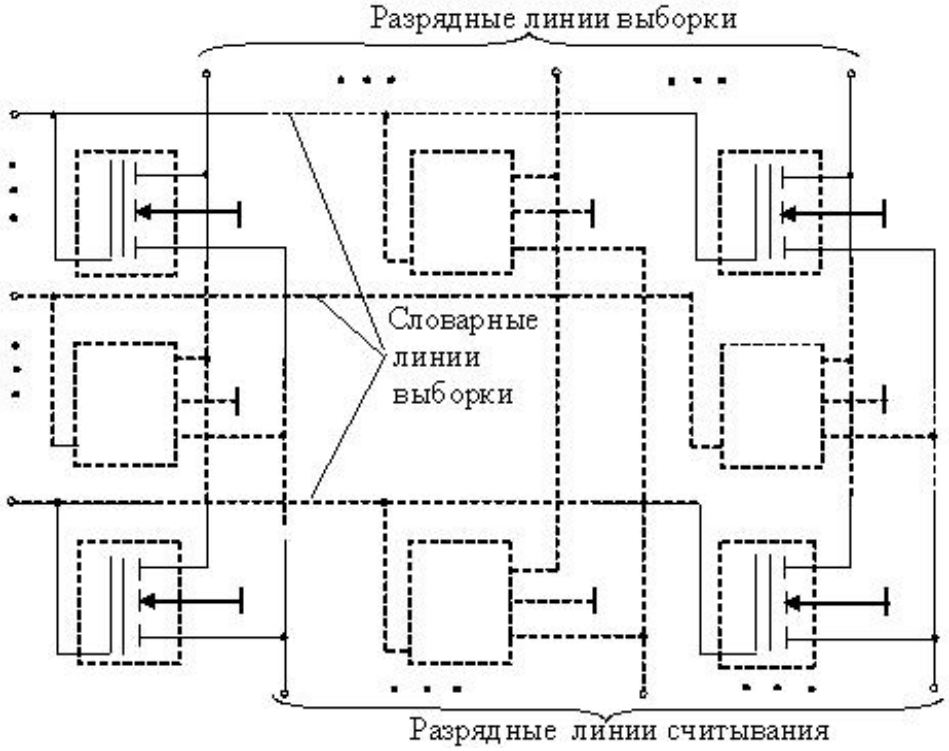


Рис. 15.14. Структура матрицы накопителя Flach-памяти на основе ячеек ИЛИ-НЕ

Управление микросхемами Flach-памяти имеет более сложный характер по сравнению с традиционным способом управления схема-

ми памяти с помощью адресных и управляющих сигналов. Flach-память имеет управление словами-командами, предварительно записанными в специальный внутренний командный регистр. Слова-команды имеют в своём составе команды, обеспечивающие подготовку и выполнение операций стирания, программирования и проверки, чтения и сброса.

Команда сброса является средством устранения действия команд стирания и программирования, что повышает надежность хранения информации.

Флэш-память имеет две разновидности, обусловленные двумя основными направлениями использования. Первая – хранение не очень часто изменяемых данных. Вторая – замена памяти на жёстких магнитных дисках. Микросхемы первого направления имеют блочную несимметричную структуру. В составе этих микросхем имеется так называемый загрузочный блок (Boot-блок), в котором информация надежно защищена аппаратными средствами от случайного стирания.

В Boot-блоке хранятся программы инициализации системы, позволяющие ввести её в работу после подачи питания. Микросхемы второго направления имеют блочную симметричную структуру с идентичными блоками и более развитые средства перезаписи информации. Такую Flach-память называют файловой. Она служит основным средством замены традиционного сочетания жёсткий диск + динамическое ОЗУ на Flach-память + статическое ОЗУ, что особенно эффективно в портативных компьютерах.

Пример условного обозначения (внешняя организация) файловой Flach-памяти показан на рис. 15.15 [20].

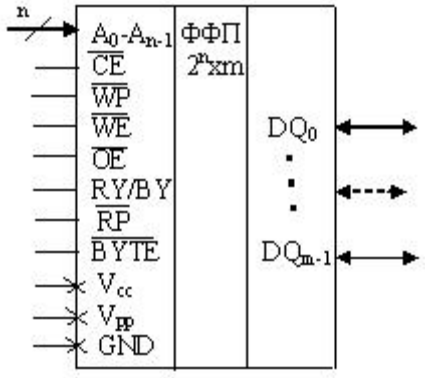


Рис. 15.15. *Пример условного обозначения*

микросхемы файловой флэш-памяти

Обозначения выводов и сигналов, показанных на рис. 15.15, имеют следующий смысл: A_0 – младший бит адреса, A_{n-1} – старший бит адреса, n – число разрядов адреса; DQ_0 – младший бит выходных данных; DQ_{m-1} – старший бит выходных данных на двунаправленной шине данных. Сигнал $\overline{CE}$ – разрешение (выбор) кристалла; OE – перевод (установка) выхода в третье состояние; сигнал WE управляет доступом к внутреннему автомату управления процессами стирания/(записи); сигнал WP – разрешение защиты записи в блоках (каждый блок имеет бит запрещения записи);

сигнал RY/$\overline{BY}$ – индицирует состояние внутреннего автомата записи; с$\overline{игнал}$ RP – установка режима малой мощности потребления; сигнал BYTE вводит схему либо в байтовый, либо в словарный режим.

Микросхемы файловой флэш-памяти в настоящее время имеют информационную ёмкость несколько Гбит при байтовой разрядности 8/16 бит и напряжении питания от 5 до 1,8 В.

16. НАПРАВЛЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЭЛЕКТРОНИКИ

Перспективы и направления развития электроники зависят в первую очередь от научных достижений в области физики, химии, математики и техники полупроводников. Электроника, связанная с нарастающими информационными потоками, давно уже перешла в область микроэлектроники, где достигнуты впечатляющие успехи благодаря миниатюризации, снижению потребления энергии, повышению быстродействия, расширению функциональных возможностей электронных средств.

В настоящее время наблюдается переход от микроструктур к наноструктурам, что сулит дальнейшее увеличение степени интеграции полупроводниковых приборов и улучшение энергетических параметров базовых элементов электроники, в первую очередь транзисторов, а на их основе – всех других функциональных узлов электроники. По мнению ведущих ученых наноструктуры будут основной элементной базой в ближайшие 30 – 50 лет [23]. Следует при этом заметить, что технология изготовления наноструктурных электронных чипов существенно сложнее технологии изготовления микроструктурных чипов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якубовский, С.В. Аналоговые и цифровые интегральные схемы / С.В. Якубовский, Н.А. Барканов, Б.П. Кудряшов; под ред. С.В. Якубовского. – М.: Сов. радио, 1979. – 336 с.: ил.

2. Опадчий, Е.Ф. Аналоговая и цифровая электроника: учебник для вузов / Ю.Ф. Опадчий, О.П. Глудкин, А.И. Гуров; под ред. О.П. Глудкина. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 768 с.: ил.

3. Аллен, Ф. Электронные схемы с переключаемыми конденсаторами / Ф. Аллен, Э. Санчес-Синенсио.– М.: Мир, 1989.– 205 с.: ил.

4. Быстров, Ю.А. Электронные приборы для отображения информации / Ю.А. Быстров, И.И. Литвак, Г.М. Персианов. – М.: Радио и связь, 1985. – 240 с.: ил.

5. Будинский, Я. Логические цепи в цифровой технике / К. Юнга; под ред. Б.А. Калабекова; пер. с чешск. – М.: Связь, 1977. – 392 с.: ил.

6. Гутников, В.С. Интегральная электроника в измерительных устройствах учебное пособие/ В.С. Гутников. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 304 с.: ил.

7. Гусев, В.Г. Электроника: учебное пособие для приборостроительных специальностей вузов / В.Г. Гусев, Ю.М. Гусев. – 2-е изд.– М.: Высш. шк., 1991. – 662 с.: ил.

8. Ефимов, И.Е. Микроэлектроника. Физические и технологические основы, надежность / И.Е. Ефимов, И.Я. Козырь, Ю.И. Горбунов. – М.: Высш. шк., 1986. – 464 с.: ил.

9. Жеребцов, И.П. Основы электроники / И.П. Жеребцов. – Л.: Энергоатомиздат, 1989. – 352 с.: ил.

10. Мулявка, Я. Схемы на операционных усилителях с переключаемыми конденсаторами / Я. Мулявка. – М.: Мир, 1992.–205с.: ил.

11. Основы теории цепей: учебник для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.: ил.

12. Основы промышленной электроники: учебник для вузов / В.Г. Герасимов, О.М. Князьков, А.Е. Краснопольский, В.В. Сухоруков; под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высш. шк., 1978. – 336 с.: ил.

13. Полупроводниковые приборы: диоды, тиристоры, оптоэлектронные приборы: справочник / А.В. Баюков, А.Б. Гитцевич, А.А. Зайцев и др.; под общ. ред. Н.Н. Горюнова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 744 с.: ил.

14. Прянишников, В.А. Электроника: курс лекций / В.А. Прянишников. – СПб.: Корона принт, 1998. – 400 с.: ил.

15. Полупроводниковые приборы: Транзисторы: справочник / В.Л. Аронов, А.В. Баюков, А.А. Зайцев и др.; под общ. ред. Н.Н. Горюнова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 904 с.: ил.

16. Проектирование радиоэлектронных устройств на интегральных микросхемах: учебное пособие для вузов / Под ред. С.Я. Шаца. – М.: Сов. радио, 1976. – 312 с.: ил.

17. Полупроводниковые БИС запоминающих устройств: справочник / В.В. Баранов, Н.В. Бекин, А.Ю. Гордонов и др.; под ред. А.Ю. Гордонова и Ю.Н. Дьякова. – М.: Радио и связь, 1987. – 360 с.: ил.

18. Степаненко, И.П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем учебник / И.П. Степаненко. – М.: Энергия, 1973. – 608 с.: ил.

19. Токхейм, Р. Основы цифровой электроники / Р. Токхейм; пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 392 с.: ил.

20. Угрюмов, Е.П. Цифровая схемотехника: учебное пособие для вузов/ Е.П. Угрюмов.– СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 800 с.: ил.

21. Цыкин, Г.С. Электронные усилители / Г.С. Цыкин. – М.: Связь, 1965. – 511 с.: ил.

22. Шило, В.Л. Популярные цифровые микросхемы: справочник / В.Л. Шило. – М.: Радио и связь, 1987. – 352 с.: ил.

23. Щука, А.А. Наноэлектроника /А.А. Щука. – М.: Физматкнига, 2007. – 464 с.: ил.

24. Электротехника: программирование учебное пособие для неэлектротехнических специальностей вузов / В.Г. Герасимов, Х.Э. Зайдель, В.В. Коген-Далин и др.; под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высш. шк., 1983. – 480 с.: ил.

25. Электроника. Энциклопедический словарь / Гл. ред. В.Г. Колесников. – М.: Советская энциклопедия, 1991. – 688 с.: ил.

26. Ялышев, А.У. Многофункциональные аналоговые регулирующие устройства автоматики / А.У. Ялышев, О.И. Разорёнов. – М.: Машиностроение, 1981. – 399 с.: ил.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДЕНЫ
На заседании кафедры теологии
(протокол № 1 от 08.09.2025)
Заведующий кафедрой
_____ И. В. Бачинин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.29 ОСНОВЫ РОССИЙСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОСТИ

Направление
15.03.06 Мехатроника и робототехника

Профиль
Мехатроника и робототехника промышленных производств

Авторы: Бачинин И.В. к.п.н, Старостин А.Н., к. ист. н.

Екатеринбург

Содержание

Методические указания по освоению дисциплины 3
Освоение лекционного курса 3
Самостоятельное изучение тем курса 3
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям 6
Подготовка к тестированию 8
Подготовка к промежуточной аттестации 9

Методические указания по освоению дисциплины

Освоение лекционного курса

Лекции по дисциплине дают основной теоретический материал, являющийся базой для восприятия практического материала. После прослушивания лекции необходимо обратиться к рекомендуемой литературе, прочитать соответствующие темы, уяснить основные термины, проблемные вопросы и подходы к их решению, а также рассмотреть дополнительный материал по теме.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Одним из важных элементов освоения лекционного курса является самостоятельная работа на лекции. Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных

преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования научного способа познания. Основные приемы можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ, а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать); Таким образом, чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студенты с этой целью заводят специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

- Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

- Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

- Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

- Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

- Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять

план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

Подготовка к практическим (семинарским) занятиям

Важной формой самостоятельной работы студента является систематическая и планомерная подготовка к практическому (семинарскому) занятию. После лекции студент должен познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы студенты получают у преподавателя в конце предыдущего практического занятия.

Подготовка к практическому занятию требует, прежде всего, чтения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе студента является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки – работа с книгой. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре.

В начале практического занятия должен присутствовать организационный момент и вступительная часть. Преподаватель произносит краткую вступительную речь, где формулируются основные вопросы и проблемы, способы их решения в процессе работы.

Практические занятия не повторяют, а существенно дополняют лекционные занятия, помогая студентам в подготовке к промежуточной аттестации. Практические занятия являются одной из важнейших форм обучения студентов: они позволяют студентам закрепить, углубить и конкретизировать знания по курсу, подготовиться к практической деятельности. В процессе работы на практических занятиях студент должен совершенствовать умения и навыки самостоятельного анализа источников и научной литературы, что необходимо для научно-исследовательской работы.

Практическое (семинарское) занятие — это одна из организационных форм познавательной деятельности обучающихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии. Тематика обсуждения выдается на первых занятиях. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.

Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и др.) происходит коллективно, допускается корректная критика высказываний (мнений) своих сокурсников с обязательным приведением аргументов критики.

Участие каждого обучающегося в диалоге, обсуждении должно быть неформальным, но предметным.

1. Россия: географические факторы и природные богатства.

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Анализ предпосылок и факторов становления российской государственности (исторических, социально-экономических, географических).	УК-5
2.	Природные ресурсы и национальные богатства России.	
3.	Культуры этносов России и их основные достижения.	
4.	Религии этносов России.	

2. Многообразие российских регионов

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Российская Федерация: основные этапы становления современного государственного устройства.	УК-5
2.	Географическое, политическое, социально-экономическое, многообразие российских регионов.	
3.	Свердловская область: природно-экономический потенциал.	
4.	История родного города на примере города Екатеринбурга – столицы Татарстана.	

Результатом обсуждения проблемы на практическом (семинарском) занятии не могут быть однозначные выводы и формулировки. Действие его всегда пролонгировано,

что дает студентам возможность для дальнейшего обдумывания рассмотренных проблемных ситуаций, для поиска дополнительной информации по обсуждаемой теме.

Незадолго до проведения практического (семинарского) занятия преподаватель разделяет группу на несколько подгрупп, которая, согласно сценарию, будет представлять определенную точку зрения, информацию. При подготовке к групповой дискуссии студенту необходимо собрать материал по теме с помощью анализа научной литературы и источников.

Используя знание материала, исходя из изложенных изначальных концепций, каждая группа должна изложить свою точку зрения на обсуждаемый вопрос, подкрепив ее соответствующими аргументами.

Каждый из групп по очереди приводит аргументы в защиту своей позиции. Соответственно другая группа должна пытаться привести контраргументы, свидетельствующие о нецелесообразности, пагубности позиции предыдущей группы и стремится доказать, аргументированно изложить свою позицию.

Подготовка к тестированию

Тестирование - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестовая система предусматривает вопросы / задания, на которые слушатель должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность. Прежде всего, следует иметь в виду, что в предлагаемом задании всегда будет один правильный и один неправильный ответ. Это оговаривается перед каждым тестовым вопросом. Всех правильных или всех неправильных ответов (если это специально не оговорено в формулировке вопроса) быть не может. Нередко в вопросе уже содержится смысловая подсказка, что правильным является только один ответ, поэтому при его нахождении продолжать дальнейшие поиски уже не требуется.

На отдельные тестовые задания не существует однозначных ответов, поскольку хорошее знание и понимание содержащегося в них материала позволяет найти такие ответы самостоятельно. Именно на это слушателям и следует ориентироваться, поскольку полностью запомнить всю получаемую информацию и в точности ее воспроизвести при ответе невозможно. Кроме того, вопросы в тестах могут быть обобщенными, не затрагивать каких-то деталей.

Тестовые задания сгруппированы по темам учебной дисциплины. Количество тестовых вопросов/заданий по каждой теме дисциплины определено так, чтобы быть достаточным для оценки знаний обучающегося по всему пройденному материалу.

При подготовке к тестированию студенту следует внимательно перечитать конспект лекций, основную и дополнительную литературу по той теме (разделу), по которому предстоит писать тест.

Для текущей аттестации по дисциплине «Основы российской государственности» применяются тесты, которые выполняются по разделам № 1-5.

Образец тестового задания

1. Ключевую роль в формировании мировоззрения играют:
- мысли
- эмоции
- ценности
-все перечисленное

2. Какое место в мире по площади занимает Россия:
- первое

- второе
- третье
- пятое

3. К преимуществам географического положения России относят:
- межграничное положение между Европой и Азией
- большая протяженность транспортных магистралей
- сложность управления страной
+ выход к большому количеству морей и двум океанам

4. С каким государством у России самая большая сухопутная граница:
- Казахстан
- Белоруссия
- Китай
- Монголия

5. Первое летописное упоминание о Москве связано с именем князя:
- Ярослава Мудрого
- Владимира Мономаха
- Александра Невского
- Юрия Долгорукого

Подготовка к промежуточной аттестации

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Основы российской государственности*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы российской государственности*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью

построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.